УДК 519.6

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ГРАНИЧНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

**Дементьева Е.В.**
**Научный руководитель – доцент Карепова Е.Д.**

***Сибирский федеральный университет, Институт математики***

Модели мелкой воды хорошо описывают большой круг природных явлений, таких как крупномасштабные поверхностные волны, возникающие в морях и океанах, цунами, приливные течения, поверхностный и русловой сток, гравитационные колебания поверхности океанов.

Задача для уравнений мелкой воды ставится в области произвольной формы на сфере с достаточно гладкой границей. Граница области состоит из «твердых» участков – береговой линии и «жидких» участков – граница по морю. На части «жидкой» границы известны данные наблюдений за свободной поверхностью.

В общем случае граничные условия на «жидкой» границе содержат граничную функцию, которую следует найти вместе с неизвестными задачи – скоростями и возвышением свободной поверхности. В области поставлена задача на ассимиляцию данных наблюдений, для решения которой используются методы оптимизации и теории управления.

Рассмотрено два семейства задач оптимального управления, для отыскания минимума в некоторой норме погрешности между искомым возвышением свободной поверхности и наблюденным с регуляризацией. Построен итерационный численный метод восстановления граничной функции и, следовательно, решения обратной задачи в области. Метод состоит в итерационном уточнении граничной функции путем численного решения последовательно прямой и сопряженной задач.

В качестве расчетной области была рассмотрена акватория Охотского моря и прилегающий к Курильским островам участок Тихого океана.

Поскольку в общем случае для нестационарной задачи начальные данные не известны, а рассматриваемая процедура не предполагает восстановления начальных данных, то в расчетной области была поставлена следующая задача. Сначала при заданной на всей "жидкой" границе граничной функции решалась задача на установление.

За данные "наблюдений" на части жидкой границе принимались значения свободной поверхности из установившегося решения, а значения граничной функции "забывались".

Целью численного эксперимента являлось восстановление граничной функции по всей жидкой границе на основе данных "наблюдений".

Обратная задача о граничной функции решалась с «гладкими» данными наблюдений (полученных из решения задачи на установление), с «зашумленными» данными наблюдений (с наложением белого шума на значения свободной поверхности из установившегося решения) и с данными наблюдений, заданными на части жидкой границы (рис. 1).

На рис. 2 представлены результаты восстановления граничной функции d в зависимости от числа итераций в случае, когда всюду на жидкой границе были заданы гладкие данные наблюдений за исключением множества точек, образующих два несоприкасающихся отрезка, вдоль одной из жидких границ моря.

Численное решение прямой и сопряженных задач основано на методе конечных элементов, для чего реализовано параллельное программное обеспечение (ПО) с использованием технологий MPI. В работе проведено исследование эффективности нескольких параллельных реализаций алгоритма численного решения начально-краевой задачи для уравнений мелкой воды, выполненных с помощью библиотеки MPI для языка Си. Рассмотрено два подхода к декомпозиции вычислительной области и две схемы реализации двухточечных обменов в алгоритме. Приведены сравнительные результаты ускорения вычислений в зависимости от количества процессов, способа реализации коммуникаций, способа декомпозиции вычислительной области, архитектуры кластерной системы.

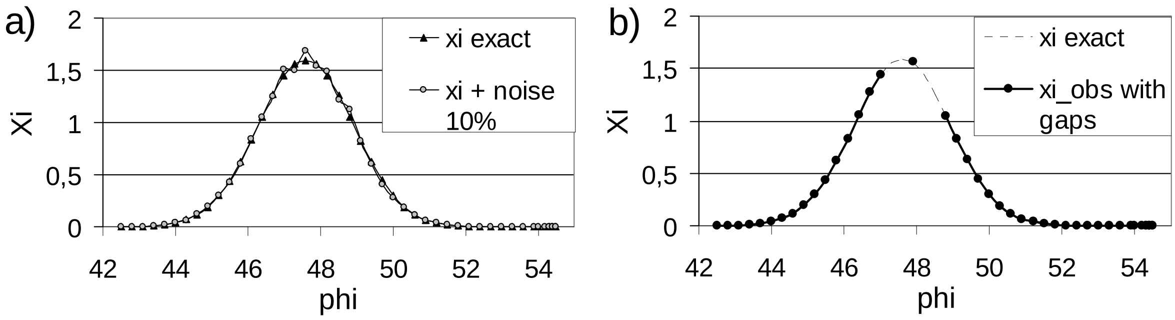


Рис. 1. Данные наблюдений на одной из жидких границ области: a) – гладкие и зашумленные, b) – заданные на части границы

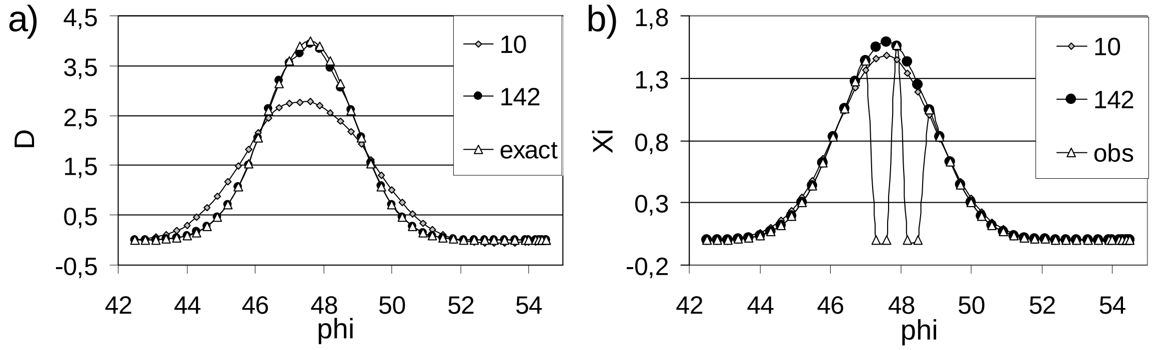


Рис. 2. Зависимость граничной функции d (a) и возвышения свободной поверхности xi (b) на одной из жидких границ расчетной области от числа итераций с данными "наблюдений", заданными на части границы

В работе сопоставлена эффективность двух широко распространенных реализаций стандарта MPI, исследовано поведение нашего ПО при использовании различных способов выделения памяти.

Авторы благодарят А.В. Малышева за помощь в проведении серии вычислительных экспериментов и за ценное обсуждение полученных результатов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-01-00224-а).