

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования

<СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ>

Институт математики и фундаментальной информатики
Кафедра алгебры и математической логики

На правах рукописи



Зотов Игорь Николаевич

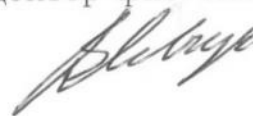
**ИЗОМОРФИЗМЫ И ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ
НИЛЬТРЕУГОЛЬНЫХ ПОДАЛГЕБР АЛГЕБР ШЕВАЛЛЕ
КЛАССИЧЕСКИХ ТИПОВ**

АННОТАЦИЯ

научно-квалификационной работы (диссертации)

по направлению: 01.06.01 - математика и механика,
специальности: 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел

Научный руководитель
доктор физ.-мат. наук, профессор



Левчук В.М.

Красноярск - 2018

В работе взаимосвязано исследуются элементарная эквивалентность и изоморфизмы нильтреугольных подалгебр алгебр Шевалле и ассоциированных унитарных подгрупп групп Шевалле.

Используемая терминология, связанная с группами лиева типа, в основном, берется из известных монографий Ж.-П. Серра [17], Р. Картера [23] и Р. Стейнберга [18]. Специальные обозначения касаются, как правило, скрученных групп. Терминология, связанная с общей теорией групп стандартна, и берется, например, из [5] и [19].

Зависимость элементарной эквивалентности и других модельных свойств линейных групп от свойств полей или колец коэффициентов, по-видимому, впервые стал изучать А.И. Мальцев. Соответствие между элементарными свойствами унитарной группы $UT(3, K)$ степени 3 с выделенными параметрами и кольца коэффициентов K с единицей (не обязательно ассоциативного) установлено в статье [12]. Согласно [13], элементарная эквивалентность групп G_n , $G = GL, PGL, SL$ или PSL , степеней $n \geq 3$ над полями нулевой характеристики переносится на поля коэффициентов.

Аналог теоремы А.И. Мальцева из [13] для случая первичных ассоциативных колец коэффициентов с $1/2$ устанавливали К.И. Бейдар, А.В. Михалев [20], а для групп Шевалле и их унитарных подгрупп над полями характеристики $\neq 2, 3 - K$. Видэла [34], А.В. Михалев, Е.И. Бунина и др., см. обзор [1]. Методы А.И. Мальцева развивали Ю.Л. Ершов, Б. Роуз, О.В. Белеградек, В.М. Левчук, Е.В. Минакова и др., [4] – [22]. Исследования теоретико-модельных свойств линейных групп и колец развивались с 70-х годов в тесной связи с теорией изоморфизмов.

Вопросы о модельных свойствах унитарных подгрупп группы Шевалле $U\Phi(K)$ и их нильтреугольных подалгебр $N\Phi(K)$ отмечались в обзоре [11].

Основные задачи. С середины прошлого века традиционный интерес вызывали автоморфизмы и изоморфизмы классических линейных групп над полями, а затем и над кольцами. Последние десятилетия заметный интерес вызывают следующие вопросы.

1. Вопросы об изоморфизмах **(А1)** алгебр Шевалле и **(Б1)** нильтреугольных подалгебр $N\Phi(K)$ над ассоциативно-коммутативными кольцами с единицей.
2. Вопросы об изоморфизмах **(А2)** групп Шевалле (включая скрученные) и **(Б2)** их унитарных подгрупп U .
3. Вопросы о соответствии Мальцева **(А3)** для групп Шевалле над ассоциативно коммутативными кольцами с единицей, и **(Б3)** их унитарных подгрупп U .
4. Вопросы о соответствии Мальцева **(А4)** для алгебр Шевалле над ассоциативно коммутативными кольцами с единицей и **(Б4)** их нильтреугольных подалгебр $N\Phi(K)$.

Исследования вопросов **(А1)**, **(А2)** отражают обзоры [32], [3], [15], [26], [1]. Соответствию Мальцева для групп и алгебр Шевалле (вопросы **(А3)**, **(А4)**) посвящены [12], [13], [1].

Цель научно-квалификационной работы: исследование вопросов **(Б1)–(Б4)**.

Основные результаты работы:

1. Обобщена теорема К. Видэла о теоретико-модельном соответствии Мальцева для унипотентных подгрупп групп Шевалле.
2. Установлена теорема об изоморфизмах нильтреугольных подалгебр алгебр Шевалле над ассоциативно коммутативными кольцами K и S с единицами и дополнительным ограничением для типов B_n и C_n : аннулятор элемента 2 в K нулевой.

Научная новизна. Основные результаты научно-квалификационной работы являются новыми.

Практическая и теоретическая ценность. Результаты носят теоретический характер и могут быть применены в теориях групп и колец, теории моделей.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы апробировались на Красноярском алгебраическом семинаре, на научно-исследовательском семинаре кафедры высшей алгебры ММФ МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, 12 декабря 2016 г.) и на научных конференциях:

1. Международная конференция „Алгебра, логика и приложения“ (Красноярск, 19-25 июля 2010 г.)
2. Международная XI школа-конференция по теории групп, посвященная 70-летию со дня рождения А. Ю. Ольшанского (Красноярск, 27 июля - 2 августа 2016 г.)
3. Международная конференция „Мальцевские чтения“ (Новосибирск, 21-23 ноября 2016 г.),
4. 5-я Российская школа-семинар „Синтаксис и семантика логических систем“ (Улан-Удэ, 8-12 августа 2017 г.)
5. Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных „Перспективы - 2018“ (Красноярск, 27 апреля 2018 г.)
6. Международная алгебраическая конференция, посвященная 110-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша (Москва, 23-25 мая 2018 г.)

Публикации. Основные результаты научно-квалификационной работы были опубликованы в 2 статьях [41], [42] (в печати) журналов, рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертаций и 6 тезисах ([35], [36], [37], [38], [39], [40]). Вклад авторов в совместные работы равнозначен и неделим.

Список литературы

- [1] Бунина, Е.И. Элементарная и близкая к ней логические эквивалентности классических и универсальных алгебр / Е.И. Бунина, А.В. Михалев, А.Г. Пинус // М: МЦНМО, 2015, 360 с.
- [2] Бурбаки Н. Группы и алгебры Ли. // М.: Мир, 1972.
- [3] Дьедоне Ж. Геометрия классических групп. – М.: Мир, 1974, 204 с.
- [4] Ершов, Ю.Л. Элементарные теории групп / Ю.Л. Ершов // ДАН СССР. - 1972. - Т. 203. - С. 1240–1243.
- [5] Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. – М., Наука, 1982.
- [6] Кейслер Г., Чэн Ч.Ч. Теория моделей // М.: Мир, 1977. 614 с.
- [7] Левчук В. М. Автоморфизмы унитарных подгрупп групп Шевалле // Алгебра и логика, т. 29 (1990), № 2, с. 141-161.
- [8] Левчук В. М. Автоморфизмы унитарных подгрупп групп Шевалле // Алгебра и логика, т. 29 (1990), № 3, с. 315-338.
- [9] Левчук В. М. Параболические подгруппы некоторых AVA -групп // Мат. заметки, т. 31 (1982), вып. 4, с. 509-525.
- [10] Левчук В.М. Связи унитарной группы с некоторыми кольцами. Ч. 2. Группы автоморфизмов // Сибирский матем. журнал. – 1983. – Т.24. – № 4. – С. 543–557.
- [11] Левчук В. М. Теоретико-модельные и структурные вопросы алгебр и групп Шевалле // Математический форум. Группы и графы. - Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2012. с. 71-80.
- [12] Мальцев, А.И. Об одном соответствии между кольцами и группами / А.И. Мальцев // Матем. сборник. - 1960. - Т. 50. - С. 257–266.
- [13] Мальцев, А.И. Элементарные свойства линейных групп / А.И. Мальцев // В кн.: Некоторые проблемы в Математике и механике. Новосибирск, Изд-во АН СССР. - 1961. - С. 110-132.
- [14] Мальцев, А.И. Алгебраические системы / А.И. Мальцев. - Москва: Наука, 1970. - 119 с.
- [15] Мерзляков Ю.И. Линейные группы. – Итоги науки и техн. Алгебра. Топология. Геометрия. 1970. М: ВИНТИ, 1971, с.75-110.

- [16] Ремесленников, В.Н. Теоретико-модельные и алгоритмические вопросы теории групп / В.Н. Ремесленников, В.А. Романьков // Итоги науки и техники. Серия: Алгебра, топология, геометрия. - 1983. - Т. 21. - С. 3–79.
- [17] Серр Ж.-П. Алгебры Ли и группы Ли. - М.: Мир, 1969.
- [18] Стейнберг Р. Лекции о группах Шевалле. - М.: Мир, 1975.
- [19] Холл М. Теория групп. - М. 1962.
- [20] Beidar, C.I. On Malcev's theorem on elementary equivalence of linear groups / C.I. Beidar, A.V. Michalev // Contemporary math. - 1992. - Vol. 131. - P. 29-35.
- [21] Belegradek, O.V. Elementary properties of algebraically closed groups / O.V. Belegradek // Fundam. Math. - 1978. - Vol. 98, № 2. - P. 83-101.
- [22] Bunina, E.I. Elementary properties of linear groups and related questions / E.I. Bunina, A.V. Mikhalev // Math. Sciences. - 2004. - Vol. 123, № 2. - P. 3921–3985.
- [23] Carter R. Simple groups of Lie type // New York: Wiley and Sons. 1972.
- [24] Chevalley C. Sur certain groupes simples // Tohoku Math. J. - 1955. - Vol. 7. - P. 14–66.
- [25] Gibbs J. A. Automorphisms of certain unipotent groups // J.Algebra. 1970. V. 14. №2. P. 203-208.
- [26] Hahn A. J., James D. G., Weisfelier B. Homomorphisms of algebraic and classical groups: a survey // Can. Math. Soc. - 1984. - No. 4. - P. 249–296.
- [27] Hodges, W. Model Theory / W. Hodges. - Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993. - 772 P.
- [28] Hurley J. F. Ideals in Chevalley algebras // Trans. Amer. Math. Soc. - 1969. - Vol. 137. - No. 3. - P. 245–258.
- [29] F. Kuzucuoglu, V. M. Levchuk - Isomorphisms of Certain Locally Nilpotent Finitary Groups and Associated Rings. 2004. V. 82. № 2, p. 169-181.
- [30] Levchuk V. M., Suleimanova G. S. Extremal and maximal normal abelian subgroups of a maximal unipotent subgroup in groups of Lie type. Journal of Algebra, 349 (2012), No. 1, 98–116.
- [31] Rose, B.I. The χ_1 -categoricity of Strictly Upper Triangular Matrix Rings over Algebraically Closed Fields / B.I. Rose // J. Symbolic Logic. - 1978. - Vol. 43, № 2. - P. 250–259.
- [32] Seligman G.B. On automorphisms of Lie algebras of classical type // Trans.Amer. Math. Part I. - 1959. - Vol. 92. -P. 430–448. Part II. - 1960. - Vol. 94. - P. 452–481. Part III. - 1960. - Vol. 97. - P. 286–316.

[33] Stein M. R. Generators, relations and coverings of Chevalley groups over commutative rings // Amer. J. Math. – 1971. – Vol. 93. – No. 4.– P. 965-1004.

[34] Videla, C.K. On the Mal'cev correspondence / C.K. Videla // PAMS. - 1990. - Vol. 109 - P. 493-502.

Публикации автора научно-квалификационной работы:

[35] Зотов, И.Н., Локальные автоморфизмы нильпотентных алгебр матриц малых степеней / И.Н. Зотов // Труды XLII краевой научной студенческой конференции по математике и компьютерным наукам / Сиб. федер. ун-т. - Красноярск: ИПК СФУ, 2009. - С. 24-25.

[36] Зотов, И.Н. / И.Н. Зотов, В.М. Левчук, Д.Н. Майсурадзе // Локальные дифференцирования и автоморфизмы линейных колец Ли / И.Н. Зотов // Тезисы докладов международной конференции <Алгебра, логика и приложения>. / Красноярск, Сиб. федер. ун-т, 2010, 120 с.

[37] Зотов, И.Н., Элементарно эквивалентные максимальные унитарные подгруппы групп Шевалле / И.Н. Зотов // Молодёжь и наука: Сборник материалов VIII Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, посвященной 155-летию со дня рождения К. Э. Циолковского [Электронный ресурс]. - Красноярск: Сибирский федеральный ун-т, 2012. - Режим доступа: <http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2012/section21.html>.

[38] Зотов, И.Н., Теоретико-модельные и структурные вопросы алгебр и групп Шевалле / И.Н. Зотов // Тезисы докладов XI международной школа-конференции по теории групп, посвященной 70-летию со дня рождения А. Ю. Ольшанского / Красноярск, Сиб. федер. ун-т, 2016, 96 с.

[39] Зотов, И.Н., Элементарная эквивалентность некоторых нильпотентных неассоциативных колец / И.Н. Зотов // Тезисы докладов Международной конференции „Мальцевские чтения“ / Новосибирск, Международный математический центр Новосибирского государственного университета, 2016, 227 с.

[40] Зотов, И.Н., Изоморфизмы и элементарная эквивалентность нильтреугольных подалгебр алгебр Шевалле классических типов / И.Н. Зотов // Тезисы докладов Международной алгебраической конференции, посвященной 110-летию со дня рождения профессора А.Г. Куроша / Москва, Издательство МГУ, 2018, 286 с.

[41] Зотов, И.Н. / А.П. Елисова, И.Н. Зотов, В.М. Левчук, Г.С. Сулейманова // Локальные автоморфизмы и локальные дифференцирования нильпотентных матричных алгебр / И.Н. Зотов // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика., 2011, Т. 4, N. 1, 9-19.

- [42] Зотов, И.Н. / И.Н. Зотов, В.М. Левчук // Соответствие Мальцева и изоморфизмы нильтреугольных подалгебр алгебр Шевалле классических типов / И.Н. Зотов // Сибирские электронные математические известия (отправлена в печать).