УДК 735.29.(32)

ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ ДАННЫХ ГЕОМОНИТОРИНГА НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Перевалов А.А.
Научный руководитель – д-р. техн. наук Симонов К.В.

Сибирский федеральный университет

Прогресс в области вычислительной техники требует постоянного внимания специалистов, занимающихся ее эффективным использованием в различных областях науки и техники. Одной из таких областей является построение процессов реального времени для обработки сигналов первичных преобразователей (датчиков, сенсоров и т.п.) сложных технологических и экспериментальных установок, аналитических приборов, испытательных и диагностических центров. Эти обстоятельства стимулируют развитие не только аппаратной, но и алгоритмической поддержки процессоров обработки сигналов, что на практике проявляется в привлечении к разработке алгоритмов все более сложного математического аппарата.

Система обработки информации представляет собой единство трех компонент: технических средств (hardware), программного обеспечения (software) и алгоритмического обеспечения (brainware). Работа посвящена разработке алгоритмического обеспечения спектрального анализа в базисе вейвлет-функций. Вейвлет–преобразование сигналов является обобщением спектрального анализа, типичный представитель которого – классическое преобразование Фурье. Применяемые для этой цели базисы названы вейвлетами – солитонообразными функциями двух аргументов – масштаба и сдвига, получаемыми из одной базовой (пораждающей) посредствам ее сдвигов и растяжений по оси времени.

Введенные сравнительно недавно, в 80-х годах, они в последующие годы получили быстрое теоретическое развитие и широкое применение в различных областях обработки сигналов и изображений. В отличие от традиционного преобразования Фурье, вейвлет–преобразование обеспечивает двумерное представление исследуемого сигнала в частотной области в плоскости частота–положение. Аналогом частоты при этом является масштаб аргумента базисной функции (чаще всего времени), а положение характеризуется ее сдвигом. Это позволяет разделять крупные и мелкие детали сигналов, одновременно локализуя их на временной шкале.

В настоящее время вейвлет–преобразования широко применяется в задачах обработки и кодирования сигналов и изображений различной природы (речь, спутниковые изображения, рентгенограммы внутренних органов), распознавание образов и т.д. Алгоритм вейвлет-преобразования одномерных функций (сигналов) представим в следующем виде (С.А. Перетокин, 2005):

$$j = 0, 1, 2, ..., N;$$

$$i = 1, 2, ..., M;$$

$$\Delta x = \frac{(x1 - x0)}{N} = const;$$

$$b_j = j \cdot \Delta x \in [0, x1 - x0];$$

$$a_i \in \{a_1, a_2, ..., a_M\},$$

где N – число дискретных отсчетов на промежутке;

M – величина выборки масштабов.

Введем функцию $L(a_i)$, характеризующую окно сходимости базисного вейвлета:

$$L(a_i) \in \{1,2,\ldots,\infty\}$$

$$\left|\psi\left(\frac{\pm j\Delta x}{a_i}\right)\right| < \delta, \forall j > L(a_i),$$

где δ – порог сходимости, положительная постоянная величина «близкая» по значению к нулю. Для $j > L(a_i)$ будем считать $\psi\left(\frac{\pm j\Delta x}{a_i}\right) \equiv 0$.

Введем понятие матрицы базисного вейвлета и матрицы $F_{l,j}$ (рис. 1, 2):

$$l = 0,1,\ldots,2L(a_M),$$

$$\psi_{i,l} = \psi\left(\frac{(l - L(a_M))\Delta x}{a_i}\right),$$

$$F_{l,j} = f\big(x_0 + (j - l + L(a_M))\Delta x\big).$$

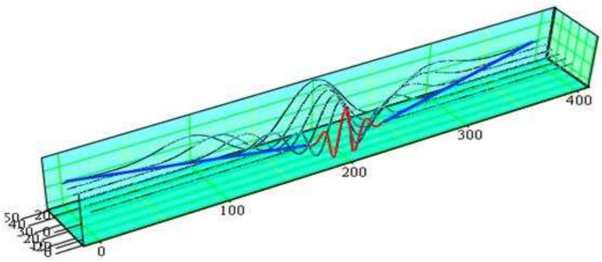


Рисунок 1 – Матрица базисного вейвлета

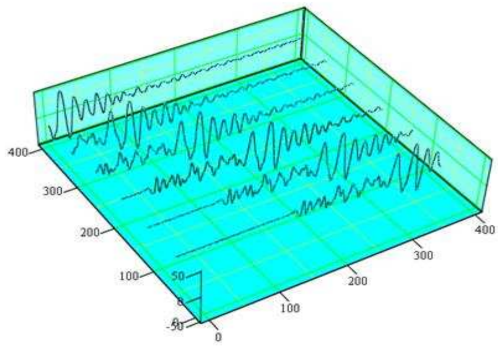


Рисунок 2 – Матрица $F_{l,j}$.

Теперь вейвлет-преобразование можно переписать в виде интегральной суммы:

$$W_{a_i b_j} = W_\psi f(i,j) = \frac{\Delta x}{2\sqrt{a_i}} \sum_{n=L(a_M)-L(a_i)+1}^{L(a_M)+L(a_i)} (F_{n-1,j}\psi_{i,n-1} + F_{n,j}\psi_{i,n}).$$

Так как компоненты обеих матриц и функции $L(a_i)$ постоянные величины, то процедура вейвлет-преобразования сводится к перемножению и сложению некоторого набора констант. При этом матрицы организованы таким образом, чтобы количество операций на вычисление коэффициентов их элементов было минимально. Это существенно уменьшает затраты машинного времени необходимого для вычислений.

Если интеграл приближать не методом трапеций, а простой интегральной суммой:

$$W_{a_i b_j} = W_\psi f(i,j) = \frac{\Delta x}{2\sqrt{a_i}} \sum_{n=L(a_M)-L(a_i)+1}^{L(a_M)+L(a_i)} F_{n,j}\psi_{i,n}.$$

то скорость вычислений увеличивается в два раза. Но и погрешность вычислений при этом также существенно увеличивается.

С помощью разработанного алгоритмического обеспечения выполнено моделирование данных сейсмического мониторинга исследуемого геобъекта и анализ данных гидрофизического мониторинга распространения волн цунами в Тихом океане. Пример анализа мореограммы с записью цунами приведен на рисунке 3.

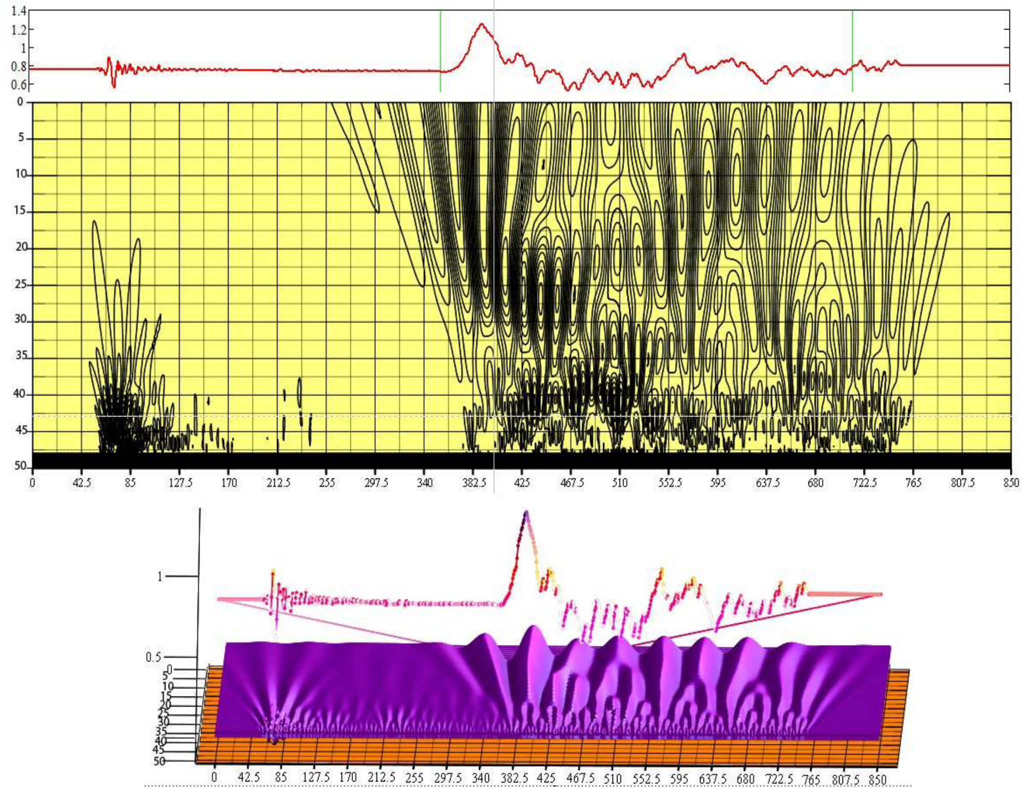


Рисунок 3 – Вейвлет-спектр мареограммы (вейвлет Морле)

Далее рассмотрен алгоритма двумерного вейвлет-преобразования данных геомониторинга для поиска кольцевых структур на поверхности Земли и на дне океана. Задается материнский вейвлет и для практического применения важно знать признаки, которыми должна обладать функция, чтобы быть вейвлетом:

- *локализация по пространству (времени) и по частоте*;
- *нулевое среднее*:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x,y)\,dxdy = 0.$$

- *ограниченность*:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}|\varphi(x,y)|^2\,dxdy < \infty.$$

- *автомодельность базиса*: все элементы данного семейства $\varphi_{a,b}(x)$ имеют то же число осцилляций, что и базисный вейвлет.

Вводятся следующие функции:

$$x, y \in (-M, M),$$

$$\varphi(t) = -(1-t)\,e^{-t},$$

$$\Phi_{x+M,y+M} = \varphi\left(\frac{10((x-M)^2 + (y-M)^2)}{M}\right),$$

где M – масштаб вейвлет-преобразования,

$\Phi_{x+M,y+M}$ – матрицы базисного вейвлета.

На рисунке 4 показан вид материнского вейвлета.

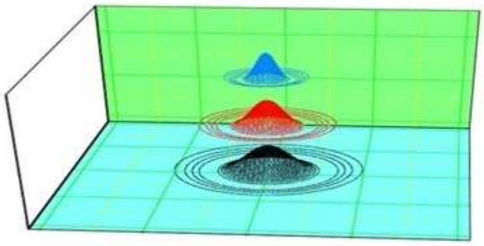


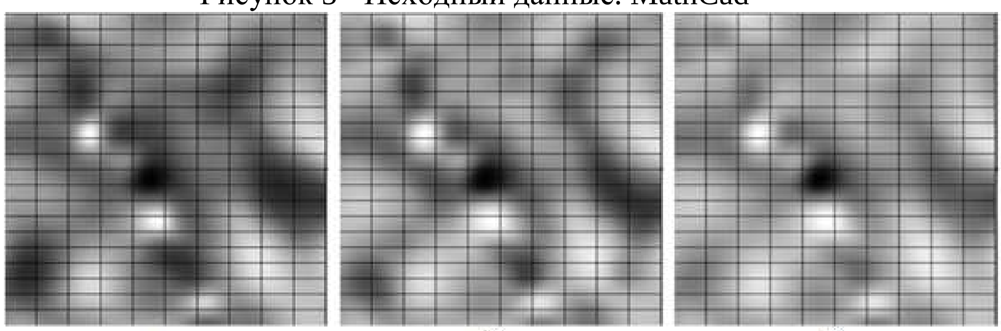
Рисунок 4 – Пример базиса на основе материнского вейвлета

Вейвлет-преобразование можно переписать в виде интегральной суммы:

$$W_{x,y}=\frac{\Delta x\Delta y}{\sqrt{M_i}}\left(\sum_{k=1}^{M}\sum_{i=1}^{M}\Phi_{M-k,M-i}\left(D_{x-k,y-i}+D_{x-k,y+i}+D_{i+k,j-1}+D_{i+k,j+1}\right)+\sum_{k=1}^{M}\Phi_{M-k,M}\left(D_{x-k,y}+D_{x,y-i}+D_{i+k,j}+D_{i,j+1}\right)+\Phi_{M,M}D_{x,y}\right).$$

Так как компоненты обеих матриц постоянные величины, то процедура вейвлет-преобразования сводится к перемножению и сложению некоторого набора констант. При этом матрицы организованы таким образом, чтобы количество операций на вычисление коэффициентов их элементов было минимально. Это существенно уменьшает затраты машинного времени, необходимого для вычислений. На рисунке 5 приведены исходные данные для выделения искомого подводного кратера, на рисунке 6 (а, б, в) результаты обработки данных. После фильтрации на (рис. 6 (в)) отчетливо выделяется местоположение изучаемого подводного кратера.

Рисунок 5 - Исходный данные. MathCad



а б в

Рисунок 6 – . Поэтапная вейвлет-фильтрация рельефа поверхности дна океана,

а – фильтр М30; б – фильтр |М30|-М15; в – результат фильтрации.

Таким образом, разработано эффективное алгоритмическое обеспечение для анализа пространственно-временных данных исследуемых природных процессов и явлений.