УДК 519.145

ВОПРОС О ПОДГРУППЕ КОЛЛИНЕАЦИЙ ПОЛУПОЛЕВОЙ ПЛОСКОСТИ, ИЗОМОРФНОЙ A_4

Прамзина В.О.

Научный руководитель– доцент Кравцова О.В.

Сибирский федеральный университет

Пусть $W = \{(x_1, x_2) | x_i \in GF(p^n),\ i = 1,2\}$ –линейное пространство размерности 2над конечным полем порядка p^n , где $p-$ простое нечетное число, $R^* = \{\theta(u_1, u_2) | u_i \in GF(p^n),\ i = 1,2\}$ –множество из $p^{2n} - 1$невырожденных матриц, замкнутое по сложению, тогда $R = R^* \cup \{\theta_0 = 0\}$ –регулярное множество полуполевой плоскости π. Матрицы регулярного множества R однозначно определяются любой своей строкой, поэтому можно считать, что $\theta_u = \theta(u_1, u_2) = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \\ f(u_1, u_2) & g(u_1, u_2) \end{pmatrix}$,где $f(u_1, u_2),\ g(u_1, u_2) -$ некоторые аддитивные функции.

Алгебраические свойства регулярного множества определяют геометрические свойства соответствующей полуполевой плоскости.

Большое внимание обычно уделяется исследованию группы автоморфизмов полуполевой плоскости. В частности, существует гипотеза о разрешимости полной группы автоморфизмов.

Известно, что полная группа коллинеаций полуполевой плоскости представляет собой полупрямое произведение: $Aut\,\pi = T \leftthreetimes G, T -$ группа трансляций, $G -$ трансляционное дополнение. Трансляции – автоморфизмы, действующие параллельными сдвигами, $x \to x + a$, трансляционное дополнение – подгруппа автоморфизмов, фиксирующая точку $(0,0)$. Подгруппа G_0линейных преобразований векторного пространства W в группе G называется линейным трансляционным дополнением.

Целью настоящей работы является решение вопроса о существовании в G и G_0 подгруппы, изоморфной знакопеременной группе A_4 . Примеры полуполевых плоскостей четного порядка (т.е для $p = 2$), допускающих A_4, существуют. Рассмотрим случай нечетногопорядкаp.

Известно, что элементы порядка 2 в полной группе коллинеаций могут быть либо центральными коллинеациями, либо бэровскими коллинеациями. Центральная коллинеация фиксирует поточечно некоторую прямую (ось), оставляет на месте некоторую точку (центр) и все прямые, проходящие через эту точку. Бэровская коллинеация фиксирует бэровскую подплоскость, т.е подплоскость максимального порядка.

Центральные коллинеации порядка 2 для полуполевой плоскости нечетного порядка не могут быть сопряжены,поэтому подгруппа коллинеаций изоморфнаяA_4, не может содержать центральные коллинеации. Следует отметить, что проведенные рассуждения не зависят от размерности матриц, поэтому результат справедлив для плоскостей произвольного ранга.

Занимаясь вопросом о наличии бэровской инволюции сначала в линейном трансляционном дополнении, потом в трансляционном дополнении, удалось показать тот же результат.

Теорема.Если $\pi -$ полуполевая плоскость ранга 2 над конечным полем нечетного порядка p^n , то трансляционное дополнение плоскости π не содержит подгруппы, изоморфной знакопеременной группе A_4.

Доказанный результат имеет большое теоретическое значение. Методика доказательства может быть применена и для полуполевой плоскости произвольного ранга. Однако для матриц произвольной размерности возникает необходимость рассмотрения некоторых особых случаев.