УДК 628.822

РАСЧЕТ ДЕФОРМАЦИИ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ

Иванов В. А.
научный руководитель д-р физ.-мат. наук Еркаев Н. В.
Сибирский федеральный университет

При больших нагрузках в подшипниках скольжения необходимо учитывать деформации рабочих поверхностей, зависящих от распределения давления в смазочном слое. При этом расчет деформаций надо выполнять одновременно с расчетом давлений во всем смазочном слое. Для этого необходимо задавать уравнение связи между локальной деформацией и давлением, которое существенно усложняется при наличии вкладышей. Разработка методики реконструкции такого уравнения составляет цель данной работы.

Для иллюстрации методики рассмотрим подшипник скольжения, состоящий из стального цилиндра и тонкого вкладыша из бронзы (Рис. 1). Геометрические параметры подшипника: $R_1 = 0{,}03$ *м*; $R_2 = 0{,}035$ *м*; $R_3 = 0{,}1$ *м*;

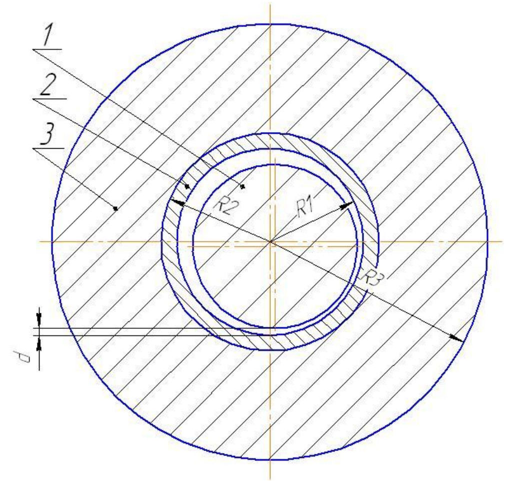

Рис. 1. Схема подшипника скольжения
1 – вал, 2 – бронзовый вкладыш, 3 – стальная оболочка

Характеристики материалов: $E_{Бр} = 1{,}08 \cdot 10^{11}$ *Па* – модуль упругости бронзы, $E_{Ст} = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ *Па* - модуль упругости стали, $m_{Бр} = 0{,}34$ *Па* – модуль Юнга бронзы, $m_{Ст} = 0{,}3$ *Па* – модуль Юнга стали.

Распределение давления P в смазочном слое подшипника скольжения конечной длины определяется известным уравнением Рейнольдса:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{dx}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial p}{dy}\right) = \frac{\partial hu}{\partial x} + \alpha\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (1)$$

где: h - толщина зазора, μ - динамический коэффициент вязкости, u – полусумма скоростей границ, α – релаксационный параметр, применяемый в методах установления.

Уравнение (1) решаем численно методом установления по неявной схеме, применяя конечно-разностною аппроксимацию. Полученное в результате решения уравнения (1) распределение давления (рис.2) использовалось для расчета упругих деформаций стальной оболочки со вкладышем. Для этого применялся программный комплекс ANSYS. При этом перемещения по внешнему радиусу стальной оболочки предполагались равными нулю.

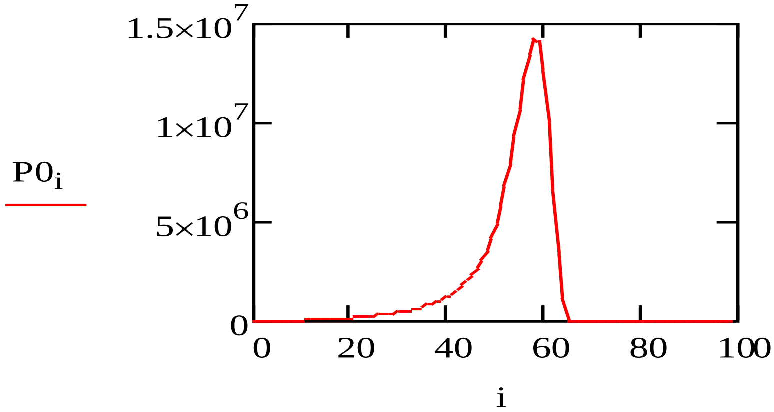

Рис. 2. Распределение давления в смазочном слое

Смоделировав подшипник и задав все необходимые параметры, получаем значения деформации вкладыша и стальной оболочки, показанные на рис. 3.

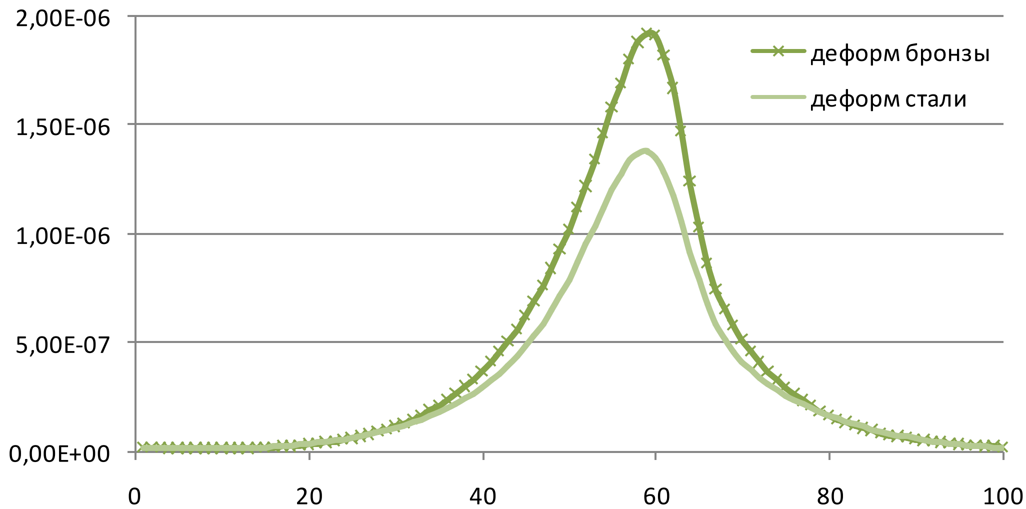

Рис. 3. Деформации вкладыша и оболочки

Значения деформаций, полученные с помощью пакета ANSYS, сравнивались с аналитическими результатами по приближенной формуле, основанной на известной гипотезе Винклера, предполагающей пропорциональность прогиба тонкого вкладыша и локального давления в смазочной пленке:

$$\delta = D \cdot P, \qquad D = \frac{(R_2 - R_1)}{E} \cdot \frac{(1+m)(1-2m)}{(1-m)} \tag{2}$$

Выполнив расчет по формуле Винклера для бронзового вкладыша, получаем значения деформации вкладыша, показанные на рис. 4.

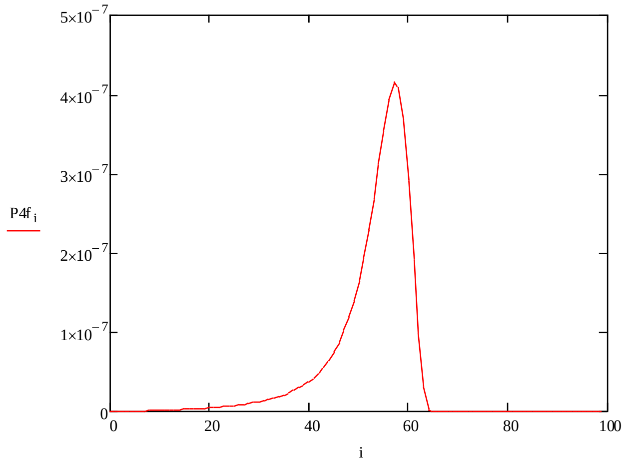

Рис. 4. Прогиб втулки, рассчитанный по формуле Винклера

Из представленного выше расчета можно сделать вывод, что приближенная формула (2) дает неверный результат для двухслойного подшипника, так как она не учитывает деформацию стальной оболочки. Так же расчеты показывают, что чем толще оболочка вкладыша, тем больше его деформация и, следовательно, больше расхождение с теоретической формулой. Поэтому для повышения точности расчета деформации вкладыша предлагается более общая интегральная формула, учитывающая нелокальную связь прогиба с давлением:

$$\delta(\varphi) = \int_0^{2\pi} P(\varphi')K(\varphi - \varphi')d\varphi' \qquad (3)$$

где: $\delta(\varphi)$ – функция прогиба вкладыша; $P(\varphi)$ - функция распределения давления; $K(\varphi - \varphi')$ - функция податливости.

Далее применяем разложение в ряды Фурье:

$$P(\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(A_k cos(k\varphi) + B_k sin(k\varphi)\right), \qquad \delta(\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(D_k cos(k\varphi) + C_k sin(k\varphi)\right),$$

$$K(\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(M_k cos(k\varphi) + N_k sin(k\varphi)\right).$$

Неизвестные коэффициенты M_k и N_k определяем из системы уравнений:

$$M_k \int_0^{2\pi} P(\varphi')\,sin(k\varphi')d\varphi' + N_k \int_0^{2\pi} P(\varphi')\,cos(k\varphi')d\varphi' = \int_0^{2\pi} \delta\ sin(k\varphi)\cdot d\varphi,$$

$$M_k \int_0^{2\pi} P(\varphi')\,cos(k\varphi')d\varphi' - N_k \int_0^{2\pi} P(\varphi')\,sin(k\varphi')d\varphi' = \int_0^{2\pi} \delta\ cos(k\varphi)\cdot d\varphi.$$

Используя найденное ранее распределение давления в слое и рассчитанные по программе ANSYS деформации, определяем коэффициенты Фурье:

$$M_k = \frac{1}{2\pi}\frac{X_k C_k + Y_k D_k}{X_k^2 + Y_k^2}, \quad N_k = \frac{1}{2\pi}\frac{Y_k C_k + X_k D_k}{X_k^2 + Y_k^2};$$

где:

$$Y_k = \sum_{i=0}^{\infty} P_i\, cos(k\varphi_i)\cdot\Delta\varphi, \qquad X_k = \sum_{i=0}^{\infty} P_i\, sin(k\varphi_i)\cdot\Delta\varphi,$$

$$C_k = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_i\, sin(k\varphi_i)\cdot\Delta\varphi, \qquad D_k = \sum_{i=0}^{\infty} \delta_i\, cos(k\varphi_i)\cdot\Delta\varphi.$$

Здесь суммирование проводится по узлам расчетной сетки.

Полученная формула для функции податливости $K(\varphi - \varphi')$ может применяться для любых распределений давления в слое для данной конструкции подшипника. Для проверки формулы (3) делаем расчет деформации вкладыша подшипника скольжения для другого распределения давления с помощью пакета Ansys. Расчет выполняется для подшипника, описанного в начале статьи. Результаты расчетов представлены на рис. 5.

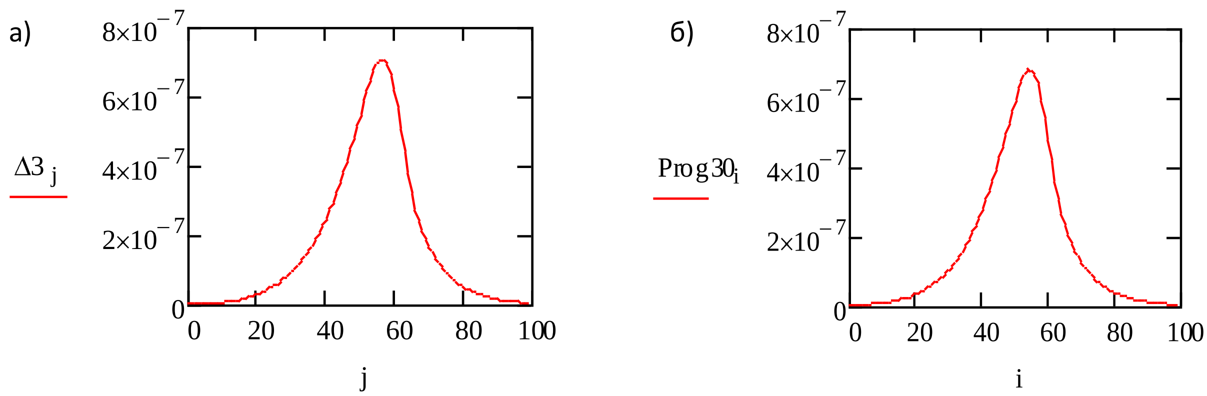

Рис. 5. а) Прогиб вкладыша, рассчитанный по формуле (3);
б) Прогиб вкладыша, вычисленный пакетом Ansys

Формула (3) показала результат, завышенный всего на 3%, что может быть связано с численной погрешностью метода ANSYS.

Заключение. Предложен метод восстановления функции податливости на основе предварительного расчета давления в смазочном слое без учета деформаций и пакета ANSYS. Распределение этого давления используется для вычисления по программе ANSYS соответствующих деформаций и, в конечном итоге, определения коэффициентов Фурье для искомой функции податливости. В результате получена функция податливости, представленная в форме разложения Фурье, которая не зависит от конкретного распределения давления в смазочном слое. Она может использоваться в дальнейшем совместно с уравнением Рейнольдса для самосогласованного расчета давлений и деформаций при проектировании подшипника скольжения в различных режимах.