УДК 514.12:622

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ФРАКТАЛОВ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ

Овчинников А.В.
научный руководитель канд.физ.-мат.наук, доцент Терещенко Ю.А.
Сибирский Федеральный университет

На сегодняшний день трудно не найти прикладных задач, которые бы решались с помощью применения фракталов. Они отлично себя зарекомендовали в таких науках как компьютерная графика, информатика, физика... А в последнее время они стали совсем не заменимы в экономике.

Многие данные, полученные экспериментальным путем, обладают элементами фрактальности. Поэтому наиболее приемлемым способом анализа эмпирических данных является фрактальный анализ. Одним из самых перспективных направлений фрактального анализа является изучение изменения во времени такой характеристики, как фрактальная размерность D_0.

Существует несколько способов определения фрактальной размерности:

1) клеточный способ. Когда график накрывают серией клеток и определяют фрактальную размерность, исходя из поэтапного изменения размеров клеток;

2) R/S метод. Суть заключается в анализе размаха параметра (наибольшим и наименьшим значением на изучаемом отрезке) и среднеквадратичного отклонения;

3) способ, основанный на изменении длины кривой в зависимости от масштаба. Если кривая является фрактальным объектом, то ее длина при уменьшении масштаба увеличивается как степенная функция.

Исторически сложилось так, что первой прикладной задачей, которую помогли решить фракталы, была задача о длине береговой линии. С трудностями при измерении которой, столкнулся в начале прошлого века английский гидромеханик Ричардсон. Было замечено, что при увеличении масштаба длина ломаной резко возрастает. Причина состоит в том, что при измерении длины береговой линии, используется определенная совокупность отрезков, которых, при увеличении масштаба, оказывается недостаточно, чтобы описать берег в полной мере. Была выведена формула для расчёта длины береговой линии, которая не стремится к конечному пределу, а увеличивается по степенному закону, установленному Ричардсоном:

$$L(l) \sim \alpha \cdot l^{1-D_0},$$

где D_0 – и есть фрактальная размерность, α – некоторый коэффициент.

Закон был установлен на основе статистических данных длин побережья Великобритании, определенных при различных масштабах. Для подсчёта береговой линии, берег покрывался квадратными ячейками, со стороной l.

Нужно отметить, что фракталы являются малоизученной областью математики. Все сведения, относящиеся к тематике данного толка, не имеют под собой единой научной базы. Поэтому задача анализа этих объектов и построение цельной фрактальной теории является первостепенной. Приоритетной задачей в этом направлении является анализ т.н. фрактальной размерности, получившей широкое прикладное значение. Вообще говоря, существуют различные виды размерностей. Размерность фазового пространства n соответствует количеству переменных, определяющих состояние динамической системы (ДС). Если математическая модель ДС задана в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, то n определяется числом данных уравнений

$$\frac{d\overline{x}}{dt} = \overline{F}(\overline{x},\overline{\mu}), \overline{x} \in R^n, \overline{\mu} \in R^k.$$

Чтобы охарактеризовать некоторое множество S в пространстве R^n, можно воспользоваться топологической размерностью – d_t. Она равна минимальному количеству параметров, которое необходимо указать, чтобы обозначить положение точки на множестве S. Величина d_t (так же, как и n) принимает только положительные целые значения. Если речь идет о линии, то $d_t = 1$, для поверхности $d_t = 2$ и т.д.

Другое определение размерности было предложено немецким ученым Феликсом Хаусдорфом. Пусть S – некоторое множество в пространстве R^n. Предположим, что мы покрываем данное множество кубиками $\{B_i\}$ с величиной ребра, не превышающей некоторое значение l. При этом, каждая точка множества S должна обязательно попасть в тот или иной кубик. Тогда мера Хаусдорфа $L_\delta(S) = \lim_{l\to 0} \inf_{K(l)} \sum_{B_i \in K(l)} |B_i|^\delta$. Здесь *inf* – минимальное значение (нижняя грань) по всем возможным покрытиям $K(l)$ множества S кубиками $\{B_i\}$; $|B_i|$ – величина ребра кубика ($|B_i|<l$). Указанный предел зависит от параметра δ. Размерность Хаусдорфа d_H представляет собой такое значение δ, при котором величина $L_\delta(S)$ является конечной.

$$\begin{cases} d > d_H(S) \Rightarrow L_\delta(S) = 0, \\ d < d_H(S) \Rightarrow L_\delta(S) = +\infty. \end{cases}$$

Согласно данному определению, d_H может принимать нецелые значения. В общем случае, если размерность является нецелой, ее называют фрактальной или размерностью Хаусдорфа. Хотя понятие размерности Хаусдорфа хорошо определено с точки зрения математики, ее чрезвычайно сложно вычислить. Поэтому обычно используют более «практичные» определения фрактальных размерностей.

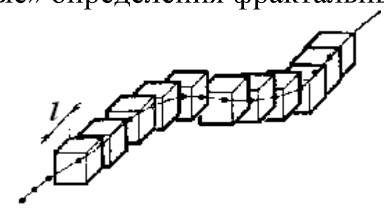


Рис.1. Покрытие отрезка линии кубиками размера l

Одним из таких «практичных» определений размерности является емкость (или емкостная размерность D).

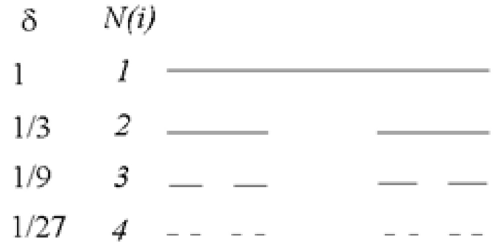
Пусть S – некоторое множество в пространстве R^n, которое покрывается кубиками размера l (рис.1). Если обозначить через $N(l)$ число кубиков, необходимых для покрытия всего множества, то емкость представляет собой предел следующего вида:

$$D_0 = \lim_{l\to 0} \frac{\ln N(l)}{\ln(1/l)}.$$

Эта величина характеризует, как меняется число элементов покрытия при изменении l: $N \sim l^{-D_0}$. Если в качестве S рассматривается единственная точка, то $N(l)=1$ и не зависит от l, то $N \sim l^0 \to D_0 = 0$. Если анализируется отрезок линии длины L, то $N(l) = \frac{L}{l} \sim l^{-1} \to D_0 = 1$. Для поверхности площади P: $N(l) = \frac{P}{l} \sim l^{-2} \to D_0 = 2$.

Во всех этих случаях емкость D_0 совпадает с топологической размерностью d_T и является целым числом. В качестве примера объекта с дробной размерностью D_0 (т.е.

фрактального объекта) рассмотрим Канторово множество. Процедура его построения состоит в следующем. Берется отрезок единичной длины [0, 1]; разбивается на 3 равные



части, средняя из которых выбрасывается. В результате, на первом шаге процедуры построения Канторова множества мы получаем два отрезка [0, 1/3] и [2/3, 1] длины l=1/3 (рис.2).

Рис.2. Этапы построения Канторова множества

На следующем шаге каждый из этих отрезков вновь разбивается на 3 равные части, и опять выбрасывается средняя часть. Такая процедура продолжается со всеми оставшимися отрезками. Если для покрытия множества на некотором шаге k используются кубики с величиной ребра $l = \frac{2}{3^k}$, то необходимое количество кубиков составит $N(l) = 2k$. Таким образом, фрактальная размерность Канторова множества численно равна $D_0 = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\ln 2^k}{\ln 3^k} = \frac{\ln 2}{\ln 3} \approx 0{,}63$. Если говорить о геометрии объекта, то Канторово множество есть нечто большее, чем точка (для которой D_0 =0), но нечто меньшее, чем интервал (D_0=1). Для этого множества емкость совпадает с размерностью Хаусдорфа $D_0=d_H$, но не совпадает с топологической размерностью (d_T=0). В общем случае справедливо неравенство: $d_T<d_H<D_0$

Оглядываясь на нефтегазовый комплекс наук, можно заметить, что здесь успехи применения фракталов совсем не значительные. Большинство специалистов-нефтяников вообще не слышали о них. Может поэтому и столь скромный, по сравнению с возможным, процент извлекаемой нефти из наших недр? Поэтому поиск возможного применения фракталов в нефтегазовой отрасли является актуальной задачей на сегодняшний день. В работе предложены некоторые возможные области и направления применения фракталов.

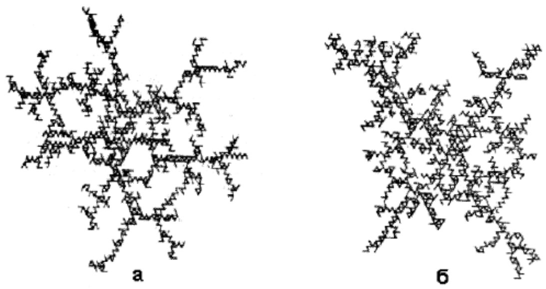
Фрактальная размерность, является показателем сложности кривой. Анализируя чередование участков с различной фрактальной размерностью и тем, как на систему воздействуют внешние и внутренние факторы, можно научиться предсказывать поведение системы. И что самое главное, диагностировать и предсказывать нестабильные состояния.

Типичным примером фрактальных кривых могут служить графики распределения объемов добычи флюида по времени. Данное направление применения фракталов было подробно рассмотрено в статье Быкова И.Н. «Исследование фонда добывающих газовых скважин Вой-Вожского месторождения с применением фрактального анализа» (УГТУ, г. Ухта). Для расчета фрактальной размерности кривых дебита скважин применялся третий способ (изменение длины кривой в зависимости от масштаба). Измерение ломанной, описывающей динамику добычи, производилось вручную с помощью циркуля, шаг которого последовательно изменялся от 10 до 2 мм. По результатам расчетов было определено, что значения фрактальной размерности ломаной линии, описывающей распределение объемов добычи флюида по времени, лежат в интервале от 1,003 до 1,38 и колеблются в зависимости от выбранного масштаба и стадии разработки (большие на начальной стадии с последующим уменьшением).

Дальнейший анализ кривых выявил три характерных режима работы скважин. На основании полученных данных был построен график зависимости D_0 от t, из которого стало ясно, что каждому режиму работы скважины соответствует свой интервал фрактальной размерности (режим максимальных дебитов – до 1,25-1,23; режим резкого снижения дебитов – 1,23-1,13; режим стабильно низких дебитов – менее 1,13). Полученные данные дают возможность использования фрактальной размерности Хаусдорфа, в качестве инструмента оперативного контроля и прогнозирования дебитов добывающих газовых скважин.

Фракталы нашли свое применение и в описании процесса разрушения горных пород. В частности, был проанализирован популярный в наши дни метод увеличения добычи нефти «гидроразрыв пласта» (ГРП). Суть заключается в создании трещины в коллекторе (нефтегазосодержащем пласте) посредством закачки воды под большим давлением, что приводит к дальнейшему развитию трещин, по которым планируется приток флюида из более продуктивных участков к скважине.

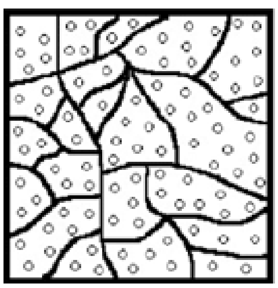
Изучив процессы разрушения горных пород, был сделан вывод, что результатом является разветвленная система трещин (т.е. процесс нелинейный и закон Гука не действует). (Изучение процесса разрушения ГП было представлено в учебном пособии Вадковского В.Н. и Захарова В.С. «Динамические процессы в геологии: первое знакомство с нелинейными системами»). Эксперименты проводились с двумя видами



деформаций – растяжение и сдвиг, распространенных в природе и являющимися результатом применения ГРП (рис.3).

Рис.3. Фрактальность трещин при: а – растяжении б – сдвиге

Удивительно то, что конфигурации трещин в обоих случаях имели фрактальную структуру с одинаковой размерностью 1,62-1,64. (В дальнейшем исследования проводились на компьютерной модели разрушения ГП, основанной на теории фракталов). Оказалось, вероятнее всего предположить, что трещины окружат куски



цельной породы, по которым будет постоянно циркулировать вода и таким образом блокировать выход нефти из них в проточную часть коллектора (рис.4).

Рис.4. Части коллектора, в которых блокирован выход нефти в проточную часть

В итоге на месторождениях наблюдается кратковременный эффект увеличения добычи, но который ведет к консервированию нефтесодержащих частей горной породы. Таким образом, применив фрактальный подход к описанию процесса разрушения горных пород, можно сделать вывод о неоднозначности метода ГРП, являющегося одним из самых востребованных методов увеличения нефтеотдачи пласта в России.