

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ БАКА ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

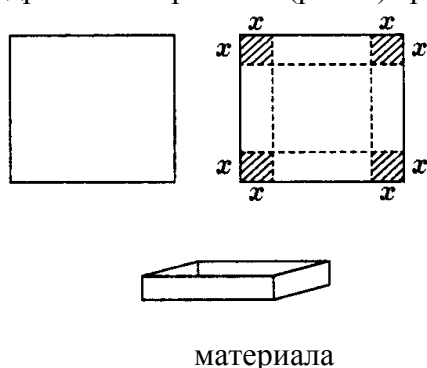
Строкова Е.Е., Маколов К.В., Чемакин Д.С.

Научный руководитель - к.т.н. проф. Павлов В.П.

Сибирский федеральный университет

При решении проектных задач нередко приходится иметь дело с ситуациями, когда необходимо одновременное выполнение нескольких условий (критериев), зачастую противоречивых. Например, в стремлении обеспечить лучшие потребительские качества конструктор сталкивается с тем, что товар, вполне подходящий по цене, не удовлетворяет по качеству, а высокое качество товара поднимает и цену.

Рассмотрим известную и достаточно противоречивую задачу обоснования параметров бака гидравлической системы. Из металлического листа, имеющего форму квадрата со стороной l (рис. 1) требуется сконструировать бак.



При этом критерии оценки конструкторских решений могут быть различными и часто противоречивыми. Например, требуется обеспечить максимально возможную теплоотдачу при минимальной потере от раскроя материала или максимальных доходов от продажи отходов. Все критерии в дальнейшем будем считать равноценными.

Рис. 1. Схема к раскрою

Рассмотрим варианты решения при данной постановке задачи:

1. Металлический лист из очень ценного металла, имеет форму квадрата со стороной $l = 2$ м. Теплоотдача происходит через днище бака. Стоимость одного м^2 отходов равна $C = 30$ тыс. рублей.
2. Металлический лист из очень ценного металла, имеет форму квадрата со стороной $l = 5$ м. Теплоотдача происходит через боковые стенки бака. Стоимость одного м^2 отходов равна $C = 30$ тыс. рублей.
3. Металлический лист из нержавеющей стали, имеет форму квадрата со стороной $l = 10$ м. Теплоотдача происходит через одну боковую стенку бака при толщине стенок бака 0,005м, 0,010м и 0,015м. Стоимость одного м^2 отходов равна $C = 8$ тыс. рублей.

Вырезав из листа четыре квадрата с неизвестной пока стороной x (рис. 1) и согнув по линиям, отмеченным пунктиром, мы получим коробку, площадь днища которой равен:

$$S_{\text{д}} = (l - 2x)^2 = 4x^2 - 8x + 4.$$

Площадь поверхности плоской стенки:

$$F = x \cdot (l - 2 \cdot x).$$

Количество теплоты, переданной от горячей жидкости (среды) к стенке по закону Ньютона-Рихмана имеет вид:

$$Q = y(x) = a_1 \cdot (t_{\text{ж}} - t_1) \cdot S_{\text{д}}(F),$$

где a_1 – коэффициент теплоотдачи от горячей среды с температурой $t_{\text{ж}}$ к поверхности стенки с температурой t_1 .

При этом теряется металл общей площадью $S_{\text{м}} = 4x^2$.

По условию задачи требуется одновременное выполнение двух условий (критериев). Для первого варианта данной задачи критериальные функции будут следующими:

$$y_1 = (4x^2 - 8x + 4) \cdot a_1 \cdot (t_{ж} - t_1) \rightarrow \max;$$

$$y_2 = 4x^2 \cdot C \rightarrow \max.$$

Графики функций и представлены на рис. 2.

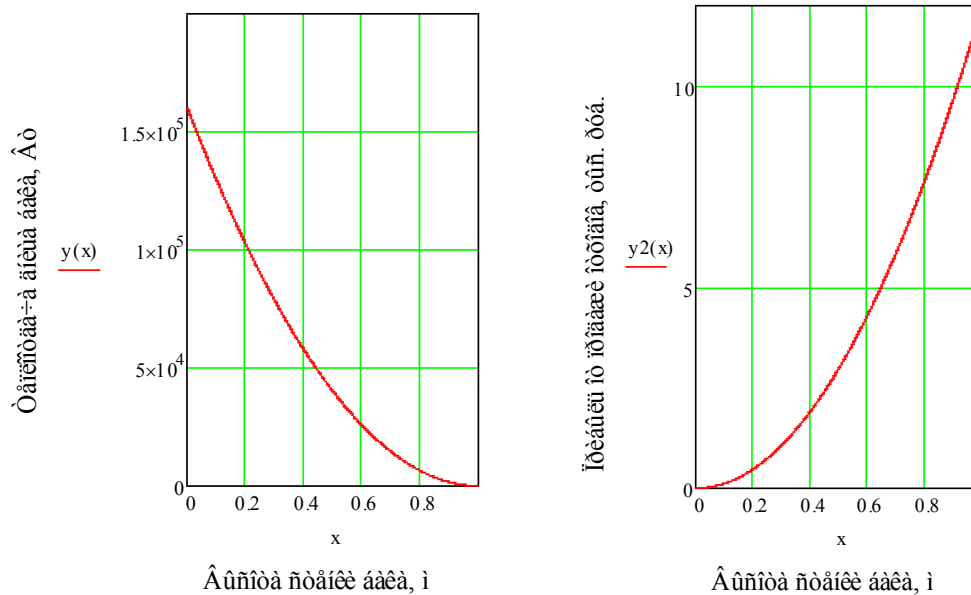


Рис. 2. Критериальные функции (первая постановка задачи)

Ясно, что одновременно удовлетворить обоим критериям невозможно: максимальные отходы получаются при $x = 1/2$ (отсутствие днища у бака), а максимальной площади днище бака достигает при $x = 0$. Попытаемся решить эту задачу с применением метода идеальной точки.

На рис. 3 представлена область Парето.

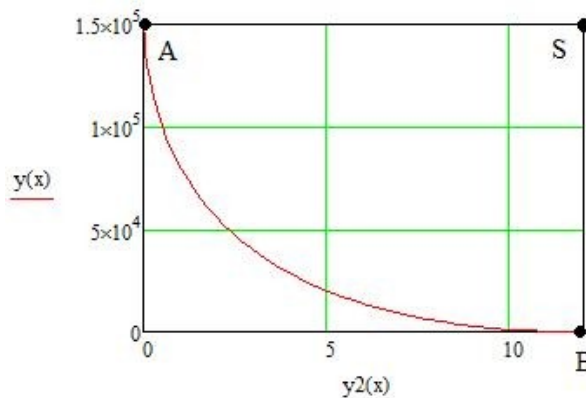


Рис. 3. Плоскость критериев y_1 и y_2

Наибольшее значение критерия y_1 достигается в точке B , однако для этой точки значение критерия y_2 далеко от максимума. При наибольшем же значении критерия y_2 , которое характеризуется точкой A , далеко от максимума значение критерия y_1 . В точке S оба критерия имели бы максимальные значения, однако эта точка не принадлежит области допустимых решений, а потому недостижима. Очевидно, что решение необходимо искать на кривой AB как для данного варианта задачи, так и для последующих.

Постановка второго варианта задачи предусматривает максимизацию количества тепла, выделяемого баком, и максимизацию доходов от реализации отходов материала:

$$y1 = 4 \cdot x \cdot (l - 2 \cdot x) \cdot a1 \cdot (t_x - t1) \rightarrow \max;$$

$$y2 = 4x^2 \cdot C \rightarrow \max.$$

Графики критериальных функций представлены на рис. 4:

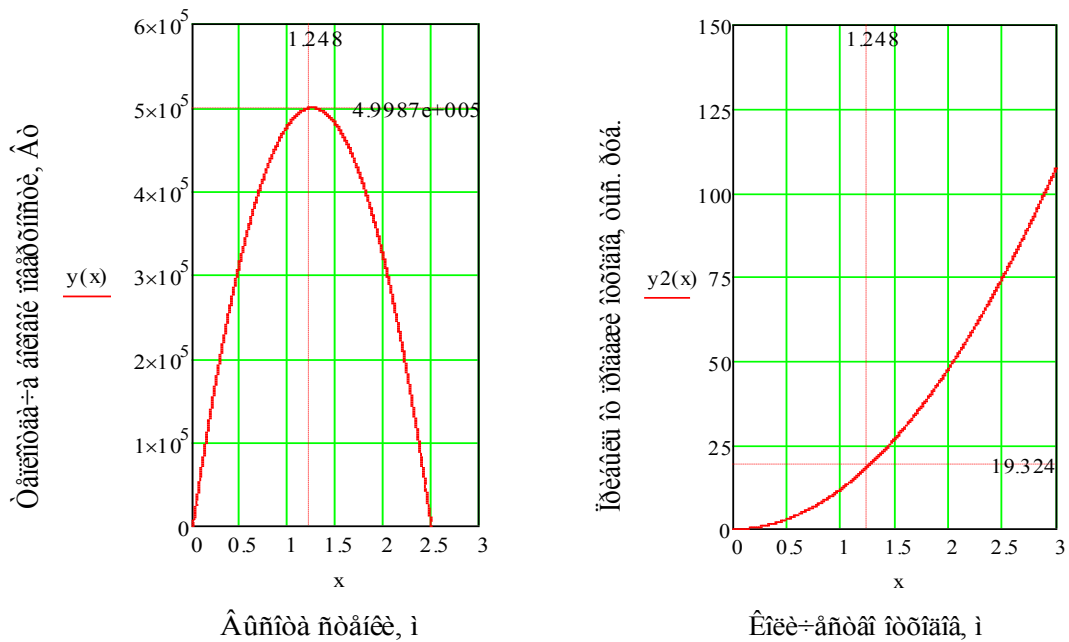


Рис. 4. Критериальные функции (вторая постановка задачи)

Ясно, что одновременно удовлетворить обоим критериям невозможно: максимальная теплоотдача при $x = 1,248$ м, а максимального дохода от реализации отходов достигает при $x = 2,5$ м.

В третьем варианте задачи требуется максимизировать теплоотдачу через одну боковую стенку бака различной толщины при одновременной максимизации дохода от реализации отходов (рис. 5):

$$y1 = x \cdot (l - 2 \cdot x) \cdot a1 \cdot (t_x - t_1) \rightarrow \max;$$

$$y2 = 4x^2 \cdot C \rightarrow \max.$$

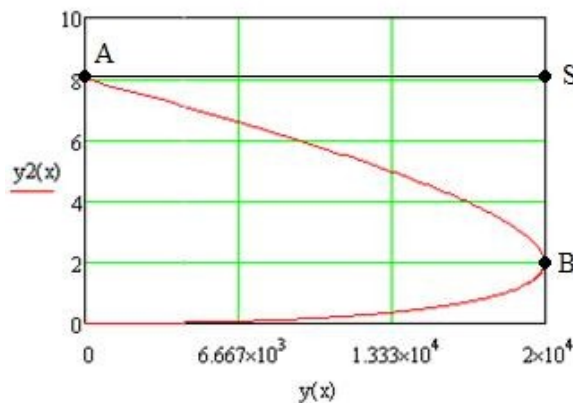


Рис. 5. Плоскость критериев и область Парето для толщины стенки в 0.5 см

Окончательным результатом проектирования должно быть одно решение, для чего необходимо привлечение дополнительной информации. Этой информацией обычно располагает лицо принимающее решения, находящееся на более высоком уровне иерархии в системе проектирования. Полученные результаты являются основой принятия решений в многоуровневой системе проектирования.