

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
\_\_\_\_\_ А.Е. Митяев  
подпись  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018 г.

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

**15.03.03 Прикладная механика**

**Моделирование колебательных процессов в подшипниках  
качения**

Пояснительная записка

Руководитель	_____	<u>профессор, д. ф.-м. н.</u>	Н.В. Еркаев
	подпись, дата	должность, ученая степень	
Выпускник	_____		Н.С. Кадочникова
	подпись, дата		
Нормоконтролер	_____	<u>доцент, к.т.н.</u>	А.Е. Митяев
	подпись, дата	должность, ученая степень	

Красноярск 2018

## РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа по теме «Моделирование колебательных процессов в подшипниках качения» содержит 41 страницу текстового документа, 10 использованных источников, 10 графиков и рисунков, 13 таблиц.

ПОДШИПНИК КАЧЕНИЯ, ТЕОРИЯ СМАЗКИ, СМАЗОЧНЫЙ СЛОЙ, КОЛЕБАНИЯ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ, ВЯЗКОСТЬ.

Объект исследования – шариковый подшипник качения.

Цели исследования:

Построение модели распределения давления с учетом колебаний;

Оценка значений давления по сравнению с максимальными допускаемыми напряжениями материалов;

Сравнение распределения давления при постоянной вязкости и вязкости, зависящей от давления.

В результате была найдена функция распределения давления с учетом колебаний, построены графики максимального давления, распределения давления в разные моменты времени и изобар при качении шара, а также - проанализировано влияние различных параметров на работу подшипника.

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>		<i>Кадочникова Н.С.</i>			<i>Моделирование колебательных процессов в подшипниках качения</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>		<i>Еркаев Н.В.</i>					2	40
<i>Реценз.</i>						<i>СФУ ПИ гр. МТ14-05Б</i>		
<i>Н. Контр.</i>		<i>Митяев А.Е.</i>						
<i>Утверд.</i>		<i>Митяев А.Е.</i>						

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 Общие сведения о подшипниках качения .....	6
1.1 Обзор смазочных материалов .....	8
1.2 Оценка риска разрушения и методы диагностики .....	9
2 История развития механики жидкости и теории качения .....	11
3 Построение аналитического решения уравнения Рейнольдса в случае качения шара при наличии колебаний .....	16
4 Анализ влияния колебаний на распределение давления в смазочном слое .....	19
4.1 Моделирование процесса качения при постоянном значении вязкости .....	19
4.2 Моделирование процесса качения при значении вязкости, зависящей от давления .....	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	39
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	40

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		3

## ВВЕДЕНИЕ

Специальность "Динамика и прочность машин" ставит своей целью повышение надежности, долговечности и износостойкости различных деталей, механизмов и конструкций. Данное повышение, зачастую, достигается не столько точностью исполнения деталей и конструкторскими решениями, сколько изучением и анализом самой сути таких процессов, как разрушение, износ, трение.

Естественно, каждая задача зависит от множества различных факторов, к примеру, таких как: условия эксплуатации, состояние поверхности исследуемого объекта или характеристики материала.

В рамках научно-исследовательской работы объектом исследования является подшипник качения, недооценить значимость которого трудно, так как он входит в состав большинства машин и механизмов.

Изучением проблем, связанных с подшипниками, расчетами и модернизацией занималось множество ученых, однако появление приспособлений, напоминающих по принципу работы подшипники, появились задолго до нашей эры. В качестве примера можно рассмотреть бревна, использовавшиеся для транспортировки тяжелых предметов с целью уменьшения трения. Идея подшипника качения, изготовленного из двух колец между которыми располагались шарики, была зафиксирована в чертежах Леонардо да Винчи. Однако, широкое применение подшипники качения получили лишь в двадцатом веке.

Исследования произошедшие в данной области за прошедший век были неразрывно связаны со смазочными материалами и гидродинамической теорией. Большой вклад в нее внесли такие ученые как Петров, Рейнольдс, Фогельполь, Фрессель, Кискальт, Зоммерфельд, Жуковский, Чаплыгин и Капица.

Целью данной работы является изучение нестационарного режима работы, проявляющегося в колебательных процессах, и анализ влияния данного режима на работоспособность подшипника.

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		4

Актуальность изучения именно колебательного явления заключается в возникновении вибраций и последующих дефектов. Например, в справочнике Переля [1, с. 7] ключевым недостатком подшипника качения перед подшипником скольжения указывается меньшая жесткость, вызывающая вибрацию вала, что значительно влияет на работу самого механизма.

Методом решения исследуемой проблемы является математическое моделирование динамических процессов при помощи программного пакета MathCad.

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
						5
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		

## 1 Общие сведения о подшипниках качения

Согласно одному из самых широко применяемых справочников в машиностроении [2], подшипник - это опора или направляющая, определяющая положение движущихся частей по отношению к другим частям механизма. Подшипник является сборочным узлом.

Подшипники качения состоят из внутреннего и наружного кольца, тел качения (шариков или роликов) и сепараторов, удерживающих и разделяющих тела качения. Так же, на кольцах изготавливают специальные желоба - дорожки качения. Устройство шарикового подшипника показано на рисунке 1.

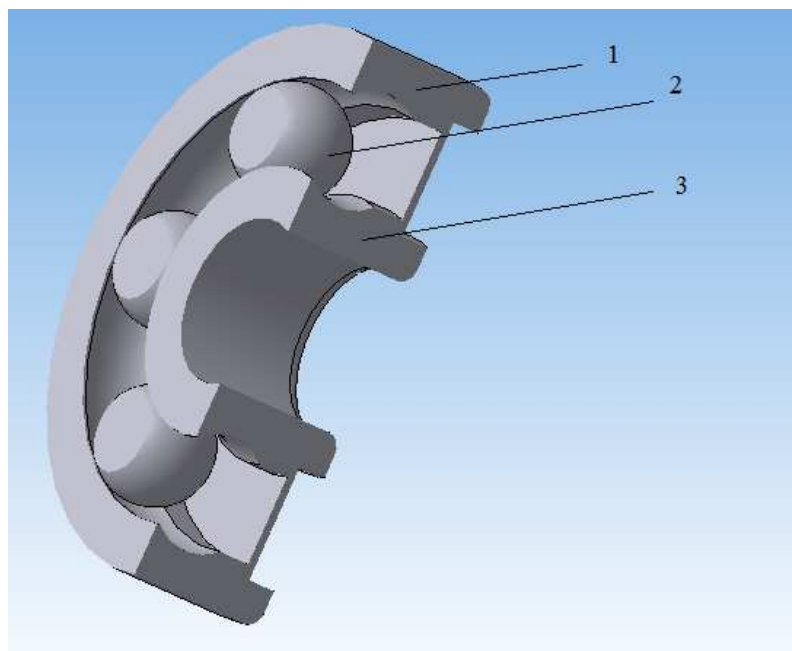


Рисунок 1 – сечение трехмерной модели шарикового подшипника качения из стандартной библиотеки программы КОМПАС-3D

1 – наружное кольцо, 2 – тела качения, 3 – внутреннее кольцо.

Подшипники качения воспринимают радиальную и осевую нагрузку.

Преимущественно, подшипники изготавливают из шарикоподшипниковых сталей (маркировка ШХ), а также из коррозионностойких и теплостойких сталей, сталей, выдерживающих ударную нагрузку (например, 18ХГТ), композиционных материалов (например, компания SKF изготавливает скользящий

слой из политетрафторэтилена и нитей полиэстера с матрицей из эпоксидной смолы) и полимеров.

Классификация подшипников качения:

а) по форме тел качения:

- 1) шариковые;
- 2) роликовые;

б) по направлению воспринимаемой нагрузки:

- 1) радиальные;
- 2) упорные;
- 3) радиально-упорные;
- 4) упорно-радиальные;

в) по числу рядов тел качения:

- 1) однорядные;
- 2) двурядные;
- 3) четырехрядные;
- 4) многорядные;

г) по самоустанавливаемости:

- 1) самоустанавливающиеся;
- 2) несамоустанавливающиеся;

д) по радиальным габаритным размерам;

е) по степени точности.

Для подшипников производят расчеты на статическую грузоподъемность по ГОСТ 18854-94 (на основе значений контактных напряжений для оценки остаточной деформации), динамическую грузоподъемность и расчетный ресурс (для оценки усталостных процессов в металле) по ГОСТ 18855-94.

Основными размерами шариковых радиальных подшипников согласно ГОСТ 8338-75 [3] считаются:

а)  $d$  – номинальный диаметр отверстия внутреннего кольца;

б)  $D$  – номинальный диаметр наружной цилиндрической поверхности наружного кольца;

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		7

- в)  $B$  – номинальная ширина подшипника;
- г)  $r$  – номинальная координата монтажной фаски.

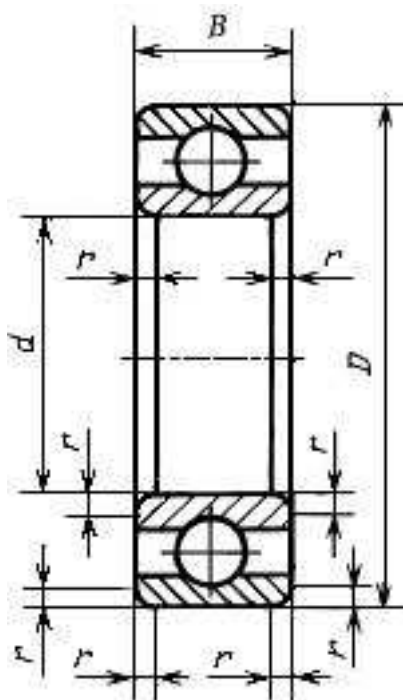


Рисунок 2 – Основные размеры шарикового подшипника [3]

### 1.1 Обзор смазочных материалов

Качение шара происходит непосредственно в масляном слое. Смазочный материал необходим для снижения трения, так как он сглаживает поверхности контакта и уменьшает процесс изнашивания. Кроме того, смазочный материал увеличивает площадь контакта, что приводит к уменьшению максимального давления, действующего на поверхность кольца.

Для смазки подшипников используются жидкие минеральные масла, получаемые из продуктов нефтепереработки, и пластичные масла.

Жидкие смазочные материалы подразделяются на: промышленные масла (маркировка И), авиационные масла (маркировка МС), турбинные масла (маркировка Т), автомобильные масла (маркировка М), трансмиссионные масла (маркировка ТМ) и турбинные масла с присадками (маркировка Тп).

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	Лист
						8
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		



Основными характеристиками жидких смазочных материалов, влияющими на анализ и расчеты, являются вязкость, антиокислительная стабильность, температура застывания и температура вспышки.

Пластичные масла состоят из жидких масел и твердых загустителей.

Классифицировать различные типы пластичных масел можно исходя из целей эксплуатации - многоцелевые, высокотемпературные, промышленные, для электромеханических приборов, гироскопические, железнодорожные.

## 1.2 Оценка риска разрушения и методы диагностики

По ГОСТ 21354-87 (приложение 10) [5] различают 6 типовых режимов нагружения с переменной нагрузкой на детали машин:

- а) 0 - постоянный;
- б) I - тяжелый;
- в) II - средний равновероятностный;
- г) III - средний нормальный;
- д) IV - легкий;
- е) V - особолегкий;

Уже при среднем нормальном режиме нагружения возникают умеренные толчки, вибрационная нагрузка, что ведет к колебаниям и возникновению различных дефектов.

На сам подшипник могут действовать 3 вида нагружения:

- а) местное;
- б) циркуляционное;
- в) колебательное.

При колебательном нагружении на неподвижное кольцо воздействуют одновременно постоянная по направлению радиальная нагрузка и вращающаяся радиальная нагрузка.

В рамках данной работы интерес представляет режим «особых условий», при котором подшипник работает при ударных и вибрационных нагрузках.

					<b>БР-15.03.03 ПЗ</b>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		9

Основными дефектами подшипников качения являются:

- а) смятие/бринеллирование дорожек и тел качения;
- б) появление трещин и усталостное выкрашивание;
- в) износ;
- г) фреттинг-коррозия;
- д) несоосность колец;
- е) задиры поверхностей дорожек качения;
- ж) перегрев.

Для колебательного нагружения характерно бринелирование, которое характеризуется появлением выемок вследствие пластической деформации из-за высоких ударных нагрузок. Модель, рассматриваемая в данной работе, позволяет установить значения давления, оказываемого телом качения на дорожку, и обнаружить критические режимы работы, при которых будет происходить деформация. Однако, стоит учитывать допущения для контактной задачи [1, с. 320-321], а именно:

- а) напряжения не превышают предела пропорциональности;
- б) приложенная нагрузка перпендикулярна площадке контакта;
- в) размеры площадки контакта много меньше радиусов кривизны соприкасающихся тел;
- г) материалы тел гомогенны и изотропны

Основным методом диагностики дефектов подшипников является вибродиагностика. Ее методы разделяются на контактный и бесконтактные. Контактный метод осуществляется при помощи пьезоэлектрических датчиков. Бесконтактные методы подразделяется на ультразвуковой, радиоволновой и оптический. Их суть заключается в направлении на исследуемый объект электромагнитных или звуковых волн и отображении получаемого вибрационного сигнала, который подразделяется на два типа – фоновой и импульсивный. Импульсивный тип возникает при прохождении сигнала через дефектный элемент.

Методы анализа вибродиагностики:

- а) по величине виброскорости,

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		<i>10</i>

- б) по спектрам вибрационных сигналов,
- в) по соотношению пик/фон вибросигнала,
- г) по спектру огибающей вибросигнала.

## 2 История развития механики жидкости и теории качения

С развитием исследований в области механики деформируемого твердого тела, развивалась и гидродинамика. Первым ученым, сформулировавшим гипотезу о движении жидкости с учетом ее вязкости и трения в своей работе «Математические начала натуральной философии», был И. Ньютон. Согласно этой гипотезе, закон Ньютона о касательных напряжениях звучит, как «касательные напряжения в жидкости при слоистом (ламинарном) течении прямо пропорциональны поперечному градиенту скорости» и выражается формулой (2.1).

$$\tau = \mu \cdot \frac{dV}{dy} \quad (2.1)$$

где  $\tau$  – напряжение внутреннего трения или касательные напряжения;  
 $\mu$  – коэффициент пропорциональности или коэффициент динамической вязкости, являющийся физико-механической характеристикой жидкости;  
 $dV$  – относительная скорость частиц жидкости;  
 $dy$  – расстояние между частицами жидкости в поперечном направлении относительно течения.

Также, существует и коэффициент кинематической вязкости жидкости, который представляет отношение коэффициента динамической вязкости к плотности. Данную зависимость описывает формула (2.2).

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.2)$$

где  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости жидкости;

$\mu$  – то же, что и в формуле (2.1);

$\rho$  – плотность материала.

Следующим этапом развития механики жидкости и газа являются исследования Л. Эйлера и Д. Бернулли. В работе Эйлера «Общие принципы движения жидкости» 1755 года были получены дифференциальные уравнения покоя жидкости, показывающие влияние приращения массовых сил на увеличение гидростатического давления.

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

где  $X, Y, Z$  – единичные массовые силы, действующие на элементарную частицу жидкости в объеме параллелепипеда;

$\rho$  – то же, что и в формуле (2.2);

$P$  – гидростатическое давление.

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости Эйлера выражаются формулой (2.4).

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial c_x}{\partial t} \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial c_y}{\partial t} \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial c_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2.4)$$

где  $\frac{\partial c_x}{\partial t}, \frac{\partial c_y}{\partial t}, \frac{\partial c_z}{\partial t}$  - проекции ускорения жидкости;

$\rho$  - то же, что и в формуле (2.2);

$P$  - то же, что и в формуле (2.3);

$X, Y, Z$  – то же, что и в формуле (2.3).

Далее, появляются исследования о движении вязкой несжимаемой жидкости, проведенные Навье. В них используется гипотеза о сплошности жидкости и непрерывности деформирования ее частиц.

Одним из главных результатов этих исследований являются уравнения Навье-Стокса, которые были получены различными способами сперва Навье в 1822 году, а затем Стоксом в 1845. Данные уравнения подходят только для ньютоновских жидкостей, вязкость которых постоянна, и описывают ее движение. Первое уравнение является уравнением неразрывности, а второе – уравнением несжимаемости.

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = - (\vec{V} \cdot \nabla) \cdot \vec{V} + \nu \cdot \Delta \vec{V} - \frac{1}{\rho} \cdot \nabla P + \vec{f} \\ \nabla \cdot \vec{V} = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

где  $\vec{V}$  – вектор скорости;

$t$  – время;

$\nabla \cdot \vec{V}$  - дивергенция скорости;

$\nu$  - то же, что и в формуле (2.2);

$\Delta$  - оператор Лапласа;

$\rho$  - то же, что и в формуле (2.2);

$\nabla P$  - градиент давления;

$\vec{f}$  – векторное поле массовых сил.

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	Лист
						13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Также, существенный вклад в развитие гидромеханики в 18 и 19 веке внесли такие ученые, как Коши, Пуассон, Сен-Венан, Пуайзель, Дарси и Вейсбах.

В 1883 появляются работы Н. П. Петрова «Трение в машинах и влияние на него смазывающих жидкостей», «Гидродинамическая теория смазки» и О. Рейнольдса о теории ламинарного и турбулентного течения жидкости.

Критерием режима течения является безразмерный параметр – число Рейнольдса. Переходное значение представляется критическим числом Рейнольдса, которое находится по формуле (2.6).

$$Re_{кр} = \frac{V_{кр} \cdot d}{\nu} \quad (2.6)$$

$V_{кр}$  - скорость потока,

$d$  – гидравлический диаметр сечения

$\nu$  – то же, что и в формуле (2.2).

Следующие числовые значения применимы для трубопроводов:

- а)  $Re < Re_{кр} < 2300$  – соответствует ламинарному режиму течения;
- б)  $Re_{кр} < Re < 4000$  – соответствует переходному режиму течения;
- в)  $Re > 4000$  - соответствует турбулентному режиму течения.

Так как движение тел качения в подшипниках происходит непосредственно в масляной прослойке, при расчетах качения необходимо учитывать гидродинамическую теорию, например, уравнение Навье-Стокса упрощенное и осредненное Рейнольдсом, которое выражается дифференциальным уравнением (2.7).

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 6 \cdot \mu \cdot V \cdot \left( \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{2}{V} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (2.7)$$

Где  $y$  – поперечная координата контакта;

$x$  – продольная координата контакта;

$h$  – переменная толщина смазочного слоя;

$P$  - давление в смазочном слое;

$\mu$  – то же, что и в формуле (2.1);

$t$  – то же, что и в формуле (2.5);

$V$  - скорость качения шара.

В статье П. Л. Капицы "Гидродинамическая теория смазки при качении" [4] из данного уравнения были выведены формулы для максимального давления в масляной прослойке при постоянной вязкости (2.8) и вязкости, зависящей от давления (2.9), а также получена зависимость толщины смазочного слоя от минимального зазора и параметров кривизны  $\alpha$  и  $\beta$  по формуле (2.10).

$$P = \frac{12 \cdot V \cdot \mu \cdot \alpha}{2 \cdot \beta + 3 \cdot \alpha} \cdot \frac{x}{(\langle h_0 \rangle + \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot y^2)^2} + f(x, y) \quad (2.8)$$

где  $P$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $V$ ,  $\mu$  - то же, что и в формуле (2.7);

$\langle h_0 \rangle$  – минимальная переменная толщина смазочного слоя;

$\alpha$ ,  $\beta$  - параметры кривизны поверхностей;

$f(x, y)$  - функция решения уравнения Рейнольдса без правой части.

$$P_\gamma = -\frac{1}{\gamma} \cdot \ln [1 - P \cdot \gamma] \quad (2.9)$$

где  $P_\gamma$  – физическое давление, выраженное через функцию  $P$ , заданную формулой (2.8);

$P$  – давление при постоянной вязкости;

$\gamma$  - пьезо-коэффициент смазочного материала.

$$h = \langle h_0 \rangle + \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot y^2 \quad (2.10)$$

где  $h$ ,  $x$ ,  $y$  – то же, что и в формуле (2.7);

$\langle h_0 \rangle$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  – то же, что и в формуле (2.8).

### 3 Построение аналитического решения уравнения Рейнольдса в случае качения шара при наличии колебаний

Согласно теории Капицы [4] для шарикового подшипника качения, решение гидродинамического уравнения распределения давления в масляной прослойке (1.7) выражается следующей формулой:

$$P = A \cdot \frac{x}{h^2} \quad (3.1)$$

где  $A$  – искомый параметр пропорциональности.

Выполняя дифференцирование давления из формулы (3.1), получаем выражения:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{A}{h^2} - \frac{2 \cdot A \cdot x}{h^3} \cdot 2 \cdot \alpha \cdot x, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = - \frac{2 \cdot A \cdot x}{h^3} \cdot 2 \cdot \beta \cdot y \quad (3.3)$$

Вычислим слагаемые уравнения (2.7):

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{A}{\mu} \cdot 2 \cdot \alpha \cdot x - \frac{8 \cdot A \cdot \alpha \cdot x}{\mu}, \quad (3.4)$$



$$\frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = - \frac{4 \cdot A \cdot \beta \cdot x}{\mu} \quad (3.5)$$

Подставив слагаемые (3.4) и (3.5) в уравнение (2.7), получим:

$$\frac{A \cdot x}{\mu} (-6 \cdot \alpha - 4 \cdot \beta) = -24 \cdot V \cdot \alpha \cdot x \quad (3.6)$$

Исходя из формулы (3.6) выразим значение константы А:

$$A = \frac{12 \cdot \mu \cdot V \cdot \alpha}{3 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta} \quad (3.7)$$

Введем в уравнение (3.1) параметр В, учитывающий сдавливание пленки при колебаниях, и запишем общее решение уравнения (2.7) в следующем виде:

$$P = A \cdot \frac{x}{h^2} + \frac{B}{h^2} \quad (3.8)$$

Производим дифференцирование аналогично формулам (3.2) и (3.3):

$$\frac{\partial P}{\partial x} = - \frac{2 \cdot B}{h^3} \cdot 2 \cdot \alpha \cdot x, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = - \frac{2 \cdot B}{h^3} \cdot 2 \cdot \beta \cdot y \quad (3.10)$$

Вычисляем слагаемые аналогично формулам (3.4) и (3.5):

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = - \frac{4 \cdot B \cdot \alpha}{\mu}, \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \cdot \frac{h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = - \frac{4 \cdot V \cdot \beta}{\mu} \quad (3.12)$$

Подставив слагаемые (3.11) и (3.12) в уравнение (2.7), получим:

$$-4 \cdot V \cdot \frac{1}{\mu} \cdot (\alpha + \beta) = \langle \dot{h}_0 \rangle \quad (3.15)$$

Минимальная переменная толщина прослойки с учетом колебаний будет найдется по формуле (3.16).

$$\langle h_0 \rangle = h_0 \cdot (1 + \varepsilon \cdot \cos(\omega \cdot t)) \quad (3.16)$$

где  $h_0$  – минимальная толщина прослойки при максимальном давлении;

$\varepsilon$  - амплитуда колебаний;

$\omega$  - частота колебаний;

$t$  – то же, что и в формуле (2.5).

Выразим из формулы (3.15) значение параметра  $V$ :

$$V = - \frac{\langle \dot{h}_0 \rangle \cdot \mu}{4 \cdot (\alpha + \beta)} \quad (3.17)$$

Тогда уравнение (3.8) примет вид:

$$P = A \cdot \frac{x}{h^2} - \langle \dot{h}_0 \rangle \cdot \frac{\mu}{4 \cdot (\alpha + \beta) \cdot h^2} \quad (3.18)$$

#### 4 Анализ влияния колебаний на распределение давления в смазочном слое

Проведем анализ распределения давления в масляной прослойке для различных смазочных материалов, скоростей, зазоров, амплитуд колебаний, чтобы найти критические режимы работы, при которых давление будет превышать допускаемые напряжения материалов.

##### 4.1 Моделирование процесса качения при постоянном значении вязкости

Для исследования возьмем шариковый радиальный однорядный подшипник №209 легкой серии диаметров 2, узкой серии ширины 0, обладающий согласно ГОСТ 8338-75 [3] и ГОСТ 3722-2014 [9], геометрическими параметрами, перечисленными в таблице 1.

Таблица 1 – Геометрические параметры подшипника №209

Наименование подшипника	Номинальный диаметр отверстия внутреннего кольца $d$ , мм	Номинальный диаметр наружной цилиндрической поверхности наружного кольца $D$ , мм	Номинальная ширина подшипника $B$ , мм	Номинальная координата монтажной фаски $r$ , мм	Диаметр тела качения $D_w$ , мм
№209	45	85	19	2	12,7

Для расчета по данной модели необходимо использовать коэффициент динамической вязкости жидкости. Его можно вычислить по формуле (2.2) исходя из данных таблицы 2, в которой перечислены характеристики нескольких промышленных масел.

Таблица 2 – Характеристики выбранных индустриальных масел

Наименование	Кинематическая вязкость, мм <sup>2</sup> /с	Плотность при 20°, кг/м <sup>3</sup>
И-5А	6-8	870
И-12А	10-14	880
И-40А	61-75	900

Зададим данные в программном пакете Mathcad. В качестве исходных параметров примем:

а) относительную амплитуду колебаний  $\varepsilon = 0.1$ ;

б) частоту колебаний  $\omega = 20$  Гц;

в) масло И-12А с коэффициентом динамической вязкости, рассчитанным по формуле (2.2):

$$\mu = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 880 = 10560 \text{ Па}\cdot\text{с} \quad (4.1)$$

г) минимальную толщину прослойки при максимальном давлении

$$h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

д) параметры кривизны поверхностей, рассчитанные по формулам (4.2) и (4.3):

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_w}, \quad (4.2)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_w} \quad (4.3)$$

где  $R_w$  - радиус тела качения.

Данные параметры будут равны следующему значению:

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6,35 \cdot 10^{-3}} = 78,74$$

е) скорости, равные  $V = 0,5; 1$  и  $1,5$  м/с.

Зададим в Mathcad формулу давления (3.18), которая будет зависеть от трех переменных –  $x, y, t$ . Для поиска функции максимального давления примем поперечную координату  $y$  равной нулю, а для продольной координаты  $x$  и времени  $t$  возьмем шаги  $i = 0..100$  и  $j = 0..100$ , соответственно. Также, умножим данные шаги на следующие нормировки:

$$hx = 1 \cdot 10^{-6},$$

$$ht = 1 \cdot 10^{-2}$$

Исходя из формул (4.4) и (4.5) получим функцию максимального давления.

$$P_{i,j} = P(i \cdot hx, 0, j \cdot ht), \quad (4.4)$$

$$P_{\max_j} = \max (P_0^{(j)}) \quad (4.5)$$

Построим график максимального давления для заданных параметров от времени.

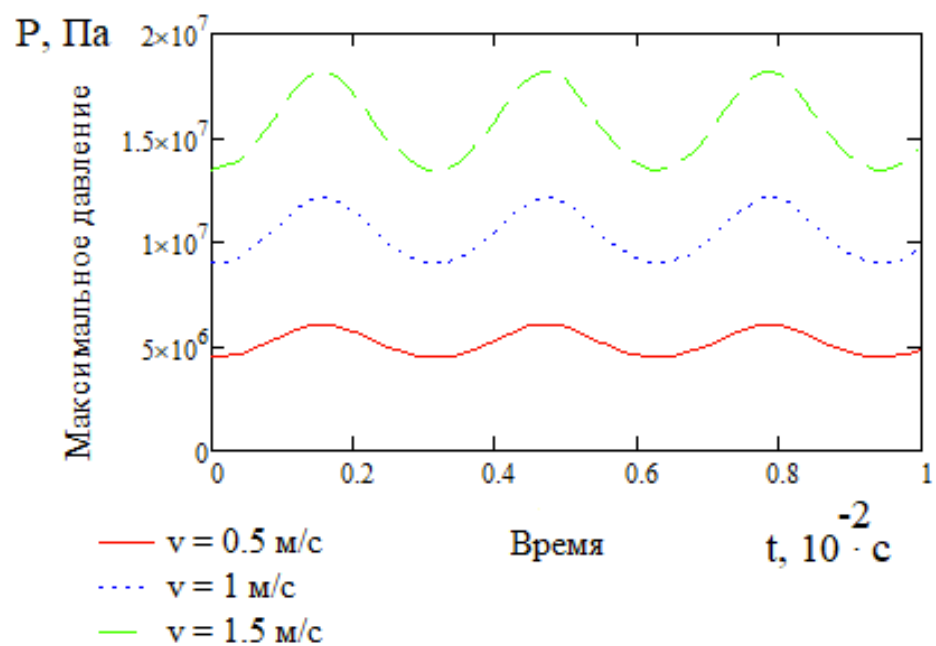


Рисунок 3 – график максимального давления от времени при  $\varepsilon = 0,1$

Исходя из графических данных, полученных на рисунке 1, инструментом «трассировка» в Mathcad найдем значения различных фаз – максимальной, средней и минимальной. Первый максимум функции достигается при 16 секундах, среднее значение – при 24 секундах, минимум – при 32.

Также, построим график распределения давления от координаты  $x$  для данных фаз при скорости  $V = 0,5$  м/с.

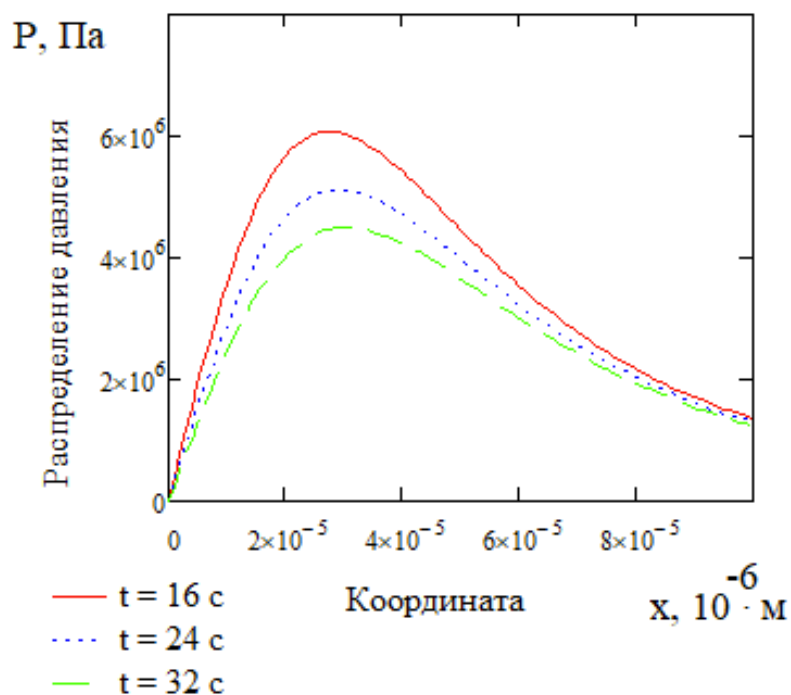


Рисунок 4 – распределение давления вдоль направления качения шара при различных фазах для скорости  $V = 0,5 \text{ м/с}$

Максимальное значение давления для скорости  $V = 0,5 \text{ м/с}$  составляет 6,07 МПа, минимальное 4,497 МПа. При времени в 24 секунды значение давления составляет 5,11 МПа. Сравним эти значения в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение значений максимального давления для различных фаз

Фаза	Значение максимального давления, МПа	Разница в сравнении с значением минимальной фазы, %
Максимальная, $t = 16 \text{ с}$	6,07	34,9
Средняя, $t = 24 \text{ с}$	5,11	13,6
Минимальная, $t = 32 \text{ с}$	4,497	0

Максимальная фаза соответствует наиболее близкому положению шара к дорожке качения при колебаниях шара. По значениям давления в максимальных фазах стоит оценивать напряжения и деформацию.

Как показывает таблица 3, разница в максимальном давлении для самого щадящего режима работы, поставленного в рамках данного эксперимента, при различных положениях шара во время колебаний составляет 34,9%

Чтобы наглядно рассмотреть этот процесс, обратимся к графикам 5 и 6, показывающих распределение изобар давления в масляной прослойке. Для построения данных графиков зададим функцию давления (3.18) с необходимыми значениями времени, и для каждой из координат возьмем шаг от 0 до 100 с нормировками – для координаты  $x$  примем  $1 \cdot 10^{-5}$ , для координаты  $y$  примем  $-9,8 \cdot 10^{-4}$ . Для построения воспользуемся инструментом «Линии уровня».

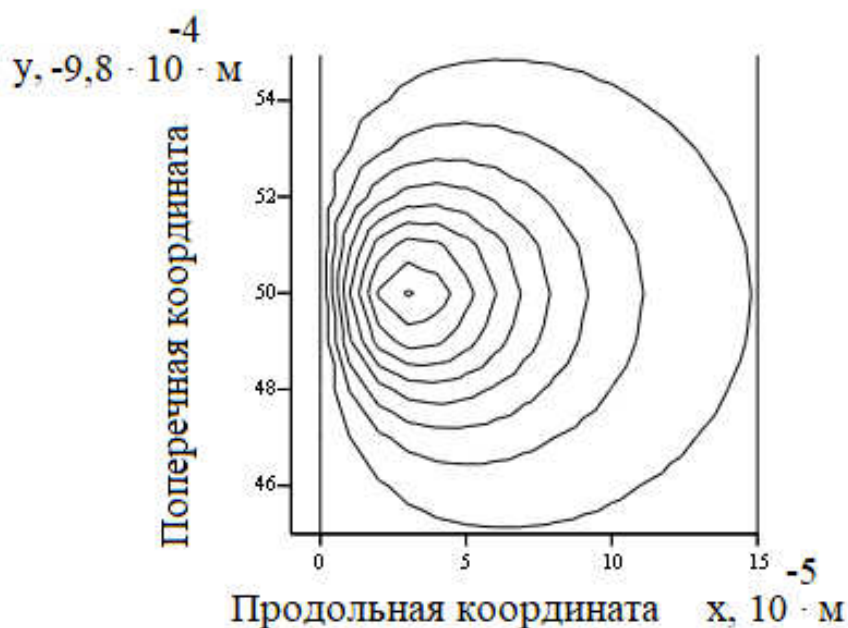


Рисунок 5– изобары в масляной прослойке при качении шара при времени  $t = 16$  секунд



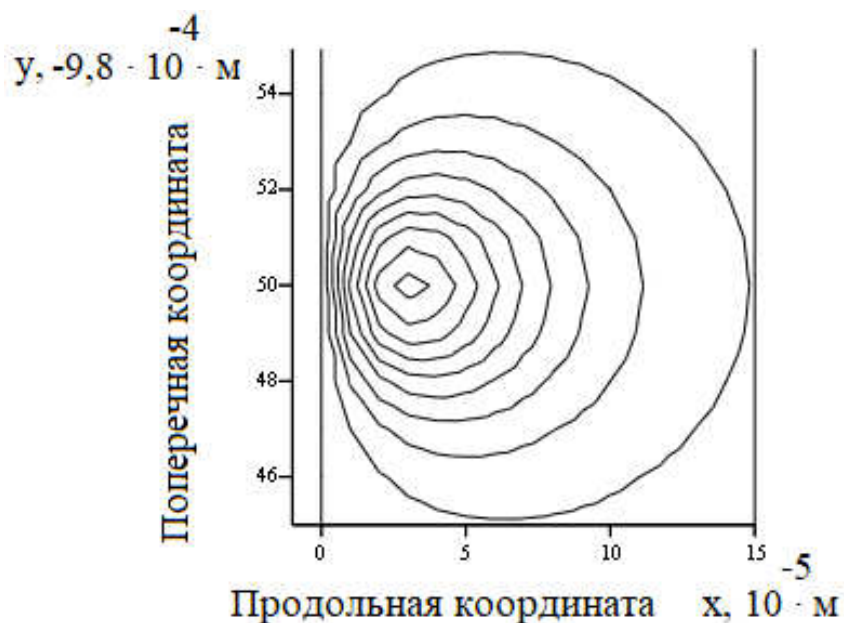


Рисунок 6— изобары в масляной прослойке при качении шара при времени  $t = 32$  секунды

Для моделирования более тяжелых режимов работы ограничимся неким максимальным значением скорости. Для этого найдем предельную частоту вращения по формуле (4.6) исходя из ГОСТ 20918-75 [10]. Под предельной частотой вращения подразумевается частота, при превышении которой не гарантируется номинальная долговечность.

$$n_{\text{пр}} = \frac{(d_m \cdot n) \cdot k}{d_m} \quad (4.6)$$

где  $n_{\text{пр}}$  - предельная частота вращения,  $\text{с}^{-1}$ ;

$d_m \cdot n$  - скоростной параметр, равный для радиальных однорядных подшипников качения с жидкой смазкой  $5,5 \cdot 10^5 \text{ мм} \cdot \text{мин}^{-1}$ ;

$k$  - коэффициент, учитывающий влияние воспринимаемой подшипником нагрузки по величине долговечности, для подшипника данного диаметра, независимо от значения долговечности, будет равен 0,97;

$d_m$  - диаметр окружности, проходящей через центры тел качения.

Найдем численное значение предельной частоты:

$$n_{\text{пр}} = \frac{5,55 \cdot 10^5 \cdot 0,97}{65} = 8207,69 \text{ мин}^{-1} = 136,78 \text{ с}^{-1}$$

Зная предельную частоту можно найти предельную скорость при стационарном режиме работы по формуле (4.7).

$$V = 2 \cdot \pi \cdot n_{\text{пр}} \cdot R_w \quad (4.7)$$

где  $n_{\text{пр}}$  – то же, что и в формуле (4.6);

$R_w$  - радиус тела качения, м.

Рассчитаем предельную скорость численно:

$$V = 2 \cdot 3,14 \cdot 136,78 \cdot \frac{12,7}{2} \cdot 10^{-3} = 5,45 \text{ м/с}$$

Скорость, при которой будет сохраняться номинальная долговечность, для нестационарного режима работы будет значительно меньше данного числа. Однако, существует вероятность возникновения ситуации, когда подшипник будет работать при колебаниях со скоростью выше рассчитанной формулой (4.7), например, вследствие какой-либо расчетной ошибки. Поэтому, также будем рассматривать эксперименты с скоростями 2, 3, 4, 5 и 7,5 м/с.

В статье Капицы, с ссылкой на справочник 1951 года «Подшипники качения» авторства Р. Д. Бейзельмана и Б. В. Цыпкина, сказано, что в радиальных шариковых подшипниках допускаются напряжения до 50000 кг/см<sup>2</sup>. Однако, до-

пускаемые напряжения напрямую связаны с материалом, его физико-механическими свойствами, составом и термообработкой, и, следовательно, могут значительно варьироваться.

Согласно справочнику [11] допускаемые напряжения на смятие (при переменной пульсирующей нагрузке) материалов, которые преимущественно используются для изготовления подшипников качения, имеют значения, указанные в таблице 4.

Таблица 4 – Допускаемые напряжения материалов

Наименование	ГОСТ	Термообработка.	Допускаемые напряжения на смятие, МПа
ШХ15	801-78	Отжиг (О)	215,6
		Закалка с охлаждением в масле, средняя твердость 62HRC (M62)	509,6
12ХН3А	4543-71	Улучшение (У)	294
		Закалка с нагревом токами высокой частоты, средняя твердость 59HRC (ТВЧ59)	372,4
18ХГТ	4543-71	Нормализация (Н)	254,8

Продолжение таблицы 4

18ХГТ	4543-71	Цементация и закалка с охлаждением в масле, средняя твердость 59HRC (Ц-М59)	352,8
20Х2Н4А	4543-71	Закалка с нагревом токами высокой частоты, средняя твердость 59HRC (ТВЧ59)	254,8
		Цементация и закалка с охлаждением в масле, средняя твердость 59HRC (Ц-М59)	401,8
		Закалка с охлаждением в масле (М)	490

Рассмотрим режимы работы того же подшипника, варьируя смазочный материал, минимальный зазор, скорость, амплитуду колебаний и сведем значения максимальных давлений в таблицах 5-11. Также рассмотрим влияние увеличения амплитуды колебаний на максимальное давление для того же эксперимента на графиках 7 и 8.

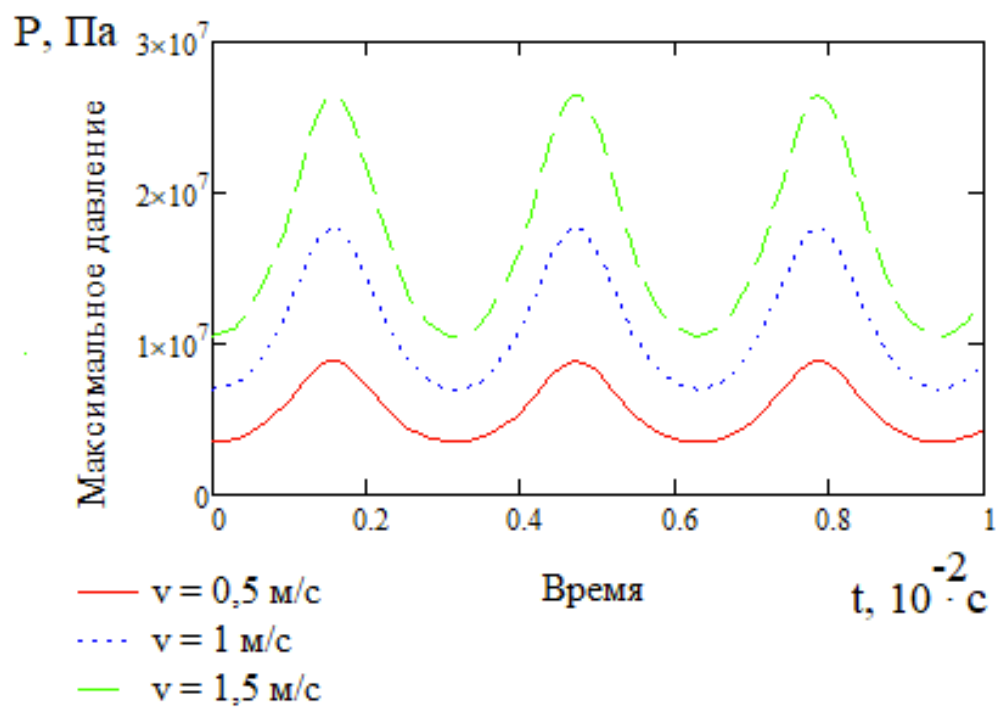


Рисунок 7 – график максимального давления от времени при  $\epsilon = 0,3$

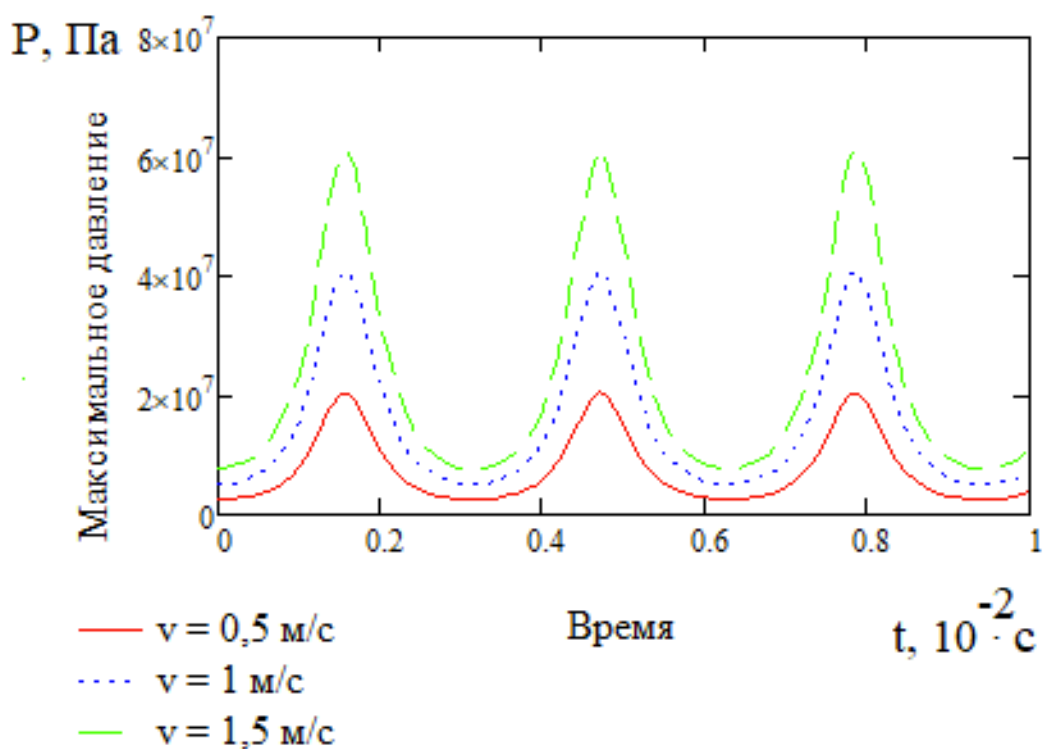


Рисунок 8 – график максимального давления от времени при  $\epsilon = 0,6$

Таблица 5 – Значения максимального давления для масла И-12А при амплитуде  $\varepsilon = 0,1$

Скорость V, м/с	Максимальное давление P, МПа		
	Минимальный зазор $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ м
0,5	6,07	17,15	48,50
1	12,12	34,29	96,87
1,5	18,19	51,44	145,5
2	24,25	68,59	194,01
3	36,38	102,89	291,01
4	48,50	137,18	388,01
5	60,63	171,48	485,02
7,5	90,94	257,22	727,52

Исходя из данных, указанных в таблицах 4 и 5, можно судить, что при значениях минимального зазора  $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$  м максимальные давления не превышают допускаемых напряжений даже при скоростях заведомо больших предельной. Также, можно сказать, что при значениях зазора  $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$  м, допустим, при скорости 4 м/с деформация не будет появляться только у материала ШХ15 с обработкой М62 и 20Х2Н4А с обработками Ц-М59 и М.

Таблица 6 - Значения максимального давления для масла И-12А при амплитуде  $\varepsilon = 0,3$

Скорость V, м/с	Максимальное давление P, МПа		
	Минимальный зазор $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ м
0,5	8,82	24,95	70,58
1	17,64	49,9	141,15
1,5	26,47	74,86	211,73
2	35,29	99,81	282,31
3	52,93	149,72	423,46
4	70,58	199,62	564,62
5	88,22	249,53	705,77
7,5	132,33	372,29	1058,7

Таблица 7 - Значения максимального давления для масла И-12А при амплитуде  $\varepsilon = 0,6$

Скорость V, м/с	Максимальное давление P, МПа		
	Минимальный зазор $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ м
0,5	20,41	57,75	163,28
1	40,82	115,5	326,55
1,5	61,23	173,25	489,83
2	81,64	231	653,1
3	122,46	346,5	979,66
4	163,28	462	1306,2

Продолжение таблицы 7

5	204,09	577,5	1632,8
7,5	306,14	866,25	2449,1

Таблица 8 - Значения максимального давления для масла И-5А при амплитуде  $\varepsilon = 0,1$

Скорость V, м/с	Максимальное давление P, МПа		
	Минимальный зазор $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ м
0,5	3,49	9,89	27,97
1	6,99	19,78	55,94
1,5	10,49	29,67	83,91
2	14	39,59	112,02
3	21	59,39	168,04
4	28	79,19	224,05
5	35	98,99	280,06
7,5	52,51	148,48	420,09

Таблица 9 - Значения максимального давления для масла И-5А при амплитуде  $\varepsilon = 0,3$

Скорость V, м/с	Максимальное давление P, МПа		
	Минимальный зазор $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ м
0,5	5,09	14,39	40,7



Продолжение таблицы 9

1	10,17	28,78	81,4
1,5	15,26	43,17	122,11
2	20,39	57,69	163,18
3	30,59	86,54	244,78
4	40,79	115,39	326,37
5	50,99	144,24	407,96
7,5	76,49	216,36	611,94

Таблица 10 - Значения максимального давления для масла И-5А при амплитуде  $\varepsilon = 0,6$

Скорость V, м/с	Максимальное давление P, МПа		
	Минимальный зазор $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ м
0,5	11,77	33,30	94,16
1	23,54	66,61	188,32
1,5	35,31	99,91	282,49
2	47,08	133,22	376,65
3	70,62	199,83	564,97
4	94,16	266,44	753,3
5	117,7	333,05	941,62
7,5	176,55	499,57	1412,4

Таблица 11 - Значения максимального давления для масла И-40А при амплитуде  $\varepsilon = 0,1$

Скорость V, м/с	Максимальное давление P, МПа		
	Минимальный зазор $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$ м	Минимальный зазор $h_0 = 0,05 \cdot 10^{-6}$ м
0,5	35,65	100,84	285,22
1	71,31	201,68	570,45
1,5	106,96	302,52	855,67
2	140,72	397,9	-
3	211,08	596,85	-
4	281,44	795,8	-
5	351,8	994,76	-
7,5	527,7	1492,1	-

Дальнейшие эксперименты при повышении амплитуды колебаний с маслом И-40А для данного подшипника будут эффективны только для малых скоростей и минимального зазора  $h_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}$  м. Исходя из этого, можно сделать вывод, что сочетание подшипника №209 и смазочного материала в виде индустриального масла И-40А малоэффективно при нестационарных режимах работы.

Проанализировав данные таблицы можно заметить, что максимальное давление увеличивается при:

- а) Увеличении скорости;
- б) Уменьшении минимального зазора;
- в) Увеличении вязкости смазочного материала;
- г) Увеличении амплитуды.

## 4.2 Моделирование процесса качения при значении вязкости, зависящей от давления

Для большего приближения математической модели к реальным условиям можно воспользоваться уравнением Баруса (4.8), где коэффициент вязкости экспоненциально зависит от давления.

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{\gamma \cdot P} \quad (4.8)$$

где  $\gamma$  - пьезо-коэффициент смазочного материала, равен  $0,003 \cdot 10^{-5}$ ;

$\mu_0$  - постоянное табличное значение коэффициента вязкости;

$\mu$  - то же, что и в формуле (2.1);

$P$  – то же, что и в формуле (2.7).

Давление с учетом пьезо-коэффициента находится по формуле (4.9).

$$P_{\gamma} = -\frac{1}{\gamma} \cdot \ln [1 - P \cdot \gamma] \quad (4.9)$$

где  $P_{\gamma}$  - давление в смазочном слое с учетом пьезо-эффекта;

$\gamma$  - то же, что и в формуле (4.8);

$P$  – то же, что и в формуле (2.7).

Построим график максимального давления для заданных параметров от времени.

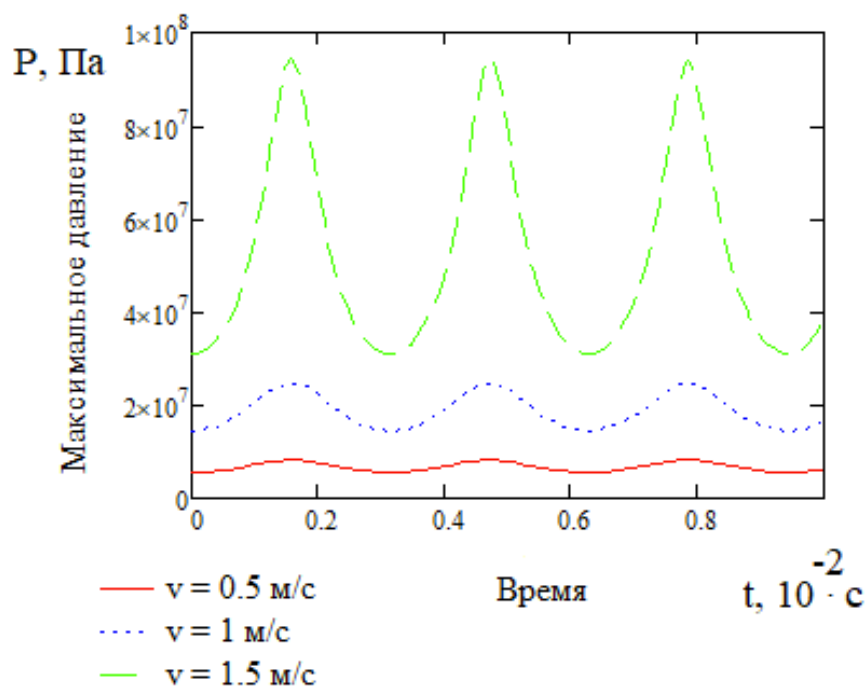


Рисунок 9 – график максимального давления с учетом пьезо-эффекта от времени при  $\varepsilon = 0,1$

Также, построим график распределения давления от координаты x для данных фаз при скорости  $V = 0,5$  м/с.

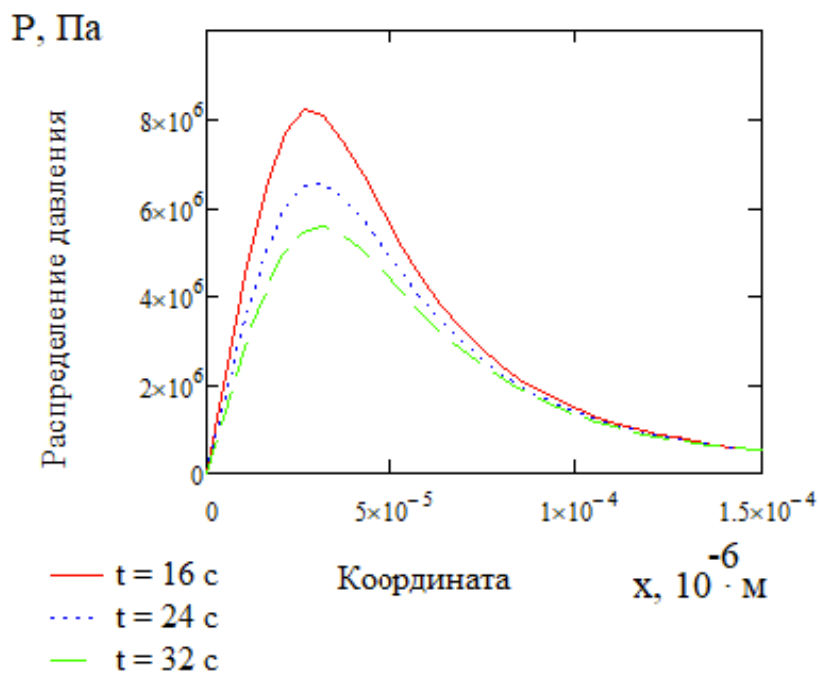


Рисунок 10 – распределение давления с учетом пьезо-эффекта вдоль направления качения шара при различных фазах для скорости  $V = 0,5$  м/с

Максимальное значение давления с учетом пьезо-эффекта для скорости  $V = 0,5$  м/с составляет 8,2 МПа, минимальное 5,58 МПа. При времени в 24 секунды значение давления составляет 6,53 МПа. Сравним эти значения в таблице 12.

Таблица 12 – Сравнение значений максимального давления для различных фаз

Фаза	Значение максимального давления с учетом пьезо-эффекта, МПа	Разница в сравнении с значением минимальной фазы, %
Максимальная, $t = 16$ с	8,2	46,95
Средняя, $t = 24$ с	6,53	17,02
Минимальная, $t = 32$ с	5,58	0

Также, сравним значения максимального давления из таблиц 3 и 12 с другом.

Таблица 13 – Сравнение значений максимального давления для различных фаз

Фаза	Значение максимального давления при постоянной вязкости, МПа	Значение максимального давления с учетом пьезо-эффекта, МПа	Разница увеличения максимального давления с учетом пьезо-эффекта, %
Максимальная, $t = 16$ с	6,07	8,2	35,09

Продолжение таблицы 13

Средняя, t = 24 с	5,11	6,53	27,79
Минимальная, t = 32 с	4,497	5,58	24,08

Согласно данным таблицы 13, можно сделать вывод, что учет пьезо-эффекта увеличивает значения максимального давления в среднем на треть.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана модель колебательных процессов при качении шара в подшипнике качения, позволяющая варьировать различные рабочие параметры, отслеживая опасные значения давления.

Произведено сравнение распределения давления при постоянной вязкости и с учетом пьезо-коэффициента.

Проанализировано влияние различных параметров на работу подшипника. В частности, для снижения давления от тела качения на дорожку необходимо:

- а) Увеличить минимальный зазор;
- б) Уменьшить скорость;
- в) Уменьшить амплитуду колебаний;
- г) Произвести выбор масла, наиболее пригодного для данного режима работы.

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		39

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Перель Л.Я. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор: справочник / Л.Я. Перель. – М.: Машиностроение, 1983. – 543 с.
2. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3-х т: Т. 2 – 8-е изд., перераб. и доп. под ред. И. Н. Жестковой. – М.: Машиностроение, 2001. – 912 с.
3. ГОСТ 8338-75. Подшипники шариковые радиальные однорядные. Основные размеры (с изменением N 1). [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/gost-8338-75>
4. Капица П. Л. Гидродинамическая теория смазки при качении: статья / П. Л. Капица. –Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1955. – Т.25- 747 с.
5. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/gost-21354-87>
6. Русов В. А. Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам / В.А. Русов. – Пермь, 2012. – 252 с.
7. Слэзкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости / Н. А. Слэзкин - Москва: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. — 521 с.
8. Ольховский И.И. Курс теоретической механики для физиков. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Московского университета, 1974. – 569 с.
9. ГОСТ 3722-2014. Подшипники качения. Шарикоподшипники стальные. Технические условия. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/1200112859>

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		40



10. ГОСТ 20918-75. Подшипники качения. Метод расчета предельной частоты вращения. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/gost-20918-75>

11. Горский А. И. Определение допускаемых напряжений при расчетах на прочность: науч. изд. / А. И. Горский, Е. Б. Иванов-Эмин, А.И. Кореновский. – Москва: НИИМАШ, 1974. – 80 с.

					<i>БР-15.03.03 ПЗ</i>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		<i>41</i>

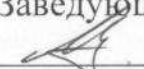
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 А.Е. Митяев  
подпись

« 13 » июня 2018 г.

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

15.03.03 Прикладная механика

**Моделирование колебательных процессов в подшипниках  
качения**

Пояснительная записка

Руководитель

 13.06.18 профессор, д. ф.-м. н.  
подпись, дата должность, ученая степень

Н.В. Еркаев

Выпускник

  
подпись, дата

Н.С. Кадочникова

Нормоконтролер

 доцент, к.т.н.  
подпись, дата должность, ученая степень

А.Е. Митяев

Красноярск 2018