Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
__________ / В.В. Шайдуров
«16» июня 2017г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук,
профессор __________ / В.Е. Распопов
16.06.2017

Выпускник __________ / Е.С. Мальцева
16.06.2017

Красноярск 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

С каждым годом появляются все более совершенные и быстродействующие электронно-вычислительные машины (ЭВМ). В связи с этим решение крупных научно-технических проблем, примерами которых могут служить проблемы овладения ядерной энергией и освоения космоса, стало возможным лишь благодаря применению математического моделирования и новых численных методов, предназначенных для ЭВМ.

Значительное число задач физики и техники приводит к линейным и нелинейным дифференциальным уравнениям в частных производных.

Эффективным методом решения задач математической физики является метод конечных разностей или метод сеток. Он позволяет сводить приближенное решение уравнений в частных производных к решению систем линейных алгебраических уравнений.

Одной из актуальных проблем современной математики является постановка и решение обратных задач. Обратные задачи – это тип задач, когда значения ряда параметров модели неизвестны. В целом под обратными задачами понимаются задачи, решение которых проводится в рамках некоторой математической модели исследуемого объекта или процесса и заключается в определении параметров данной модели по имеющимся результатам наблюдений и другой экспериментальной информации.

Первые публикации по обратным и некорректным задачам появились в первой половине XX века. Они были связаны с исследованиями физиков (обратные задачи квантовой теории рассеяния, электродинамики, акустики), геофизиков (обратные задачи электроразведки, сейсмики, теории потенциала), астрономии и других областей естествознания.

Прямая задача состоит в определении, каким станет состояние объекта в какой-то момент времени, исходя из имеющихся в начальный момент времени исходных данных, начальных и граничных условий, известных закономерностей его поведения. Прямая задача есть по сути определение причино-следственной зависимости в поведении изучаемого объекта.

Обратные коэффициентные задачи решались в работах Романова В. Г., Бехгейма А.Л..[6,7]. В работах [8-10] представлено решение обратных коэффициентных задач для параболических уравнений.

В данной работе рассматриваются прямая и обратная задачи для дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка с правой частью специального вида и задача идентификации коэффициента в младшем члене дифференциального уравнения четвертого порядка. Для последней задачи разработан алгоритм специального метода исключения. Задачи решаются методами: Гаусса с выбором главного элемента, QR-методом и разработанным методом конкретно для поставленной задачи[4,5]. Эти методы апробированы на ряде тестов, в которых были получены численные расчеты. На основании полученных расчетов было выдвинуто предположение о том, что численное решение сходится к точному при уменьшении шагов сетки.

1 Численная идентификация коэффициента дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка

1.1 Постановка прямой задачи

Рассмотрим сначала прямую задачу: в области

требуется найти функцию удовлетворяющую уравнению

— — , (1.1.1)

начальному условию

, , (1.1.2)

и краевым условиям

, , (1.1.3)

, (1.1.4)

, , (1.1.5)

, . (1.1.6)

Предполагается, что , , , , , заданные, достаточно гладкие функции.

Поставленную задачу будем решать численно.

1.2 Алгоритм численного решения задачи

Для того чтобы численно решить поставленную задачу выполним аппроксимацию дифференциальной разностной задачи, для этого необходимо:

1) Заменить область изменения непрерывных аргументов областью изменения дискретных переменных.
2) Аппроксимировать дифференциальный оператор некоторым разностным оператором, а также сформулировать разностный аналог краевых и начальных условий.

Таким образом, задача о численном решении исходной дифференциальной задачи сводится к решению полученной алгебраической системы [1-3].

Обозначим через равномерную сетку по пространству с шагом h на отрезке (0,1)

=

А через равномерную сетку по времени с шагом на отрезке (0,1)

=

Тогда – пространственно-временная сетка.

Где = – узлы сетки. (1.2.1.)

Задачу (1.1.1)-(1.1.6) аппроксимируем следующей разностной неявной схемой

, (1.2.2)

, ,

, , (1.2.3)

, (1.2.4)

, (1.2.5)

, (1.2.6)

. (1.2.7)

Задача (1.2.2)-(1.2.7) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных на каждом временном слое.

Обозначая:

Запишем систему в виде

Матрица является пятидиагональной сильно разряженной. Решаем систему методом Гаусса с выбором главного элемента.

1.3 Результаты расчетов

Тест № 1:

, ,

,

,

, ,

, .

.

Таблица 1 – максимальная абсолютная и относительная погрешности вычислений при уменьшении шагов сетки для теста №1

Шаги сетки	Максимальная абсолютная погрешность	Максимальная относительная погрешность	Обусловленность матрицы
.	0.1898	1.5958	1.0052e+03
.	0.0919	0.8180	6.0427e+04
.	0.0598	0.6485	1.2364e+07
.	0.0329	0.4001	2.2350e+08

Тест № 2:

, ,

, ,

, ,

, ,

, .

.

Таблица 2 – максимальная абсолютная и относительная погрешности вычислений при уменьшении шагов сетки для теста №2

Шаги сетки	Максимальная абсолютная погрешность	Максимальная относительная погрешность	Обусловленность матрицы
	0.0107	0.4090	1.6123e+06
.	0.0092	0.3329	2.4662e+08
.	0.0041	0.2737	1.8551e+11
.	0.0038	0.2508	1.8675e+13

Более подробные результаты расчетов и графики для теста №1 и теста №2 приведены в приложении 1 и в приложении 2 соответственно.

1.4 Постановка обратной задачи

Наряду с прямой задачей, рассмотрим обратную задачу. В области требуется найти функции и , удовлетворяющие уравнению

— —, (1.4.1)

Начальным и краевым условия таким же как и в прямой задаче

, , (1.4.2)

, , (1.4.3)

, , (1.4.4)

, , (1.4.5)

, . (1.4.6)

и условиям переопределения

, (1.4.7)

где ξ - фиксированная точка из интервала , – заданная функция, пусть ξ=0.5.

1.5 Алгоритм численного решения задачи

Строим пространственно-временную сетку

= – узлы сетки. (1.5.1)

Задачу (1.4.1)-(1.4.7) аппроксимируем следующей разностной неявной схемой

, (1.5.2)

,

, , (1.5.3)

, (1.5.4)

, (1.5.5)

, (1.5.6)

. (1.5.7)

= . (1.5.8)

Задача (1.5.2)-(1.5.8) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений относительно переменных

, считаем, что точке ξ соответствует узел с номером L. Разностную задачу решаем последовательно по слоям по времени методам гаусса с выбором главного элемента.

Представим систем линейных алгебраических уравнений в матричном виде

.

Где введены обозначения:

1.6. Результаты расчетов

Тест №3:

, ,

, ,

, ,

, ,

, .

.

Таблица 3 – максимальная абсолютная и относительная погрешность вычислений при уменьшении шагов сетки для теста №3

Шаги сетки	Максимальная абсолютная погрешность	Максимальная относительная погрешность	Обусловленность матрицы
u(t,x)			
	0.1650	0.8226	1.6123e+06
	0.1009	0.3305	2.4662e+08
	0.0436	0.3072	3.8947e+14
f(t)			
	0.0753	0.0277	1.6123e+06
	0.0155	0.0057	2.4662e+08
	3.0953e-04	1.1387e-04	3.8947e+14

Более подробные результаты расчетов и графики для теста №3 приведены в приложении 3.

2 Задача идентификации коэффициента в младшем члене дифференциального уравнения четвертого порядка

2.1 Постановка задачи

В области , требуется найти функции , удовлетворяющие уравнению:

, (2.1.1)

начальному условию

, , (2.1.2)

граничным условиям

, , (2.1.3)

, , (2.1.4)

, , (2.1.5)

, , (2.1.6)

и условию переопределения

(2.1.7)

Поставленная задача относится к классу коэффициентных обратных задач. В физическом смысле задача (2.1.1) - (2.1.7) описывает нахождение коэффициента фильтрации и может быть применена в различных областях науки. Поставленную задачу так же нельзя воспроизвести в реальном эксперименте, так как она характеризуется нарушением причинно-следственных связей. Таким образом, физическая некорректность влечет за собой математическую некорректность (неустойчивость решения).

Теорема о существовании и единственности классического решения поставленной задачи мне не известна. Поставленную задачу будем решать численно.

2.2 Разностная аппроксимация задачи

Для того чтобы численно решить поставленную задачу выполним аппроксимацию дифференциальной задачи с помощью метода конечных разностей.

Для этого на пространственно-временную область

нанесем конечно-разностную сетку

$$= \qquad (2.2.1)$$

с пространственным шагом — и шагом по времени —. Рассмотрим неявную разностную схему, аппроксимирующую задачу (2.1.1) - (2.1.7) с порядком точности

$$\frac{\quad}{\quad} \frac{\quad}{\quad}, \qquad (2.2.2)$$

$$, \qquad (2.2.3)$$

$$, \quad , \qquad (2.2.4)$$

$$, \qquad (2.2.5)$$

$$\frac{\quad}{\quad}, \qquad (2.2.6)$$

$$\frac{\quad}{\quad}. \qquad (2.2.7)$$

$$\frac{\quad}{\quad}, \qquad (2.2.8)$$

где для (2.2.2) .

Интегральное условие переопределения (2.1.7) аппроксимируем с помощью составной квадратурной формулы трапеции. Условия (2.2.6)-(2.2.7) перепишем в виде

,

.

Задачу (2.2.2) - (2.2.8)будем решать последовательно по слоям по времени. На каждом временном слое получаем систему линейных алгебраических уравнений

или

.

Систему можно кратко записать в матричном виде

(2.2.9)

где

— — — ,

2.3 Специфика задачи

Матрица А сильно разряжена. А так же при очень малых матрица становится плохо обусловленной. Построим алгоритм специального метода исключения для поставленной задачи, позволяющий получать решение быстрее, и в том случае, когда число обусловленности матрицы А доходит до .

2.4 Алгоритм специального метода исключения

Алгоритм реализуется в пять этапов, рассмотрим его для задачи (2.2.2.)-(2.2.8) в котором на каждом (временном слое получается система линейных алгебраических уравнений следующего вида где для (2.4.3) , а для (2.4.6)

Этап I.

Перепишем систему (2.4.1)- (2.4.6) выделив уравнения (2.4.2)- (2.4.4)

где для (2.4.10) . Поделим уравнение (2.4.7) на . Пусть

тогда уравнения (2.4.7) принимает вид

Умножая уравнение (2.4.12) на , складывая его с уравнением (2.4.8) и умножая на

вводим обозначения:

Тогда уравнение (2.4.8) примет вид:

Аналогично умножая уравнение (2.4.13) на , складывая его с уравнением (2.4.9) и умножая на вводим обозначения

Тогда уравнение (2.4.9) примет вид

В общем случае коэффициенты представим в виде

Последовательно исключая неизвестные из системы (2.4.5)-(2.4.10) получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений

где для (2.4.17)

Этап II.

В системе (2.4.15)-(2.4.20) выделим уравнения (2.4.15)-(2.4.18). Далее умножая уравнения (2.4.16) на и складывая его с уравнением (2.4.15), получаем

+ + + = .

Умножая его на вводим обозначения

Уравнение (2.4.16) принимает вид

+ + + = . (2.4.21)

Умножая уравнение (2.4.21) на и складывая его с уравнением (2.4.17) (j=2),

получаем

+ + + = . (2.4.22)

Умножая (2.4.22) на вводим обозначения

Уравнение (2.4.17) (j=2) принимает вид:

+ + = . (2.4.23)

Умножая уравнение (2.4.23) на и складывая его с уравнением (2.4.17) (j=3), получаем

+ + = . (2.4.24)

Умножая (2.4.24) на вводим обозначения

Уравнение (2.4.17) (j=3) принимает вид

+ + = . (2.4.23)

Следовательно, коэффициенты представимы в общем виде

Последовательно исключая неизвестные из системы (2.4.15) – (2.4.20) получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений

Этап III.

В системе уравнений (2.4.24)-(2.4.29) рассмотрим уравнения (2.4.28)-(2.4.25). Умножая уравнение (2.4.27) на и складывая его с уравнением (2.4.28), получаем

Поделив (2.4.30) на , введем обозначения

, ,

тогда (2.4.30) примет вид

.

Далее из уравнений (2.4.28) и (2.4.26) (j=M-4) исключаем неизвестное .

Для этого уравнение (2.4.26) (j=M-4) умножаем на , получаем

Поделив его на , получаем

Пусть:

, ,

Тогда уравнение (2.4.26) (j=M-4) принимает вид

Далее из уравнений (2.4.32) и (2.4.26) (j=M-5) исключаем неизвестное . Для этого умножаем уравнение (2.4.32) на и складываем его с уравнением (2.4.26) (j=M-5), получаем

Поделив его на (, получаем

.

Вводим обозначения

, , .

Тогда уравнение (2.4.26) (j=M-5) принимает вид

.

Далее из уравнений (2.4.33) и (2.4.26) (j=M-6) исключаем неизвестное . Для этого умножаем уравнение (2.4.33) на и складываем его с уравнением (2.4.26) (j=M-6), получаем

Поделив это уравнение на , получаем

.

Вводим обозначения

,   ,   ..

Тогда уравнение (2.4.26) (j=M-5) принимает вид

.

Следовательно, коэффициенты в общем случае можно представит в виде:

,   ,

,   .

Последовательно исключая неизвестные из уравнений (2.4.25) – (2.4.28) получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений

Этап IV.

Далее из уравнений (2.4.43) исключим неизвестное . Для этого умножая уравнение (2.4.35) на и складывая его с уравнением (2.4.43), получаем

.

Вводим обозначения

Тогда уравнение (2.4.44) принимает вид

.

Затем из уравнения исключаем неизвестное . Для этого умножая уравнение на и складывая его с уравнением (2.4.45), получаем

Вводим обозначения

Тогда это уравнение принимает вид

Затем из уравнения исключаем неизвестное . Для этого умножаем уравнение на и складываем его с уравнением (2.4.46), получаем

Вводим обозначения

Тогда уравнение принимает вид

Следовательно, коэффициенты представимы в общем виде

Последовательно исключая неизвестные из уравнений, доходим до уравнения (2.4.40), уравнение (2.4.43) получаем в следующем виде:

Из уравнения исключаем неизвестное . Для этого умножаем уравнение на и складываем его с уравнением (2.4.48), получаем

Из уравнения исключаем неизвестное . Для этого умножаем уравнение на и складываем его с уравнением (2.4.49), получаем:

Этап V.

Находим :

=.

Находим уравнения , уравнения и т.д.

Предложенный метод для рассмотренных систем требует гораздо меньше вычислительных операций, чем классические методы исключения, что в первую очередь влияет на скорость получения результатов. Таким образом, специальный метод исключения позволяет быстрее получить решение. Так же, экспериментально установлено то, что специальный метод позволяет решать рассмотренные системы линейных алгебраических уравнений в которых число обусловленности матрицы А доходит до 2 .

2.5. Результаты расчетов

Тест №4:

,

, ,

1, ,

, ,

, ,

, .

Таблица 4 – максимальная абсолютная и относительная погрешность вычислений при уменьшении шагов сетки для теста №4

Шаги сетки	QR-метод		Специальный метод исключения	
	Максимальная абсолютная погрешность	Максимальная относительная погрешность ,%	Максимальная абсолютная погрешность	Максимальная относительная погрешность ,%
u(t,x)				
	8.13848e-05	2.33582e-03	8.13852e-05	2.33583e-03
	2.05855e-05	5.92534e-04	2.05852e-05	5.92516e-04
	5.19131e-06	1.50194e-04	5.17703e-06	1.49901e-04
a(t)				
	7.22281e-02	2.72965	7.22279e-02	2.72964
	3.81634e-02	1.423940	3.81634e-02	1.423947
	1.95843e-02	0.72569	1.95889e-02	0.72566

Таблица 5 – связь времени вычислений и числа разбиений для теста №4

Шаги сетки	QR-метод	Специальный метод исключения
	Время вычисления, с	Время вычисления, с
u(t,x)		
	9.230	3.800
	65.480	14.870
	498.410	59.720
a(t)		
	7.750	2.370
	60.030	10.350
	476.890	40.530

Из таблицы 4 видно, что результаты вычислений полученные двумя методами примерно одинаковые, а время работы специального метода исключения существенно меньше, это представлено в таблице 5.

Графики для теста №4 приведены в приложении 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В бакалаврской работе получены следующие результаты:

- Предложены алгоритмы численного решения прямых и обратных задач для специальных уравнений в частных производных четвертого порядка;
- Для систем линейных алгебраических уравнений с сильно разряженной матрицей разработан специальный метод исключения;
- Разработан комплекс программ в среде MATLAB, реализующий, предложенные алгоритмы;
- Проведены вычислительные эксперименты. Тестовые расчеты показали уменьшение абсолютной и относительной погрешности вычислений при уменьшении шагов сетки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Самарский, А.А. Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов/ А.А. Самарский - Санкт-Петербург: Лань, 2005. – 288 с.
2. Самарский, А.А. Теория разностных схем: учеб. пособие для вузов/ А.А. Самарский – Москва: Наука, 1977. – 656 с.
3. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений: учеб. пособие для вузов / А.А. Самарский, Е.С.Николаев – Москва: Наука, 1978. – 591с .
4. Колдаев, В.Д. Численные методы и программирование./ В.Д . Колдаев –ИД ФОРУМ , 2009. – 333с.
5. Кетков, Ю.Л MATLAB7: программирование, численные методы./ Ю.Л. Кетков, А.Ю. Кетков, М.М. Шульц. – Санкт-Петербур: БХВ-Петербург, 2005. – 737с.
6. Бухгейм, А.Л. Введение в теорию обратных задач. / А.Л. Бухгейм – Новосибирск: Наука, 1988. – 183с.
7. Романов, В.Г. Обратные задачи математической физики. / В.Г. Романов – Москва: Наука, 1984. – 263с.
8. Распопов, В.Е. Численная идентификация коэффициентов параболических уравнений / В. Е. Распопов, Е.В. Кучунова // Вестник КрасГУ. Серия «Физ.-мат. Науки», 2004, №5/2, с. 7-14.
9. Распопов, В.Е. Численная идентификация коэффициентов одного параболического уравнения / В. Е. Распопов, Ю. В. Мандрик // Вестник КрасГУ. 2006, №5/2, с. 133-137.
10. Распопов, В.Е. Численная идентификация свободного члена специального вида в параболическом уравнении / В. Е. Распопов, Т. Ю. Жак // Международная конференция «алгебра и ее приложения»: Тезисы докладов. Красноярск, 2007, с.186.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Тест № 1: функция u(t,x)=   , при построении рисунков 1-4, значения по пространству меняются, по времени остаются фиксированными

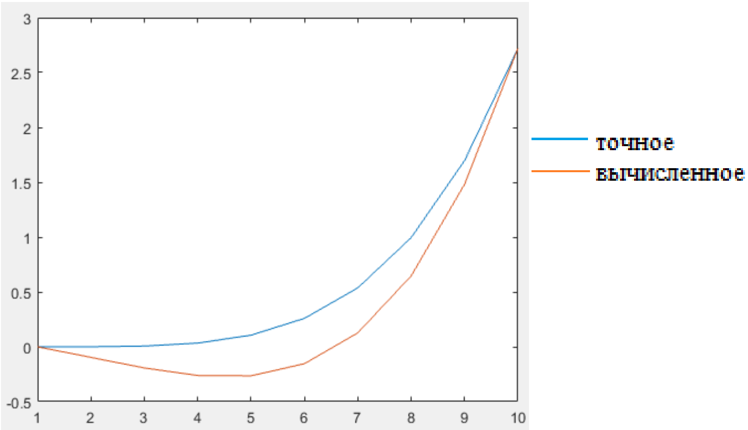


Рисунок 1 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,1, на последнем слое по времени

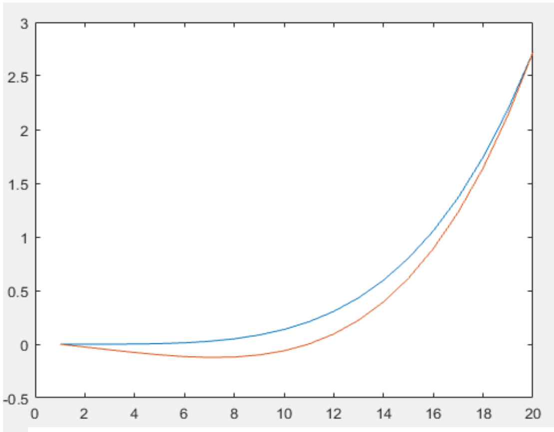


Рисунок 2 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,05 на последнем слое по времени

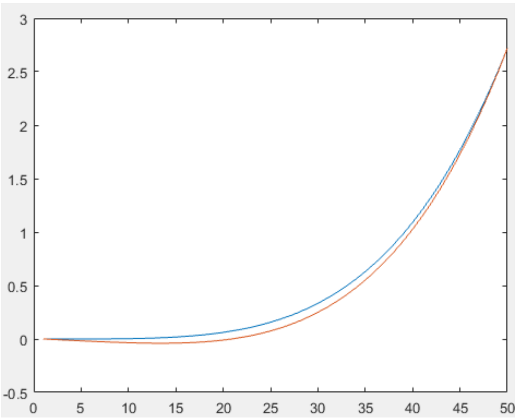


Рисунок 3 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,02 на последнем слое по времени

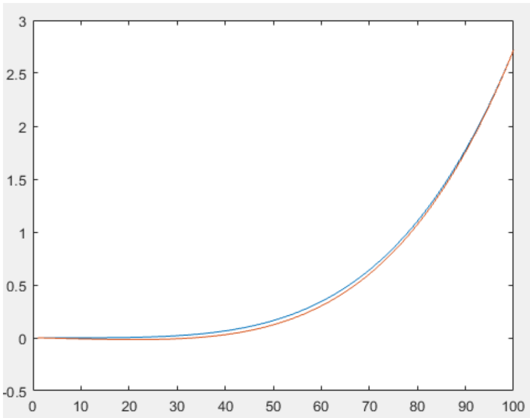


Рисунок 4 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,01 на последнем слое по времени

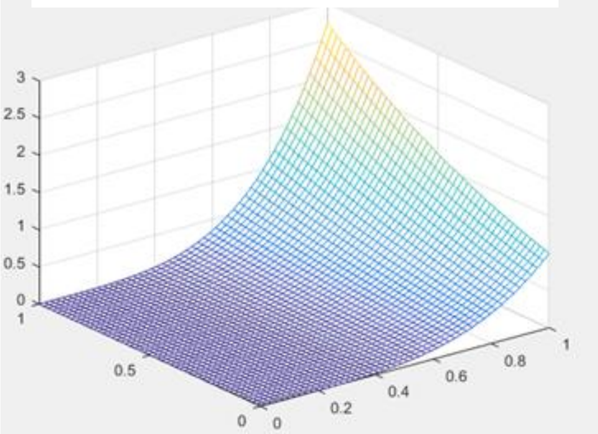


Рисунок 5 – точное значение функции при h=τ=0,01

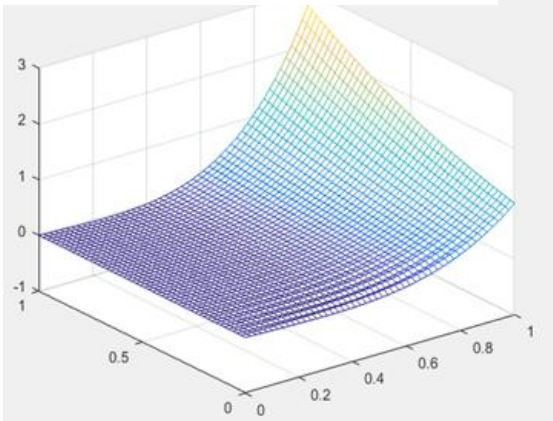


Рисунок 6 вычисленное значение функции при h=τ=0,01

Таблица 6 – численные значения и погрешность функции при , на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	0.00000	0.00000
0.00041	-0.09644	0.09685
0.00663	-0.19287	0.19950
0.03356	-0.26147	0.29503
0.10606	-0.26447	0.37054
0.25894	-0.15423	0.41317
0.53694	0.12680	0.41014
0.99476	0.64605	0.34871
1.69701	1.48081	0.21620
2.71828	2.71828	0.00000

Таблица 8 – численные значения и погрешность функции при , на последнем слое по времени

Таблица 7 – численные значения и погрешность функции при на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	-0.00433	0.00433
0.00001	-0.00865	0.00866
0.00004	-0.01295	0.01299
0.00012	-0.01718	0.01730
0.00029	-0.02129	0.02159
0.00061	-0.02522	0.02583
0.00113	-0.02888	0.03001
0.00193	-0.03220	0.03414
0.00309	-0.03509	0.03818
0.00472	-0.03742	0.04213
0.00690	-0.03908	0.04599
0.00978	-0.03995	0.04973
0.01347	-0.03988	0.05334
0.01811	-0.03871	0.05682
0.02387	-0.03628	0.06015
0.03090	-0.03241	0.06332
0.03938	-0.02693	0.06631
0.04950	-0.01962	0.06912
0.06145	-0.01028	0.07173
0.07544	0.00131	0.07414
0.09170	0.01539	0.07632
0.11046	0.03219	0.07827
0.13195	0.05198	0.07997
0.15644	0.07502	0.08142
0.18419	0.10159	0.08260
0.21548	0.13197	0.08350
0.25059	0.16648	0.08411
0.28983	0.20541	0.08442
0.33350	0.24909	0.08441
0.38194	0.29787	0.08407
0.43547	0.35207	0.08340
0.49444	0.41206	0.08237
0.55920	0.47821	0.08098
0.63012	0.55090	0.07922
0.70759	0.63052	0.07707
0.79199	0.71746	0.07453
0.88372	0.81215	0.07158
0.98321	0.91501	0.06820
1.09086	1.02647	0.06439
1.20712	1.14698	0.06014
1.33243	1.27700	0.05544
1.46726	1.41700	0.05026
1.61207	1.56746	0.04461
1.76734	1.72887	0.03847
1.93357	1.90175	0.03182
2.11126	2.08659	0.02467
2.30092	2.28394	0.01699
2.50308	2.49432	0.00877
2.71828	2.71828	0.00000

Таблица 9 – численные значения и погрешность функции при , на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	0.00000	0.00000
0.00002	-0.02616	0.02618
0.00033	-0.05232	0.05265
0.00169	-0.07716	0.07885
0.00534	-0.09886	0.10420
0.01304	-0.11510	0.12814
0.02703	-0.12307	0.15010
0.05008	-0.11943	0.16952
0.08544	-0.10039	0.18582
0.13685	-0.06161	0.19846
0.20858	0.00172	0.20686
0.30539	0.09492	0.21047
0.43252	0.22380	0.20872
0.59574	0.39467	0.20106
0.80129	0.61435	0.18694
1.05595	0.89016	0.16580
1.36697	1.22989	0.13708
1.74201	1.64187	0.10014
2.18963	2.13490	0.05473
2.71828	2.71828	0.00000

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	-0.00107	0.00107
0.00000	-0.00215	0.00215
0.00000	-0.00322	0.00322
0.00001	-0.00429	0.00430
0.00002	-0.00535	0.00537
0.00004	-0.00640	0.00644
0.00007	-0.00743	0.00750
0.00012	-0.00845	0.00856
0.00019	-0.00944	0.00962
0.00028	-0.01039	0.01068
0.00041	-0.01131	0.01172
0.00059	-0.01218	0.01276
0.00081	-0.01299	0.01380
0.00109	-0.01373	0.01482
0.00143	-0.01441	0.01584
0.00185	-0.01499	0.01685
0.00236	-0.01548	0.01784
0.00297	-0.01586	0.01883
0.00369	-0.01612	0.01981
0.00453	-0.01624	0.02077
0.00550	-0.01622	0.02172
0.00663	-0.01603	0.02266
0.00792	-0.01567	0.02358
0.00939	-0.01510	0.02449
0.01105	-0.01433	0.02539
0.01293	-0.01333	0.02626
0.01504	-0.01209	0.02713
0.01739	-0.01058	0.02797
0.02001	-0.00878	0.02879
0.02292	-0.00668	0.02960
0.02613	-0.00425	0.03039
0.02967	-0.00148	0.03115
0.03356	0.00166	0.03190
0.03782	0.00519	0.03262
0.04246	0.00914	0.03332
0.04753	0.01353	0.03400
0.05303	0.01838	0.03466
0.05900	0.02372	0.03529
0.06547	0.02957	0.03589
0.07244	0.03597	0.03647
0.07996	0.04294	0.03703
0.08805	0.05050	0.03755
0.09674	0.05870	0.03805
0.10606	0.06754	0.03852
0.11604	0.07708	0.03896
0.12670	0.08733	0.03937
0.21734	0.25894	0.04160
0.23662	0.27830	0.04167
0.25701	0.29871	0.04171
0.27853	0.32023	0.04170
0.30124	0.34290	0.04166
0.32516	0.36674	0.04158
0.35035	0.39181	0.04146
0.37685	0.41814	0.04129
0.40469	0.44578	0.04109
0.43392	0.47476	0.04084
0.46459	0.50513	0.04055
0.49673	0.53694	0.04021
0.53040	0.57023	0.03983
0.56564	0.60505	0.03941
0.60249	0.64143	0.03894
0.64101	0.67943	0.03842
0.68124	0.71910	0.03786
0.72323	0.76047	0.03725
0.76703	0.80361	0.03658
0.81268	0.84856	0.03587
0.86025	0.89536	0.03511
0.90978	0.94408	0.03430
0.96132	0.99476	0.03344
1.01492	1.04745	0.03252
1.07065	1.10220	0.03155
1.12855	1.15908	0.03053
1.18867	1.21813	0.02946
1.25108	1.27941	0.02832
1.31583	1.34297	0.02714
1.38298	1.40887	0.02589
1.45257	1.47717	0.02459
1.52468	1.54792	0.02323
1.59936	1.62118	0.02182
1.67667	1.69701	0.02034
1.75667	1.77547	0.01881
1.83941	1.85662	0.01721
1.92497	1.94053	0.01555
2.01341	2.02724	0.01383
2.10478	2.11683	0.01205
2.19915	2.20935	0.01020
2.29658	2.30488	0.00829
2.39715	2.40347	0.00632
2.50091	2.50519	0.00428
2.60793	2.61011	0.00217
2.71828	2.71828	0.00000

0.13808	0.09834	0.03975
0.15022	0.11012	0.04010
0.16313	0.12272	0.04041
0.17686	0.13617	0.04070
0.19144	0.15049	0.04095
0.20690	0.16574	0.04116
0.22328	0.18194	0.04134
0.24062	0.19913	0.04149

ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

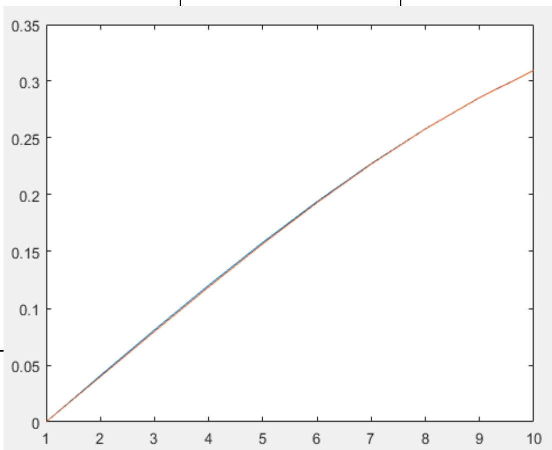


Рисунок 7 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,1 на последнем слое по времени

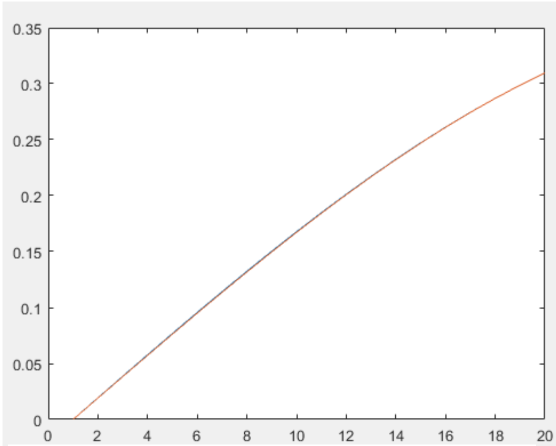
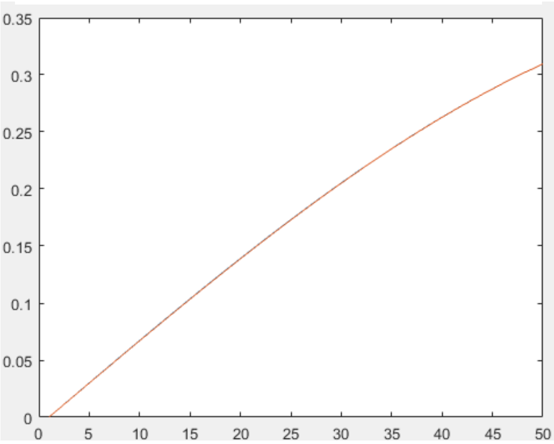


Рисунок 8 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,05 на последнем слое по времени

Тест № 2: функция u(t,x)= , при построении рисунков 7-10, значения по пространству меняются, по времени остаются фиксированными



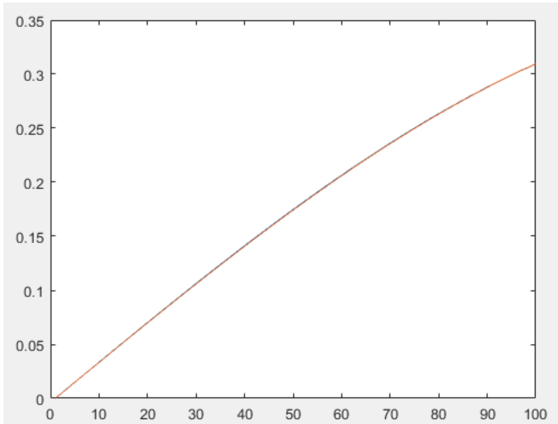


Таблица 10 – численные значения и погрешность функции при , на последнем слое по времени

Рисунок 9 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,02 на последнем слое по времени

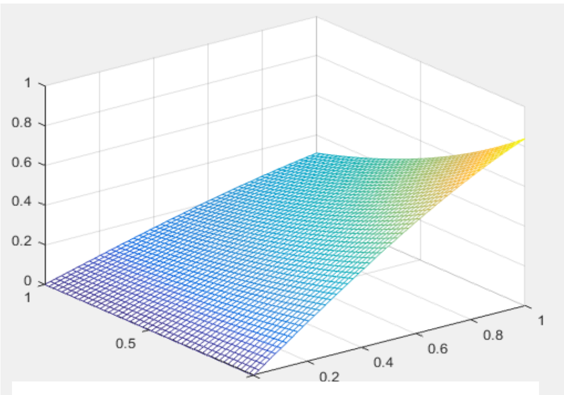


Рисунок 11 – точное значение функции при h=τ=0,01

Таблица 11 – численные значения и погрешность функции при , на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность

Рисунок 10 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,01 на последнем слое по времени

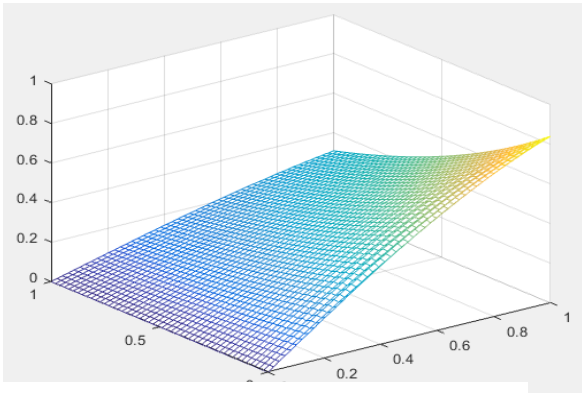


Рисунок 12 – вычисленное значение функции при h=τ=0,01

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	0.00000	0.00000
0.03983	0.03983	0.00096
0.07966	0.07966	0.00142
0.11889	0.11889	0.00148
0.15690	0.15690	0.00127
0.19314	0.19314	0.00089
0.22703	0.22703	0.00045
0.25806	0.25806	0.00008
0.28572	0.28572	0.00011
0.30956	0.30956	0.00000

Таблица 12 – численные значения и погрешность функции при на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	0.00000	0.00000
0.01935	0.01912	0.00024
0.03865	0.03823	0.00042
0.05785	0.05729	0.00055
0.07688	0.07623	0.00064
0.09570	0.09500	0.00069
0.11425	0.11354	0.00071
0.13249	0.13179	0.00070
0.15036	0.14970	0.00066
0.16781	0.16721	0.00060
0.18480	0.18428	0.00053
0.20128	0.20084	0.00044
0.21720	0.21685	0.00035
0.23252	0.23226	0.00026
0.24720	0.24702	0.00018
0.26119	0.26109	0.00010
0.27446	0.27441	0.00004
0.28696	0.28696	0.00000
0.29867	0.29869	0.00001
0.30956	0.30956	0.00000

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность

0.00000	0.00000	0.00000
0.00751	0.00747	0.00004
0.01501	0.01494	0.00007
0.02251	0.02241	0.00010
0.03000	0.02987	0.00013
0.03747	0.03732	0.00016
0.04493	0.04475	0.00018
0.05238	0.05217	0.00020
0.05980	0.05958	0.00022
0.06719	0.06696	0.00024
0.07456	0.07431	0.00025
0.08189	0.08163	0.00026
0.08920	0.08893	0.00027
0.09646	0.09619	0.00027
0.10368	0.10340	0.00028
0.11087	0.11058	0.00028
0.11800	0.11772	0.00028
0.12509	0.12480	0.00028
0.13212	0.13184	0.00028
0.13910	0.13882	0.00028
0.14602	0.14575	0.00027
0.15288	0.15261	0.00027
0.15968	0.15942	0.00026
0.16641	0.16616	0.00025
0.17307	0.17283	0.00024
0.17966	0.17943	0.00023
0.18617	0.18595	0.00022
0.19261	0.19240	0.00021
0.19896	0.19877	0.00020
0.20523	0.20505	0.00018
0.21142	0.21125	0.00017
0.21752	0.21737	0.00016
0.22353	0.22339	0.00014
0.22945	0.22932	0.00013
0.23527	0.23515	0.00012
0.24099	0.24089	0.00010
0.24661	0.24652	0.00009
0.25213	0.25205	0.00008
0.25755	0.25748	0.00007
0.26285	0.26280	0.00006
0.26805	0.26801	0.00004
0.27314	0.27310	0.00003
0.27811	0.27808	0.00003
0.28296	0.28295	0.00002
0.28770	0.28769	0.00001
0.29232	0.29231	0.00001
0.29682	0.29682	0.00000
0.30119	0.30119	0.00000
0.30544	0.30544	0.00000
0.30956	0.30956	0.00000

Таблица 13 – численные значения и погрешность функции при , на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00743	0.00739	0.00004
0.01115	0.01108	0.00006
0.01486	0.01478	0.00008
0.01857	0.01847	0.00010
0.02228	0.02216	0.00012
0.02599	0.02585	0.00014
0.02970	0.02953	0.00016
0.03340	0.03322	0.00018
0.03710	0.03690	0.00020
0.04079	0.04058	0.00021
0.04448	0.04425	0.00023
0.04817	0.04792	0.00025
0.05185	0.05159	0.00026
0.05553	0.05525	0.00028
0.05920	0.05890	0.00030
0.06286	0.06255	0.00031
0.06652	0.06620	0.00032
0.07017	0.06983	0.00034
0.07381	0.07346	0.00035
0.07745	0.07709	0.00036
0.08108	0.08070	0.00038
0.08470	0.08431	0.00039
0.08831	0.08791	0.00040
0.09191	0.09151	0.00041
0.09551	0.09509	0.00042
0.09909	0.09866	0.00043
0.10267	0.10223	0.00044
0.10623	0.10578	0.00045
0.10978	0.10933	0.00045
0.11332	0.11286	0.00046
0.11685	0.11638	0.00047
0.12037	0.11989	0.00048
0.12387	0.12339	0.00048
0.12737	0.12688	0.00049
0.13085	0.13035	0.00049
0.13431	0.13382	0.00050
0.13776	0.13726	0.00050
0.14120	0.14070	0.00050
0.14463	0.14412	0.00051
0.14804	0.14753	0.00051
0.15143	0.15092	0.00051
0.15481	0.15430	0.00051
0.15817	0.15766	0.00051
0.16152	0.16101	0.00051
0.16485	0.16434	0.00051
0.16816	0.16765	0.00051
0.17146	0.17095	0.00051
0.17474	0.17423	0.00051
0.17800	0.17749	0.00050
0.18124	0.18074	0.00050
0.18447	0.18397	0.00050
0.18767	0.18718	0.00049
0.19086	0.19037	0.00049
0.19403	0.19354	0.00049
0.19717	0.19669	0.00048
0.20030	0.19983	0.00047
0.20341	0.20294	0.00047
0.20649	0.20603	0.00046
0.20956	0.20910	0.00045
0.21260	0.21215	0.00045
0.21562	0.21518	0.00044
0.21862	0.21819	0.00043
0.22160	0.22118	0.00042
0.22455	0.22414	0.00041
0.22749	0.22708	0.00040
0.23039	0.23000	0.00040
0.23328	0.23289	0.00039
0.23614	0.23577	0.00037
0.23898	0.23861	0.00036
0.24179	0.24144	0.00035
0.24458	0.24424	0.00034
0.24734	0.24701	0.00033
0.25008	0.24976	0.00032
0.25279	0.25249	0.00031
0.25548	0.25518	0.00030
0.25814	0.25786	0.00028
0.26077	0.26050	0.00027
0.26338	0.26312	0.00026
0.26596	0.26572	0.00025
0.26852	0.26828	0.00023
0.27104	0.27082	0.00022
0.27354	0.27333	0.00021
0.27601	0.27582	0.00019
0.27846	0.27827	0.00018
0.28087	0.28070	0.00017
0.28325	0.28310	0.00015
0.28561	0.28547	0.00014
0.28794	0.28781	0.00013
0.29024	0.29012	0.00011
0.29251	0.29240	0.00010
0.29474	0.29466	0.00009
0.29695	0.29688	0.00008
0.29913	0.29907	0.00006
0.30128	0.30123	0.00005
0.30340	0.30336	0.00004
0.30548	0.30546	0.00002
0.30754	0.30752	0.00001
0.30956	0.30956	0.00000

ПРИЛОЖЕНИЕ 3.

Тест № 3:

1. Графики и таблицы для u(t,x)=   , при построении рисунков 13-16, значения по пространству меняются, по времени остаются фиксированными

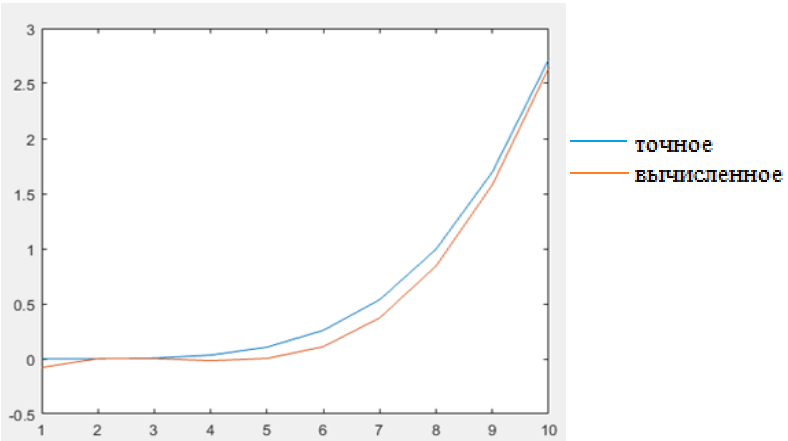


Рисунок 13 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,1 на последнем слое по времени

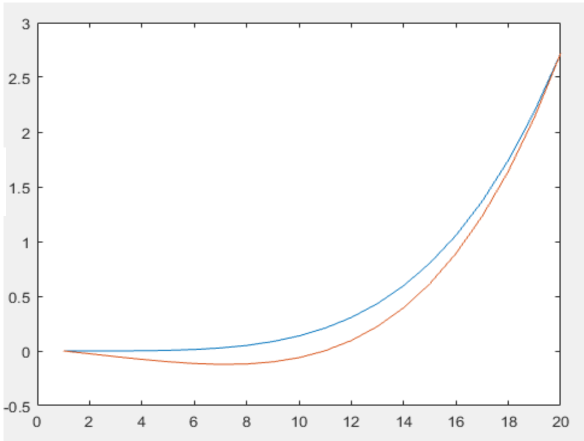


Рисунок 14– точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,05 на последнем слое по времени

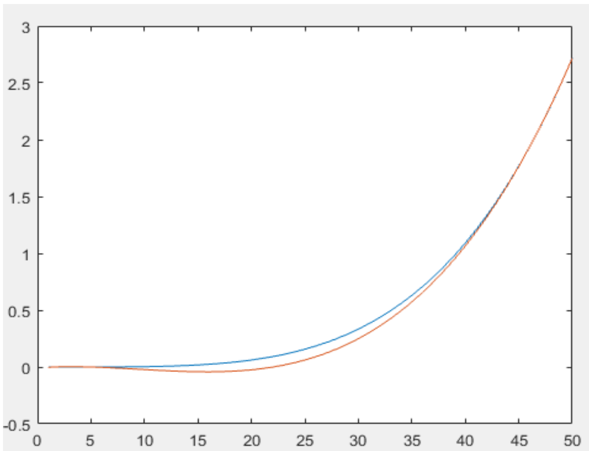


Рисунок 15 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,05 на последнем слое по времени

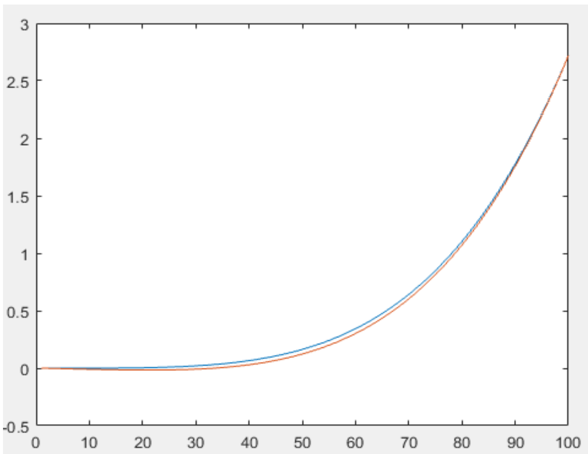


Рисунок 16 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,01 на последнем слое по времени

Таблица 14 – численные значения и погрешность функции при
на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	-0.07856	0.07856
0.00041	0.00150	0.00108
0.00663	0.00299	0.00364
0.03356	-0.01665	0.05021
0.10606	0.00327	0.10279
0.25894	0.11041	0.14853
0.53694	0.37198	0.16497
0.99476	0.84232	0.15244
1.69701	1.57956	0.11745
2.71828	2.64300	0.07529

Таблица 16 – численные значения и погрешность функции при
на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	-0.01622	0.01622
0.00002	0.00697	0.00695
0.00033	0.01394	0.01360
0.00169	0.00988	0.00819
0.00534	0.00068	0.00466
0.01304	-0.01051	0.02354
0.02703	-0.01644	0.04347
0.05008	-0.01259	0.06267
0.08544	0.00622	0.07921
0.13685	0.04520	0.09165
0.20858	0.10955	0.09904
0.30539	0.20446	0.10093
0.43252	0.33515	0.09737
0.59574	0.50687	0.08887
0.80129	0.72492	0.07637
1.05595	0.99468	0.06128
1.36697	1.32161	0.04536
1.74211	1.71135	0.03076
2.18963	2.16970	0.01993
2.71828	2.70274	0.01554

Таблица 15 – численные значения и погрешность функции при
на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	-0.00199	0.00199
0.00000	0.00123	0.00123
0.00001	0.00246	0.00245
0.00004	0.00196	0.00192
0.00012	0.00008	0.00004
0.00029	-0.00316	0.00346
0.00061	-0.00726	0.00787
0.00113	-0.01202	0.01315
0.00193	-0.01718	0.01911
0.00309	-0.02248	0.02557
0.00472	-0.02765	0.03237
0.00690	-0.03243	0.03934
0.00978	-0.03655	0.04633
0.01347	-0.03975	0.05322
0.01811	-0.04176	0.05988
0.02387	-0.04232	0.06620
0.03090	-0.04117	0.07207
0.03938	-0.03804	0.07743
0.04950	-0.03268	0.08217
0.06145	-0.02480	0.08626
0.07544	-0.01417	0.08962
0.09170	-0.00051	0.09221
0.11046	0.01644	0.09402
0.13195	0.03694	0.09502
0.15644	0.06125	0.09520
0.18419	0.08963	0.09456
0.21548	0.12235	0.09313
0.25059	0.15967	0.09092
0.28983	0.20186	0.08797
0.33350	0.24917	0.08433
0.38194	0.30188	0.08006
0.43547	0.36027	0.07520
0.49444	0.42459	0.06985
0.55920	0.49513	0.06407
0.63012	0.57216	0.05797
0.70759	0.65597	0.05162
0.79199	0.74684	0.04515
0.88372	0.84508	0.03864
0.98321	0.95098	0.03223
1.09086	1.06484	0.02602
1.20712	1.18698	0.02014
1.33243	1.31773	0.01470
1.46726	1.45743	0.00984
1.61207	1.60640	0.00567
1.76734	1.76503	0.00232
1.93357	1.93367	0.00009
2.11126	2.11271	0.00145
2.30092	2.30255	0.00163
2.50308	2.50363	0.00055
2.71828	2.71637	0.00191

Таблица 17 – численные значения и погрешность функции при на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.00000	-0.00032	0.00032
0.00000	0.00022	0.00022
0.00000	0.00043	0.00043
0.00000	0.00035	0.00035
0.00001	0.00001	0.00001
0.00002	-0.00059	0.00061
0.00004	-0.00141	0.00144
0.00007	-0.00241	0.00248
0.00012	-0.00358	0.00369
0.00019	-0.00488	0.00507
0.00028	-0.00630	0.00658
0.00041	-0.00780	0.00822
0.00059	-0.00936	0.00995
0.00081	-0.01096	0.01176
0.00109	-0.01256	0.01364
0.00143	-0.01413	0.01557
0.00185	-0.01567	0.01752
0.00236	-0.01713	0.01949
0.00297	-0.01849	0.02146
0.00369	-0.01972	0.02341
0.00453	-0.02080	0.02533
0.00550	-0.02171	0.02721
0.00663	-0.02241	0.02904
0.00792	-0.02288	0.03080
0.00939	-0.02309	0.03248
0.01105	-0.02302	0.03407
0.01293	-0.02264	0.03557
0.01504	-0.02193	0.03696
0.01739	-0.02085	0.03824
0.02001	-0.01938	0.03940
0.02292	-0.01751	0.04043
0.02613	-0.01519	0.04132
0.02967	-0.01241	0.04208
0.03356	-0.00913	0.04269
0.03782	-0.00534	0.04315
0.04246	-0.00100	0.04347
0.04753	0.00390	0.04363
0.05303	0.00941	0.04363
0.05900	0.01553	0.04348
0.06547	0.02230	0.04317
0.07244	0.02974	0.04270
0.07996	0.03789	0.04207
0.08805	0.04676	0.04130
0.09674	0.05638	0.04036
0.10606	0.06678	0.03928
0.11604	0.07798	0.03805
0.12670	0.09002	0.03668
0.13808	0.10291	0.03517
0.15022	0.11669	0.03353
0.16313	0.13137	0.03176
0.17686	0.14699	0.02987
0.19144	0.16358	0.02786
0.20690	0.18115	0.02575
0.22328	0.19974	0.02354
0.24062	0.21938	0.02124
0.25894	0.24009	0.01885
0.27830	0.26190	0.01640
0.29871	0.28484	0.01387
0.32023	0.30893	0.01130
0.34290	0.33421	0.00868
0.36674	0.36070	0.00604
0.39181	0.38844	0.00337
0.41814	0.41745	0.00069
0.44578	0.44776	0.00198
0.47476	0.47940	0.00464
0.50513	0.51241	0.00728
0.53694	0.54681	0.00987
0.57023	0.58265	0.01241
0.60505	0.61994	0.01489
0.64143	0.65872	0.01729
0.67943	0.69903	0.01960
0.71910	0.74090	0.02180
0.76047	0.78437	0.02389
0.80361	0.82946	0.02586
0.84856	0.87623	0.02768
0.89536	0.92471	0.02934
0.94408	0.97492	0.03084
0.99476	1.02693	0.03217
1.04745	1.08075	0.03330
1.10220	1.13644	0.03424
1.15908	1.19404	0.03496
1.21813	1.25360	0.03547
1.27941	1.31515	0.03574
1.34297	1.37874	0.03577
1.40887	1.44442	0.03555
1.47717	1.51225	0.03508
1.54792	1.58226	0.03435
1.62118	1.65452	0.03334
1.69701	1.72908	0.03207
1.77547	1.80598	0.03051
1.85662	1.88530	0.02867
1.94053	1.96708	0.02656
2.02724	2.05139	0.02415
2.11683	2.13830	0.02147
2.20935	2.22786	0.01851
2.30488	2.32015	0.01527
2.40347	2.41523	0.01176
2.50519	2.51318	0.00799
2.61011	2.61407	0.00396
2.71828	2.71797	0.00031

2. Графики и таблицы для f(t)=   , при построении рисунков 17-20, значения по пространству меняются, по времени остаются фиксированными

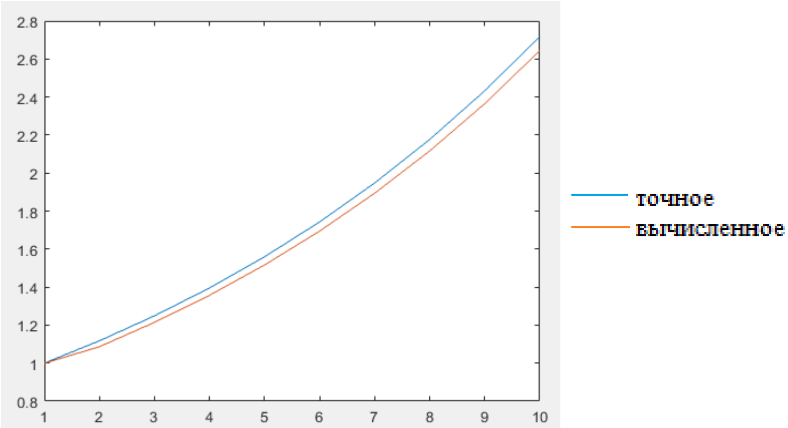


Рисунок 17 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,1 на последнем слое по времени

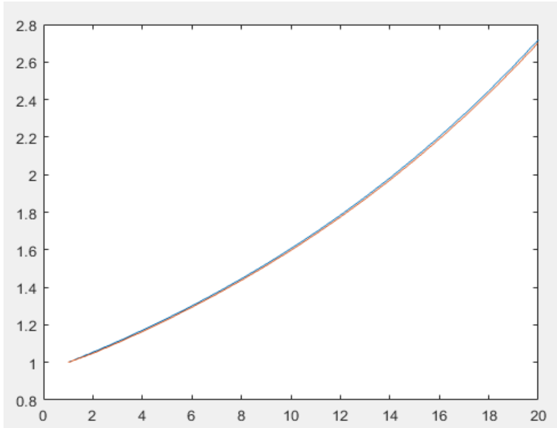


Рисунок 18 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,05 на последнем слое по времени

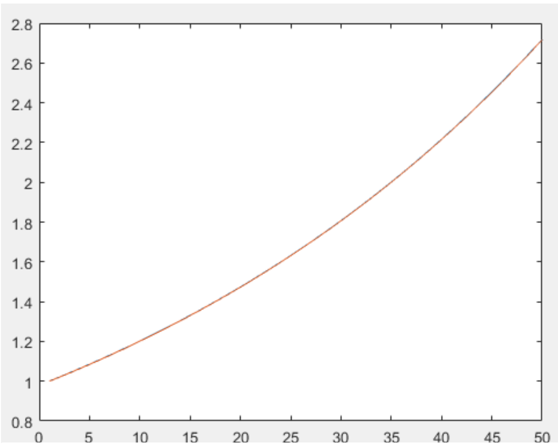


Рисунок 19 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,02 на последнем слое по времени

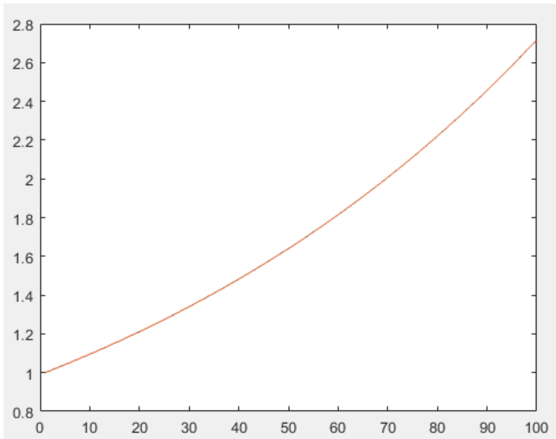


Рисунок 20 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,01 на последнем слое по времени

Таблица 18 – численные значения и погрешность функции f(t) при на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
1.00000	0.99939	0.00061
1.11752	1.08657	0.03095
1.24885	1.21426	0.03459
1.39561	1.35696	0.03865
1.55962	1.51643	0.04320
1.74291	1.69464	0.04827
1.94773	1.89379	0.05395
2.17663	2.11635	0.06028
2.43243	2.36506	0.06737
2.71828	2.64300	0.07529

Таблица 20 – численные значения и погрешность функции f(t) при на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
0.99999	1.00000	0.00001
1.04801	1.05404	0.00603
1.10465	1.11100	0.00635
1.16435	1.17104	0.00670
1.22727	1.23433	0.00706
1.29359	1.30103	0.00744
1.36350	1.37134	0.00784
1.43718	1.44545	0.00827
1.51485	1.52356	0.00871
1.59672	1.60590	0.00918
1.68300	1.69268	0.00968
1.77396	1.78416	0.01020
1.86982	1.88058	0.01075
1.97087	1.98221	0.01134
2.07738	2.08933	0.01195
2.18964	2.20224	0.01259
2.30797	2.32125	0.01327
2.43270	2.44669	0.01399
2.56417	2.57891	0.01475
2.70274	2.71828	0.01554

Таблица 19 – численные значения и погрешность функции f(t) при на последнем слое по времени

Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
1.00000	1.00000	0.00000
1.02062	1.01990	0.00072
1.04166	1.04093	0.00073
1.06314	1.06239	0.00075
1.08506	1.08429	0.00076
1.10743	1.10665	0.00078
1.13026	1.12947	0.00079
1.15356	1.15275	0.00081
1.17735	1.17652	0.00083
1.20162	1.20078	0.00085
1.22640	1.22554	0.00086
1.25168	1.25080	0.00088
1.27749	1.27659	0.00090
1.30383	1.30291	0.00092
1.33071	1.32978	0.00094
1.35815	1.35719	0.00096
1.38615	1.38518	0.00097
1.41473	1.41374	0.00099
1.44390	1.44288	0.00102
1.47367	1.47263	0.00104
1.50405	1.50299	0.00106
1.53506	1.53398	0.00108
1.56671	1.56561	0.00110
1.59901	1.59789	0.00112
1.63198	1.63084	0.00115
1.66563	1.66446	0.00117
1.69997	1.69878	0.00120
1.73502	1.73380	0.00122
1.77079	1.76955	0.00125
1.80730	1.80603	0.00127
1.84457	1.84327	0.00130
1.88260	1.88127	0.00132
1.92141	1.92006	0.00135
1.96103	1.95965	0.00138
2.00146	2.00005	0.00141
2.04273	2.04129	0.00144
2.08484	2.08338	0.00147
2.12783	2.12633	0.00150
2.17170	2.17017	0.00153
2.21648	2.21492	0.00156
2.26217	2.26058	0.00159
2.30882	2.30719	0.00162
2.35642	2.35476	0.00166
2.40500	2.40331	0.00169
2.45459	2.45286	0.00173
2.50520	2.50344	0.00176
2.55685	2.55505	0.00180
2.60957	2.60773	0.00184
2.66337	2.66150	0.00187
2.71828	2.71637	0.00191

Таблица 21 – численные значения и погрешность функции f(t) при на последнем слое по времени

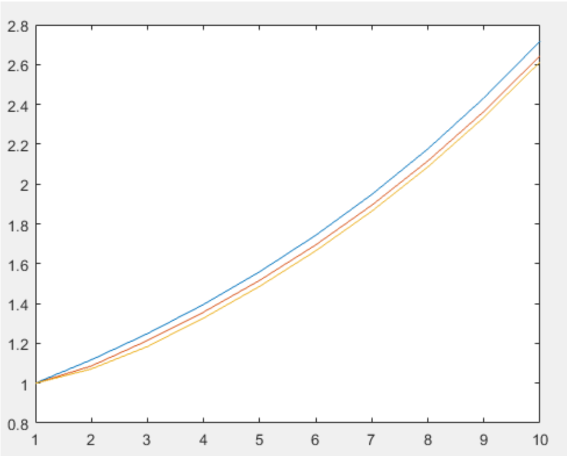
Точное решение	Численное решение	Абсолютная погрешность
1.00000	1.00000	0.00000
1.01015	1.01004	0.00012
1.02041	1.02029	0.00012
1.03077	1.03065	0.00012
1.04123	1.04111	0.00012
1.05180	1.05168	0.00012
1.06248	1.06236	0.00012
1.07327	1.07314	0.00012
1.08416	1.08404	0.00012
1.09517	1.09504	0.00012
1.10629	1.10616	0.00013
1.11752	1.11739	0.00013
1.12886	1.12874	0.00013
1.14032	1.14019	0.00013
1.15190	1.15177	0.00013
1.16360	1.16346	0.00013
1.17541	1.17528	0.00013
1.18734	1.18721	0.00014
1.19940	1.19926	0.00014
1.21157	1.21143	0.00014
1.22387	1.22373	0.00014
1.23630	1.23616	0.00014
1.24885	1.24871	0.00014
1.26153	1.26138	0.00014
1.27433	1.27419	0.00015
1.28727	1.28713	0.00015
1.30034	1.30019	0.00015
1.31354	1.31339	0.00015
1.32688	1.32673	0.00015
1.34035	1.34020	0.00015
1.35396	1.35380	0.00015
1.36770	1.36755	0.00016
1.38159	1.38143	0.00016
1.39561	1.39545	0.00016
1.40978	1.40962	0.00016
1.42409	1.42393	0.00016
1.43855	1.43839	0.00016
1.45316	1.45299	0.00017
1.46791	1.46774	0.00017
1.48281	1.48264	0.00017
1.49786	1.49769	0.00017
1.51307	1.51290	0.00017
1.52843	1.52826	0.00017
1.54395	1.54377	0.00018
1.55962	1.55945	0.00018
1.57546	1.57528	0.00018
1.59145	1.59127	0.00018
1.60761	1.60743	0.00018
1.62393	1.62374	0.00018
1.64042	1.64023	0.00019
1.65707	1.65688	0.00019
1.67389	1.67370	0.00019
1.69089	1.69069	0.00019
1.70805	1.70786	0.00019
1.72539	1.72520	0.00020
1.74291	1.74271	0.00020
1.76060	1.76040	0.00020
1.77848	1.77827	0.00020
1.79653	1.79633	0.00020
1.81477	1.81456	0.00021
1.83320	1.83299	0.00021
1.85181	1.85160	0.00021
1.87061	1.87039	0.00021
1.88960	1.88938	0.00022
1.90878	1.90856	0.00022
1.92816	1.92794	0.00022
1.94773	1.94751	0.00022
1.96751	1.96728	0.00022
1.98748	1.98726	0.00023
2.00766	2.00743	0.00023
2.02804	2.02781	0.00023
2.04863	2.04840	0.00023
2.06943	2.06919	0.00024
2.09044	2.09020	0.00024
2.11166	2.11142	0.00024
2.13310	2.13286	0.00024
2.15475	2.15451	0.00025
2.17663	2.17638	0.00025
2.19873	2.19848	0.00025
2.22105	2.22080	0.00025
2.24360	2.24334	0.00026
2.26638	2.26612	0.00026
2.28938	2.28912	0.00026
2.31263	2.31236	0.00026
2.33610	2.33584	0.00027
2.35982	2.35955	0.00027
2.38378	2.38351	0.00027
2.40798	2.40770	0.00027
2.43243	2.43215	0.00028
2.45712	2.45684	0.00028
2.48207	2.48178	0.00028
2.50726	2.50698	0.00029
2.53272	2.53243	0.00029
2.55843	2.55814	0.00029
2.58440	2.58411	0.00029
2.61064	2.61034	0.00030
2.63715	2.63684	0.00030
2.66392	2.66361	0.00030
2.69096	2.69066	0.00031
2.71828	2.71797	0.00031

ПРИЛОЖЕНИЕ 4.

Тест №4:

Графики для a(t)=   , при построении рисунков 21-22, значения по пространству меняются, по времени остаются фиксированными

Рисунок 21 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,1 на последнем слое по времени



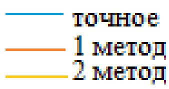
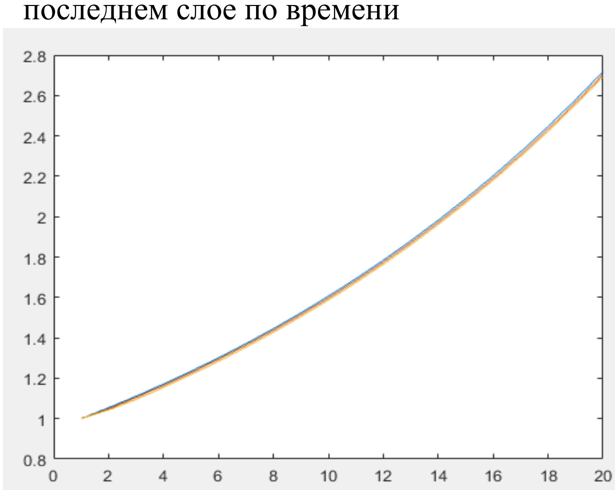


Рисунок 22 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,05 на последнем слое по времени



Графики для u(x,t)=   (t+1), при построении рисунков 23-24, значения по пространству меняются, по времени остаются фиксированными

Рисунок 23 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,1 на последнем слое по времени

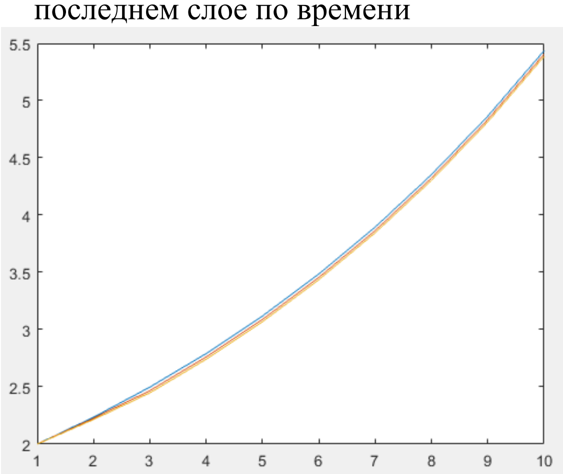
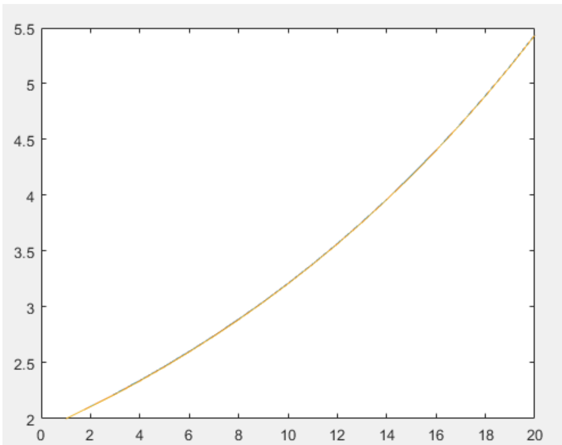


Рисунок 24 – точное и вычисленное значения функции при h=τ=0,05 на последнем слое по времени



1 метод – QR-метод.

2 метод - специальный метод исключения.