УДК 735

ИГРОВЫЕ МОДЕЛИ В УСЛОВИЯХ ПОЛНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Заикина В.Н.

Научный руководитель – Голденок Е.Е.

Сибирский федеральный университет

Неопределенность, связанную с полным отсутствием информации о вероятностных состояниях среды(природы), называют «безнадежной». В таких случаях, для определения оптимального решения, для игрока в зависимости от целевой установки используются различные критерии.

Критерий Вальда (максиминный критерий) основывается на принципе пессимизма (наибольшей осторожности). При выборе решения рассчитывать нужно на худший вариант. Стратегия для которой достигается значение W – будет оптимальной:

$$W = \max_i \min_j a_{ij}, \; i = \overline{1,m}; \; j = \overline{1,n}. \tag{1}$$

Критерий Гурвицва. При любом выборе стратегии наихудший для лица принимающего решения вариант реализуется с вероятностью γ, а наилучший с вероятностью $1-\gamma$, *где* γ *– показатель* пессимизма ($0 \leq \gamma \leq 1$). Оптимальной в этом случае будет стратегия, для которой достигается значение *G*:

$$G = \max_i \left(\gamma \cdot \min_j a_{ij} + (1-\gamma) \cdot \max_j a_{ij}\right), i = \overline{1,m}; \; j = \overline{1,n}. \tag{2}$$

Критерий Сэвиджа. Критерий крайнего пессимизма. Оптимальной является стратегия, для которой минимизируется максимальный риск, т.е. достигается значение S:

$$S = \min_i \max_j r_{ij}, i = \overline{1,m}; \; j = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Критерий недостаточного основания Лапласа. Используется при наличии неполной информации о вероятностных состояниях природы. Все вероятности состояний природы $\Pi_j (j = \overline{1,n})$ полагаются равным $q_j = \frac{1}{n}$. Оптимальной по данному критерию является стратегия A_i , *для* которой достигается значение *L*:

$$L = \max_i \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\right), i = \overline{1,m}. \tag{4}$$

Если в исходной задаче матрица результатов представлена матрицей рисков $R=(r_{ij})$, $i = \overline{1,m}; j = \overline{1,n}$, *то кри*терий Лапласа примет следующий вид:

$$L = \max_i \left(\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} r_{ij}\right), i = \overline{1,m}. \tag{5}$$

Элементы r_{ij}определяются по следующей формуле, где β_j – максимальный элемент в j-ом столбце платежной матрицы a_{ij}

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}. \tag{6}$$

Рассмотрим пример, иллюстрирующий критерии, представленные выше.

Сельскохозяйственное предприятие выращивает капусту. Оно может выбрать одну из трех стратегических программ реализации данного продукта в течение сезона:

$A_1 -$ реализовать осенью;

$A_2 -$ реализовать осенью и зимой;

$A_3 -$ реализовать весной.

Сумма затрат на производство, хранение и реализацию капусты, для хозяйства при выборе каждой стратегии, составляет соответственно 20 000, 30 000 и 40 000 ден. ед. На региональном рынке может сложится одна из трех ситуаций:

$П_1 -$ продукция поступает равномерно, колебание цен не происходит;

$П_2 -$ продукция поступает неравномерно, происходит колебание цен;

$П_3 -$ продукция поступает неравномерно, происходит значительное колебание цен.

Выручка предприятия от реализации капусты при выборе каждой из стратегий и при формировании различных ситуаций на рынке представлены в таблице:

Стратегия хозяйства	Выручка от реализации капусты, тыс. ден. ед.		
	$П_1$	$П_2$	$П_3$
A_1	30	25	22
A_2	30	40	33
A_3	30	40	60

Определить наиболее выгодную стратегию хозяйства в ситуации отсутствия информации о вероятностных состояниях рынка. При этом предприятию необходимо: а) получить минимально гарантированный выигрыш; б) учесть значения риска от принятия различных решений.

Коэффициент пессимизма равен 0,3.

Решение.

1. Составим платежную матрицу данной игры.

	$П_1$	$П_2$	$П_3$
A_1	10	5	2
A_2	0	10	3
A_3	-10	0	20

Коэффициенты получены как разница между выручкой от реализации капусты и затратами на ее производство.

2. Определим наиболее выгодные стратегии сельскохозяйственного предприятия по различным критериям:

а) критерий Вальда. Необходимые результаты вычисления представленны в следующей таблице. Используя формулу (1) .

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	min a_{ij}	V= max min a_{ij}
A_1	10	5	2	2	2
A_2	0	10	3	0	-
A_3	-10	0	20	-10	-

Таким образом, в соответствии с критерием Вальда оптимальной стратегии является стратегия A_1- реализовать осенью;

б) критерий Гурвица (2) (коэффициент пессимизма γ=0,3). Результаты вычисления представлены в следующей таблице.

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	min a_{ij}	max a_{ij}	G= 0,3mina_{ij}+0,7 max a_{ij}	G= max G_i
A_1	10	5	2	2	10	G_1= 0,3·2+0,7·10=7,6	-
A_2	0	10	3	0	10	G_2= 0,3·0+0,7·10=7	-
A_3	-10	0	20	-10	20	G_3= 0,3·(-10)+0,7·20=11	11

Таким образом, в соответствии с критерием Гурвица оптимальной стратегии является стратегия A_3- реализовать весной;

в) критерий Сэвиджа. По формуле (3) вычислим элементы для матрицы рисков $- r_{ij}$ (6) и занесем их в таблицу.

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	max r_{ij}	V= min max r_{ij}
A_1	0	5	18	18	-
A_2	10	0	17	17	17
A_3	20	10	0	20	-

Полученные результаты привели к выбору стратегии A_{2-} реализовать осенью и зимой;

г) критерий Лапласа. Этот критерий предполагает, что $П_1, П_2$ и $П_3$ равновероятны, т.е. q=$\frac{1}{n} = \frac{1}{3}$. Воспользуемся формулой (4).

При $A_1: L = \frac{1}{3} \cdot (10 + 5 + 2) = \frac{17}{3} \approx 5{,}67;$

При $A_2: L = \frac{1}{3} \cdot (0 + 10 + 3) = \frac{13}{3} \approx 4{,}33;$

При A_3: $L = \frac{1}{3} \cdot (-10 + 0 + 20) = \frac{10}{3} \approx 3{,}33$.

Здесь L=5,67 – наилучший результат, поэтому оптимальной стратегией по данному критерию является A_1- реализовать всю капусту осенью.

Далее ЛПР предстоит сделать выбор, какой из возможных стратегий отдать предпочтение:

по критерию Вальда – выбор стратегии A_1;

по критерию Гурвица – выбор стратегии A_3;

по критерию Сэвиджа – выбор стратегии A_2;

по критерию Лапласа – выбор стратегии A_1.