Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Кафедра теории функций

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
А. Цих /А.К. Цих
«21» июня 2016 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 01.03.01 Математика

О ГИПЕРГРАНЯХ МНОГОГРАННИКА НЬЮТОНА ДИСКРИМИНАНТА СИСТЕМЫ ПОЛИНОМОВ

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
профессор ______/ И.А. Антипова
21.06.2016

Выпускник ______/ Е.А. Клешкова
21.06.2016

Красноярск 2016

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа (дипломная работа) по теме «О гипергранях многогранника Ньютона дискриминанта системы полиномов» содержит 25 страницы текста, 4 рисунка, 14 использованных источников.

ДИСКРИМИНАНТ, МНОГОГРАННИК НЬЮТОНА, АМЕБА ПОЛИНОМА, ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ РЯД, ОБЛАСТЬ СХОДИМОСТИ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МЕЛЛИНА, ИНТЕГРАЛ МЕЛЛИНА–БАРНСА.

Цель работы – исследовать структуру многогранника Ньютона дискриминанта системы полиномов, а именно, найти нормальные векторы к граням максимальной размерности. Поставленная задача представляется актуальной в контексте исследования дискриминантных множеств общих полиномиальных систем. При этом, она решается методами анализа, а именно, с применением техники преобразований Меллина. В результате исследования доказана теорема, в которой перечислены внешние нормальные векторы к гиперграням многогранника Ньютона дискриминанта приведенной системы полиномов. Результат работы является новым, может быть использован в научных исследованиях и в учебном процессе при чтении специальных курсов по теории дискриминантов.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Работа посвящена исследованию структуры многогранника Ньютона дискриминанта системы полиномов, в частности, нахождению нормальных векторов к граням максимальной размерности (гиперграням) многогранника. Напомним, что многогранником Ньютона полинома называют выпуклую оболочку векторов – показателей мономов, имеющих ненулевые коэффициенты.

Дискриминант общего алгебраического уравнения (классический дискриминант) — это полином от коэффициентов, обращающийся в нуль тогда и только тогда, когда уравнение имеет хотя бы один кратный корень. Множество нулей дискриминанта образует дискриминантное множество. Классический определитель Сильвестра дает явное выражение для дискриминанта через коэффициенты уравнения, однако с увеличением степени уравнения число слагаемых в дискриминанте быстро растет и явная формула для его коэффициентов неизвестна. Тем не менее, многогранник Ньютона классического дискриминанта был детально изучен. А именно, И.М. Гельфанд, А.В. Зелевинский и М.М. Капранов в книге [9] перечислили мономы дискриминанта алгебраического уравнения, соответствующие вершинам его многогранника Ньютона и показали, что многогранник Ньютона дискриминанта алгебраического уравнения степени m комбинаторно эквивалентен кубу размерности $m-1$.

Вычисление дискриминанта системы полиномов представляется еще более трудоемким. В этой связи актуальным является исследование его многогранника Ньютона. Дискриминантная гиперповерхность ∇ есть множество особенностей многозначной алгебраической функции $y(x) := y_1(x) \cdot \ldots \cdot y_n(x)$, составленной из координат $y_1(x), \ldots, y_n(x)$ решения системы. Выделенная ветвь функции $y(x)$ представляется интегралом типа Меллина–Барнса [6], из которого методами теории вычетов получаются разложения в гипергеометрические ряды. Заметим, что носители рядов предопределены полюсами преобразования Меллина рассматриваемой ветви $y(x)$. Кроме того, согласно Двусторонней лемме Абеля конус носителя ряда определяет проекцию его области сходимости на пространство абсолютных значений переменных в логарифмической шкале. Указанная проекция области сходимости может быть компонентой дополнения амебы гиперповерхности ∇ либо объединением компонент. Согласно теореме М. Форсберга, М. Пассаре, А. Циха нормальные конусы в вершинах многогранника Ньютона дискриминанта совпадают с конусами рецессии компонент дополнения амебы дискриминанта. Таким образом, информацию об искомых нормальных векторах несет в себе преобразование Меллина функции $y(x)$.

Основной результат работы содержится в Теореме 1, где перечислены найденные нормальные векторы к многограннику Ньютона дискриминанта системы полиномов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

1. описан алгоритм приведения общей полиномиальной системы, в частности, алгоритм построения мономиального преобразования коэффициентов, восстанавливающего дискриминант общей системы по приведенному дискриминанту;

2. найдены векторы, являющиеся внешними нормалями к гиперграням многогранника Ньютона дискриминанта приведенной системы полиномов.

Полученные результаты имеют теоретическое значение, могут быть использованы в исследование дискриминантных множеств общих полиномиальных систем, а также в учебном процессе при чтении специальных курсов по теории дискриминантов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Антипова, И. А. Дискриминантное множество системы n полиномов Лорана от n переменных / И. А. Антипова, А. К. Цих // Изв. РАН. Сер. матем. 2012. –Т. 76, вып. 5. –С. 29-56.

2. Гельфанд, И. А. Общие гипергеометрические системы уравенений и ряды гипергеометрического типа / И. М. Гельфанд, М. И. Граев, В. С. Ретах — УМН. 1992. –Т. 47, вып. 4. –С. 14-19.

3. Жданов, О. Н. Исследование кратных интегралов Меллина–Барнса с помощью многомерных вычетов / О. Н. Жданов, А. К. Цих // Сиб. матем. журн. 1998. –Т. 39, вып. 2. –С. 281-298.

4. Кертис, Ч. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр / Ч. Кертис, И. Райнер — М.: Наука, 1969.

5. Садыков, Т. М. Гипергеометрические и алгебраические функции многих переменных / Т. М. Садыков, А. К. Цих — М.: Наука, 2014. –С. 408.

6. Степаненко, В. А. О решении системы n алгебраических уравнений от n неизвестных с помощью гипергеометрических функций / В. А. Степаненко // Вестник Красноярского госуниверситета. Серия физ.-мат. наук. 2003. №1. –С. 35-48.

7. Пассаре, М. Кратные интегралы Меллина–Барнса как периоды многообразий Калаби-Яу с несколькими модулями / М. Пассаре, А. К. Цих, А. А. Чешель // ТМФ. 1996. –Т. 109, вып. 3. –С. 381-394.

8. Forsberg, M. Laurent determinants and arragements of hyperplane amoebas / M. Fosberg, M. Passare, A. K. Tsikh — Adv. Math. 2000. 151. –P. 45-70.

9. Gelfand, I. M. Discriminants, Resultants and Multidimentional Determinants / I. M. Gelfand, M. M. Kapranov, A. V. Zelevinsky — Boston: Bikhäuser, 1994.

10. Kulikov, V. R. «Conditions for convergence of the Mellin-Barnes integral for solution to system of algebraic equations»/ V. R. Kulikov // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ. 2014. –Т. 7, вып. 3. –С. 339 – 346.

11. Passare, M. Algebraic equations and hypergeometric series. The Legacy of N.H. Abel / M. Passare, A. K. Tsikh — Springer-Verlag, 2004. –P. 563-582.

12. Passare, M. Nonconfluent hypergeometric functions in several variables and their singularities / M. Passare, T. M. Sadykov, A. K. Tsikh — Compos. Math. 2005. Vol. 141, iss. 3. –P. 787-810.

13. Sato, M. Theory of prehomogeneous vector spaces (algebraic part) / M. Sato — Nagoya Math. J. 1990. Vol. 120. –P. 1-34.

14. Диагонализация целочисленных матриц с помощью унимодулярных преобразований [Электронный ресурс] / Лаборатория комплексного анализа и дифференциальных уравнений ИМФИ СФУ [сайт]. — Режим доступа: http://mathorg.ru