

УДК 669:51-7

Анализ расхода анодной массы и электроэнергии для электролизеров Надвоицкого алюминиевого завода методами многомерной статистической обработки

**Т.В. Пискажова^{а*}, П.В. Поляков^а, Н.А. Шарыпов^а,
А.В. Красовицкий^б, С.А. Сорокин^б**

*^а Сибирский федеральный университет
Россия 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79*

*^б ОАО «Надвоицкий алюминиевый завод»,
Россия 186430, Надвоицы, ул. Заводская, 1¹*

Received 06.09.2012, received in revised form 13.09.2012, accepted 20.09.2012

На основе метода главных компонент за рассматриваемый период выявлены наиболее значимые переменные, оказавшие влияние на технико-экономические показатели алюминиевого электролизера. Получены статистические модели, связывающие расход анодной массы и электроэнергии с параметрами сырья и технологии для электролизеров с боковым токоподводом. Рассчитано изменение расхода анодной массы и электроэнергии при изменении отдельного анализируемого параметра на три среднеквадратичных отклонения.

Ключевые слова: многомерный статистический анализ, метод главных компонент, расход анодной массы, расход электроэнергии.

Введение

В технологическом процессе получения алюминия нет полной известности об изменениях технико-экономических показателей (ТЭП), в том числе расхода анодной массы в зависимости от изменений сырья и технологии. Имеются лишь разрозненные сведения о зависимости технико-экономических показателей от отдельных переменных процесса. Получение комплексных зависимостей ТЭП от параметров сырья и технологии, несомненно, повысило бы эффективность управления процессом получения алюминия.

Наиболее простым и привлекательным методом получения таких зависимостей является множественная регрессия, установленная по выборке данных [1]. Но основным препятствием применения классического регрессионного анализа является взаимосвязанность, коррелированность многих параметров технологического процесса (мультиколлинеарность). При наличии мультиколлинеарности в данных столбцы матрицы данных становятся близки к линейно-зависимым и, следовательно, определитель матрицы данных стремится к нулю. В этих условиях

* Corresponding author E-mail address: Piskazhova@yandex.ru

¹ © Siberian Federal University. All rights reserved

метод наименьших квадратов (МНК), которым находят коэффициенты регрессии, дает неверные результаты, так как использует деление на этот определитель.

Предлагаются различные способы борьбы с мультиколлинеарностью, например совершенствование МНК [1], удаление взаимосвязанных данных из анализа, но мы считаем наиболее универсальным и математически обоснованным методом работы с такими данными метод главных компонент [2–4].

Метод главных компонент для анализа зависимостей системы случайных величин x_1, \dots, x_r основывается на линейном преобразовании

$$\begin{aligned} x_1 &= l_{11}ГК_1 + \dots + l_{1r}ГК_r; \\ &\dots \\ x_r &= l_{r1}ГК_1 + \dots + l_{rr}ГК_r \end{aligned} \quad (1)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{X} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{ГК} \quad (2)$$

где $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_r \end{pmatrix}$; $\mathbf{ГК} = \begin{pmatrix} ГК_1 \\ \vdots \\ ГК_r \end{pmatrix}$ – вектор-столбцы; $\mathbf{L} = \|l_{ij}\|$ – квадратная матрица размером $r \times r$; $ГК_1, \dots$

$ГК_r$ – некоррелированные (ортогональные) нормированные новые переменные. Они и называются главными компонентами.

Представление исходных случайных величин в виде (1) имеет ряд преимуществ. Дисперсия каждой случайной величины x_i : $D[x_i] = l_{i1}^2 + \dots + l_{ir}^2$, $i = \overline{1, r}$; поэтому величину l_{ij}^2 можно назвать вкладом компоненты $ГК_j$ в дисперсию переменной x_i , а $l_{1j}^2 + \dots + l_{rj}^2$ – вкладом компоненты $ГК_j$ в суммарную дисперсию всех переменных. Первой главной компонентой $ГК_1$ переменных x_1, \dots, x_r называется нормированная линейная комбинация этих переменных, обладающая максимальной дисперсией. Второй главной компонентой $ГК_2$ называется нормированная линейная комбинация x_1, \dots, x_r , обладающая максимальной дисперсией при условии некоррелированности с $ГК_1$. $ГК_3$ – нормированная линейная комбинация x_1, \dots, x_r при условии некоррелированности с $ГК_1$ и $ГК_2$.

В практических исследованиях, когда велико число рассматриваемых исходных переменных, стремятся выделить малое число главных компонент с большими дисперсиями, а остальные $ГК$ отбрасываются, таким образом, достигается «сжатие» пространства. Метод главных компонент был предложен в 1901 г. Пирсоном и позднее детально разработан Хотеллингом (1933 г.).

Преобразование (1) и главные компоненты ищут следующим образом: пусть известна ковариационная матрица системы случайных величин x_1, \dots, x_r . Если переменные x_1, \dots, x_r центрированы и нормированы, ковариационная матрица равна корреляционной матрице Q и далее рассматривается в анализе. Доказано [1, 2], что система некоррелированных компонент $ГК_1, \dots, ГК_r$ получается на основе собственных векторов \mathbf{u}_j матрицы Q , взятых в порядке убывания соответствующих собственных чисел $\lambda_1, \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > \lambda_r$.

$$\mathbf{ГК}_j = \frac{1}{\sqrt{\lambda_j}} \mathbf{u}_j^T \mathbf{x} \quad (3)$$

или в матричной записи

$$\mathbf{ГК} = \Lambda^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}^T \mathbf{X}, \quad (4)$$

где Λ – диагональная матрица собственных чисел, \mathbf{U} – матрица, составленная из собственных векторов.

Выражая из (4) вектор \mathbf{X} , получаем

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \Lambda^{\frac{1}{2}} \mathbf{ГК}. \quad (5)$$

Приравняв (5) и (2), получаем $L = \mathbf{U} \Lambda^{\frac{1}{2}}$, и тогда столбцы коэффициентов при ГК в системе (1)

$$\mathbf{l}_k = \sqrt{\lambda_k} \cdot \mathbf{u}_k.$$

После получения системы главных компонент (4) исследователи работают разными способами в зависимости от своих целей:

1) рассматривают расположение исходных параметров x_1, \dots, x_r в новой координатной системе $\mathbf{ГК}_1, \dots, \mathbf{ГК}_r$ в соответствии с системой (1);

2) рассматривают первые главные компоненты – обычно они несут в себе смысловую нагрузку части исходных параметров, т.к. объединяют в группы скоррелированные исходные параметров;

3) рассматривают радиусы исходных параметров и радиусы точек измерений в системе ГК для разделения параметров и точек измерения на кластеры;

4) строят линейную регрессию интересующего технико-экономического показателя в новых ортогональных ГК переменных

$$Y_{\text{ТЭП}} = a_1 \mathbf{ГК}_1 + a_2 \mathbf{ГК}_2 + \dots + a_r \mathbf{ГК}_r, \quad (6)$$

при этом зачастую можно отбросить последние малозначимые $\mathbf{ГК}_s, \dots, \mathbf{ГК}_r$;

5) при четкой смысловой физической трактовке главных компонент можно остановиться и на этом уравнении (6), получая зависимость интересующего нас показателя $Y_{\text{ТЭП}}$ от выделенных ГК-направлений.

Но в большинстве случаев хотелось бы получить зависимость показателя ТЭП от исходных параметров процесса, это может быть достигнуто подстановкой (4) в (6).

1. Выборка данных

Надвоицкий алюминиевый завод состоит из четырех корпусов, три из которых оснащены электролизерами с боковым подводом тока (БТ) к аноду, один корпус оснащен электролизерами с обожженными анодами. Для анализа расхода АМ выбраны первые два корпуса завода (КЭБТ № 1 и КЭБТ № 2). В этих корпусах за рассматриваемый период применялась анодная масса только от одного поставщика. Таким образом, была возможность отследить свойства массы по сертификатам от завода-изготовителя. Выборка данных содержала среднемесячные данные с марта 2009 по октябрь 2010 г. (20 наблюдений) и 20 переменных (18 основных и 2 ТЭП, табл. 1).

Таблица 1. Параметры, включенные в выборку для анализа расхода АМ

Тип параметра	Название параметра	Условное обозначение
Основной	Зольность АМ;	As
	содержание серы в АМ;	S
	выход летучих;	Vol
	температура размягчения АМ;	Ts
	температура электролита;	BT
	уровень электролита;	BL
	высота столба анода;	h _a
	коэффициент текучести (КТ) АМ;	Cf
	кажущаяся плотность АМ;	Da
	истинная плотность АМ;	Dr
	механическая прочность АМ;	Ms
	пористость АМ;	P
	общая разрушаемость АМ;	CO ₂ _dest
	окисляемость АМ;	CO ₂ _oxid
	осыпаемость АМ;	CO ₂ _dust
	удельное электросопротивление (УЭС) АМ;	R
анодная плотность тока;	CDa	
удельный выход угольной пены	Dust	
Вспомогательный* (ТЭП)	Выход по току;	CE
	расход АМ	CC

* Вспомогательные параметры не участвуют в расчете коэффициентов при переходе к ГК, но отображаются в плоскости главных компонент для анализа характера зависимостей.

Таблица 2. Параметры, включенные в выборку для анализа расхода электроэнергии

Тип параметра	Название параметра	Условное обозначение
Основной	Сила тока;	CS
	выход по току (ВПТ);	CE
	частота анодных эффектов (ЧАЭ);	AEF
	срок службы;	PL
	удельный выход угольной пены;	Dust
	температура электролита;	BT
	криолитовое отношение (КО);	CR
	уровень металла;	ML
Вспомогательный* (ТЭП)	Расход электроэнергии	EC

* Вспомогательные параметры не участвуют в расчете коэффициентов при переходе к ГК, но отображаются в плоскости главных компонент для анализа характера зависимостей.

Выборка для анализа расхода электроэнергии содержала 8 переменных (табл. 2) и 46 наблюдений (данные с января 2007 по октябрь 2010 г.). Анализ проводился для тех же корпусов – КЭБТ № 1 и КЭБТ № 2.

Среднемесячные значения параметров, как правило, не так зашумлены в отличие от среднесуточных или средненедельных значений. Тесье с сотрудниками в работе [5] также указы-

вают на целесообразность использования в статистическом анализе среднемесячных показателей вместо среднедневных или средненедельных. Выбор переменных осуществлялся на основе работ [6-8].

2. Анализ

Многомерный статистический анализ проводили с использованием ПП Statistica и ПП MSeXcel. В табл. 3 представлено объяснение дисперсии исходных данных новыми переменными, т.е. сколько процентов дисперсии исходных данных содержит в себе каждая ГК для выборки по параметрам анодной массы.

Как видно из табл. 2, 10 ГК объясняют уже 95,76 % дисперсии исходных данных для КЭБТ № 1 и 96,04 % общей дисперсии для КЭБТ № 2, в то же время 18 ГК объясняют всю дисперсию исходных данных.

Таблица 4 представляет объяснение дисперсии для выборки для расхода энергии. В этом случае для объяснения всей дисперсии требуется всего 8 ГК, тогда как 4 ГК объясняют уже ~90 % исходных данных.

В табл. 5 и 6 отражены вклады параметров в первые 5 ГК. Обычно рассматривают вклад в первые ГК, т.к. они описывают больше половины изменения в исходных параметрах (в нашем случае 5 ГК описывают ~75-76 % дисперсии данных).

Таблица 3. Объяснение дисперсии исходных данных главными компонентами (выборка параметры АМ)

Номер ГК	КЭБТ № 1		КЭБТ № 2	
	Объясненный процент общей дисперсии	Накопительный объясненный процент	Объясненный процент общей дисперсии	Накопительный объясненный процент
1	26,397	26,397	22,691	22,691
2	19,632	46,029	19,374	42,064
3	14,936	60,965	14,172	56,237
4	8,828	69,793	10,343	66,579
5	6,474	76,267	8,729	75,308
6	5,480	81,748	6,323	81,631
7	4,567	86,315	4,859	86,490
8	3,838	90,152	4,001	90,491
9	3,139	93,291	3,102	93,593
10	2,466	95,757	2,444	96,037
11	1,277	97,034	1,032	97,069
12	1,167	98,201	0,985	98,055
13	0,648	98,848	0,841	98,895
14	0,605	99,453	0,554	99,449
15	0,384	99,838	0,366	99,815
16	0,140	99,978	0,135	99,949
17	0,019	99,997	0,046	99,995
18	0,003	100	0,005	100

Таблица 4. Объяснение дисперсии исходных данных главными компонентами (выборка для анализа расхода электроэнергии)

Номера ГК	КЭБТ № 1		КЭБТ № 2	
	Объясненный процент общей дисперсии	Накопительный объясненный процент	Объясненный процент общей дисперсии	Накопительный объясненный процент
1	47,499	47,499	48,810	48,810
2	15,662	63,161	18,192	67,002
3	14,856	78,017	14,321	81,323
4	11,334	89,351	8,523	89,846
5	5,084	94,435	5,074	94,920
6	3,870	98,305	3,076	97,996
7	1,246	99,552	1,620	99,616
8	0,448	100	0,384	100

Таблица 5. Вклад переменных в первые 5 ГК для КЭБТ № 1

Параметр	ГК1	ГК2	ГК3	ГК4	ГК5
УЭС	0,032	0,131	0,001	0,050	0,003
Мех. прочность	0,006	0,012	0,166	0,104	0,013
Пористость	0,145	0,001	0,048	0,043	0,012
Сера	0,000	0,001	0,169	0,001	0,086
Общая разрушаемость	0,047	0,063	0,169	0,010	0,037
Окисляемость	0,015	0,098	0,138	0,016	0,000
Осыпаемость	0,063	0,018	0,108	0,072	0,061
Кажущаяся плотность	0,085	0,068	0,016	0,097	0,022
Истинная плотность	0,001	0,142	0,036	0,030	0,089
Выход летучих	0,004	0,050	0,014	0,026	0,439
Температура размягчения	0,013	0,181	0,019	0,032	0,007
Коэффициент текучести (КТ)	0,085	0,014	0,001	0,142	0,046
Зольность	0,008	0,135	0,005	0,075	0,088
Удельный выход угольной пены	0,085	0,001	0,021	0,174	0,040
Анодная плотность тока	0,119	0,009	0,001	0,052	0,013
Температура электролита	0,149	0,004	0,002	0,015	0,009
Уровень электролита	0,031	0,062	0,043	0,014	0,028
Высота столба анода	0,112	0,011	0,043	0,047	0,006

Первое направление в выборке для анализа расхода анодной массы (ГК1) для обоих корпусов характеризуется тем, что в него внесли вклад следующие параметры: пористость, анодная плотность тока и температура электролита. В первом корпусе большой вклад в ГК1 имеет также высота столба анода, а во втором – осыпаемость.

Таблица 6. Вклад переменных в первые 5 ГК для КЭБТ № 2

Параметр	ГК1	ГК2	ГК3	ГК4	ГК5
УЭС	0,041	0,132	0,004	0,054	0,001
Мех. прочность	0,008	0,012	0,212	0,002	0,075
Пористость	0,143	0,006	0,082	0,030	0,011
Сера	0,000	0,000	0,184	0,067	0,003
Общая разрушаемость	0,091	0,076	0,112	0,000	0,004
Окисляемость	0,028	0,111	0,113	0,002	0,015
Осыпаемость	0,113	0,021	0,060	0,005	0,021
Кажущаяся плотность	0,096	0,078	0,029	0,008	0,052
Истинная плотность	0,000	0,117	0,048	0,000	0,189
Выход летучих	0,010	0,051	0,019	0,175	0,038
Температура размягчения	0,009	0,183	0,037	0,000	0,008
КТ	0,067	0,028	0,003	0,048	0,164
Зольность	0,009	0,135	0,016	0,089	0,003
Удельный выход угольной пены	0,013	0,006	0,002	0,419	0,012
Анодная плотность тока	0,147	0,008	0,016	0,062	0,002
Температура электролита	0,151	0,026	0,009	0,000	0,055
Уровень электролита	0,002	0,009	0,001	0,001	0,263
Высота столба анода	0,073	0,003	0,053	0,037	0,084

Второе направление (ГК2) характеризуется следующими параметрами, которые внесли большой вклад: УЭС, истинная плотность, температура размягчения и зольность, это наблюдается в обоих корпусах.

В ГК3 внесли вклад следующие переменные: механическая прочность, содержание серы в АМ, общая разрушаемость и окисляемость. В первом корпусе помимо этих переменных большой вклад имеет осыпаемость.

ГК4 характеризуется в обоих корпусах выходом пены.

Таким образом, при независимом анализе данных по разным корпусам первые главные компоненты получили одинаковую смысловую нагрузку.

Вклады в случае выборки для анализа расхода электроэнергии отражены в табл. 7 и 8.

Первое направление в выборке для анализа расхода электроэнергии (ГК1) для обоих корпусов характеризуется тем, что в него внесли вклад следующие параметры: сила тока, срок службы, температура электролита и уровень металла (в первом корпусе дополнительный вклад внесли изменения связанные с выходом по току).

Второе направление (ГК2) характеризуется следующими параметрами, которые внесли большой вклад: удельный выход пены и криолитовое отношение. В первом корпусе дополнительный вклад имеет ЧАЭ, во втором корпусе значительный вклад имеет выход по току.

В ГК3 внесли вклад следующие переменные: механическая прочность, содержание серы в АМ, общая разрушаемость и окисляемость. В первом корпусе помимо этих переменных боль-

Таблица 7. Вклад переменных в первые 5 ГК для КЭБТ № 1

Параметр	ГК1	ГК2	ГК3	ГК4	ГК5
Сила тока	0,198	0,006	0,010	0,135	0,172
ВПТ	0,102	0,011	0,036	0,491	0,007
ЧАЭ	0,015	0,330	0,320	0,042	0,251
Срок службы	0,206	0,008	0,086	0,018	0,072
Выход пены	0,002	0,203	0,539	0,056	0,085
Температура электролита	0,178	0,023	0,005	0,080	0,168
КО	0,062	0,416	0,000	0,120	0,216
Уровень металла	0,237	0,003	0,005	0,059	0,030

Таблица 8. Вклад переменных в первые 5 ГК для КЭБТ № 2

Параметр	ГК1	ГК2	ГК3	ГК4	ГК5
Сила тока	0,184	0,000	0,006	0,270	0,126
ВПТ	0,099	0,138	0,002	0,470	0,123
ЧАЭ	0,008	0,001	0,794	0,005	0,049
Срок службы	0,210	0,003	0,032	0,000	0,062
Выход пены	0,001	0,529	0,043	0,156	0,092
Температура электролита	0,179	0,008	0,005	0,065	0,487
КО	0,076	0,315	0,117	0,001	0,061
Уровень металла	0,242	0,005	0,001	0,033	0,001

шой вклад имеет осыпаемость. В данном анализе 3 ГК объясняют примерно 80 % изменений в исходных данных.

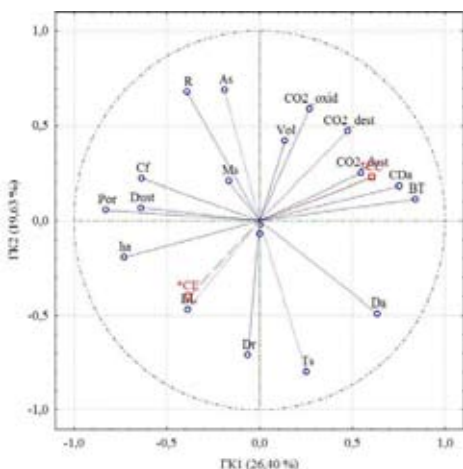
Большой интерес представляют полученные в ходе анализа проекции переменных в плоскостях ГК на рис. 1 и 2, позволяющие определить характер зависимости между параметрами. Плоскости ГК – это срезы (проекции) многомерного пространства. По правилам метода [9] прямо пропорциональную зависимость между собой имеют переменные, находящиеся в одном квадрате, обратно пропорциональную – переменные, находящиеся в противоположных квадратах. Про зависимости между переменными, находящимися в соседних квадратах, нельзя ничего сказать.

Анализ проекций переменных в ГК по рис. 1 и 2 показывает, что для КЭБТ № 1 прямо пропорциональную зависимость между собой имеют переменные, находящиеся в одном квадрате:

I квадрант – расход АМ, общая разрушаемость, окисляемость, осыпаемость, температура электролита, выход летучих, анодная плотность тока;

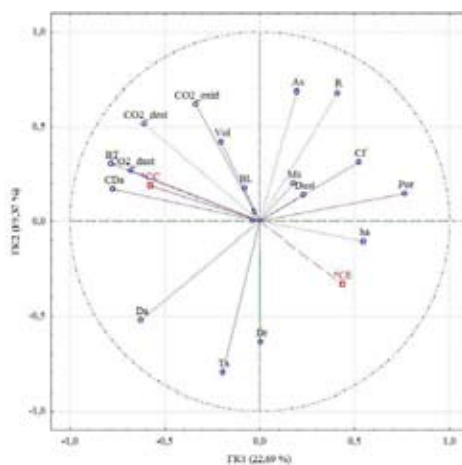
II квадрант – пористость, выход пены, КТ, УЭС, зольность, механическая прочность;

III квадрант – выход по току, истинная плотность, высота столба анода, уровень электролита;



□ – вспомогательные переменные (ССиСЕ)

Рис. 1. Проекция переменных в плоскости ГК1 и ГК2 для КЭБТ № 1



□ – вспомогательные переменные (ССиСЕ)

Рис. 2. Проекция переменных в плоскости ГК1 и ГК2 для КЭБТ № 2

IV квадрант – кажущаяся плотность, температура размягчения.

Переменные в противоположных квадрантах имеют обратно пропорциональную зависимость, то есть переменные I и III квадранта, II и IV квадранта обратно пропорционально зависят друг от друга.

Для КЭБТ № 2 прямо пропорциональная зависимость наблюдается между параметрами:

I квадрант – зольность, УЭС, пористость, механическая прочность, коэффициент текучести, выход пены;

II квадрант – расход АМ, выход летучих, общая разрушаемость, окисляемость, осыпаемость, температура электролита, анодная плотность тока;

III квадрант – кажущаяся плотность, температура размягчения;

IV квадрант – выход по току, высота столба анода, истинная плотность.

Общим для обоих корпусов является следующее: расход АМ тем больше, чем больше значения общей разрушаемости, окисляемости, осыпаемости, температуры электролита, выхода летучих и анодной плотности тока и чем меньше выход по току, истинная плотность АМ, высота столба анода и уровень электролита.

Срезы многомерного пространства для анализа расхода электроэнергии представлены на рис. 3 и 4.

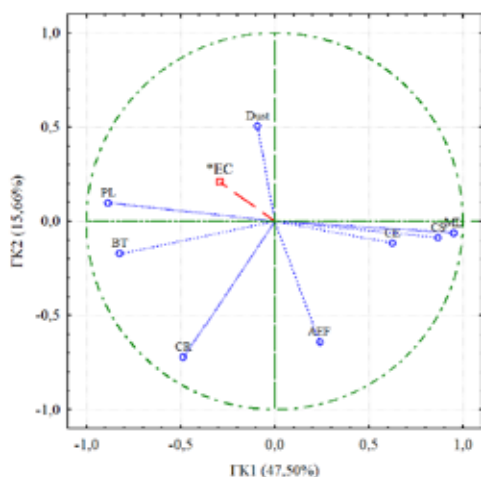
Анализ проекций переменных в ГК по рис. 3 и рис. 4 показывает, что для КЭБТ № 1 прямо пропорциональную зависимость между собой имеют переменные, находящиеся в одном квадранте:

II квадрант – удельный выход угольной пены, расход электроэнергии, срок службы;

III квадрант – температура электролита и криолитовое отношение;

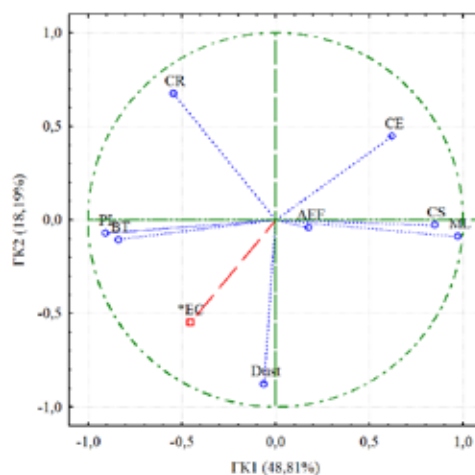
IV квадрант – частота анодных эффектов, выход по току, сила тока и уровень металла.

Переменные в противоположных квадрантах имеют обратно пропорциональную зависимость, то есть переменные I и III квадранта, II и IV квадранта обратно пропорционально зависят друг от друга.



□ – вспомогательные переменные (ЕС)

Рис. 3. Проекция переменных в плоскости ГК1 и ГК2 для КЭБТ № 1



□ – вспомогательные переменные (ЕС)

Рис. 4. Проекция переменных в плоскости ГК1 и ГК2 для КЭБТ № 2

Для КЭБТ № 2 прямо пропорциональная зависимость наблюдается между параметрами:
 III квадрант – температура электролита, выход пены, срок службы, расход электроэнергии;

IV квадрант – частота анодных эффектов, сила тока, уровень металла.

Общим для обоих корпусов является следующее: расход АМ тем больше, чем больше удельный выход пены и срок службы электролизера и чем меньше выход по току.

Далее строится МГК-модель, где ТЭП выступает как искомая функция, а значения ГК во времени как аргументы искомого уравнения множественной регрессии. Отметим, что на ГК можно строить обычную классическую регрессию, так как главные компоненты независимы между собой. Уравнения (7) и (8) представляют собой МГК-модели для анализа расхода анодной массы КЭБТ № 1 и КЭБТ № 2 соответственно.

$$CC1 = 502,71 + 13,5 \cdot ГК1 + 5,07 \cdot ГК2 + 0,04 \cdot ГК3 + 8,28 \cdot ГК4 - 2,02 \cdot ГК5 + 6,19 \cdot ГК6 - 5,44 \cdot ГК7 + 3,98 \cdot ГК8 + 4,81 \cdot ГК9 + 1,77 \cdot ГК10 - 4,42 \cdot ГК11 + 3,02 \cdot ГК12 - 1,03 \cdot ГК13 + 5,73 \cdot ГК14 - 2,77 \cdot ГК15 + 0,26 \cdot ГК16; \quad (7)$$

$$CC2 = 500,47 - 11,42 \cdot ГК1 + 3,72 \cdot ГК2 - 3,09 \cdot ГК3 + 2,09 \cdot ГК4 + 0,34 \cdot ГК5 - 3,36 \cdot ГК6 - 7,26 \cdot ГК7 - 4,58 \cdot ГК8 - 7,28 \cdot ГК9 + 0,84 \cdot ГК10 - 6,92 \cdot ГК11 - 0,13 \cdot ГК12 - 4,36 \cdot ГК13 + 2,05 \cdot ГК14 - 3,77 \cdot ГК15 - 1,18 \cdot ГК16, \quad (8)$$

где $CC1$ и $CC2$ – расход АМ для КЭБТ № 1 и КЭБТ № 2 соответственно;

$ГК1...ГК16$ – главные компоненты выступающие регрессорами в МГК-модели.

Уравнения (9) и (10) представляют собой МГК-модели для анализа расхода электроэнергии КЭБТ № 1 и КЭБТ № 2 соответственно.

$$EC1 = 15165,1 - 90,3 \cdot ГК1 + 64,6 \cdot ГК2 - 91,4 \cdot ГК3 + 245,6 \cdot ГК4 - 31,1 \cdot ГК5 - 79,5 \cdot ГК6 - 7,6 \cdot ГК7 - 0,6 \cdot ГК8; \quad (9)$$

$$EC2 = 15228,9 - 158,5 \cdot GK1 - 191,4 \cdot GK2 + 17,2 \cdot GK3 + 207,1 \cdot GK4 - 62 \cdot GK5 + 46,7 \cdot GK6 + 13,5 \cdot GK7 + 0,7 \cdot GK8. \quad (10)$$

Коэффициенты детерминации регрессионных уравнений следующие для уравнения (7) $R^2=0,923$, для уравнения (8) $R^2=0,978$, в случае уравнения (9) $R^2=0,929$ и для уравнения (10) $R^2=0,907$. Коэффициенты детерминации показывают, насколько хорошо модель описывает анализируемый параметр, в данном случае модели описывают расход анодной массы и расход электроэнергии с точностью более 90 %.

Уравнения (7)-(10) весьма неудобны для практического использования, хотя и позволяют моделировать расход АМ в зависимости от исходных показателей, а также дают возможность увидеть влияние отдельного ГК на расход АМ.

Для того чтобы сравнить влияние исходных параметров на расход АМ, по формулам (4) и (6) выполняется переход к уравнениям в центрированных переменных.

$$CC1 = 502,71 + 0,91 \cdot R - 5,65 \cdot Ms - 3,25 \cdot P - 7,14 \cdot S + 2,51 \cdot CO_2_dest + 1,69 \cdot CO_2_oxid + 5,24 \cdot CO_2_dust + 4,13 \cdot D_r - 5,82 \cdot Vol - 5,93 \cdot Ts + 9,86 \cdot As + 5,77 \cdot Dust - 8,58 \cdot CD_a + 5,94 \cdot BT + 4,53 \cdot BL - 15,01 \cdot h_a; \quad (11)$$

$$CC2 = 500,47 + 2,35 \cdot R - 11,28 \cdot Ms - 2,2 \cdot P - 8,28 \cdot S + 0,08 \cdot CO_2_dest - 2,17 \cdot CO_2_oxid + 6,07 \cdot CO_2_dust + 4,67 \cdot D_r - 10,94 \cdot Vol - 6,34 \cdot Ts + 10,22 \cdot As + 0,53 \cdot Dust - 8,84 \cdot CD_a + 8,09 \cdot BT + 5,69 \cdot BL - 13,39 \cdot h_a; \quad (12)$$

$$EC1 = 15165,1 + 130,36 \cdot CS - 529,29 \cdot CE + 59,10 \cdot AEF - 62,19 \cdot PL + 29,33 \cdot Dust + 29,76 \cdot BT - 64,68 \cdot CR + 98,81 \cdot ML; \quad (13)$$

$$EC2 = 15228,89 + 31,98 \cdot CS - 331,93 \cdot CE + 18,32 \cdot AEF - 1,85 \cdot PL + 8,2 \cdot Dust + 27,52 \cdot BT - 43,89 \cdot CR + 15,82 \cdot ML, \quad (14)$$

где $CC1$ и $CC2$ – расход АМ для КЭБТ № 1 и КЭБТ № 2 соответственно;

$EC1$ и $EC2$ – расход электроэнергии для КЭБТ № 1 и КЭБТ № 2 соответственно;

обозначения переменных приведены в табл. 1 и 2. Можно видеть, что одинаковые переменные вошли с одинаковыми знаками в уравнения для разных корпусов, что говорит о непротиворечивости исследования.

По полученным моделям были построены графики на одной плоскости с реальным расходом АМ (рис. 5 и 6). Видно хорошее совпадение реального и спрогнозированного расхода АМ, соответствующие коэффициенты аппроксимации представлены на рис. 7 и 8.

Графики по преобразованным моделям для расхода электроэнергии представлены на рис. 9 и 10. Коэффициенты аппроксимации показаны на рис. 11 и 12.

Преобразовав центрированные параметры в истинные, получим влияние каждого отдельного параметра на расход АМ (табл. 9). В таблице показано, как снижение каждого параметра на 3 величины его среднеквадратичного отклонения (3σ) влияет на расход АМ в соответствии с уравнениями (11) и (12) для разных корпусов. Так, например, снижение механической прочности на $15,7 \text{ кг/см}^2$ приводит к увеличению расхода массы на $16,9 \text{ кг}$ по данным первого корпуса и на $33,8 \text{ кг}$ по данным второго корпуса. Снижение температуры электролита на 7 градусов

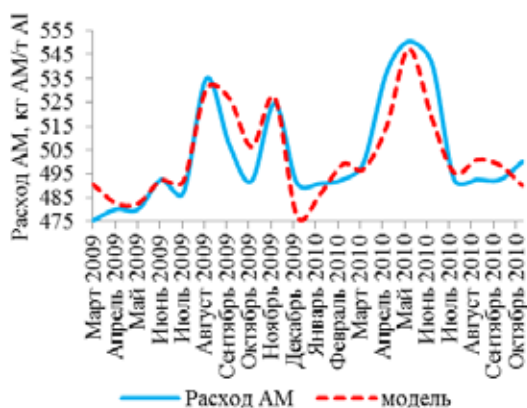


Рис. 5. Сравнение расхода АМ и расхода, полученного по модели для КЭБТ № 1

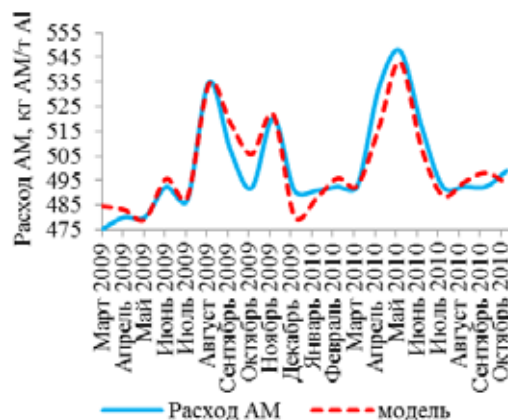


Рис. 6. Сравнение расхода АМ и расхода, полученного по модели для КЭБТ № 2

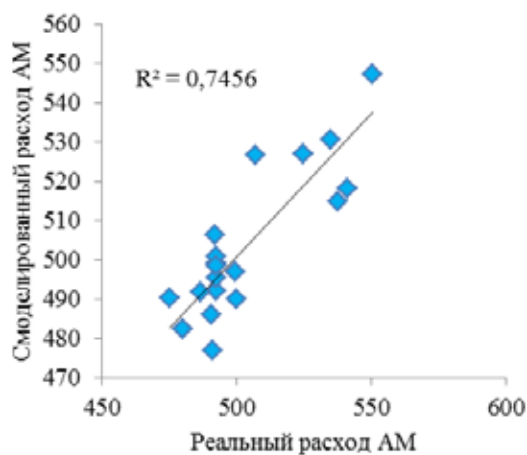


Рис. 7. Зависимость смоделированного расхода АМ от реального для КЭБТ № 1

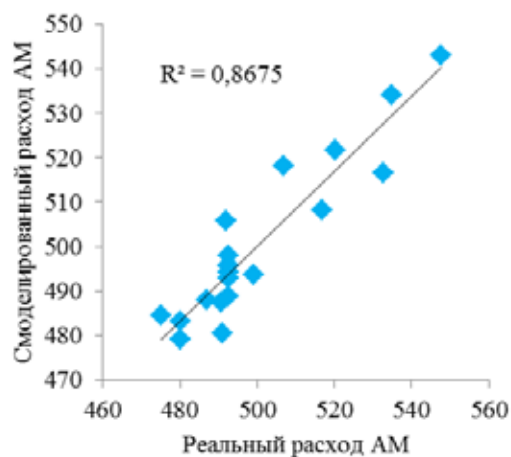


Рис. 8. Зависимость смоделированного расхода АМ от реального для КЭБТ № 2

приводит к снижению расхода АМ на 17,8 кг по данным первого корпуса и на 24,3 кг по данным второго корпуса.

Как видно из табл. 9, найденное нашим статистическим исследованием влияние параметров на расход АМ соответствует известным литературным данным. Исключение составляет только влияние общей разрушаемости и окисляемости в CO_2 для КЭБТ № 2.

Конечно, чтобы уточнить численное влияние рассмотренных параметров на расход анодной массы, необходимо провести исследование по выборке большего объема.

Выполнив преобразования в уравнениях (13)–(14) для расхода электроэнергии, также получим изменение величины удельного расхода электроэнергии при снижении каждого параметра на 3σ (табл. 10). В последнем столбце табл. 10 приведено влияние параметра в соответствии с литературными источниками [7, 12]. Как видно из таблицы, характер влияния

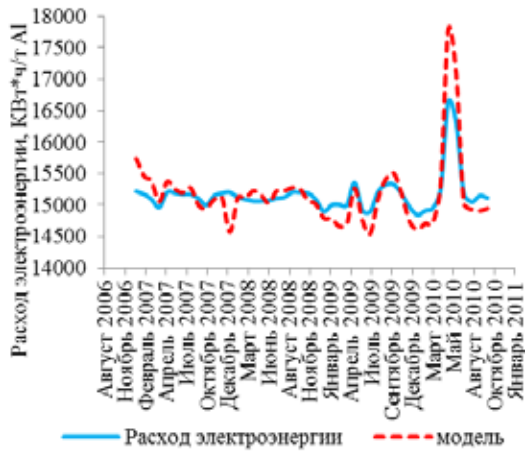


Рис. 9. Сравнение расхода электроэнергии и расхода, полученного по модели для КЭБТ № 1

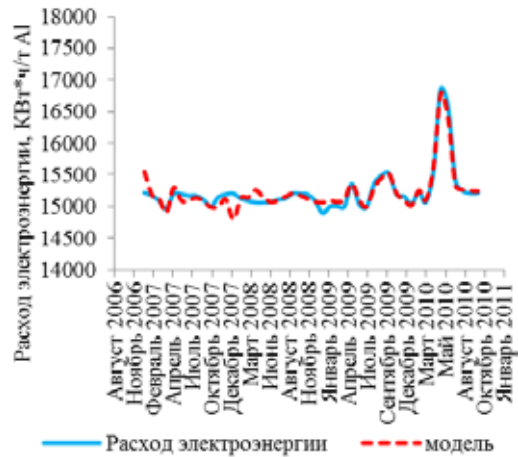


Рис. 10. Сравнение расхода электроэнергии и расхода, полученного по модели для КЭБТ № 2

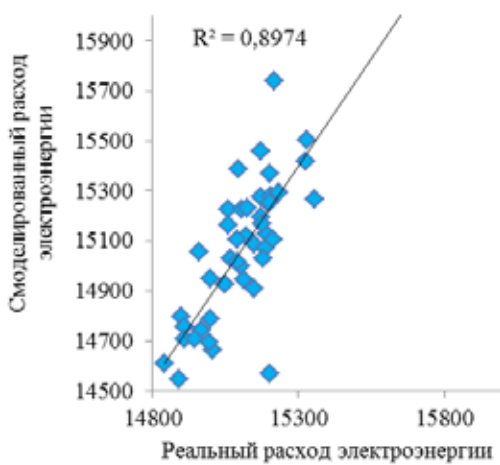


Рис. 11. Зависимость смоделированного расхода электроэнергии от реального для КЭБТ № 1

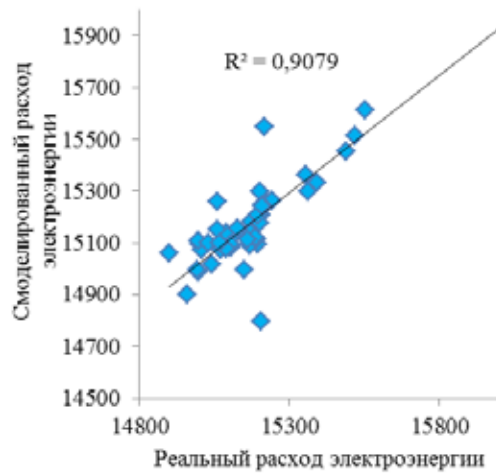


Рис. 12. Зависимость смоделированного расхода электроэнергии от реального для КЭБТ № 2

в полученных моделях для расхода электроэнергии согласуется с литературными источниками.

Выводы

Рассмотрено применение многомерной статистической обработки данных для анализа расхода анодной массы в зависимости от свойств и параметров электролиза. Метод главных компонент и множественная линейная регрессия применялись для моделирования расхода АМ и расхода электроэнергии двух корпусов Надвоицкого алюминиевого завода. Методом главных компонент определены параметры, которые наибольшим образом повлияли на изменение расхода АМ и расхода электроэнергии за рассматриваемые периоды. По графикам проекций

Таблица 9. Изменение расхода АМ в зависимости от изменения параметров взятых в анализ

Параметр	Единицы измерения	КЭБТ №1		КЭБТ №2		Изменение расхода по литературным данным
		Снижение параметра на 3 СКО*	Изменение расхода АМ, кг	Снижение параметра на 3 СКО	Изменение расхода АМ, кг	
УЭС	мкОм·м	-6,026	-2,716	-6,026	-7,065	?**
Мех. прочность	кг/см ²	-15,717	16,941	-15,717	33,845	(+)**
Пористость	%	-0,988	9,757	-0,988	6,612	(+ -)****[6]
Сера	%	-0,078	21,424	-0,078	24,840	(+ -)[10]
Общая разрушаемость	мг/см ² ·ч	-5,559	-7,528	-5,559	0,244	(-)*****[6, 11]
Окисляемость	мг/см ² ·ч	-2,951	-5,076	-2,951	6,520	(-)[6, 11]
Осыпаемость	мг/см ² ·ч	-3,555	-15,717	-3,555	-18,215	(-)[6, 11]
Истинная плотность	г/см ³	-0,025	-12,396	-0,025	-14,020	(+)[6, 11]
Выход летучих	%	-3,397	17,448	-3,397	32,823	(-)[12, 11]
Температура размягчения	°С	-6,414	17,792	-6,414	19,031	(-)[6]
Зольность	%	-0,075	-29,575	-0,075	-30,662	(-)[12]
Удельный выход угольной пены	кг/т Al	-16,365	-17,306	-17,009	-1,592	(-)[6]
Анодная плотность тока	А/см ²	-0,015	25,735	-0,015	26,509	(-)[6]
Температура электролита	°С	-6,965	-17,811	-7,658	-24,266	(-)[6]
Уровень электролита	см	-3,048	-13,579	-2,573	-17,077	(-)[6]
Высота столба анода	см	-11,473	45,029	-10,447	40,158	?

* СКО – Среднеквадратическое отклонение.

** ? – В литературных источниках не встречается информации о влиянии параметра на расход массы.

*** (+) – С уменьшением значения параметра расход АМ увеличивается.

**** (+|-) – В литературных источниках указывается на двойственное влияние параметра на расход АМ.

*****(-) – С уменьшением значения параметра расход АМ уменьшается.

Таблица 10. Изменение расхода электроэнергии в зависимости от изменения параметров взятых в анализ

Параметр	Единицы измерения	КЭБТ №1		КЭБТ №2		Изменение расхода по литературным данным [7,12]
		Снижение параметра на 3 СКО	Изменение расхода электроэнергии, КВт·ч/т Al	Снижение параметра на 3 СКО	Изменение расхода электроэнергии, КВт·ч/т Al	
Сила тока	кА	-3,436	-391,08	-3,436	-95,95	(+)
Выход по току	%	-5,105	1782,88	-5,288	995,79	(-)
ЧАЭ	шт./сут.	-0,749	-177,29	-0,778	-54,95	(+)
Срок службы	мес.	-29,324	186,58	-30,079	5,55	(-)
Выход пены	кг/т Al	-15,540	-87,99	-13,686	-24,61	(+)
Температура электролита	°С	-9,572	-89,28	-9,805	-82,55	(+)
КО	доли ед.	-0,201	194,04	-0,212	131,66	(-)
Уровень металла	см	-10,145	-296,42	-9,924	-47,46	(+)

параметров в плоскости ГК выявлен характер зависимости между параметрами. Получены МГК-модели для прогнозирования расхода АМ и расхода электроэнергии на уровне корпусов; статистические модели для сравнения влияния параметров между собой; рассчитано изменение расхода АМ при снижении параметров на 3 СКО.

Для уточнения зависимостей и получения более точных моделей для прогноза необходимо набрать больший массив статистических данных и учесть дополнительные параметры, оказывающие влияние на расход АМ и расход электроэнергии в электролизерах с боковым токоподводом.

Предлагаемый метод обработки результатов содержит много разновидностей, но, как уже свидетельствует мировой опыт, становится основным в осмыслении результатов, прогнозировании будущих показателей и управлении производством.

Список литературы

[1] *Светульников С. Г., Светульников И. С.* Методы социально-экономического прогнозирования: учебник для вузов. Т. 1. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2009. 147 с.

[2] *Ивченко Г. И., Медведев Ю. И.* Введение в математическую статистику: учебник. М.: Издательство ЛКИ, 2010. 600 с.

[3] *Лоули Д., Максвелл А.* Факторный анализ как статистический метод / пер. с английского Ю. Н. Благовещенского. М.: Мир, 1967. 144 с.

[4] *Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С. и др.* Прикладная статистика: Классификации и снижение размерности: справ. изд. / под ред. С. А. Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.

[5] *Jayson Tessier, Carl Duchesne, Gary P. Tarcy* // *Light Metals*. 2011. P. 407.

[6] *Коробов М.А., Дмитриев А.А.* Самообжигающиеся аноды алюминиевых электролизеров. М.: Металлургия, 1972. 208 с.

[7] *Grjotheim K., Kvande H.* Introduction to aluminium electrolysis. Understanding the Hall-Heroult process / K. Grjotheim, H. Kvande (Editors), 2nd Edition, Aluminium-Verlag. Dusseldorf, 1993. 260 P.

[8] *Янко Э. А.* Аноды алюминиевых электролизеров. М.: Издательский дом «Руда и металлы», 2001. 681 с.

[9] *Эсбенсен К.* Анализ многомерных данных. Черноголовка: Издательство ИПХВ РАН, 2004. 160 с.

[10] *Oye H. A.* Control of Anode Consumption during Aluminium Electrolysis // «Fundamental Issues in Control of Carbon Gasification Reactivity», J. Lahaye and P. Ehrburger, Eds. NATO ASI Series E. Applied Sciences, Vol. 192. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands 1991. P. 573.

[11] *Деревцов Г. В.* // Техничко-экономический вестник БрАЗа. 2001. N 3. С. 4.

[12] *Галевский Г. В., Жураковский В. М., Кулагин Н. М. и др.* Технология производства электродных масс для алюминиевых электролизеров. Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАМ, 1999. 295 с.

Anode Paste and Energy Consumptions Analysis for Nadvoitsy Aluminium Smelter Reduction Cells Using Multivariate Statistical Processing Methods

**Tatyana V. Piskazhova,
Peter V. Polyakov, Nikita A. Sharypov,
Alexander V. Krasovitsky and Sergey A. Sorokin**
*Siberian Federal University,
79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041 Russia
Nadvoitskiy Aluminum Plant
1 Zavodskaya, Nadvoitsy, 186430 Russia*

Based on principal component analysis for the period under review revealed the most significant variables that influenced the techno-economic performance of aluminum electrolytic. The statistical models relating anode paste consumption and energy consumption with the parameters of raw materials and technology for the horizontal stud Soderberg reduction cells was obtained. The variation of the anode paste consumption and energy consumption when the individual analyzed parameter in three standard deviations was calculated.

Keywords: multivariate statistical analysis, principal component analysis, the anode paste consumption, energy consumption.
