УДК 517.9

ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ ФУНКЦИЙ ИСТОЧНИКА ДЛЯ СИСТЕМЫ СОСТАВНОГО ТИПА

Копылова В. Г.,
научный руководитель д. физ.-мат. наук, профессор Белов Ю. Я.
Сибирский федеральный университет

В работе решена задача идентификации функции источника одномерной параболо-эллиптической системы уравнений второго порядка.

Рассмотрена система уравнений, полученная из системы, в которой в эллиптическое уравнение добавлена производная по времени, содержащая малый параметр $\varepsilon > 0$.

В полосе $G_{[0,T]} = \{(t,x)|\ 0 \le t \le T, x \in E_1\}$ рассматривается задача определения функций $(u^\varepsilon(t,x), v^\varepsilon(t,x), g^\varepsilon(t))$ удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} u_t^\varepsilon(t,x) + a_{11}(t)u^\varepsilon(t,x) + a_{12}v^\varepsilon(t,x) = \mu_1 u_{xx}^\varepsilon(t,x) + g^\varepsilon(t)f(t,x), \\ \varepsilon v_t^\varepsilon(t,x) + a_{21}(t)u^\varepsilon(t,x) + a_{22}v^\varepsilon(t,x) = \mu_2 v_{xx}^\varepsilon(t,x) + F(t,x), \end{cases} \tag{1}$$

$\varepsilon - const, \varepsilon \in (0,1]$,
начальным условиям

$$u^\varepsilon(0,x) = u_0(x), \quad v^\varepsilon(0,x) = v_0(x), \tag{2}$$

и условию переопределения

$$u^\varepsilon(t,x^0) = \varphi(t), \quad \varphi \in C^2[0,T], \tag{3}$$

где $\varphi(t)$- заданная функция на $[0,T]$.

В (1) коэффициенты $\alpha_{ij}(t)$, $i = 1,2$, $j = 1,2$, заданы на отрезке $[0,T]$, функции $f(t,x)$, $F(t,x)$ заданы в $G_{[0,T]}, \mu_1, \mu_2 = const > 0$.

Предположим выполнение следующих условий:

- условия согласования

$$u_0(x^0) = \varphi(0);$$

- функции $\alpha_{ij}(t), i = 1,2,\ j = 1,2$ непрерывно дифференцируемы на отрезке $[0,T]$:

$$\alpha_{ij}(t) \in C[0,T], \qquad i = 1,2, \qquad j = 1,2;$$

- матрица

$$A(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{pmatrix}$$

порождает симметрическую и коэрцитивную билинейную форму: $a(t,\xi,\chi) = (A(t)\xi,\chi)$:

$$a(t,\xi,\chi) = a(t,\chi,\xi), \qquad \forall \xi,\chi \in E_2,$$
$$a(t,\xi,\xi) \ge \kappa|\xi|^2 \quad \forall \xi = (\xi_1,\xi_2) \in E_2, \qquad t \in [0,T], \qquad \kappa > 0 - const.$$

Относительно входных данных предполагаем, что они достаточно гладкие, имеют все непрерывные производные, входящие в следующие ниже соотношения и удовлетворяют им:

$$|a_{ij}(t)| \le C, \qquad i = 1,2, \qquad j = 1,2,$$
$$\left|\frac{\partial^k}{\partial x^k} f(t,x)\right| + \left|\frac{\partial^k}{\partial x^k} F(t,x)\right| + \left|\frac{\partial^k}{\partial x^k} u_0(x)\right| + \left|\frac{\partial^k}{\partial x^k} v_0(x)\right| \le C, \qquad k = 0,\dots,p+6,$$

$$|\varphi(t)| \leq C, (t,x) \in G_{[0,T]}.$$

Предполагаем, что C - постоянная больше единицы, постоянная $p \geq 6$ - четное число.

В предположении достаточной гладкости входных данных:

- доказано существование достаточно гладкого решения $u^\varepsilon, v^\varepsilon, g^\varepsilon$ задачи (1)-(3) в $G_{[0,T]}$ при любом $\varepsilon > 0$;
- при условии периодичности и четности входных данных f, F, u_0, v_0 по x доказано существование достаточно гладкого решения задачи определения $u^\varepsilon, v^\varepsilon, g^\varepsilon$ в $\bar{Q}_T = [0,T] \times [0,l]$ при втором краевом условии
$$u_x^\varepsilon(t,0) = v_x^\varepsilon(t,0) = u_x^\varepsilon(t,l) = v_x^\varepsilon(t,l) = 0, \qquad t \in [0,T].$$

Список литературы:

1. Prilepko, A.I. Methods for Solving Inverse Problems in Mathematical Physics / A.I.Prilepko, D.G. Orlovsky, I.A. Vasin // New York, Marcel Dekkar, Inc., -1999.
2. Белов, Ю.Я. Метод слабой аппроксимации / Ю.Я.Белов, С.А.Кантор // Красноярск: КрасГУ. -1990.
3. Белов, Ю.Я. О задаче идентификации функции источника для одной полуэволюционной системы / Ю.Я. Белов // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. -2010. -Т.3. -С.487-499.
4. Вячеславова, П.Ю. Задача идентификации коэффициентов при младших членах в системе составного типа / П.Ю. Вячеславова, Р.В. Сорокин // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. -2009. -Т.2. -С.288-297.
5. Канторович, Л.В. Функциональный анализ / Л.В.Канторович, Г.П. Акилов // 2-е изд. перераб. М.: Наука. -1977.
6. Романов, В.Г. Обратные задачи для дифференциальных уравнений/ В.Г.Романов // Новосибирск: НГУ. -1978.
7. Сорокин, Р.В. О разрешимости одной обратной задачи для системы составного типа / Р.В. Сорокин, Т.Н. Шипина // Вычислительные технологии. -2003. -С.139-146.
8. Сорокин, Р.В. О стабилизации решения одной обратной задачи для системы составного типа / Р.В. Сорокин // Вестник Красноярского государственного университета. Серия: физ.-мат. науки. -2005. -С.167-178.
9. Яненко, Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики / Н.Н. Яненко // Новосибирск: Наука. -1967.