Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт педагогики, психологии и социологии
Кафедра информационных технологий обучения и непрерывного образования

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
________ О.Г. Смолянинова
«_____» ________ 2018 г

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

44.03.01 – Педагогическое образование

44.03.01.09 –Информатика и информационные технологии в образовании

Применение динамических геометрических моделей для обучения математике бакалавров – будущих педагогов

Руководитель ________ канд. физ–мат. наук, доцент О.В. Знаменская

Выпускник ________ Х.Ш. Монгуш

Красноярск 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
1 Наглядное моделирование как средство преодоления познавательных затруднений у студентов гуманитарных специальностей при изучении математики 6
1.1Особенности изучения математики студентами гуманитарных специальностей 6
1.2 Возможности экспериментальной математики и роль динамических моделей в ней 9
1.3 Анализ программных средств создания динамических моделей 16
2 Организация изучения геометрических утверждений студентами педагогами с использованием геометрических моделей 23
2.1 Цели и задачи обучения математике студентов педагогического направления в Сибирском Федеральном Университете 23
2.2 Каким требованиям должна удовлетворять динамическая модель 25
2.3 Разработка занятий с применением динамических геометрических моделей 34
2.4. Результаты апробации 39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 43
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 44
ПРИЛОЖЕНИЯ А– Г 48

ВВЕДЕНИЕ

По нормативным документам Минобрнауки РФ с 2000 г. математику стали изучать на всех гуманитарных направлениях и специальностях (в виде дисциплины «Математика и информатика»). Однако преподавание математики в гуманитарных вузах сталкивается с некоторыми проблемами. Часто студенты–гуманитарии сталкиваются с трудностями при изучении математики: у них нет достаточной базовой подготовки по элементарной математике, у многих практически нет навыков систематической самостоятельной работы по этому предмету, низкая мотивация, а также чаще всего проявляются познавательные затруднения (т. е. те психологические барьеры, которые возникают в процессе познания (познавательные барьеры, трудные ситуации, коммуникативные трудности и т. д.).

Ряд специалистов, рассуждая об особенностях гуманитариев, заявляют, что изучить математику гуманитариям не под силу, так же считают и сами студенты.

Неоднократно отмечается в литературе, что «математика для гуманитарных специальностей» является очень трудным для освоения предметом. Специалисты в области преподавания математики гуманитариям связывают это и с низким уровнем мотивации студентов, и с их недостаточным уровнем математических знаний, и с объективной сложностью курса. В связи с этим исследователи разрабатывают дидактические условия повышения интереса через изменение содержания курса, увеличение количества времени, отводимое на этот курс, организацию адаптационного периода, ослабление требований, упрощение системы заданий и т. д.

С трудностями сталкиваются, в том числе, и преподаватели. Для преподавателей сложность обучения математике студентов–гуманитариев связана с отрицательным отношением большей части студентов к изучению математики, высоким процентом неуспеваемости студентов и отставанием на промежуточных этапах процесса обучения, невозможностью в полной мере использовать математическую технику в процессе обучения и отсутствием доступных и убедительных примеров применения математики в будущей профессиональной деятельности студентов.

По мнению Ням Н.Т.[18], эффективным способом для освоения математического материала студентами гуманитарных направлений и специальностей может стать самостоятельное исследование геометрических отношений, а мы предполагаем – применение динамических геометрических моделей сделает более эффективным исследование. Поскольку это наглядное моделирование, студенты–гуманитарии смогут проводить более качественное исследование.

Проблема исследования заключается в том, что с одной стороны, студенты, которые обладают низким уровнем мотивации, математической подготовки, вынуждены осваивать математические понятия, а с другой стороны отсутствуют методические средства, которые бы им помогали.

Цель исследования: разработать вспомогательное учебное средство для формулирования изучения студентами геометрических утверждений.

Объект исследования: обучение студентов педагогов формулированию и обоснованию геометрических утверждений.

Предмет исследования: динамическая геометрическая модель, как средство обучения.

Задачи исследования:

- проанализировать трудности бакалавров (будущих педагогов) первого курса при изучении геометрического материала;
- изучить понятие и виды учебных моделей, применяемых, при изучении математики.
- подобрать программное обеспечение для разработки динамических геометрических моделей;
- разработать занятие с использованием динамических геометрических моделей;

- провести апробацию разработанных занятий.

Гипотеза исследования: использование динамических геометрических моделей на занятиях позволит студентам проводить самостоятельно исследование геометрических объектов и будет способствовать более глубокому освоению математического материала и исследовательских умений, если:

- динамические геометрические модели будут отражать все ситуации связи математических объектов и отношений;
- динамическая геометрическая модель будет позволять осуществлять наблюдения за изменениями геометрических ситуаций или возможность самостоятельно управлять этими изменениями.

Практическая значимость исследования: разработанные динамические геометрические модели можно использовать при изучении математики студентами направления подготовки «педагогическое образование» профиль «изобразительное искусство».

1. Наглядное моделирование как средство преодоления познавательных затруднений у студентов гуманитарных специальностей при изучении математики

1.1Особенности изучения математики студентами гуманитарных специальностей

Г.М. Коджаспирова и А.Ю. Коджаспиров определяют гуманитарное образование как приоритетное развитие общекультурных компонентов в содержании образования, направленное на формирование личностной зрелости обучаемых [9]. В Большой советской энциклопедии гуманитарное образование определяется как совокупность знаний в области общественных наук (филологии, права, философии, истории, экономики, искусствоведения и др.) и связанных с ними практических навыков и умений.

Итак, гуманитарное образование считается как педагогическая практика, в которой удовлетворяется принцип «гуманитарной сообразности» т.е. готовящая человека к жизни и деятельности именно в сфере гуманитарного. Общее требование для гуманитарного образования, также как и для любого образования, – усваивать не знания, а интеллектуальные ситуации, способы деятельности и мышления (подходы, методы, рефлексивные знания).

Ням Н.Т.[18] считает, что одним из важных, основополагающих принципов реформирования математического образования в специальных учебных заведениях должен стать принцип гуманитаризации. Гуманитаризацию мы понимаем по Ням Н.Т. [18, с. 24] как, «приоритетное развитие общекультурных компонентов в содержании образования для личностной зрелости обучаемых на основе адекватных моделей технологии обучения. Гуманитаризация математического образования является частью единого процесса гуманитаризации естественнонаучного образования и всей системы образования в целом, обладающей особенностями, вытекающими из специфики математического образования».

Гуманитарная направленность расширяет содержание математического образования. Данная направленность повышает интерес обучающегося к предмету, развивает в них личность, в том числе, активизирует их природные способности, создает педагогические условия для самостоятельной организации и развития.

Определенное содержание математического образования для гуманитарных специальностей, дидактические методы и средства обучения должны учесть специальность избранной обучающимся гуманитарной области и его индивидуальные характерные черты.

Рассмотрению проблемы роли математики в гуманитарном образовании посвящены работы в педагогической литературе. Данная проблема раскрывалась в работах П.В. Греса, С.В. Мациевского, В.И. Михеева и др. Анализ различных работ, посвященных проблемам обучения математике студентов–гуманитариев, показывает, насколько различны подходы к решению этого вопроса. В основном вопросам улучшения математической подготовки обучающихся гуманитарных специальностей посвящены труды Г.В. Дорофеева, Д.Ф. Богатова, В.И. Михеева, Н.Х. Розова, О.Б. Голубева, В.Е. Гусевой, М.Н. Дмитриевой, А.А. Змушко, А.Д. Ивановой, И.П. Мединцевой, И.В. Прохоровой, О. Д. Роженко, А.А. Соловьевой и др.. А.Д. Иванова разработала теоретическую модель, которая способствует модернизации методической системы обучения математике гуманитариев; А.А. Змушко делает акцент на проектирование теоретической модели методической системы обучения гуманитариев математике в малых группах; И.П. Мединцева пропагандирует углубленное изучение с использованием электронного ресурса, например электронного учебника; О.Б. Голубев обосновал модель формирования познавательной активности на основе учебных сетевых проектов.

Способом преодоления трудностей в обучении студентами гуманитариев может стать педагогическая поддержка, потенциал которой еще обосновал О.С. Газман[9] по отношению к школьникам. Определяя выше сказанную категорию, как «процесс совместного с ребенком определения его собственных интересов, целей, возможностей и путей преодоления препятствий, мешающих ему сохранить свое человеческое достоинство и без помощи других достигать, желаемых результатов в обучении, самовоспитании, общении, творчестве, виде жизни[9, с. 189]. «Педагогическая поддержка по словарю [5, с. 203] определяют как (словарь) деятельность педагогов по оказанию превентивной и оперативной помощи детям (подросткам) в решении их индивидуальных проблем, связанных с их физическим и психическим здоровьем, успешным продвижением в учебе…». Необходимость организации педагогической поддержки заключается в том, что студенты гуманитарных специальностей не смогут сами преодолеть возникшие психологические барьеры. Наблюдения, проведенные преподавателем кафедры математики, ДВГГУ, г. Хабаровска Кисляковой М.А. [12]показывают, что у студентов есть предрасположенность «отложить» эту проблему как неосуществимую, «простить себе» невозможность решить эту проблему, «принять» себя таким, какой ты есть. Это обусловлено тем, что студенты «пришли в вуз» за конкретными профессиональными знаниями и умениями, которые помогут им овладеть профессией и в дальнейшем стать успешными, поэтому они мало обращают внимание на те «личностные механизмы», с помощью которых происходит достижение этой успешности.

Более того, в эпоху свободного доступа к любым информационным ресурсам, студент, как правило, сам способен разобраться с материалом, опять же за исключением, тех ситуаций, когда он испытывает познавательные затруднения, вот здесь то и необходимо применять технологии педагогической поддержки.

Существующие на сегодня авторские подходы к решению заявленных трудностей предложены, как правило, для школьного возраста и ориентированы на проблемы, связанные с обучением чтению, письму и математике младших школьников. Однако проблема трудностей в обучении распространяется на все уровни образования и особенно остро, по мнению Кисляковой М.А., проявляется на уровне высшего образования. Так, например, неоднократно отмечается в литературе, что «математика для гуманитарных специальностей» является очень трудным для освоения предметом. Специалисты в области преподавания математики гуманитариям связывают это и с низким уровнем мотивации студентов, и с их недостаточным уровнем математических знаний, и с объективной сложностью курса. В связи с этим исследователи разрабатывают дидактические условия повышения интереса через изменение содержания курса, увеличение количества времени, отводимое на этот курс, организацию адаптационного периода, ослабление требований, упрощение системы заданий и т. д.

Современные исследования в педагогике и психологии позволяют определить познавательные затруднения как —возникающие в процессе учебной деятельности препятствия в понимании материала, осознанном его усвоении, воспроизведении и продуктивном использовании сущностных связей и отношений зависимости между различными изучаемыми объектами, явлениями и фрагментами описывающего их знания.

1.2. Возможности экспериментальной математики и роль динамических моделей в ней

В. А. Штофф[35] автор монографии "Моделирование и философия" предлагает следующее определение термина «модель»: "Под моделью понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая и воспроизводя объект, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об этом объекте".

С точки зрения этого определения, виртуальная модель, создаваемая средствами интерактивных геометрических сред, является объектом, призванным заместить собой оригинал — объект изучения. В зависимости от учебной ситуации оригиналом выступает либо абстрактный геометрический объект, описанный условием задачи, определением понятия или условием теоремы, либо объект реального мира, математической моделью которого является изучаемый геометрический объект.

Вопросы моделирования рассматривались в работах множества философов (В.А. Штоффа[35] и др.), специалистов по педагогике и психологии (Н.Г. Салмина, В.В. Давыдова, и др.). Вопросы, близкие к моделированию, рассматривались Кочетовой Н.Г., Ивановой Т.А., Капкаевой Л.С. и др.

Под моделью понимается искусственно воспроизведенный объект (в качестве такого объекта могут быть взяты пространственные формы либо более глубокие отношения и связи) (Б. А. Глинский и др.)[22].

«Советов Б.Я. и Яковлев С.А.[19]: Модель – это объект–заместитель объекта–оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала.

Самарский А.А. и Михайлов А.П.[15]: Математическая модель – «эквивалент объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства – законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям». «Математическое моделирование – процесс построения и изучения математических моделей реальных процессов и явлений».

Севостьянов А.Г.[22]: Математической моделью называется совокупность математических соотношений, уравнений, неравенств и т.п., описывающих основные закономерности, присущие изучаемому процессу, объекту или системе.

Скворцова М. [19]: Математическая модель – это приближенное описание какого–либо класса явлений или объектов реального мира на языке математики. Основная задача математического моделирования – не только исследовать эти объекты, но и предсказать результаты будущих наблюдений»

Моделирование в широком смысле понимается, как замена действий с реальными предметами действиями с их моделями.

Применительно к обучению математике под моделированием принято понимать обобщенное интеллектуальное умение обучающихся, состоящее в замене математических объектов, их отношений, способов деятельности с ними моделями в виде изображений отрезками, числовыми лучами, схемами, знаками и т.п.

Такая важная роль моделирования делает настоятельной потребность рассмотрения его как объекта формирования у обучающихся.

Проблема моделирования в обучении математике изучалась многими авторами (А. К. Артемов, С. И. Архангельский, М. А. Бородулько, Л. П. Стойлова, Л. М. Фридман и др.).

Термин «моделирование» мы понимаем по Н.Г. Салминой[24], как «знаково–символическую деятельность, заключающуюся в получении объективно новой информации (познавательная функция) за счет оперирования знаково–символическими средствами, в которых представлены структурные, функциональные, генетические связи (на уровне сущности)».

В моделировании, по мнению Н.Г. Салминой[24], реализуется познавательная функция знаково–символических средств, что соответствует основной функции моделей (опосредствованное познание действительности). Моделирование отличается от других видов знаково–символической деятельности тем, что оно предполагает получение объективно новой информации в процессе оперирования (преобразования) знаково–символическими средствами.

Анализ, проведенный Н.Г. Салминой[24], знаково–символической деятельности показал, что моделирование может выполнять собственные познавательные функции и поэтому выступать как моделирование, если оно раскрывает сущность замещаемого содержания, объективируя, материализуя ее в разных видах моделей.

«Предметность знаково–символической деятельности обладает существенной особенностью, специфика которой заключается в том, что знаково–символическая деятельность всегда включает два плана: замещаемую реальность, различно актуализируемую в различных видах деятельности, и замещающие средства. Другой важнейшей характеристикой деятельности выступает ее осознанность, рассматривающаяся как результат сознательно формулируемой цели, средств, процесса и продукта деятельности» [24].

В работах В.И. Арнольда уделено немало внимания экспериментальным методам в математике и довольно часто встречается термин «Экспериментальная математика» [2],[3].Данный термин В.И. Арнольд тесно связывал с широким использованием в решении математических проблем вычислительных экспериментов. Впервые термин «экспериментальная математика» был введен в России на открытии Уральского отделения Академии Наук СССР. Первым его популяризировал Н.Н. Красовский – директор института математики и механики УНЦ АН СССР (в период с 1970 по 1977 гг.), он же основоположник идей информатизации математического образования. Как известно, термин «Экспериментальная математика» первоначально получил распространение в сфере образования (например, использовался в названии клуба, руководителем которого был Г.Б. Шабат с 1983 г. – «Клуб экспериментальной математики»). Общественное признание и широкое распространение в научной сфере данный термин получил лишь в последнее десятилетие XX века. Это тесно связано с появлением программных средств, для математической обработки данных (Maple, Mathematica, Mathcad и других).

Важным фактором для изменения отношения математиков к экспериментам стало появление в конце 70–х годов XX века автоматизированных систем научных исследований. Сначала они использовались лишь для компьютерной поддержки проведения и обработки данных экспериментов в области химической технологии (институт им. М. Планка, ФРГ, 1968 г., центр научных исследований компании DuPont, США, 1970 г.). Позже они стали стремительно распространяться и на другие сферы научной деятельности, а также на другие этапы экспериментальных исследований. Это привело к возникновению понятия «компьютерного эксперимента». Под компьютерным экспериментом первоначально понимали модельный эксперимент, при котором объект исследования полностью моделируется в цифровом виде на ЭВМ. Главным отличием компьютерного эксперимента от экспериментов других видов – полное снятие задачи установления связи объекта исследования с ЭВМ, что устраняло погрешности, связанные с влиянием случайных факторов. Благодаря этой особенности эксперимент, основанный на создании и экспериментировании с математической моделью объекта исследования, называется иногда «чистым экспериментом»

Использование компьютерных экспериментов значительно упростило работу математиков, несмотря на постоянное повышение уровня сложности решаемых ими проблем. Ярким свидетельством этого является массовое появление в математике результатов, полученных не только учеными, но и простыми любителями математики, и даже школьниками. Одним из интересных сборников таких результатов является электронная энциклопедия Кларка Кимберлинга. За приростом результатов в этой энциклопедии можно следить в режиме реального времени. На 2 февраля 2015 года энциклопедия включала 5001 новый результат.

Немало педагогов и методистов посвятили диссертационные работы различным подходам применения средств информационных и коммуникационных технологий в обучении геометрии. Например, М.Н. Марюкова посвятила работу использованию компьютерной графики в системах программирования для исследования свойств геометрических фигур посвящена работа, организации учебного материала при составлении компьютерных обучающих программ, принципам построения компьютерной обучающей системы по планиметрии – Е.В. Степанова, разработке методики изучения свойств круглых тел на основе применения информационных технологий – А.В. Горшкова, разработке методической системы геометрической подготовки учителя математики на основе новых информационных технологий – В.Н. Майер.

Вопросам разработки технологии создания вспомогательных учебных материалов на основе систем динамической геометрии посвящены исследования таких зарубежных ученых, как Н. Джеквик, Ж.–М. Лаборда, М. Хохенвартер, Х. Шуман, а также отечественных авторов –Т.Ф. Сергеева [26] и др..

Исследовательский подход в обучении способствует: – раскрытию наиболее существенных сторон, характеристик изучаемого понятия, их взаимосвязей с другими понятиями с одновременным установлением ценности нового знания для учащихся; – формированию научного мышления, через аккумулирование, компиляцию и обобщение приобретаемых знаний; – развитию творческой активности учащихся в процессе учебного познания и созданию условий для научно–образовательной, поисково–творческой деятельности; – активному использованию различных форм учебной работы в сочетании с разными организационными формами обучения; – стимулированию готовности и способности проявлять обучающимися познавательную и деятельностную инициативу, в создаваемых условиях гармоничного соотнесения научно–образовательной, поисково–творческой деятельности в условиях учебной и внеучебной работы по изучению основных понятий предметной области.

Исследовательское обучение – деятельность, которая направлена на открытие нового для учащегося знания об объекте исследования, способе или средстве деятельности и характеризуется наивысшей степенью самостоятельности и творческим отношением к процессу исследования [28].

Под исследовательской задачей обычно понимают разновидность учебно–познавательной задачи, содержащей познавательное противоречие, процесс разрешения которого способствует формированию у учащихся исследовательских умений [36].

Учебно–исследовательская деятельность в области математики, по мнению ученыхБаранова Е.В. [5], Далингер В.А. [11], Клещёва И.В. [13], Тараник В.И. [29], Тимофеева Л.Н.[30], связана с:

– введением новых для учащихся математических объектов и понятий;

– обоснованием существования или невозможности существования абстрактных математических объектов;

– сравнением математических понятий, установлением связей данного понятия с другими, классификацией математических объектов;

– нахождением свойств или признаков математических объектов;

– выявлением отношений между понятиями;

– нахождением закономерностей и зависимостей между метрическими характеристиками объекта;

– выяснением влияния одного или нескольких определенных условий на выполнение некоторого свойства объекта; – классификацией геометрических объектов, отношений между ними, основных фактов из различных разделов геометрии;

– поиском различных способов решения, доказательства;

– ознакомлением с фактом, отраженным в формулировке или доказательстве теоремы;

– исследованием математических предложений;

– построением примеров; – составлением обратной теоремы и проверке ее истинности;

– обобщением и выделением некоторых частных случаев;

– составлением новых задач, которые вытекают из решения данной;

– решением абсолютно разными способами конструктивных задач;

–вариативностью гипотез, способов решения, ответов;

– поиском новых способов действий, приёмов, догадок, эвристик;

– применением теоретических знаний к решению практических задач и т.д.

В работах отечественных педагогов и методистов–математиков, принимавших участие в обсуждении направлений реформирования математического образования на I и II съездах учителей математики: А.В. Васильева, М. Осинского, С.Н. Полякова, В.Н. Рутковского, Б.Е. Райкова, Н.Г. Панкова, С.И. Шохор–Троцкого, Ф.В. Филипповича и др.[31], обсуждаются два направления развития идеи исследовательского обучения математике:

– включение в содержание общего математического образования на старшей ступени гносеологических и логических основ элементарной математики, наиболее распространенных эвристик математического творчества с целью развития философского мышления обучающихся, пробуждения их интереса к изучению и развитию математики;

– использование на всех ступенях обучения математике «методов

способных поднять самодеятельность, активность учащихся, а также усилить наглядность преподавания» (резолюция I съезда).

Целесообразность использования компьютерного эксперимента при обучении математике усиливает наглядность, повышает мотивацию к изучению и развитию математики, а также развитию философского мышления.

1.3. Анализ программных средств создания динамических моделей

В последнее время наблюдается быстрое развитие средств визуализации геометрических объектов, к одним из которых принято относить интерактивную геометрическую среду или другими словами программы динамической геометрии. Понятие «интерактивная геометрическая среда» впервые было введено докторами педагогических наук, профессорами Т. Ф. Сергеевой, М. В. Шабановой, С. И. Гроздевым. Они предлагают следующее определение понятию «интерактивная геометрическая среда» (ИГС): «программное обеспечение, специально разработанное для образовательных целей и позволяющее выполнять на компьютере геометрические построения, состоящие из геометрических объектов, а также задавать соотношения между этими объектами» [26]. Продукт, созданный в интерактивной геометрической среде, мы будем понимать как «динамическую геометрическую модель (ДГМ)». Под динамической геометрической моделью мы понимаем чертеж (модель), описывающий свое изменение (динамику) состояний объекта, созданный в интерактивной геометрической среде.

Динамической геометрией принято называть программную среду, которая позволяет делать геометрические построения на компьютере так, чтобы при движении первоначальных объектов, весь чертёж сохранится[26]. Программы динамической геометрии позволяют создавать различные чертежи и добиваться наилучшего расположения их элементов, не перерисовывая его заново. Помимо того, динамически изменяя чертеж, можно выделить те свойства чертежа, которые сохраняются при вариации, например, без труда отследить равенство отрезков, параллельность или перпендикулярность прямых. Благодаря этому свойству, можно говорить о том, что геометрические модели, созданные в такой среде, становятся инструментом для открытий, и отличным педагогическим средством: смоделировав эксперимент заранее, учитель может подвести обучающихся к самостоятельному открытию способа решения той или иной задачи.

На данный момент существует множество различных обучающих программ динамической геометрии.

Чертёж, созданный в среде динамической геометрии, называют моделью, которая впоследствии сохраняет результат построения, исходные данные, а также алгоритм. При этом все данные можно легко изменить (можно перемещать точки, менять длины отрезков и значения числовых данных, и т. д.), и результат этих изменений сразу же отразится на экране вашего компьютера. В процессе построения динамического чертежа работу с таким чертежом может проводить учитель, обладающий соответствующими компетентностями. Обучающиеся и учителя, не обладающие необходимыми компетентностями, могут работать с динамическим чертежом лишь после его построения компетентным педагогом. Таким образом, в процессе обучения через такой чертеж можно организовать взаимодействие между учеником и учителем.

В документе о модернизации математического образования в Российской Федерации, поставлена задача самого широкого использования в процессе обучения математике возможностей, предоставляемых программными средствами и ресурсами. На сегодняшний день данный класс программных продуктов представлен большим количеством зарубежных разработок

(CabriGéomètre, Poly, TheGeometr’sSketchpad, GeoGebra, Crocodile, Cinderella, GeoNext и др.), ряд из которых русифицирован. К программным средствам такого класса из российского производства можно отнести лишь "Математический конструктор". Разработчик данного программного средства – фирма "1С", реализующая комплексный подход к решению задачи информатизации в образовании во всех сферах деятельности. Для доведения описываемого программного средства до уровня, соответствующего мировым стандартам, необходимо систематическое проведение сравнительного анализа его методических возможностей с возможностями других наиболее популярных средств такого класса. К числу таковых, можно отнести «GeoGebra». Успеха данного продукта заключается в том, что он относится к классу свободно распространяемого программного обеспечения с открытым программным кодом. Это позволяет заниматься его усовершенствованием открытому сообществу разработчиков из разных стран для полного удовлетворения растущих требований пользователей.

Мы проанализировали ряд программных средств динамической геометрии и подобрали наиболее подходящие программы для создания динамических геометрических моделей для наблюдения и управляемой модели:

- GeoGebra
- 1С: Математический конструктор

GeoGebra была создана в 2002 году австрийцем Маркусом Хохенвайтерем. К особенностям данного ресурса можно отнести широкие интерпретационные возможности, которые позволяют раскрывать связи разделов математической науки. GeoGebra позволяет создавать различные конструкции из точек, отрезков, векторов, прямых, окружностей, математических функций и других базовых элементов, а затем динамически изменять их и строить анимации.

Графическое окно программы дополнено строкой ввода аналитических соотношений, панелью объектов, в которой отображается символическое обозначение построенного объекта, соответствующая ему аналитическая формула в декартовых или полярных координатах, указание на природу объекта (число, точка, прямая, коника). Цветовое выделение, построенных объектов, указывает на то, являются ли они, свободно заданными или зависящими от других. Например, синим цветом обозначают – свободные, а черным – зависимые. Описываемая программа ориентирована на поддержку учебной, в том числе и методической деятельности в области математики всех уровней математического образования, язык интерфейса – русский. GeoGebra написана на языке программирования Javascript, является кроссплатформенной и имеет открытый код. Возможно свободное распространение программного обеспечения, что гарантирует ей стремительное развитие и широкую популярность. Последняя версия данной программы –GeoGebra5.0. Она обладает расширенными вычислительными возможностями для поддержки решения задач дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, математического анализа, алгебры и планиметрии. В тоже время программа обладает возможностями поддержки решения стереометрических задач, создания 3D визуализаций. Особенность данного программного обеспечения – возможность установки на мобильные устройства, а также доступность его в облачном сервисе Google.

«1С: Математический конструктор». Программная среда «Математический конструктор» предназначена для создания интерактивных математических моделей, сочетающих в себе конструирование, моделирование, динамическое варьирование, виртуальный эксперимент. Данный ресурс разрабатывался с декабря 2006 года фирмой «1С». Первая версия программы была разработана по заказу Федерального агентства по образованию (в рамках Федеральной целевой программы развития образования на 2006–2010 гг). В настоящее время вышла в свет уже версия 7.0, которая обладает более расширенными возможностями поддержки образовательной деятельности, а также появилась возможность скачивать на мобильные устройства с поддержкой операционных систем Android и IOS.

«1С: Математический конструктор» так же, как и GeoGebra написан на языке программирования Java, поэтому является кроссплатформенной и легко встраивается в веб–страницы. Данный программный продукт ориентирован на поддержку методической деятельности учителей математики общеобразовательных школ, поэтому позиционируется разработчиками как творческая среда. Каждая версия этой программы дополнена целой коллекцией моделей и плеером, которые могут быть использованы при изучении различных тем школьного курса математики5–6–х классов, геометрии 7–9–х классов, алгебры 7–9–х классов, алгебры и начал анализа 10––11–х классов. У программы удобный, продуманный с методической точки зрения интерфейс.

Особенность программы «1С: Математический конструктор»это возможность обмена информацией с другими программными продуктами фирмы 1С, в частности – с системами управления учебным процессом (например, для передачи оценки в электронный журнал).

К достоинствам программы GeoGebra можно отнести то, что она является бесплатной, чего нельзя сказать об «1С: Математический конструктор» – она предлагает пробную демо – версию в режиме online. В классической online версии GeoGebra можно создавать динамические управляемые модели и динамические модели для наблюдения, при этом используя все инструменты программы. К достоинствам программной среды «1С: Математический конструктор» мы можем отнести то, что в пробной online версии можно легко создавать динамические модели без особого труда, т.е. не имея необходимых компетентностей. Пожалуй, данный критерий для программы GeoGebra относится к недостаткам, т.к. для того, чтобы создать динамические модели необходимо обладать соответствующими компетентностями. К недостаткам обоих программных сред относится необходимость выхода в интернет для работы с созданными в них динамическими моделями. Отметим, что в 3 из 4 учебных компьютерных аудиторий веб – страницы с содержанием динамических геометрических моделей не отобразились. Именно поэтому в таких случаях требуется помощь технологии скринкастинга. С помощью скринкастинга мы записываем запись экрана рабочего стола, тем самым имитируем эксперимент, управляя объектами.

Технология скринкастинга, которая заключается в записи экранного видео. Скринкастинг предполагает, что с помощью специальных программ мы можем записать все действия, которые производим на экране, включая поддержку звука. Технология экранного видео является очень удачным решением в образовательном процессе: наблюдая за каждым движением и словом, обучающийся сам внедряется в процесс; может неоднократно прокручивать видео, заостряя внимание на наиболее сложных для него моментах, изучать материал в индивидуальном темпе; немедленно применить на практике все увиденное и услышанное.

Технология скринкастинга изначально была направлена на разработку интерактивных демонстраций программных продуктов, и до сих пор она применяется в первую очередь при создании обучающих материалов по владению компьютерными программами. Но использование скринкастинга не ограничивается только этой областью. Скринскастинг можно также использовать при разработке самых различных учебных материалов применительно к разным отраслям знаний. Очень удачным является использование этой технологии при наличии готовых мультимедийных презентаций. Учебные материалы, созданные с помощью скринкастинга, можно использовать как самодостаточные программные продукты на аудиторных занятиях и при самостоятельной внеаудиторной работе обучающихся, а также комбинировать с другими средствами обучения и внедрять в целые курсы, например в системах дистанционного обучения.

В интернете в свободном доступе на различных сайтах существуют уже разработанные динамические геометрические модели. Одним из таких является ресурс под названием «Элементы большой науки» – некоммерческий научно–популярный проект. Он стартовал в 2005 году и в течение одиннадцати лет развивался при поддержке фонда Дмитрия Зимина «Династия», приоритетами которого всегда были помощь российской фундаментальной науке и ее популяризация в обществе. С 2015 года, когда фонд «Династия» был признан «иностранным агентом» и фактически уничтожен, по начало 2017 года поддерживала «Элементов» некоммерческая организация ZiminFoundation, созданная семьей Зиминых для реализации проектов в области образования и науки. Позднее с февраля 2017 года поддержку «Элементов» осуществляет фонд развития теоретической физики «Базис» – фонд развития теоретической физики и математики. На данном ресурсе есть не только готовые динамические геометрические модели различных объектов, но и другие не менее интересные материалы. Например, помимо того, что удалось выяснить ученым, а также есть и о том, как эти результаты были получены, насколько они достоверны, что уже было известно раньше, и что еще только предстоит узнать.

2. ОРГАНИЗАЦИЯ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ УТВЕРЖДЕНИЙ СТУДЕНТАМИ ПЕДАГОГАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

2.1. Цели и задачи обучения математике студентов педагогического направления в Сибирском Федеральном Университете

Разработка динамических геометрических моделей в рамках нашего исследования создавалась для студентов Сибирского Федерального Университета педагогического направления по профилям «Изобразительное искусство» и «Тьютор».

Согласно образовательной программе высшего образования направления подготовки «педагогическое образование» профиля «изобразительное искусство», данная программа предполагает, что: «изобразительное искусство – группа видов художественного творчества, пластическими средствами визуально воспроизводящих действительность. К ним относятся живопись, скульптура, графика, декоративно–прикладное искусство и актуальные формы современного искусства, обращающиеся к изобразительной форме, которая, однако, не является для него обязательной. Способность изобразительного искусства воссоздавать в наглядно узнаваемом виде все многообразие зримого мира определяет его широкие художественно–познавательные возможности, непосредственную убедительность его произведений. Благодаря таким свойствам как материальная форма предметов и пространственная среда, как объем, цвет, свет, фактура предметов, изобразительное искусство способно не только фиксировать прямое зрительное восприятие явлений мира, но Ь передавать их движение во времени и пространстве. Естественное стремление человека к совершенству своей индивидуальности актуализирует изобразительное искусство в сфере художественного образования в первую очередь в общей образовательной школе, лицеях колледжах с эстетическим уклоном обучения, художественных школах и студиях».

Термин «тьютор» мы понимаем по Т.М. Ковалёвой: «специалист, который занимается поддержкой интереса ребенка». Профессия «тьютор» в России впервые

Целью обучения студентов педагогического направления состоит в том, чтобы повысить мотивацию студентов к изучению курса математики, способствовать преодолению познавательных затруднений и облегчить процесс исследования геометрических отношений, с помощью динамических моделей. На практике нами было проведено наблюдение за студентами, обучающимися по направлению «педагогическое образование», в ходе которого было выяснено, что студентов имеют низкий уровень мотивации и познавательные затруднения, а также – недостаточный уровень математических знаний. В результате наблюдений можно смело утверждать, что из 10 студентов лишь 2 из них активны на занятии, 2 вовсе не включены, т.е. отвлечены от занятия, а остальные 6 – малоактивны, но тем не менее внимательны на занятии.

Цель, реализуемая ОП ВО СФУ:

Подготовка педагогических кадров готовых к реализации педагогической, исследовательской и проектной деятельности, тьюторов для сферы образования, способных обеспечивать индивидуализацию образования с учетом свободного развития личности обучающихся.

Задачи, реализуемые ОП ВО СФУ:

- Сформировать представления о целях и задачах деятельности
- профессиональных педагогических кадров с квалификацией «Бакалавр» по направлению «Педагогическое образование», профиль «Тьютор».
- Обеспечить становление личности тьютора на уровне квалификации бакалавр посредством разработки и применения научно–методического обеспечения.
- Сформировать готовность к реализации педагогической,
- исследовательской, проектной деятельности в сфере образования, в области педагогической поддержки и консультирования.

- Сформировать готовность бакалавра к продолжению профессионального образования и непрерывному профессиональному развитию в ходе последующей практической деятельности.

2.2. Каким требованиям должна удовлетворять динамическая модель

Для того чтобы студенты могли самостоятельно проводить исследования геометрических отношений, динамические модели должны удовлетворять следующим требованиям:

–динамическая модель должна быть доступна для наблюдения за изменениями объекта в различных ситуациях;

–обладать возможностью самостоятельно управлять геометрическими объектами и ее изменениями.

Мы предполагаем, что если динамические модели будут соответствовать требованиям, то использование динамических геометрических моделей на занятиях позволит студентам самостоятельно проводить исследование геометрических объектов и будет способствовать более глубокому освоению математического материала и исследовательских умений.

2.2.1Динамические модели для изучения «Пифагорова дерева»

1. Пифагорово дерево

Всем известна теорема Пифагора: «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов» (см. рис. 1).

Пифагорово дерево – это фрактальная фигура, которая состоит из попарно соприкасающихся квадратов, ограничивающих прямоугольный треугольник, т.е. элементами фрактала являются фигуры – иллюстрации к утверждению и доказательству теоремы Пифагора «пифагоровы штаны во все стороны равны».

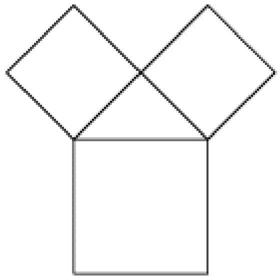


Рисунок 1 – Пифагоровы штаны

Таким образом, построение пифагорова дерева как бы продолжает построение квадратов на сторонах прямоугольного треугольника.

В связи с этим построением возникает ряд исследовательских вопросов:

- Какова площадь получающейся фигуры на каждом шаге построения (на рис.2 шаг выделен своим цветом) и в пределе?
- При каких условиях получаются разные формы пифагоровых деревьев: «раскрывающееся» (с увеличивающимися квадратами), «закрывающееся» (с уменьшающимися квадратами), симметричное, «обдуваемое ветром»
- Что произойдет, если заменить прямоугольный треугольник другим?

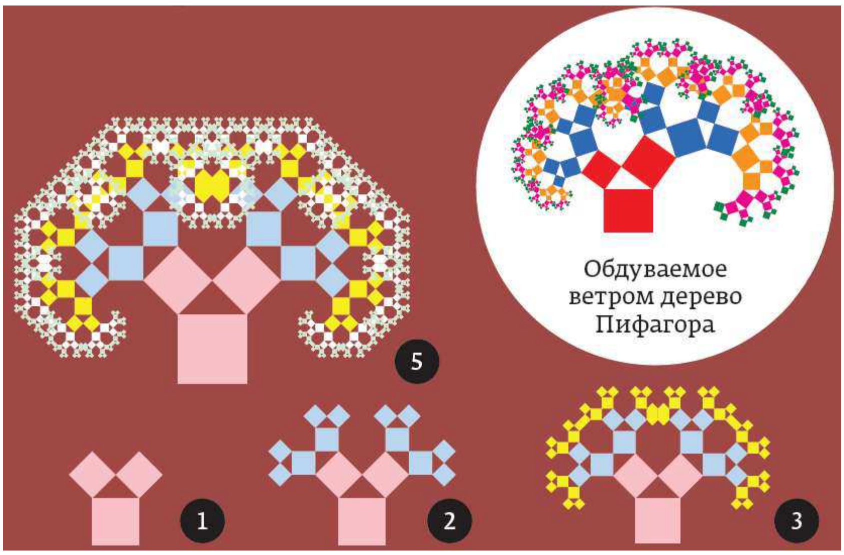


Рисунок 2 – Шаги построения Пифагорова дерева

При исследовании площади, глядя на растущее дерево, можно предположить, что площадь будет ограничена. Можно показать, что если самый большой квадрат единичный, то дерево поместится в прямоугольник 6×4. Значит, его площадь не превосходит 24. Но с другой стороны, каждый раз добавляется в два раза больше троек квадратиков, чем в предыдущий, а их линейные размеры в $\sqrt{2}$ раз меньше. Поэтому на каждом шаге добавляется одна и та же площадь, которая равна площади начальной конфигурации, то есть 2. Казалось бы, тогда площадь дерева должна быть бесконечна! Но на самом деле противоречий здесь нет, потому что довольно быстро квадратики начинают перекрываться, и площадь увеличивается не так быстро. Она, всё же, конечна, но, по всей видимости, до сих пор точное значение неизвестно, и, как отмечается на портале «элементы большой науки», это открытая проблема.

Таким образом, изучая разные конфигурации деревьев, студенты могут решать задачу вычисления площади, понимая при этом, как применять известные факты о площадях геометрических фигур из геометрии и, самостоятельно выдвигая гипотезы.

При исследовании формы дерева можно заметить, что если менять углы при основании треугольника, на сторонах которого построены квадраты, то будут получаться разные формы дерева. Можно изучать возможность построения дерева заданной формы и заданной площади.

Развитием исследовательской задачи о построении пифагорова дерева (которую студенты могут изучать уже самостоятельно) может быть аналогичная задача, когда вместо прямоугольного треугольника берется другой, например, равносторонний треугольник (с углами 60°). Тогда все три квадрата на его сторонах окажутся равными, а дерево превратится в периодический узор на плоскости (Рисунок 3):

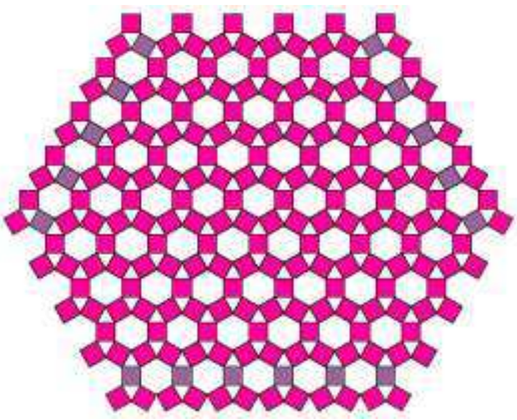


Рисунок 3 – узор на плоскости

2. Динамические модели для построения дерева Пифагора

Для того, чтобы изучать, как меняется форма дерева, модель должна позволять шевелить точку C_1 (см. рис.4) и надстраивать слои Пифагоровых штанов.

Это возможно сделать в программных средах: GeoGebra, 1С: Математический конструктор.

Заметим, что в интернете в свободном доступе на портале «Элементы большой науки», а также в таких программных средах, как GeoGebra, 1С: Математический конструктор представлены уже готовые динамические модели, отвечающие этим двум требованиям (см. рис.4), разработанные разными авторами.

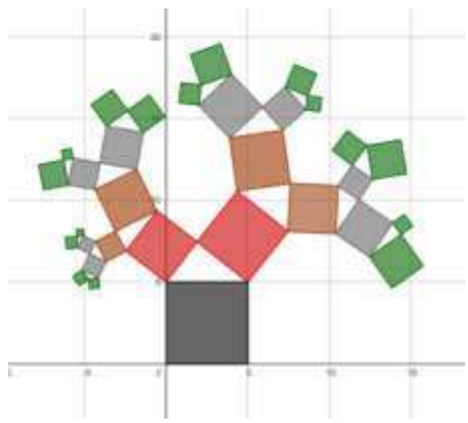


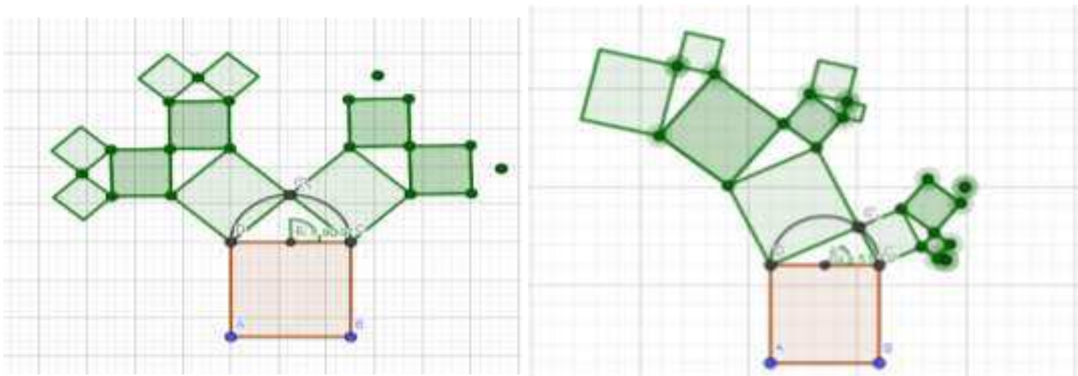
Рисунок 4 – готовая динамическая модель Пифагорова дерева (Приложение В)

Данная динамическая модель позволяет наблюдать за тем, как меняются направление и размеры квадратов, но не позволяет наращивать слои штанов. Она является управляемой, т.е. позволяет пользователю управлять квадратами и менять местами эти квадраты.

Рисунок 5 – динамическая модель Пифагорова дерева для наблюдения (Приложение В)

Динамическая модель Пифагорова дерева (рис.6) не позволяет управлять ею, а лишь – наблюдать за изменениями, т.е. есть возможность остановить движение и провести исследование различных ситуаций дерева.

Динамическая модель Пифагорова дерева (рис. 6,7.) позволяет управлять треугольником, значит можем менять положение вершины управлять вершиной $C_{1,}$ размером дерева, управлять, поворачивать квадрат.



Рисунки 6– 7 – Пифагорово дерево (GeoGebra) (Приложение В

Студенты могут работать с моделью, предложенной преподавателем, или выбирать из предложенного набора наиболее подходящую модель для своего исследования.

Чем полезно обращение к этим ресурсам и сайтам для студентов, тем что они могут самостоятельно увидеть что – то другое интересное для себя.

2.2.2. Динамические модели для изучения теоремы Вивиани

Эта теорема названа в честь итальянского математика Винченцо Вивиани (1622–1703), уроженца Флоренции. Галилео Галилей был настолько впечатлен талантом Вивиани, что стал работать с ним как с соавтором, когда тому было только 17 лет. Теорема является одной из жемчужин (наиболее ярких фактов) геометрии треугольника.

1. Теорема Вивиани

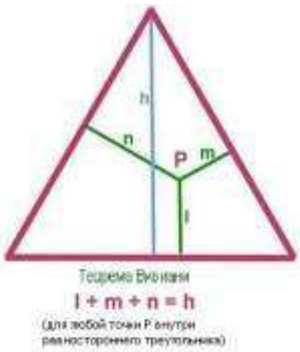


Рисунок 8 – теорема Вивиани

Формулировка теоремы: «Сумма расстояний от произвольной точки внутри равностороннего треугольника до его сторон постоянна и равна высоте треугольника».

Факт постоянства суммы расстояний от произвольной внутренней точки треугольника до сторон может быть обобщен на равносторонние многоугольники и многоугольники с равными углами.

Соотношение высоты и перпендикуляров к сторонам треугольника из одной точки практически невозможно увидеть, глядя на чертеж (см . рис)

Самостоятельно вывести и сформулировать данное утверждение студентам может помочь динамическая модель, при помощи которой можно изучать разные ситуации расположения точки внутри треугольника. Выявление зависимости между длинами отрезков может облегчать отдельное их изображение рядом с чертежом, т.е. дополнение стандартного чертежа к теореме (Рисунок 9).

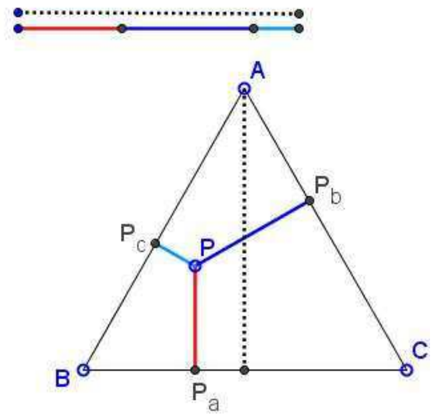


Рисунок 9 –Теорема Вивиани1 (Приложение В)

Самостоятельное формулирование геометрического факта путем наблюдения за изменяющейся ситуацией повышает интерес к этому факту, мотивирует студентов к поиску и пониманию доказательства.

Теорема Вивиани весьма интересна многочисленными ее доказательствами, а также она считается полезной при обучении геометрии. Существуют множество интересных задач, требующих применения данной теоремы. Например, такая: остров имеет форму равностороннего треугольника, где нужно разместить кабинку для переодевания, чтобы сумма расстояний до трех пляжей была минимальной?…. Удивительно, что неважно, в каком месте. Все точки треугольника удовлетворяют требуемому свойству.

Приведем простое доказательство теоремы Вивиани.

Доказательство. Пусть P — внутренняя точка равностороннего треугольника ABC со стороной a. Высоту треугольника ABC обозначим через h. Рассмотрим треугольники ABP,ACP и BCP (Рисунок 10).

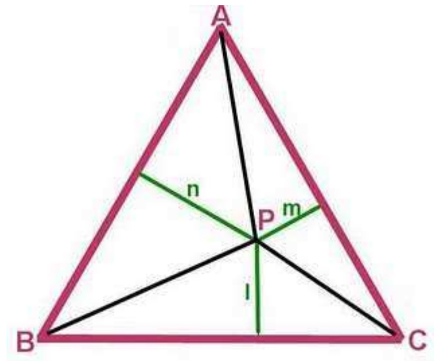


Рисунок 10 – теорема Вивиани. Доказательство

Площадь треугольника ABC равна $S_{ABC} = ah/2$

Площади треугольников ABP,ACP и BCP равны соответственно

$S_{ABP} = an/2$, $S_{ACP} = am/2$, $S_{BCP} = al/2$.

Поскольку $S_{ABC} = S_{ABP} + S_{ACP} + S_{BCP}$, имеем

$ah/2=(am/2)+(an/2)+(al/2)$,

откуда $h=m+n+l$.

2. Динамические модели к теореме

Модели и чертежи к теореме представлены на ресурсе GeoGebra.

Данная динамическая модель теоремы Вивиани позволяет управлять объектами, а именно: отрезками и размером, местоположением самого треугольника, что позволяет провести исследование, наблюдая за изменениями ее состояний (Рисунок 10.).

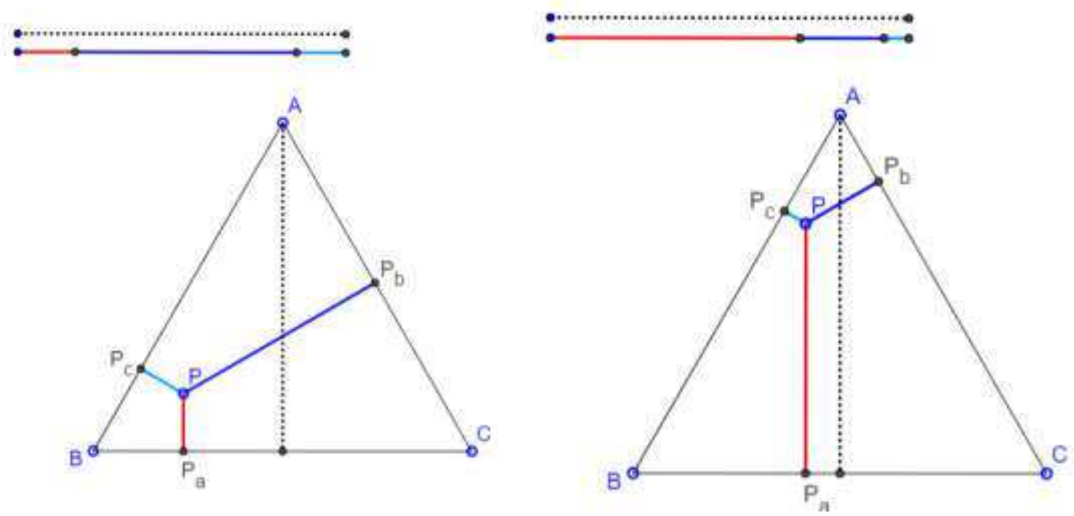


Рисунок 10 – динамическая модель теоремы Вивиани (Приложение В)

Динамическая модель, созданная зарубежными математиками, представленная в англоязычном ресурсе «Formule By BNF», находится в непрерывном движении, не имеет возможности остановить движение. Данную модель можно скачать на собственный компьютер в формате Gif – изображения (Приложение В).

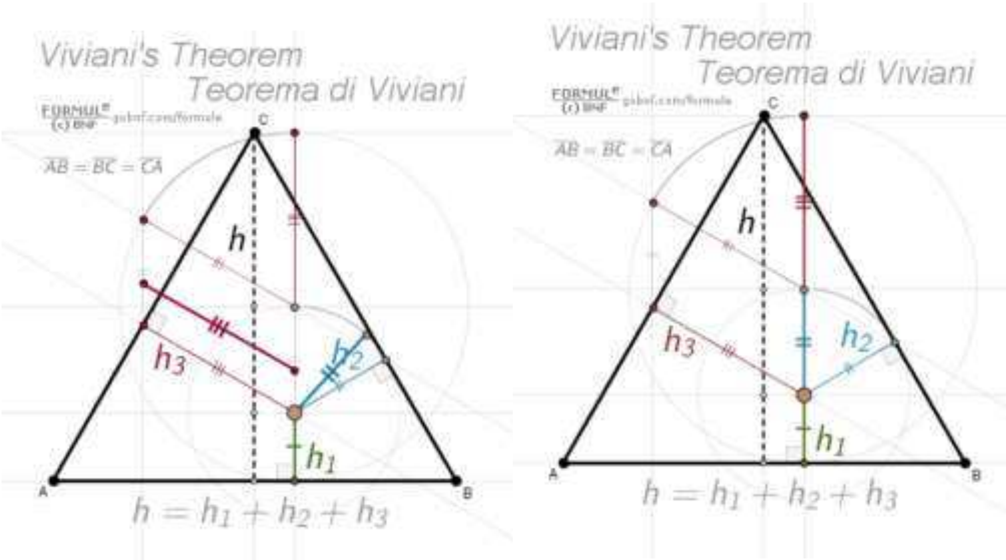


Рисунок 11 – Gif – изображение теоремы Птолемея(Приложение В)

Таким образом, работая с динамическими моделями, студенты могут не только сами формулировать утверждение, но и строить и понимать доказательство. Данная теорема удобна тем, что у нее есть много несложных доказательств. Это позволяет организовать групповую или индивидуальную работу.

2.2.3.Динамические модели для изучения теоремы Птолемея

1. Теорема Птолемея

Окружностью, описанной около треугольника, называют окружность, проходящую через все вершины треугольника. В этом случае треугольник называют треугольником, вписанным в окружность, или вписанным треугольником.

Зарубежные математики комментируют данную теорему следующим образом: «У нас есть три цветных сегмента в этой анимации. Удивительно, что длина самого длинного всегда является суммой длины двух меньших. Это на самом деле очень частный случай теоремы Птолемея. Теорема дает связь между сторонами и диагоналями циклического четырехугольника. В этом случае длина пунктирных линий равна, поэтому теорема может быть упрощена к вышеприведенному утверждению».

2. Динамические модели

Динамическая модель теоремы Птолемея, которая находится в постоянном движении, без остановки остановить движение объекта, была разработана зарубежными математиками и предоставлена в сети в открытом доступе на зарубежном сайте под названием «Symmetry». Данная динамическая модель имеет свои недостатки. Она находится в постоянном движении, ее никак нельзя остановить, поставить на паузу, поэтому невозможно провести исследование.

Мы, в свою очередь, замедлили движение объекта и предоставили возможность его остановить с помощью технологии скринкастинга, чтобы студенты смогли провести собственное исследование, наблюдая за различными ситуациями состояния объекта.

2.3. Разработка занятий с применением динамических геометрических моделей

В основу разработанных занятий положено представление об этапах работы с исследовательскими задачами, описанное в учебном пособии «Экспериментальная математика» М.А. Павловой [36], в котором автором выделены четыре этапа работы с исследовательскими задачами на занятии:

- первый этап – «интеллектуальная разминка»,
- второй этап– «докомпьютерное решение задачи»,
- третий этап– «компьютерное решение задачи»,

– четвертый этап – «послекомпьютерное решение задачи» (см. Приложение А).

На первом этапе занятия – «интеллектуальная разминка», предполагается актуализировать ранее полученные знания, которые уже известны обучающимся и будут использованы в дальнейшем.

Второй этап – «докомпьютерное решение задачи» направлен на постановку задачи, создание проблемной ситуации и подведение обучающихся к осознанию того факта, что для разрешения проблемной ситуации необходимо использовать компьютерные средства.

Третий этап – «компьютерное решение задачи» на данном этапе применяются динамические геометрические модели объектов с целью того, чтобы студенты смогли самостоятельно выделить закономерности и связи исследуемых объектов. Они могут проводить исследования ситуаций: наблюдать за изменениями, управлять динамическими геометрическими объектами объектов. Затем фиксировать свои наблюдения словесно и математически.

Четвертый завершающий этап посвящен обсуждению итогов самостоятельной исследовательской работы и созданию собственного продукта.

2.3.1 Занятие 1. «Пифагорово дерево»

Цель занятия:

Показать возможности применения геометрических конструкций в изобразительном искусстве, дать опыт самостоятельного исследования и формулирования задачи, опыт применения известных знаний (теорема Пифагора) в новой ситуации (при исследовании площади Пифагорова дерева).

Приобретаемые студентами умения и полученный опыт: конструировать геометрический объект с заданными свойствами, наблюдать и выделять геометрические закономерности, формулировать утверждения о геометрических объектах и проверять их правдоподобность.

Предметный результат: свободное применение формул площадей для нахождения площадей сложных геометрических фигур.

Метапредметный результат: создание авторского продукта (дерева); формирование представления о математическом эксперименте, получение исследовательского опыта.

На первом этапе – «Интеллектуальная разминка», студентам необходимо самостоятельно, вспомнить факты, связанные с прямоугольным треугольником, далее вспомнить теорему Пифагора. Вследствие этого, вспомнить теорему Пифагора. Тем самым мы актуализируем ранее полученные знания. Затем также необходимо вспомнить самостоятельно: что такое катеты и как вычисляется площадь.

На втором этапе – «докомпьютерное решение задачи» пред студентами стоит задача найти информацию о пифагоровых штанах. Далее перед студентами необходимо нарисовать «Пифагоровы штаны».

Далее предлагается продолжить чертеж так, чтобы он состоял только из элемента «Пифагоровых штанов». Задание поясняется преподавателем с использованием обычной доски. Студентам предлагается попробовать нарисовать свое пифагорово дерево и найти площадь самого последнего треугольника на дереве.

На третьем этапе – «компьютерное решение задачи» студентам предлагается изучить сначала динамические модели пифагорово дерева, которые позволяли не только наблюдать, но и управлять объектом самостоятельно. Это было сделано с целью того, чтобы выделить закономерности, изучить элементы дерева в разных размерах. Студенты наблюдают, изменения и пытаются зафиксировать их словесно и математически.

На четвертом завершающем этапе – «послекомпьютерное решение»,

Сформулировать утверждения о структуре и площади пифагорова дерева, которые стали результатами наблюдений. Например, утверждение о том, что площадь штанов из последнего слоя легко найти, если все треугольники подобны.

Создать и обсудить авторские продукты: пифагоровы дерева с заданными заранее свойствами, обосновать, что изображения на рисунках имеют эти свойства.

Подводя итог, обсудить вопросы, касающиеся степени наглядности, удобства, о том, испытывали ли студенты трудности при работе со вспомогательным учебным средством, а так же, как и на других остальных занятиях.

2.3.2. Занятие 2. «Теорема Птолемея»

Цель занятия: показать возможности применения геометрических конструкций в изобразительном искусстве, дать опыт самостоятельного исследования и формулирования задачи, опыт применения известных знаний (теорема Птолемея).

Приобретаемые студентами умения и полученный опыт: конструировать геометрический объект с заданными свойствами, наблюдать и выделять геометрические закономерности, формулировать утверждения о геометрических объектах и проверять их правдоподобность.

Предметный результат: свободное применение, полученных знаний в дальнейшем.

Метапредметный результат: формирование представления о математическом эксперименте, получение исследовательского опыта.

На первом этапе необходимо актуализировать знания, вспомнить факты равнобедренного треугольника.

На втором этапе показать динамическую модель теоремы Птолемея, которая двигается динамически все время без остановки.

На третьем этапе предоставить студентам видеозапись, в которой та же самая теорема только замедленная скорость и есть возможность останавливать запись в любое время. Тем самым данная модель позволяет провести наблюдение разных ситуаций состояний объекта.

На четвертом завершающем этапе провести обсуждение о степени наглядности, удобства, о том, испытывали ли студенты трудности при работе с вспомогательным учебным средством, а также – могло бы облегчить изучение математики, если использовать ДГМ в процессе обучения математике.

2.3.2. Занятие 3. «Теорема Вивиани»

Цель занятия: показать возможности применения геометрических конструкций в изобразительном искусстве, дать опыт самостоятельного исследования и формулирования задачи, опыт применения известных знаний (теорема Вивиан).

Приобретаемые студентами умения и полученный опыт: конструировать геометрический объект с заданными свойствами, наблюдать и выделять геометрические закономерности, формулировать утверждения о геометрических объектах и проверять их правдоподобность.

Предметный результат: свободное применение, полученных знаний в дальнейшем.

Метапредметный результат: формирование представления о математическом эксперименте, получение исследовательского опыта.

На первом этапе согласно логике проведения занятия с применением динамических геометрических моделей актуализировались ранее полученные знания: «Что вы знаете о равнобедренном треугольнике?»

На втором этапе, с помощью динамической модели теоремы Вивиани в формате Gif– изображения, которая находится в постоянном движении и не имеет возможности останавливать это движение, необходимо обнаружить связь высоты с перпендикулярами из одной точки внутри треугольника. Затем после наблюдения записать утверждение.

С помощью динамической модели теоремы Вивиани, созданной в программной среде GeoGebra с возможностью управлять моделью, попробовать восстановить способ доказательства теоремы. Для этого студенты должны разделиться на группы и предоставить разные способы.

На третьем этапе студенты должны провести наблюдение за изменениями и попытаться зафиксировать их словесно и математически.

На четвертом завершающем этапе – «послекомпьютерное решение», студенты должны сделать групповые доклады о доказательстве при помощи своего чертежа на обычной доске.

2.4. Результаты апробации

Проверка данных предположений осуществлялась в ходе опытно–экспериментальной работы, в которой принимали участие студенты Сибирского Федерального Университета. Всего в нашем исследовании приняли 22 студента.

Педагогический эксперимент проводился у студентов первого курса гуманитарных специальностей – «педагогическое образование: изобразительное искусство», «педагогическое образование: тьютор».

В процессе проведения опытно–экспериментальной работы проводился опрос студентов после занятий с применением динамических геометрических моделей. Опрос проводился для того, чтобы узнать объективное мнение студентов об использовании ДГМ при изучении математики.

Опрос проводился в режиме online в google формах и состоял из следующих вопросов:

- Были ли у вас трудности при исследовании теорем в виде чертежа/картинки?
- Оцените степень удобства наблюдения за динамической моделью теоремы Птолемея, которая находится в постоянном движении без остановки?
- Оцените степень наглядности и удобства наблюдения динамической геометрической модели теоремы Птолемея, позволяющая останавливать запись на паузу?

- Оцените степень наглядности управляемой динамической геометрической модели теоремы Вивиани?

- Оцените степень наглядности динамической геометрической модели "Пифагорова дерева", позволяющая наблюдать за изменениями состояний объекта?

- Оцените степень наглядности управляемой динамической геометрической модели "Пифагорова дерева»?

- Как Вы думаете, облегчило бы вам изучение математики, если бы на занятиях применялись динамические геометрические модели ?

Итоги опроса показали, что студенты испытывают трудности при изучении математики, это может быть связано с низким уровнем подготовки или мотивации, а также низкой степени наглядности изучаемого материала.

Как выяснилось, 80% студентов испытывают трудности при исследовании геометрических объектов, а остальные 20% –затрудняются дать ответ– вовсе не понимают суть вопроса.

Вопросы о степени наглядности динамических моделей оценивали по шкале от 1 до 5:

«1 балл – невозможно провести качественное наблюдение за объектом»

«5 баллов – можно провести качественное наблюдение за объектом»

Динамическую модель, которая находится в постоянном движении, оценивают ниже среднего балла: 10% на 3 балла, 40% на 2 балла, 50% на самый низкий 1 балл (Рисунок 8). А динамическую модель, позволяющую приостановить движение, оценивают выше среднего балла: 30% на 3 балла, 60% на 4 балла и 10% на 5 баллов (Рисунок 8). Внесенное усовершенствование повысило эффективность наблюдения за динамической моделью.

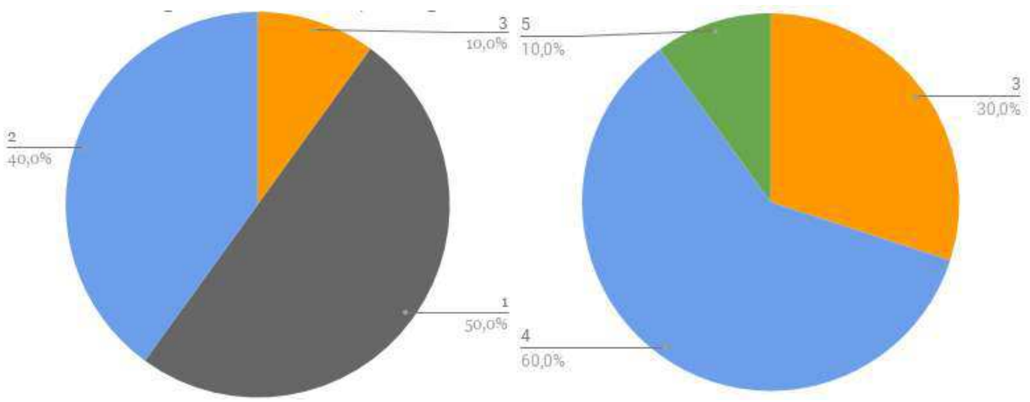


Рисунок 8 – Сравнение наглядности ДГМ теоремы Птолемея (без остановки, с паузой)

Степень наглядности динамической геометрической модели теоремы Вивиани, позволяющая управлять объектом и наблюдать за изменениями ее состояний, студенты оценивают достаточно высокими баллами, а именно:

«3 балла» – 10%;

«4 балла» – 40%;

«5 баллов» – 50% (Рисунок 9).

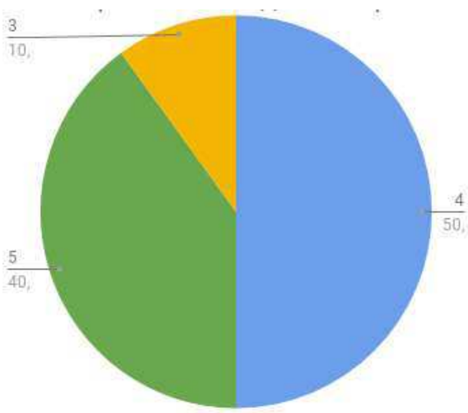


Рисунок 9 – Степень наглядности управляемой ДГМ теоремы Вивиани

Степень наглядности динамической геометрической модели "Пифагорова дерева", которая размещена на портале «Элементы большой науки», позволяющая управлять объектом и наблюдать за изменениями его состояний, оценивают высокими баллами: 40% студентов предпочли оценить в ; балла; а остальные 60% оценили в высокий балл (Рис. 10).

Степень наглядности динамической геометрической модели "Пифагорова дерева", которая позволяет управлять объектом и его размером, созданная в программной среде GeoGebra, студенты оценивают достаточно высокими баллами. Лишь 10% студентов оценили в 3 балла, еще 40% предпочли оценить в 40%, а остальные 50% – в 5 баллов (Рисунок 10).

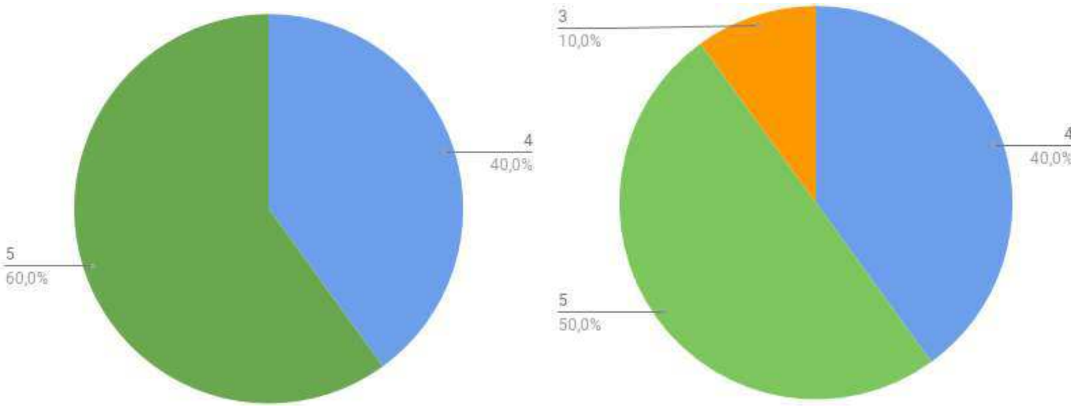


Рисунок 10 – Степень наглядности динамических моделей "Пифагорова дерева" («Элементы большой науки», GeoGebra)

На вопрос «облегчило бы изучение математики, если бы на занятиях применялись динамические геометрические модели?» большинство, т.е. 80% отвечают положительно, остальные 20% – затрудняются ответить. При этом 2 студента (из ответивших положительно) прокомментировали этот вопрос так: «было бы еще лучше, если бы модели, позволяющие наблюдать за изменениями состояний объекта, и модели, которые обеспечивают возможность управлять ими, разделили бы на уровни изучения, исследования. Можно давать модели, чтобы мы сами могли устанавливать разные параметры».

Наблюдения за студентами в процессе занятий с применение динамических моделей, опрос и беседа со студентами показали, что у них возрастает интерес, повышается мотивация к изучению математики и то, что модели помогают понимать теоремы, студенты сами осознают это. При этом, управляемая более эффективна, чем те модели, которые не имеют возможности управлять ими.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные занятия проводились в соответствии учебным планам Сибирского Федерального Университета. Программы динамической геометрии были подобраны с учетом того, что созданными в них динамическими моделями могли бы пользоваться те, кто не в полной мере обладают информационными компетентностями.

Получено подтверждение гипотезы о том, что использование динамических геометрических моделей на занятиях позволит студентам самостоятельно проводить исследование геометрических объектов, и будет способствовать более глубокому освоению математического материала и исследовательских умений, если:

- динамические геометрические модели будут отражать все ситуации связи математических объектов и отношений;
- динамическая геометрическая модель будет позволять осуществлять наблюдения за изменениями геометрических ситуаций или возможность самостоятельно управлять этими изменениями.

Таким образом, результаты опытно–экспериментальной работы, их интерпретация и оценка дают основание для заключения о том, что цель исследования – разработать вспомогательное учебное средство для формулирования изучения студентами геометрических утверждений нами достигнута, поставленные задачи решены, выдвинутая гипотеза получила свое подтверждение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Арнольд, В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд // М.: МЦНМО. – 2000. – № 1. – С. 32.

2. Арнольд, В. И. Что такое математика? / В. И. Арнольд // МЦНМО. – Изд. 2. Стереотип. – 2008. С. 104.

3. Арнольд, В. И. Экспериментальная математика / В. И. Арнольд // М.: ФАЗИС.–2005. – С. 63.

4. Бакуров, А. Н. Динамические компьютерные модели как средство совершенствования процесса обучения стереометрии в средней школе: авторефер.дис. на соискание уч. степ. канд. пед. наук : 13.00.02. / Бакуров Александр Николаевич. – Орел, 2013. – 22 с.

5. Баранова, Е. В., Как увлечь школьников исследовательской деятельностью / Е. В. Баранова, М. И. Зайкин// Математика в школе. –2004. –№ 2. –С. 7–10.

6. Безумова, О. Л. Компьютерная поддержка решения школьных алгебраических задач средствами GEOGEBRA / О. Л. Безумова, С. Н. Котова, М. В. Шабанова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 1. – С. 2–3.

7. Белозеров, И. В. Профессиональная направленность обучения математике студентов гуманитарных специальностей : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Белозеров Иван Валентинович. – Москва, 2002. – 215 с.

8. Дубровский, В. Н. 1С: математический конструктор – новая программа динамической геометрии / Н. А. Лебедева, О. А. Белайчук // Компьютерные инструменты в образовании. – Москва, 2007. – 10с.

9. Газман, О. С. Воспитание и педагогическая поддержка детей в образовании :книга / О. С. Газман;под ред. О. С. Газмана.– Москва, 1996.

10. Громаковская, Л. А. Экспериментальная математика как одно из средств развития потребности в логическом доказательстве /

Л. А. Громаковская // Труды Петрозав. гос. ун–та. Вып. 9. Математика. – 2002. – С. 54–61.

11. Далингер, В. А. Поисково–исследовательская деятельность учащихся по математике: учеб. пособие. / В. А Далингер. – Омск: ОмГПУ, 2005. –456 с.

12. Кислякова, М. А. Педагогическая поддержка преодоления познавательных затруднений у студентов гуманитарных специальностей при изучении математики / М. А. Кислякова // Личность, семья и общество: вопросы педагогики и психологии : сб. ст. по матер. X междунар. науч.–практ. конф. часть II. – Новосибирск: СибАК, 2011.

13. Клещёва, И. В. Организация учебно–исследовательской деятельности учащихся при изучении математики: дисс. на соискание уч. степ. канд. пед. наук: 13.00.02 / Клещёва Ирина Валерьевна. – Санкт–Петербург, 2003. –176 с.

14. Концепция развития математического образования в Российской Федерации : утвержден распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013. – №2506–р.

15. Коджаспирова, Г. М. Педагогический словарь : словарь / Г. М. Коджаспирова, А. Ю. Коджаспиров. – Москва : Издательский центр Академия, 2000. – 176 с.

16. Краля, Н. А. Метод учебных проектов как средство активизации учебной деятельности учащихся: учеб.–метод. пособие / Н. А. Краля; под ред. Ю. П. Дубенского. – Омск : изд–во ОмГУ, 2005. –59 с.

17. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования : учеб. пособие для студентовпед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / Е. С. Полат [и др.]. – Москва: Академия, 1999. –224 с.

18. Ням Н. Т. Развитие познавательной самостоятельности студентов – гуманитариев в обучении математике средствами наглядного моделирования: дис. на соискание ученой степеникканд. пед. наук : 13.00.02 / Ням Нгок Тан. – Ярославль, 2014. – 214с.

19. Обучение математике с использованием возможностей GeoGebra: коллективная монография / М. В. Шабанова, О. Л. Безумова, Е. Н. Ерилова, С. Н. Котова, С. В. Ларин, Р. П. Овчинникова, Н. Н. Патронова, М. А. Павлова, А. Е. Томилова, О. Н. Троицкая, Л. В. Форкунова, Т. С. Ширикова. – Москва : Перо, 2013. –128 с.

20. Осин, А. В. Открытые образовательные модульные мультимедиа системы :монография / А. В. Осин ; Издательский сервис. – Москва, 2010. –328 с.

21. Павлова, М. Л. Особенности программного обеспечения учебных исследований учащихся начальных уровней геометрической подготовки / Павлова М. Л., Шабанова М. В. // Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. Архангельск, 2015. – С. 110–116.

22. Потоскуев Е. В. Геометрический компонент профессиональной подготовки учителя математики в педагогическом вузе: учеб.–метод. по–собие /Е. В Потоскуев. – Тольятти: ТГУ, 2009. – 187 с.

23. Рыжик, В. И. Геометрия и компьютер / В. И. Рыжик / Компьютерные инструменты в образовании. – 2000. – № 6. – С. 7–11.

24. Салмина, Н. Г. Знак и символ в обучении : книга / Н. Г. Салмина. – Москва :Моск. ун–ет, 1988. – 121 с.

25. Санина, Е. И. Основы исследовательской деятельности в физико–математическом образовании : учеб. пособие для самост. раб. студ. / Е. И. Санина, Т. А. Воронько, Е. А. Рогова. – Москва : МПГУ, 2005. –52 с.

26. Сергеева, Т. Ф. Основы динамической геометрии : монография / Т. Ф. Сергеева, М. В. Шабанова, С. И. Гроздев. – Москва : АСОУ, 2016. – 152 с.

27. Смирнова, А. С. Педагогическая поддержка студентов с трудностями в учении : автореф. дис. …канд. пед. наук : 13.00.01 / Смирнова Анна Сергеевна. – Хабаровск, 2009. – 22 с.

28. Стефанова, Н. Л. Проблема развития исследовательских умений учащихся с позиции метаметодического подхода / Н. Л. Стефанова // Известия РГПУ им. А. И. Герцена. – Санкт–Петербург. –2002. Вып. 3. Т. 2. С. 167–175.

29. Тараник, В.И. Практические работы по геометрии как средство развития самостоятельной познавательной деятельности учащихся основной школы: автореф. дисс. ... канд. пед. наук. : 13.00.02 / Тараник Валентина Ивановна. –Волгоград, 2010. –18 с.

30. Тимофеева, Л.Н. Развитие исследовательских умений учащихся классов с углубленным изучением математики: автореф. дис. ... канд. пед. наук. : 13.00.02 / Тимофеева Лариса Николаевна. – Санкт–Петербург, 2003. – 19 с.

31. Труды 2–го Всероссийского съезда преподавателей математики: доклады. – Москва, 1915. – 320 с.

32. Фридман, Л. М. Психолого–педагогические основы обучения математике в школе : книга / Л. М. Фридман. – Москва : Просвещение, 1987. – 160 с.

33. Фройденталь, Г. Математика как педагогическая задача : книга / Г. Фройденталь. – Москва : Просвещение. 1983. – 192 с.

34. Шабанова, М. В. Компьютерный эксперимент в системе методов работы с теоремой / М. В. Шабанова, Т. С. Ширикова // Современные проблемы науки и образования. – Архангельск, 2013. – № 2. С. 1–13.

35. Штофф, В. А. Моделирование и философия : книга / В. А. Штофф. – Москва : –Л. : Наука, 1966. – 303 с.

36. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение : коллективная монография / М. В. Шабанова[и др.]. [и др.]. – Москва : Издательский дом Академии Естествознания, 2016. – 300 с.

37. Экспериментальная математика : учебное пособие / М. В. Шабанова [и др.] ; отв. ред. М. А. Павлова. — Архангельск : изд–во АО ИОО, 2017. — 184 с.

38. Elies Abboud On Viviani'sTheorem and its Extensions // arXiv : 0903.0753v3 [math.MG] 12 Apr. 2009

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Этапы экспериментального занятия с применением ДГМ

№	Название этапа	Описание
1	«Интеллектуальная разминка»	рекомендуется рассмотреть серию задач на сообразительность, подходящую по тематике или идеям решения к основной задаче. Например, задачи на взвешивание хорошо использовать как подготовительные к решению задач «Где построить аэропорт?» и «Клад на дне озера». Цель этого этапа – подготовить учащихся к интеллектуальным усилиям.
2	«Докомпьютерное решение задачи»	направлен на постановку задачи, создание проблемной ситуации, подведение учащихся к осознанию того факта, что для разрешения проблемной ситуации необходимо 63 использовать компьютерные средства, планирование компьютерных экспериментов. Он проходит в форме групповой или коллективной работы с использованием дидактических игр (настольных или игр на местности) и учебных дискуссий.
3	«Компьютерное решение задачи»	на данном этапе реализуется исследовательский цикл. Этап связан с созданием компьютерной модели объекта исследования или с ознакомлением с устройством рабочих динамических листов (виртуальных лабораторий), проведением компьютерных экспериментов, сбором и обработкой данных, получением гипотез, помогающих в разрешении проблемной ситуации, и их использованием. Это, в основном, индивидуальная работа за компьютером. Главная роль учителя на этом этапе следить за тем, чтобы учащиеся не останавливали интеллектуальный поиск. Если возникает подозрение, что тот или иной учащийся исчерпал свои возможности, то необходимо подойти к нему и, используя метод сократовского диалога или готовый динамический рабочий лист соответствующего уровня интерактивности, подсказки, вывести его из интеллектуального тупика, показать возможность продолжения работы над задачей.
4	«Послекомпьютерное решение»	Завершающий этап посвящен обсуждению итогов самостоятельной исследовательской работы над задачей. На этом этапе желательно создать ситуацию успеха для каждого обучающегося. Предоставить возможность обучающимся сообщить свои выводы, выдвинуть гипотезы. После этого организуется работа по критическому анализу гипотез, обсуждение их значимости для разрешения проблемной ситуации, по доказательству и применению значимых гипотез. Это этап завершения работы над задачей.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Пример задания для занятия с применением динамических моделей «Пифагорова дерева»

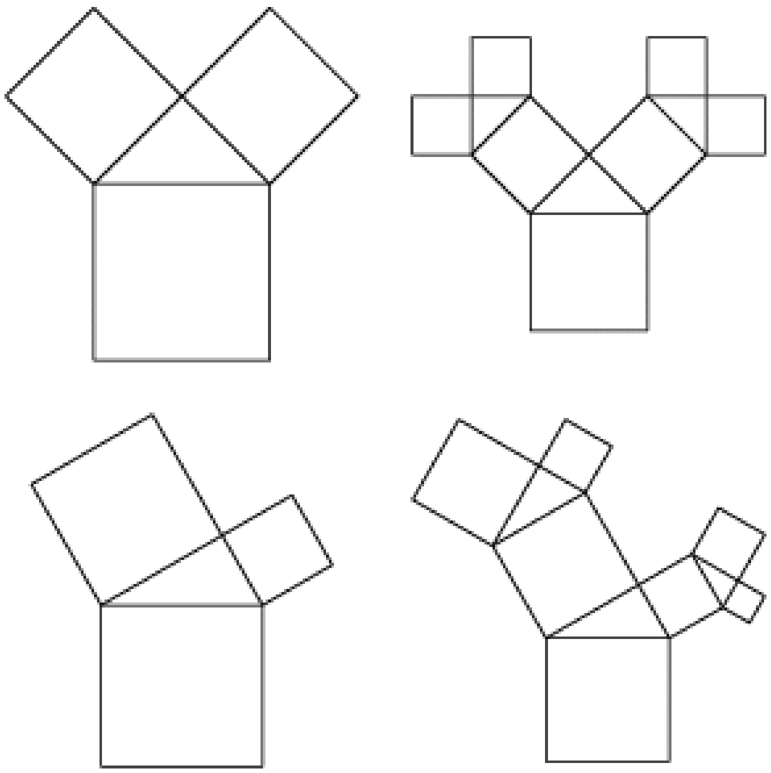


Рисунок Б1 – «Пифагорова дерева»

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Тематический материал

Динамические модели «Пифагорова дерева», позволяющие управлять моделью:

режим доступа: https://www.geogebra.org/m/NdwCzZgH

режим доступа: http://elementy.ru/posters/fractals/Pythagoras

режим доступа: https://www.geogebra.org/m/tF954Fh4

режим доступа: https://www.geogebra.org/m/KQMyWc3w

режим доступа: https://www.geogebra.org/m/eeFd7WVp

режим доступа: http://obr.1c.ru/mathkit/lessons/2_u2.html

Динамическая модель «Теорема Вивиани», позволяющая наблюдать за изменениями:

режим доступа: https://formulebybnf.tumblr.com/post/vivianis–theorem

Динамическая модель «Теорема Вивиани», позволяющая управлять ею:

Режим доступа: https://www.cut–the–knot.org/Curriculum/Geometry/Viviani.shtml

Динамическая модель «Теорема Птолемея», не имеющая возможности ни управлять, ни останавливать движение:

режим доступа: http://szimmetria–airtemmizs.tumblr.com/post/151341830018/we–have–three–colored–segment–in–this–animation

Динамическая модель «Теорема Птолемея», позволяющая наблюдать за изменениями модели (пауза):

режим доступа: https://youtu.be/uqAxUZ8KhWI

режим доступа: https://youtu.be/CfY5SwZ3Ucg

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Рисунки студентов с занятия «Динамическая модель Пифагорова дерева»

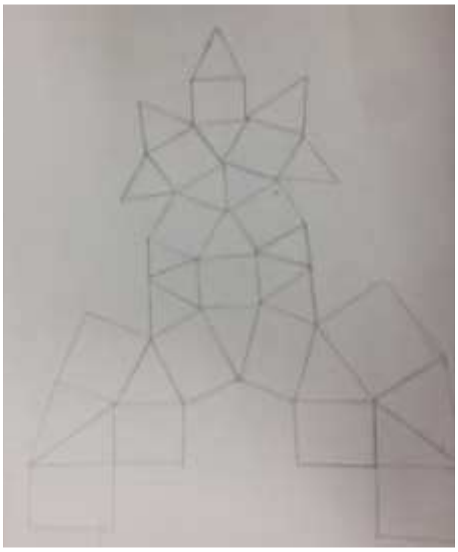


Рисунок Г1 – чертеж студент №1

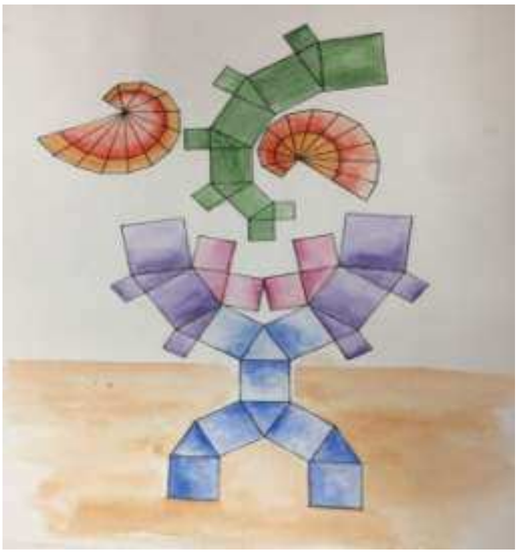


Рисунок Г2– чертеж студент №2

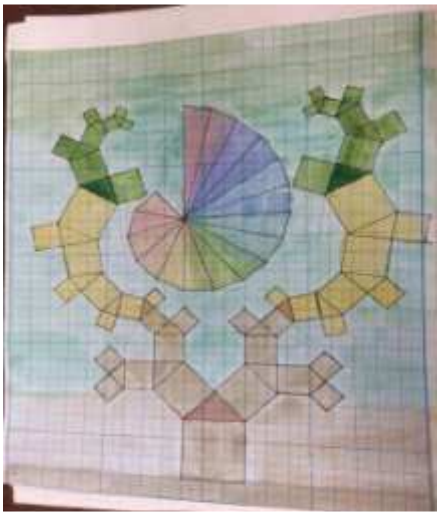


Рисунок Г3 – студент №3

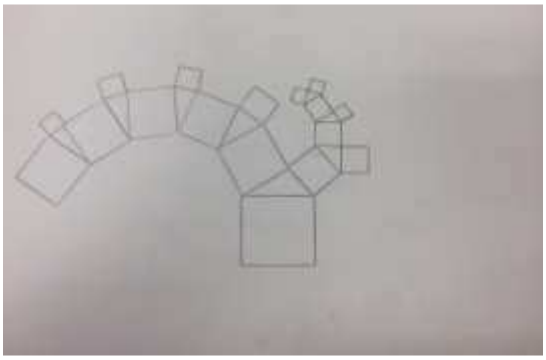


Рисунок Г4 – студент №4

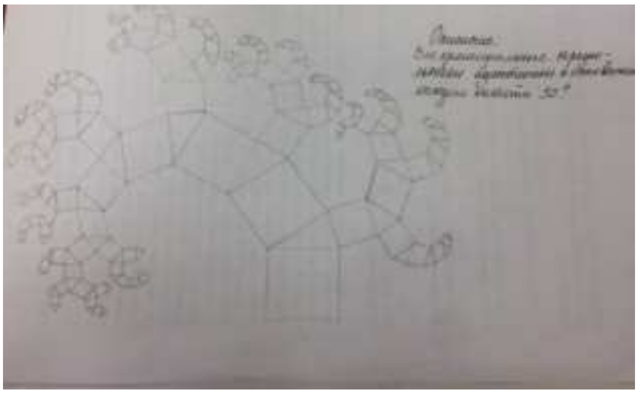


Рисунок Г5 – студент №5

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт педагогики, психологии и социологии
Кафедра информационных технологий обучения и непрерывного образования

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
_______ О.Г. Смолянинова
«_18_» _июня_ 2018 г

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

44.03.01 – Педагогическое образование

44.03.01.09 –Информатика и информационные технологии в образовании

Применение динамических геометрических моделей для обучения математике бакалавров – будущих педагогов

Руководитель _______ канд. физ–мат. наук, доцент О.В. Знаменская

Выпускник _______ Х.Ш. Монгуш

Красноярск 2018