Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт педагогики, психологии и социологии

Кафедра информационных технологий обучения и непрерывного образования

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ О.Г. Смолянинова

« _____»_____ 2016 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

44.03.01 Педагогическое образование

44.03.01.27 «Дополнительное образование»

Разработка системы уровневых заданий по математике для программы повышения квалификации учителей «Мониторинг индивидуального прогресса обучающихся»

Руководитель _____ доцент, канд. физ.-мат. наук О.В. Знаменская

Выпускник _____ И.В. Овчиникова

Красноярск 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

1 Теоретические основания разработки уровневых заданий для мониторинга индивидуального прогресса обучающихся 6

1.1 Уровневая модель развития мышления и понимания 6

1.2 Структура и содержание уровневых заданий по математике в диагностическом инструментарии «Дельта» 9

2 Разработка системы уровневых заданий по математике 20

2.1 Обоснование выбора предметного понятия для системы уровневых заданий по математике 20

2.2 Процедура разработки системы уровневых заданий 30

2. 3 Образец системы уровневых заданий по теме «Распределительное свойство умножения относительно сложения» 36

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 39

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 40

ПРИЛОЖЕНИЕ А 45

ПРИЛОЖЕНИЕ Б 46

ВВЕДЕНИЕ

В связи с введением в школе новых Федеральных образовательных стандартов (ФГОС) второго поколения возникла необходимость пересмотреть содержание образования, формы, методы обучения и воспитания, а также роль учителя в образовательном процессе [15]. В ФГОС (ООО) подчеркивается, что система оценки достижения планируемых результатов освоения основной образовательной программы должна обеспечивать оценку динамики индивидуальных достижений учащихся в процессе освоения общеобразовательной программы [32]. Это диктует новые квалификационные требования к учителям основной школы: от современного учителя требуется понимание и умение работать с динамикой индивидуальных достижений учащихся − организовывать обучение так, чтобы оно создавало условия для индивидуального прогресса учащихся [33, 20].

Как отмечает Л.А. Рябинина, умение работать с динамикой образовательных результатов учащихся является одной из ключевых компетенций педагога и современного руководителя образовательного учреждения. В систему требований к современному учителю входит умение выстраивать процесс обучения так, чтобы каждый учащийся показывал прогресс в мышлении при освоении учебного содержания [33].

Для определения динамики индивидуального прогресса в ряде регионов России, в том числе и в Красноярске, используется диагностический инструментарий «Дельта», основанный на трехуровневой модели мышления и понимания [19, 20, 33]. Полученные результаты диагностики позволяют учителю вносить корректировки в свою образовательную практику для усиления ее развивающего эффекта [19]. Одним из средств обучения с учетом индивидуальной динамики и определения уровня ученика являются уровневые задачи. Как отмечает О.В. Знаменская, использование уровневых задач при обучении позволяет учителю правильно оценить уровень мышления и понимания ученика и, учитывая это, ставить конкретные задачи по созданию

условий для индивидуального прогресса отдельных учеников и всего класса в целом. Таким образом, одним из важных направлений повышения квалификации учителей в области создания образовательных условий для индивидуального прогресса учеников, является обучение их конструированию цепочек уровневых задач [17].

О.В. Знаменская, О.И. Свиридова, А.В. Дорохова, О.И. Белоконь полагают, что создание методических материалов и организационных форм для обеспечения деятельностного освоения учителями системы понятий и педагогических средств, необходимых учителям для эффективного использования многоуровневых задач для обеспечения индивидуального прогресса учащихся является актуальным направлением. При этом авторы отмечают существование ряда методических и дидактических трудностей при самостоятельном составлении учителями многоуровневых заданий. У учителей возникают трудности с выделением предметного действия и трудности в составлении системы уровневых заданий в соответствии с развитием этого предметного действия. Еще одна трудность заключается в непонимании учителями, на что ориентируются учащиеся, решая задачи верно или ошибаясь. А это препятствует правильной оценке динамики освоения учащимся предметных средств [16].

Нами выявлена проблема, которая заключается в том, что, с одной стороны, существует ряд методических и дидактических трудностей при самостоятельном составлении учителями многоуровневых заданий; с другой стороны, отсутствует необходимое обеспечение учителя учебными и методическими средствами работы на уроках, а также освоения им понятий и умений, необходимых для организации на уроках условий для индивидуального прогресса.

Цель: разработать образец системы уровневых заданий по математике и описать процесс его конструирования учителями на курсах повышения квалификации по программе «Мониторинг индивидуального прогресса обучающихся».

Объект: процесс управления учителем индивидуальным прогрессом учащихся на уроках математики в 5-м классе.

Предмет: средства управления учителем индивидуальным прогрессом на уроках математики в 5-м классе.

Гипотеза состоит в следующем. Система уровневых заданий будет являться для учителя средством управления индивидуальным прогрессом обучающихся на уроках если:

- она сконструирована на основе принципов, заложенных в уровневой модели развития мышления и понимания и становления предметного действия;
- она разработана на материале конкретной темы учебной программы;
- учитель сам принимал участие в разработке системы уровневых заданий (обучаясь по программе повышения квалификации).

В соответствии с поставленной целью и выдвинутой гипотезой были определены следующие **задачи**:

1. изучить теоретические основания, необходимые для разработки системы уровневых заданий по математике для мониторинга индивидуального прогресса обучающихся, включая устройство системы уровневых заданий;
2. провести анализ учебных материалов по математике 5-го класса с точки зрения наличия систем уровневых заданий;
3. провести анализ литературы, содержащей задачный материал из диагностического инструментария «Дельта» с точки зрения возможности его применимости учителем на уроках;
4. разработать образец системы уровневых заданий по математике и организовать экспертную оценку разработанных материалов.

1 Теоретические основания разработки уровневых заданий для мониторинга индивидуального прогресса обучающихся

1.1 Уровневая модель развития мышления и понимания

Уровневая модель развития мышления и понимания (другое название − уровневая модель освоения предметного действия) была разработана в ходе создания диагностического инструментария «Дельта» для мониторинга индивидуального прогресса учеников в мышлении и понимании при изучении математики и русского языка и основана на культурно-исторической концепции Л.С. Выготского, которая разрабатывалась Л.С. Выготским и его научной школой (А.Н. Леонтьев, А.Р. Лурия и др.) в 20-30 гг. XX в. Согласно этой концепции, учащийся развивается в той мере, в которой присваивает культурные средства и соответствующие им способы действия. Такими культурными средствами может выступать, в частности, содержание учебных предметов: ключевых понятий, средств и способов действия с предметным материалом. Соответственно ключевым показателем индивидуального прогресса является мера освоенности этих средств учащимися [9, 10, 19].

Разработчики российских диагностического инструментариев «Дельта» и «SAM» (П.Г. Нежнов, Б.И. Хасан, Б.Д. Эльконин, А.М. Аронов, О.В. Знаменская, Л.А. Рябинина и др.) под индивидуальным прогрессом понимают «комплексную положительную динамику личных ресурсов, которая включает в себя линейные и уровневые приращения способностей мышления и понимания». Уровневое приращение понимается как выход ребенка на следующий уровень мышления и понимания; линейное приращение понимается как увеличение степени свободы действия в рамках данного уровня [19, 20, 23, 27, 28, 29, 30]. Индивидуальный прогресс ученика можно наблюдать через изменившееся действие с предметом, при котором предмет и его структура не меняются, а действие по отношению к этому предмету становится качественно иным. При этом изменение действия по отношению к предмету должны носить устойчивый характер [20].

В уровневой модели освоения предметного действия выделяется три уровня. Первый уровень владения предметным действием означает, что ученик овладел формой и внешним смыслом культурного действия. При решении задач такой ученик опирается на образец, он может решать типовые, стандартные задачи. На втором уровне ученик осуществляет предметное действие, опираясь не на образец или правило, а на существенное основание действия. Решая задачи, такой ученик ориентируется на общие принципы и понятия изучаемого предмета, что позволяет ему решать задачи с «зашумлениями», в которых существенные характеристики неявны, их еще нужно обнаружить для успешного решения задачи. Действуя на третьем уровне, ученик опирается на ключевую идею или метапонятие, что позволяет ему самому конструировать новые способы и новые задачи, объединенные одной ключевой идеей. Например, есть простые арифметические задачи: на дереве сидело пять птичек, прилетело шесть, сколько стало всего? Учитель при этом объясняет ученикам, что если птички прилетели, то нужно складывать, а если улетели – вычитать. Есть задачи с «зашумлениями», например: на дереве сидели птички, прилетело еще шесть, стало одиннадцать, сколько было вначале? И ученики, руководствующиеся только образцом в решении задач, будут решать эту задачу по тому же принципу – птички прилетели, значит нужно складывать (11+6=17). Такое решение свидетельствует о том, что ученики овладели только внешней стороной культурного действия. А ученики, выделяющие существенное основание действия, преодолеют «зашумление» задачи, обнаружат, что одиннадцать птичек – это уже результат сложения, следовательно, нужно применить другое действие, что говорит об уровне освоения предметного действия выше 1-го.

О.В. Знаменская, Л.А. Рябинина, О.И. Свиридова отмечают, что уровневая модель развития мышления и понимания является теоретическим основанием для создания инструмента для анализа учебных ситуаций и создания диагностических материалов по разным учебным предметам, в первую очередь по русскому языку и математике. Примером такого

инструмента являются уровневые задания. Система уровневых заданий – это специально сконструированные наборы заданий, позволяющие узнавать об уровне действий и мышлении учащихся и управлять их формированием в процессе обучения. Такие задания позволяют определить, какое предметное средство (правило, общий способ, ключевую идею) уже освоили или еще осваивают ученики [20]. Использование системы уровневых заданий учителем самостоятельно, на уроках позволяет определить, на каком уровне освоен новый способ действия учащимися – на уровне образца или как общий способ действия в рамках конкретной, изученной или ещё изучаемой темы. В свою очередь, понимание учителем того, на что ориентируются учащиеся в его классе, позволяет ему ставить конкретные задачи, направленные на создание условий для индивидуального прогресса учащихся.

Согласно О.В. Знаменской, О.И. Свиридовой, А.В. Дороховой, О.И. Белоконь, уровневые приращения в мышлении и понимании учащегося при изучении школьных дисциплин, говорят не только о его индивидуальной динамике по сравнению с собой «вчерашним», но и об эффективности стратегии учителя в отношении этого учащегося [16]. Например, в своей деятельности учитель может быть ориентирован преимущественно на освоение учащимися действия одного уровня – по образцу, тем самым закрывая другим учащимся возможности для развития. Таким образом, одним из таких средств, позволяющих учителю управлять индивидуальным прогрессом учащихся на уроках можно считать систему уровневых заданий.

1.2 Структура и содержание уровневых заданий по математике в диагностическом инструментарии «Дельта»

В данном параграфе рассмотрены структура уровневых заданий в целом и особенности устройства заданий каждого уровня, понимание которых необходимо для конструирования системы уровневых заданий по математике. Также рассмотрено содержание уровневых заданий по трем предметно-деятельностным линиям в диагностическом инструментарии «Дельта»: моделирование, следование инструкции, формулирование утверждений.

Рассмотрим общую структуру уровневых заданий.

Для задания каждого уровня характерно наличие посредника – средства осуществления действия, которым пользуется ученик при решении задачи. Так, первый уровень означает формальное овладение культурным действием, то есть овладение только внешней стороной культурного действия. В этом случае посредником выступает образец выполнения действия, который может быть представлен как алгоритм, правило или шаблон. Второй уровень означает освоение существенного основания способа действия. Посредником выступает общий способ, принцип или понятие. Третий уровень означает становление «культурной непосредственности». Посредник в этом случае – ключевая идея или метапонятие [19, 20].

Особенность конструирования заданий разного уровня состоит в том, что они конструируются относительно одного и того же предметного действия. Задание соответствует определенному уровню освоения предметного действия только в том случае, если оно позволяет отделить учеников, ориентирующихся в своих действиях на культурное средство данного уровня и на средство, советующее предыдущему уровню [20]. При решении заданий первого уровня это проявляется в том, что учащиеся, осмысленно применяющие правило, успешно справятся с задачей, в то время как учащиеся, слепо оперирующие правилом – нет. Так, задание первого уровня разделяет учеников слепо и осмысленно пользующихся известным образцом. При решении заданий второго

уровня, учащиеся, ориентирующиеся на общий способ действия, успешно смогут решить такое задание, а учащиеся, не овладевшие общим способом или понятием, а ориентирующиеся только на известный им образец, не смогут. В этом случае задание второго уровня позволяет различать учащихся, ориентирующихся на образец и на общий способ действия с предметным содержанием. Успешно справиться с заданием третьего уровня смогут только те учащиеся, которые сумеют перестроить общий принцип действия, в отличие от тех, кто пока еще ориентируется только на общий способ действия с предметным содержанием.

Исходя из назначений задания каждого уровня, которые были обозначены выше, задания имеют свои особенности. Так, задание первого уровня представляет собой выполнение задания по известному учащемуся образцу, имеет стандартную формулировку. Задание второго уровня сконструировано так, что для его решения требуется преодолеть «зашумление» ситуации. «Зашумление» − введение дополнительного условия в задание, которое препятствует решению задания с опорой только на известное правило, алгоритм, шаблон. В задании третьего уровня требуется видоизменить освоенный общий способ действия в соответствии с новыми условиями [19, 20, 17].

В системе тестовых заданий для диагностического инструментария «Дельта» отражена логико-психологическая специфика каждой дисциплины. Специфика для разных предметных областей задается характерными для нее формами действия, которые задают сквозные предметно-деятельностные линии развертывания учебной дисциплины – каркас, на котором держится содержание дисциплины. При этом имеется ввиду не развития каких-либо тем (например, сложения и вычитания) и не развертывание общих приемов обучения (решение задач, написание сочинений), подразумевается развертывание тех линий, на которых основаны математические действия, решение задач, написание сочинений [27].

Для математики как школьной дисциплины А.М. Ароновым и О.В. Знаменской были выделены три предметно-деятельностные линии, в которых возможны образовательные достижения учащихся: линия моделирования, линия следования инструкции и линия формулирования утверждений [2]. Рассмотрим содержание действий, характерных для каждой линии.

Содержание действий линии моделирования – выделение математического отношения и фиксация этого отношения в знаковых структурах. В качестве модельных средств данной предметно-деятельностной линии выступают различные языки математики (символические и графические). Предметом моделирования являются две базовые категории для школьной математики: отношения величин и понятие функциональной зависимости. Отношение величин – одна из базовых категория начальной школы, предметным материалом при этом являются текстовые задачи. Для математики в основной школе в качестве базовой категории А.М. Аронов и О.В. Знаменская выделяют понятие функциональной зависимости. В основной школе рассматриваются всего две функциональные зависимости – линейная и квадратичная, которые осваиваются как модели объектов, при этом используются три типа моделей: таблица, формула и график. Предметом моделирования могут являться закономерности в изменении количественных характеристик объектов (количестве символов в последовательностях знаковых конструкций) [2, 27].

Линия следования инструкции связана с пониманием и реализацией алгоритмов, на которые опирается система математических процедур. Понимание алгоритмических процедур и следование им – основное содержание классического школьного обучения математике. Ситуация понимания алгоритмических процедур задается рассмотрением некоторого нового правила (алгоритма) решения известного класса задач, при этом все операции в алгоритме известны, то есть входят в школьную программу. Специфика алгоритма состоит в том, что он не является всеобщим по отношению к

указанному классу задач, однако он может быть достроен до общего алгоритма. Критерием понимания алгоритма является успешное выполнение следующих действий: реконструкция правила по данному частному случаю его применения (освоение нового алгоритма); применение алгоритма для решения аналогичной задачи, используя предложенный пример как образец; обнаружение ограничений (неприменимости) алгоритма, связанных с особенностями предметного материала, перестройка алгоритма так, чтобы он охватывал обнаруженные новые случаи [27].

В линию формулирования утверждений включены следующие три типа действий: обоснование (построение доказательных рассуждений), конструирование утверждений и оценка правдоподобности утверждений. Формулирование утверждений о математических объектах – действие, которое требует рефлексии ситуации получения знания об объекте, классе объектов или способе и последующем переоформлении этого знания. Этот вид деятельности имеет коммуникативную природу и связан с осуществлением рефлексии и пониманием. Формулирование утверждений может происходить на разном предметном материале: геометрическом, арифметико-алгебраическом и логическом. Деятельность обоснования утверждений в практике школьного обучения сводится к изучению и пониманию готовых доказательств. Конструирование утверждений встречается в школьной практике в форме выведения следствий из данных утверждений и обобщения утверждений. Оценка правдоподобности утверждений встречается в школьной практике в форме контроля и оценки решения задач, вывода формул и др. [2].

Задания в диагностическом инструментарии «Дельта» по математике основной школы распределены по трем предметно-деятельностным линиям, и для успешного решения требуют от учащегося совершения определенных действий, характерных для каждого из уровней освоения способа действия.

Охарактеризуем подробнее моделирование функциональных зависимостей. На первом уровне учащийся применяет числовые последовательности для моделирования изменяющихся числовых

характеристик объектов (рядов объектов) и проверяет путем подстановки в формулу конкретное значение, удовлетворяет ли данная закономерность заданному закону. На втором уровне учащийся выделяет существенное (тип зависимостей, закон) в образовании числовых рядов и конструкции формул и проверяет, удовлетворяет ли данная закономерность выделенному или заданному закону. На третьем уровне учащийся уверенно переходит к алгебраическому (формулы) и к геометрическому (графики) языку выражения одной и той же закономерности, соотносит разные закономерности при помощи указанных знаковых средств [2, 27].

Рассмотрим пример системы уровневых заданий для линии моделирования. В [27] приведено двухуровневое задания на применение числовых последовательностей для моделирования изменяющихся числовых характеристик объектов и задание 3-го уровня, диагностирующее прогресс в освоении понятия функциональной зависимости. Само задание формулируется в качестве предметной ситуации из серии «Мозаики». Приведем саму ситуацию.

Компьютерная программа последовательно выдает мозаики из символов ▲ и ♪, как показано на рисунке

(n – количество рядов из символов ♪)

Мозаика 1 (n=1) Мозаика 2 (n=2) Мозаика 3 (n=3)

														▲		▲		▲		▲
						▲		▲		▲					♪	▲	♪	▲	♪	
							♪	▲	♪					▲	▲				▲	▲
▲		▲				▲	▲		▲	▲					♪		♪		♪	
	♪						♪	▲	♪					▲	▲				▲	▲
▲		▲				▲		▲		▲					♪	▲	♪	▲	♪	
														▲		▲		▲		▲

Рассмотрим пример двухуровневого задания из серии «Мозаика».

Задание 1.1: Заполни таблицу

N	1	2	3	4	5					11	
Количество ♪											
Количество ▲											

Задание выполнено на первом уровне, если учащийся не выделил общий способ образования числового ряда и заполнил таблицу для первых трех-пяти значений и не заполнил (неправильно заполнил) для остальных значений. Задание выполнено на втором уровне сложности, если учащийся выделил закономерность в образовании числовой последовательности [27].

Задание 1.2: «Программа подсчитывает количество символов ▲ и ♪ для n рядов следующим образом:

Количество ▲ равно _____

Количество ♪ равно _____».

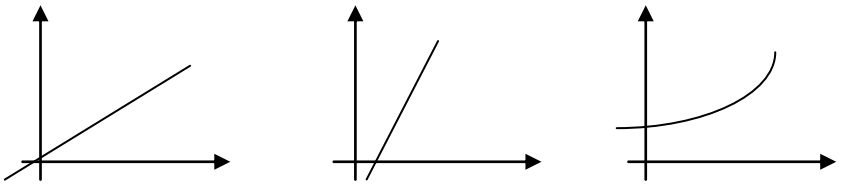
Задание выполнено на первом уровне, если учащийся смоделировал только известную числовую закономерность по известной формуле. Задание выполнено на втором уровне, если учащийся смоделировал числовую закономерность, для которой конкретный вид формулы заранее неизвестен, правильно записал обе формулы [27].

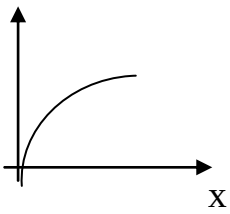
Рассмотрим задание 3-го уровня из [27].

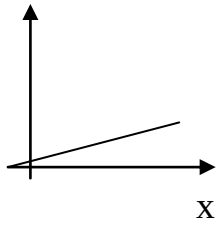
Задание 1.3: На каких из данных графиков можно изобразить зависимость количества символов ▲ и ♪ от n, если n откладывается по оси x (укажи номер графика):__

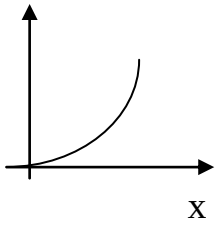
для количества символов ♪:____; для количества символов ▲:_____

N 1 N 3 N 5



N 2 

N 4 

N 6 

Объясни свой выбор: _____.

В этом задании учащемуся для решения необходимо соотнести два модельных средства: дискретную числовую последовательность, заданную алгебраической формулой (зависимость от n), и непрерывную функциональную зависимость с аргументом x, выраженную графически. Задание решено, если учащийся определил тип графика для обеих зависимостей (линейная или квадратичная) и конкретный вид графика, как минимум, для квадратичной зависимости (точно указать номер графика) [27].

Перейдем к рассмотрению линии следования инструкции.

Действуя на первом уровне, учащийся опознает текст как инструкцию к действию без устных пояснений и вычленяет из текста отдельные операции и их результаты. На втором уровне учащийся применяет для решения задачи инструкцию (алгоритм), данную в виде образца применения; выделяет существенные элементы алгоритма (в отличие от случайных, связанных с материалом образца) и существенные характеристики материала. Действуя на третьем уровне, учащийся редактирует, преобразует алгоритм в соответствии с изменением типа материала [2, 27].

Рассмотрим пример системы уровневых заданий для линии следования инструкции из серии «Правило ложного положения», который приведен в [27].

Само задание задается как предметная ситуация. Ученикам предлагается прочитать старинную задачу: «Спросил некто у учителя: сколько у тебя в классе учеников, так как я хочу отдать тебе в ученики своего сына. Учитель ответил: если к моим ученикам придет учеников столько же, сколько имею, и постолько, и четверть столько, и твой сын, тогда будет у меня учеников 56. Сколько учеников было у учителя?»

Дается ответ: 20 учеников. Это легко проверить. Ответ может быть получен способами, изучаемыми в современной школе.

Но до 19 века в России решали такие задачи при отсутствии знаний об отрицательных числах и алгебраического языка. Наши предки решали такие задачи методом, заимствованным у древних Египтян, который называли правило ложного положения».

Далее предлагается разобрать решение старинной задачи при помощи правила ложного положения, при этом подчеркивается, что наши предки не знали отрицательных чисел и поэтому из большего всегда вычитали меньшее.

Правило ложного положения: «Сделай первое предположение о том, сколько было учеников в классе: пусть учеников было 8. Проверь, верно ли оно. Считай: 8+8+4+2+1=23. Вместо 56 ты получил 23. Вычисли первое отклонение: 56−23=33. Число 33 – первое отклонение. Сделай второе предположение о том, сколько было учеников в классе: пусть учеников было 12. Проверь, верно ли оно. Считай: 12+12+6+3+1=34. Вместо 56 ты получил 34. Вычисли первое отклонение: 56−34=22.

Теперь умножить первое предположение на второе отклонение, а второе предположение – на первое отклонение. Затем отними от большего произведения меньшее и полученную разность раздели на разность отклонений. Ты получишь ответ к задаче.

Действительно: $\frac{12\cdot 33-8\cdot 22}{33-22}=\frac{11\cdot 3\cdot 12-11\cdot 8}{11}=3\cdot 12-8=20$».

После описания правила учащимся предлагается двухуровневое задание (1-й уровень и 2-й уровень). Рассмотрим пример двухуровневого задания 2.1: «Примени правило ложного положения, если первое предположение 12, второе предположение 24. Найди первое и второе отклонения» [27].

Задание выполнено на первом уровне, если учащийся формально правильно применил исходный алгоритм и не обнаружил существенное изменение материала. Задание считается выполненным на втором уровне, если

учащийся правильно и до конца выполнил все расчеты по инструкции в новых, выходящих за границу применимости инструкции, условиях (при этом не сбивает знание правильного ответа задачи) и обнаружил существенное отличие условий, не позволяющее непосредственно применить освоенную инструкцию [27].

Перейдем к рассмотрению линии формулирования утверждений.

На первом уровне учащийся оценивает правдоподобность (подтверждение или опровержение) сформулированного утверждения путем соотнесения с примерами, данными в готовом виде; оценивает истинность алгебраического равенства прямым применением простого правила. Действуя на втором уровне, учащийся оценивает правдоподобность утверждения через анализ его содержания или логической формы: конструирует из данного материала примера, подтверждающего или опровергающего сформулированное утверждение; оценивает утверждение через восстановление его логической формы в отношении к заданному материалу. Действуя на третьем уровне, учащийся конструирует новое истинное утверждение через восстановление логической формы и трансформации содержания имеющегося утверждения; мысленно удерживает целостное утверждение. Уровневые задания в линии формирования утверждений имеют соответствующее содержание [2, 27].

Рассмотрим пример задания 1-го уровня.

Задание 3.1: Отметь верные равенства

$7(b+4)=7b+4$	$7(b+4)=b+7\cdot 4$	$7(b+4)=7b+11$	$7(b+4)=7b+28$
$5(a-2)=5a-2\cdot 5$	$5(2-a)=5a-2\cdot 5$	$5(2+a)= 2\cdot 5+a$	$5(2-a)=10-5a$
$x(x-3)=x-3x$	$x(x-3)=3x+x^2$	$x(x-3)= x^2-3x$	$x(x-3)=x^2-3$

Задание 1-го уровня диагностирует первый уровень в освоении алгебраического языка как средства обоснования − в задании, используя распределительный закон умножения, учащимся на выбор предлагается отметить несколько верных математических утверждений в форме равенств с одинаковой или похожей левой частью. Задание выполнено, если учащийся

выбрал только верные равенства, хотя бы по одному в каждой строке. Если учащийся отмечает все равенства, это свидетельствует о том, что он освоил способ проверки истинности алгебраического равенства путем простого преобразования формы записи [27].

Рассмотрим пример задания 2-го уровня из этой же серии.

Задание 3.2: Заполните пробел в приведенном ниже тексте, вписав утверждение из рамки так, чтобы рассуждение стало верным.

- Противоположные углы ромба равны.

- Ромб – это параллелограмм с равными сторонами.

- Диагонали ромба пересекаются под прямым углом.

Текст: «Так как сумма любых двух соседних углов параллелограмма равна 180^0 и _____о, сумма любых двух соседних углов ромба равна 180^0».

В этом задании для его решения учащемуся нужно восстановить по тексту логическую форму утверждения путем выделения существенного отношения классов фигур, ему нужно мысленно удерживать целостное утверждение. Задание считается решенным, если учащийся, оперируя как с содержанием, так и с логической формой утверждения, правильно выбирает из данных утверждение, которое при подстановке в данный текст, сделает его математическим утверждением [27].

Рассмотрим пример задания 3-го уровня.

Задание 3.3: Замените в задании 3.2 обе геометрические фигуры так, чтобы рассуждение осталось верным: «Так как сумма любых двух соседних углов _____ равна 180^0 и _____то, сумма любых двух соседних углов _____равна 180^0».

В задании учащемуся необходимо изменить сконструированное в задании 3.2 верное утверждение, изменяя классы объектов, сохранив логическую структуру утверждения, его истинность и свойства классов объектов. Учащийся решает задание верно, если правильно заменяет параллелограмм и ромб на фигуры, находящиеся в том же родовидовом отношении и обладающие теми же свойствами [27].

Проделанный обзор опубликованных материалов, содержащих системы уровневых заданий, позволяет говорить о том, что учитель математики основной школы, намеренный использовать уровневые задания на уроках столкнется с рядом затруднений.

Первое затруднение состоит в том, что описанные в литературе примеры систем уровневых заданий не привязаны к конкретно изучаемым темам на уроках. Например, уровневые задания из серии «Верные утверждения» не объединены одной предметной ситуацией, что противоречит логике учебной программы, так как свойства геометрических фигур и распределительный закон умножения – отдельно изучаемые темы. Учитель в исходном виде не сможет применить данную систему уровневых заданий на уроке. Второе затруднение − самих систем описано мало, а тем для изучения в школьной программе достаточно много, учитель просто не обнаружит нужных ему образцов систем уровневых заданий по математике.

Умение составлять системы уровневых заданий выводит учителя на более высокий уровень профессионализма, поскольку учителю в таком случае необходимо понимать: какие могут быть образцы и правила в рамках изучаемого предметного содержания, какие из них предлагает он сам, само содержание осваиваемого предметного понятия, и, как следствие, понимать, как его сформировать на уроках. Поэтому недостаточно просто предоставить учителю пакет готовых систем уровневых заданий.

Поэтому обучение учителей составлению уровневых заданий является одним из важнейших направлений повышения квалификации в области создания образовательных условий для индивидуального прогресса.

2 Разработка системы уровневых заданий по математике

2.1 Обоснование выбора предметного понятия для системы уровневых заданий по математике

Как мы уже отмечали, условиям индивидуального прогресса посвящено ряд работ [1, 2, 11, 16, 33]. О.В. Знаменская и А.М. Аронов выделяют два условия индивидуального прогресса школьников в математике: первое условие – математика, как предмет, должна быть представлена через предметно-деятельностные линии (линия формулирования утверждений, линия следования инструкции, линия моделирования); вторе условие – представленность в образовательном процессе соответствующих позиций общественного взрослого [2].

М.Н. Горленко [11] полагает, что индивидуальный прогресс каждого учащегося обеспечивается через систему внеклассных мероприятий, участие в научно-исследовательских работах и олимпиадах, через включение в систему дополнительного образования, так как урок имеет объективные ограничения в обеспечении индивидуального прогресса учащихся: единая учебная программа, доминирование фронтальных форм работы, централизованный тип управления. Как отмечает М.Н. Горленко, изменение традиционных аспектов учебного процесса, например, смена фронтальной формы работы на коллективную при изучении нового материала, приведут к разрушению самой структуры урока.

Однако исследование Л.А. Рябининой [33] показывает, что условия для индивидуального прогресса можно обеспечивать и на уроке. Л.А. Рябинина, проанализировав результаты диагностики индивидуального прогресса (за 3 года), выделяет различные типы динамик образовательных результатов в классе, которые дают возможность получить представления о способах работы педагогов в этих классах. В каждом классе она анализировала динамику результатов четырех групп учеников по результатам 1-го среза диагностики «Дельта»: ученики, не показавшие никакого уровня, ученики, показавшие 1-й уровень, ученики, показавшие 2-й уровень, ученики, показавшие 3-й уровень.

Были выделены 7 типов динамик. Например, положительная динамика учеников, не показавших никакой уровень и учеников, показавших 1-й уровень и отсутствие динамики у учеников более высоких уровней; и положительная динамика учеников всех уровней, за исключением учеников, показавших 3-й уровень.

Выделенные Л.А. Рябининой типы динамик позволяют сделать вывод о том, что на уроках возможно обеспечивать условия для индивидуального прогресса всех учащихся и эта возможность зависит от способов работы учителя − в фокусе «слабые» учащиеся, в фокусе «сильные» учащиеся, или же организация урока происходит с учетом продвижения учащихся всех уровней.

А.М. Аронов и К.А. Баженова [1], выявляя условия для индивидуального прогресса учащихся, предлагают анализировать образовательную программу в соответствии с идеологией индивидуального прогресса по показателям, относящимся к уроку и к дополнительному к уроку образовательному пространству. Условия индивидуального прогресса на уроке обусловлены типом урока (воспроизведение, отработка, проектирование, конструирование и др.) и типом домашних заданий (расчетные, исследования, проектные и др.). При этом индивидуальный прогресс учащихся обеспечивается разными видами занятий, на которые ориентирована образовательная программа: уроки с заданиями-упражнениями и с решением простых задач; занятия с использованием задач, в которых для того, чтобы получить ответ, необходимо найти существенное отношение без последующего анализа таких заданий; занятия, на которых выделяется, как объект анализа, так и процесс решения задачи с его анализом, обобщением и схематизацией; занятия, направленные на процесс составления задач: от составления «таких же» задач до заданий на обнаружение и опробование границ утверждения, нахождения контрпримеров.

В таком подходе к выявлению образовательных условий на уроке согласно идеологии индивидуального прогресса, его обеспечивает учитель за счет организации разных видов занятий.

Если учитель ориентирован на организацию урока с учет продвижения учащихся всех уровней, то ему необходимо проводить занятия разных видов и, соответственно, использовать разный задачный материал − от стандартных заданий-упражнений, что соответствует задачному материалу 1-го уровня, до материала, требующего выделения существенного отношения, что соответствует задачному материалу 2-го уровня, и задачного материала с конструированием новых задач, что соответствует 3-му уровню.

Как было отмечено в параграфе 1.2 данной работы, в литературе, посвященной мониторингу индивидуального прогресса и содержащей образцы систем уровневых заданий по математике, отсутствует такой пример для понятия «тождественное преобразование». Согласно Кодификатору планируемых результатов освоения основной образовательной программы по математике 5-6 класс, разработанному Краевым Красноярским Центром оценки качества образования, одно из проверяемых умений по результатам освоения основной образовательной программы 5-6-го класса – оперирование понятиями «тождество», «тождественное преобразование». Учащийся должен уметь тождественно преобразовывать форму записи уравнения или числового и буквенного выражения для упрощения (рационализации) вычислений, используя при этом законы арифметических действий [24]. Позднее, в 7-х классах по результатам освоения основной образовательной программы в перечень проверяемых умений, освоение которых предполагается федеральным компонентом государственного стандарта основного общего образования по математике, включено умение преобразовывать форму записи выражения или форму геометрической фигуры, что соответствует алгоритмической линии в диагностическом инструментарии «Дельта» [36].

Таким образом, рационализация вычислений является одним из ключевых понятий школьной программы, начиная с 5-6-х классов.

Простейшие приемы рациональных вычислений появляются еще в 5-м классе [8, 22, 25] при изучении основных законов сложения и умножения: сочетательного, переместительного и распределительного. Эти же законы

применяются и в 6-м классе [7, 18, 31] и используются не только для действий сложения и вычитания на множестве натуральных чисел, но и для действий с дробями, положительными и отрицательными числами. Подсчитывая значение произведения или суммы, учащиеся, пользуясь этими законами, переставляют множители или слагаемые, и, таким образом могут выполнить вычисления быстрее и проще, чем при вычислении по действиям.

Распределительное свойство умножения относительно сложения входит в учебную программу 5-го класса и включен в раздел изучения законов арифметических действий [8, 22, 25]. Распределительное свойство умножения является средством рационализации вычислений, поэтому освоение учащимися данного способа действия на высоком уровне, начиная с 5-го класса, позволит в дальнейшем повысить качество освоения алгебры в 7-11 классах. Как отмечает Т.Е. Бондаренко, без умения выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений в дальнейшем невозможно работать с тригонометрическими, логарифмическими выражениями [7].

Анализ учебников по математике [8, 22, 25], в содержании разделов которых включено изучение распределительного свойства умножения, показал, что материал организован не в логике системы уровневых задач. Далее приведен анализ учебников по математике (5 класс) с целью обнаружения систем уровневых заданий. Для этого в учебниках выявлялись правила, объяснения решений, комментарии к решению и соотносились с упражнениями, которые предлагают авторы учебников после объяснения нового материала по теме «распределительное свойство умножения».

Рассмотрим содержание одного раздела популярного учебника по математике, авторами которого является Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд [8].

Изучение нового материала начинается с утверждения о том, что выражения $(5+4)\cdot 3$ и $5\cdot 3+4\cdot 3$ имеют одно и то же значение: $(5+4)\cdot 3 = 9\cdot 3 = 27$ и $5\cdot 3+4\cdot 3 = 15+12 = 27$.

Далее формулируется правило, отражающее распределительное свойство умножения относительно сложения: «для того, чтобы умножить сумму на число, можно умножить на это число каждое слагаемое и сложить получившиеся произведения» [8, стр. 85].

После авторы учебника приводят буквенную запись введенному свойству: $(a+b)\cdot c = a\cdot c+b\cdot c$.

Далее в той же логике – пример выражения, словесная формулировка и буквенная запись, вводится распределительное свойство умножения относительно вычитания.

После приводятся примеры упрощения выражений с помощью распределительного свойства:

«Распределительное свойство умножения позволяет упрощать выражения вида $3a+7a$ или $26x-12x$.

Имеем: $3a+7a=(3+7)a=10a$.

(Три а да семь а равно десяти а)».

Далее также разбирается аналогичный пример для выражения со знаком минус.

Затем авторы учебника предлагают ответить на вопросы к объяснительному тексту учебника: «Сформулируйте распределительное свойство умножения относительно сложения и относительно вычитания. Поясните, как с помощью этих свойств упрощают выражения вида $8a + 4a$, $14x-9x$» [8, стр. 86].

Отработка применения нового правила начинается с текстовых задач, сформулированных так, что к верно составленному выражению для решения явно применимо распределительное свойство умножения. Например, задача [8]: «Масса чашки 140 г, а масса блюдца 180 г. Купили 12 чашек с блюдцами. Сколько весит эта покупка? На сколько купленные чашки легче купленных блюдец?»

Задания на отработку умений имеют стандартную формулировку: найди значения выражения с помощью распределительного свойства умножения,

примени распределительное свойство умножения; выражения содержат явный общий множитель.

Еще один тип заданий на применение распределительного свойства – решение уравнений, когда известна левая и правая часть равенства, но при этом неизвестен один из множителей, его нужно найти, сохранив равенство.

Далее в заданиях появляются выражения, в которых распределительное свойство умножения применимо к другому виду выражений, в которых не у всех слагаемых помимо общего множителя, есть второй числовой множитель. Например, в задании [8]:

Представьте в виде произведения выражение:

а) 23a + 37a;

б) 4y + 26y;

в) 48x + x;

г) y + 56y;

…

з) 1000k – k.

Такие выражения (в, г, з) встречаются в этом задании впервые, сам учебник не содержит примера упрощения такого вида выражений.

В этом же разделе, помимо заданий на применение распределительного свойства, встречаются задания на решение уравнений с одним неизвестным, решение неравенств, простые выражения на вычисление с использованием действий умножения и деления, текстовые задачи, задания на опережение (задания из следующего раздела). Также предложены задания, в которых общий буквенный множитель нужно заменить числовым и произвести вычисления, найти значение выражений.

Рассмотрим другой учебник по математике (5 класс). В учебнике [26] объяснение нового материала начинается с примера, иллюстрирующего суть распределительного свойства относительно сложения. Пример задается поиском площади прямоугольника, разбитого на два прямоугольника, стороны которых известны. Авторы учебника приводят два способа поиска площади

прямоугольника. Первый способ – найти длину этого прямоугольника и умножить на ширину, получив произведение (5+3)·4. второй способ – найти площадь каждого из двух маленьких прямоугольников и сложить результаты, получив произведение 5·4+3·4. Так как находили площадь одного прямоугольника, то полученные выражения (5+3)·4 и 5·4+3·4 равны. Полученное числовое равенство иллюстрирует суть распределительного свойства умножения относительно сложения.

Далее приводится буквенная запись и словесная формулировка распределительного свойства умножения относительно сложения: «чтобы умножить сумму на некоторое число, можно каждое слагаемое умножить на это число и полученные результаты сложить». После следует уточнение нового свойства − оно справедливо не только для двух слагаемых, но и в том случае, когда число умножается на сумму трех и более слагаемых [26, стр. 70].

После распределительного свойства относительно сложения вводится свойство относительно вычитания через пример нахождения площади одного из прямоугольников с неизвестной длиной: площадь прямоугольника с одной стороны равна (8−3) 4, а с другой 8·4−3·4. Так доказывается равенство выражений (8−3) 4 и 8·4−3·4. После этого приводится буквенная запись для распределительного свойства относительно вычитания: для любых чисел a, b и c справедливо (a−b)·c = a·c−b·c.

После авторы учебника приводят примеры вычислений с использованием распределительного свойства. На примере для суммы, содержащей явный одинаковый множитель, показано упрощение выражения:

«Пример 1. Вычислим значение суммы 17·12+43·12.

Слагаемые в данной сумме – это произведения, каждое из которых содержит в качестве множителя одно и то же число 12. Вынесем этот общий множитель за скобки. Получим 17·12+43·12 = 12·(17+43) = 12·60 = 720.

Заменив сумму 17·12+43·12 произведением 12·(17+43), мы получили выражение, значение которого можно вычислить устно» [26, стр. 71].

Далее в той же логике приводится пример применения распределительного свойства для выражений 46·32+8·16 и 96·16+120·10−24·14, в которых у слагаемых нет явного общего множителя.

После приведенных объяснений, авторы учебника предлагают упражнения на применение распределительного свойства в вычислениях. Для решения предложены текстовые задачи, в которых для ответа нужно составить выражения с использованием распределительного свойства относительно сложения и вычитания.

После следует упражнение с готовым разобранным примером для самостоятельного объяснения приема, используемого при умножении: «Объясни прием, который использован при умножении:

а) 238·6 = (200 + 30 + 8)·6 = 200·6 + 30·6 + 8·6 = 1200 + 180 + 48 = 1428;

б) 97·14 = (100 – 3) ·14 = 100·14 − 3·14 = 1400 – 42 = 1358».

Далее последовательно идет упражнение с использованием приема, рассмотренного выше и упражнение со стандартной формулировкой: вынеси за скобки общий множитель и найди значения выражений, предлагается упражнение, в котором учащемся нужно без вычислений, воспользоваться распределительным свойством, сопоставит левую и правую часть правила: «Не выполняя действий, сравните значения выражений [26, стр. 72]:

а) (30+56)·5 и 30·5+56·5;

б) (19+4) 7 и 19·7+10·7;

в) 6·18+6·21 и (18+17)·6;

…

е) 23·15−5·15 и (23−7)·15».

Для последующих двух упражнений меняется формулировка: «вычисли удобным способом», «найди значения выражений», при этом упражнения содержат аналогичные приведённым в примерах вычислений с использованием распределительного свойства.

Далее в учебнике приводится прием умножения числа 24 на 15: «число нужно умножить на 10 и к результату прибавить половину получившегося

произведения». И предложено воспользоваться этим приемом, чтобы найти значения аналогичных 24·15 выражений. После учебник предлагает учащемуся самостоятельно найти «легкий способ умножения на 101 и вычислить произведения [26, стр. 73]:

а) 5·101;

б) 25·101;

в) 333·101.

Последнее упражнения в разделе – опираясь на распределительное свойство, объяснить прием, в котором чтобы умножить трехзначное число на 1001 достаточно приписать к нему справа само это число.

После упражнений авторы учебника предлагают решить 8 текстовых задач с использованием распределительного свойства.

Логика изложения объяснительного текста в двух учебниках совпадает – иллюстрация примера, подтверждающего равенство обеих частей распределительного свойства, буквенная запись и словестная расшифровка, затем примеры вычислений с использованием распределительного свойства. Основным руководством к выполнению вычислений в заданиях и упражнениях являются примеры вычислений, носящие частный характер.

Стоит отметить, что содержание примеров вычислений с использование распределительного свойства в учебниках отличается. В одном учебнике [8] примеры упрощения выражений при помощи распределительного свойства определены для одного вида выражений − каждое слагаемое в выражении, помимо явного общего буквенного множителя, содержит второй числовой множитель (3a+7a и 26x−12x). Однако в заданиях появляются выражения, в которых распределительное свойство умножения применимо к другому виду выражений, где не у всех слагаемых помимо общего множителя есть второй числовой множитель (например, 48x + x). Устанавливая соотношение между примером упрощения выражения из объяснительного текста данного учебника и заданиями с выражениями такого вида, можно говорить о том, что это задание содержит некоторое «зашумление» для учащегося.

В другом учебнике [26] примеры также носят частный характер, но иллюстрируют универсальность свойства – применимо для двух и более слагаемых; применимо и для выражений, на первый взгляд не содержащих общий множитель; в одном выражении может одновременно выполняться сложение и вычитание. В данном учебнике на все виды выражений для упрощения есть примеры. В случае затруднения учащемуся нужно вернуться к разобранным примерам и воспроизвести действия.

В первом учебнике были обнаружены примеры заданий 1-го 2-го уровня, находящиеся в разных сериях заданий. При этом отсутствуют задания 3-го уровня. Во втором учебнике обнаружены только задания 1-го уровня. Это позволяет делать вывод о том, что учителю недостаточно анализировать материалы учебника для того, чтобы составлять уровневые задания, ему необходимо повышать свою квалификацию в данном направлении, на основании опыта и понимания, какие затруднения бывают у учащихся при изучении конкретной темы получать опыт конструирования уровневых заданий.

В обоих учебниках задаются образцы решения заданий определенного типа, но не показывается, как решать задания, применяя общие способы и понятия. Поэтому для того, чтобы разработать систему уровневых заданий, учителю самостоятельно придется выделять способ действия, соотносить его с предметным материалом учебной программы, составлять систему уровневых заданий, дополняя задания учебника. Для этого нужно как понимать общий принцип составления системы уровневых заданий, так и на достаточно глубоком уровне владеть содержанием курса математики, что без соответствующего опыта проектирования заданий требует высокого уровня сформированности аналитического мышления и развитой способности к проектированию.

В связи с этим появляется необходимость дать возможность учителям получить опыт разработки системы уровневых заданий и оформления

полученного результата как средства для составления аналогичных уровневых заданий для дальнейшего использования в образовательном процессе.

Нашей целью было разработать образец системы уровневых заданий по математике на одно из ключевых умений учебной программы 5-го класса – рационализации вычислений и упрощения выражений, в основе которого лежит распределительное свойство умножения относительно сложения.

Подобные системы уровневых заданий учителя могут использовать в образовательном процессе для определения уровня освоения предметного действия своих учащихся и последующей корректировки педагогических действий на уроках.

2.2 Процедура разработки системы уровневых заданий

В данном параграфе описывается процедура разработки системы уровневых заданий по математике.

В Институте повышения квалификации для работников образования (г. Красноярск) в рамках программы повышения квалификации «Мониторинг индивидуального прогресса обучающихся» для учителей математики была апробирована авторская деятельностная методика обучения учителей конструированию системы уровневых заданий. В соответствии с деятельностным подходом, обучение учителей основывается на создании ситуации, проблематизирующей их педагогический опыт, анализе и продуктивном разрешении этой ситуации. Замысел состоит в том, чтобы учителя совместно выстроили образец конструирования системы уровневых заданий на основе обращения к собственному опыту без использования готовых материалов из учебников. Обучение реализуется в три последовательных этапа, каждый из которых имеет свои цели и результаты. Далее описаны этапы разработки образца системы уровневых заданий.

Первый этап − оформление опыта. Цель первого этапа состоит в том, чтобы учителя рефлексивно отнеслись к образцам и правилам действия, которые они предлагают своим ученикам. Учителям предлагается

самостоятельно составить задание 1-го уровня без готовых заданий из учебников, основываясь на собственном опыте. Результат первого этапа: в группе учителя выбирают одно правило для того, чтобы далее стало возможным составить систему уровневых заданий, но при этом каждый учитель понимает, какое правило он объясняет своим ученикам.

Пример диалога на первом этапе:

«Учитель А: Все мои дети могут решать такие выражения, применяя распределительный закон: 5·3+8·9. Это задание 1-го уровня.

Учитель Б: У нас же в образце всегда были видны множители, которые надо выносить, а здесь они не видны. Это задание второго уровня, т.к. пока ученикам не откроется, что 9 это произведение 3 и 3. Они задачу не решат. Почему все ваши дети могут решать такие выражения?

Учитель А: Нужно найти слагаемые в выражении и подчеркнуть их, в каждом слагаемом найти простые множители, найти наибольший общий множитель и вынести его за скобку. Я так объясняю сразу.

Учитель Б: У меня правило проще – сначала нужно найти слагаемые и подчеркнуть их, в каждом слагаемом найти множители, найти общий множитель и вынести его за скобку. Поэтому для моих детей это задание 2-го уровня, так как правило, которое объясняю я, напрямую не применимо для выражения 5·3+8·9, дети самостоятельно открывают, что слагаемые можно разложить на простые множители и после выделить наибольший общий.

Учитель А: Оказывается, у всех разные правила! А работаем по одному учебнику!»

Данный пример ситуации иллюстрирует, что два учителя в практике предлагают своим ученикам разные правила применения распределительного закона умножения. Ученики Учителя А руководствуется алгоритмом А1.

Алгоритм А1. Сначала нужно найти слагаемые в выражении и подчеркнуть их, затем в каждом слагаемом найти простые множители, далее найти наибольший общий множитель и вынести его за скобку, поэтому ученики

этого учителя справляются с такими выражениями, так как известно, какие действия нужно воспроизвести.

В случае Учителя Б иная ситуация, так как его ученикам известен более простой алгоритм – сначала нужно найти слагаемые и подчеркнуть их, в каждом слагаемом найти множители, найти общий множитель и вынести его за скобку (алгоритм А2). Такое правило напрямую не применимо для выражения $5\cdot3+8\cdot9$, ученикам нужно самостоятельно открыть, что слагаемые можно разложить на простые множители и выделить наибольший общий. Можно говорить о том, что А1 − частный случай А2. В ходе обсуждения приходит понимание того, что выражение $5\cdot3+8\cdot9$ Учитель А не может использовать как материал для перехода на 2-й уровень, а Учителя Б может, так как его алгоритм неполон.

В ходе обсуждения учителя понимают, что чем подробнее правило они объясняют, тем для более широкого класса задач его можно применить, что закрывает возможность для самостоятельного действия ученика, следовательно, закрывает возможность перехода ученика на более высокий уровень мышления и понимания.

Кроме того, учителя понимают, что пока правило не зафиксировано, нельзя определять уровня мышления учащихся.

После подведения итогов у учителей появляется образец задания 1-го уровня.

Задание 1-го уровня: Вычисли значение выражения, применяя распределительное свойство: $62\cdot13+62\cdot12$, $7\cdot5-2\cdot5+3\cdot5$.

Второй этап − оформление отношения «правило-понятие-зашумление». На этом этапе учителям предложено самостоятельно составить задание 2-го уровня, для этого вспомнить те затруднения и ошибки учащихся, которые проявляются при изучении данной темы. Цель этапа заключается в поиске и анализе «зашумлений» зафиксированного правила.

В результате этапа учителя получают опыт анализа и конструирования задачного материала 2-го уровня, удерживают связь с зафиксированным правилом и на основании этого находят «зашумления»

Помимо этого учителя понимают, что «зашумления» могут быть различных типов, что позволяет конструировать неаналогичные задания 2-го уровня. Например, в ходе реализации второго этапа учителя могли выделить следующие типы зашумлений: формулировка задания не содержит прямого указания учителя воспользоваться известным ученику правилом; распределительный закон применяется дважды, когда ученику нужно увидеть, что распределительное свойство можно и нужно применить второй раз; в слагаемых нет явного общего множителя, ученику нужно самостоятельно выделить общий множитель у слагаемого.

После подведения итогов у учителей появляется образец серии уровневых заданий 1-го и 2-го уровня.

Задание 2-го уровня: Вычисли, применяя, где это возможно, распределительное свойство:

а. $5 \cdot 8+10$
б. $62 \cdot 13+62 \cdot 12–22 \cdot 25$
в. $7 \cdot 9+21$
г. $15 \cdot 999+15$

Третий этап − конструирование задания 3-го уровня. На этом этапе задача, поставленная перед учителями − составить задание 3-го уровня. Цель этого этапа – обсудить с учителями трудности составления и требования к заданиям 3-го уровня. В результате третьего этапа учителя получают опыт конструирования задачного материала 3-го уровня для определения мышления и понимания учеников;

Также учителя понимают, что для конструирования задания 3-го уровня необходимо включить новые, дополнительные условия, которые требуют от ученика видоизменить общий способ действия (понимают при этом как устроено предыдущее задание 2-го уровня).

У учителей после подведения итогов третьего этапа появляется образец системы уровневых заданий на одно понятие, а также образец задания 3-го уровня.

Задание 3-го уровня: Придумай аналогичное предыдущему выражение с 4–5 слагаемыми, которое было бы неудобно решать по действиям, но удобно при помощи распределительного закона.

Четвертый − рефлексивный этап. На этом этапе учителям предложено выделить требования к заданию каждого уровня. В ходе обсуждения учителя выделяют требования к заданию каждого уровня, которые позволят им составлять аналогичную систему уровневых заданий на это же предметное понятие. Цель этапа − оформление у учителей понимания того, как получилась система уровневых заданий.

Мы полагаем, для того, чтобы у рефлексивного этапа был результат, необходимо ввести задание для учителей. Задание, которое может быть предложено учителям после обсуждения требований к заданию каждого уровня − заполнение специальной формы, которая наглядно фиксирует составленную систему уровневых заданий и в дальнейшем может использоваться учителями как методический материал к составлению аналогичной системы уровневых заданий на это же предметное понятие для определения уровня освоения способа действия учащихся на уроках математики (5 класс).

Такая форма может содержать следующие элементы:

- общие требования к структуре задания каждого уровня: учителя, на основе проделанной работы, полученного опыта, обсуждают и совместно выделяют общие требования к структуре задания каждого уровня;
- понятие/способ действия: учителя фиксируют, на какое понятие составляется система уровневых заданий;
- учителя фиксируют правило, которое было выбрано в группе в качестве образца при обсуждении на первом этапе составления системы уровневых заданий;
- учитель фиксирует правило, которое объясняет он своим учащимся (при

наличии альтернативы);

- задание 1-го, 2-го, 3-го уровня и критерии соответственно каждому заданию: учителя определяют формулировку для задания каждого уровня, и параллельно для них прописывают требования – что должно быть в задании, а что оно не должно в себя включать. Разделение критериев на то, что должно быть и что не должно быть очерчивает границы применения правила в задании 1-го уровня, в задании 2-го уровня отражает, в чем заключаются зашумления правила, в задании 3-го уровня фиксирует, какое метапонятие включает в себя задание, какие дополнительные условия должно содержать такое задание.

Заполнение такой формы и будет результатом рефлексивного этапа.

Задание

Обсудите в группе, после последовательно заполните предложенную форму (См. Приложение А):

- требования к структуре заданий каждого уровня в системе уровневых заданий;
- место данной системы уровневых заданий в учебной программе (тема урока);
- проверяемый способ действия в данной системе уровневых заданий;
- правило/алгоритм, который объяснен учащимся;
- задание каждого уровня, параллельно которому определите требования, которые позволят составить аналогичные задания для системы на это же предметное понятие.

Получите экспертную оценку Вашей заполненной форме у ведущего курсов. При необходимости внесите исправления.

Пример заполненной формы содержится в Приложении Б.

2. 3 Образец системы уровневых заданий по теме «Распределительное свойство умножения относительно сложения»

Данный параграф содержит описание образца системы уровневых заданий на тему «Распределительное свойство умножения относительно сложения».

Для разработки образца системы уровневых заданий было проведено наблюдение за деятельностью учителей и ведущего программы, ходом обсуждения при обучении конструированию уровневых заданий в рамках программы «Мониторинг индивидуального прогресса обучающихся» в Красноярском Краевом Институте повышения квалификации для работников образования (ноябрь, 2015 г.). По результатам наблюдения были отобраны наиболее яркие примеры из опыта учителей, зафиксирована система уровневых заданий. Представленная разработка – результат анализа и преобразования задачного материала, полученного при апробации деятельностной методики обучения учителей конструированию системы уровневых заданий.

Определить уровень освоения предметного действия без фиксации того, что является образцом в решении заданий для учащихся (правило, шаблон, алгоритм), и в каком виде он им представлен, невозможно. Данная система предполагает, что учащимся известно следующие правило применения распределительного свойства:

- найти слагаемые в выражении, подчеркнуть их;
- в каждом слагаемом найти множители;
- найти общий множитель;
- вынести общий множитель за скобку;
- вычислить, используя порядок действий.

Задание 1-го уровня точно воспроизводит известное правило применения распределительного свойства, содержит стандартную формулировку с прямым указанием применить данное свойство:

Задание 1-го уровня:

Вычисли значение выражения, применяя распределительное свойство:

а. $62 \cdot 13+62 \cdot 12+62 \cdot 25$

б. $7 \cdot 5-2 \cdot 5+3 \cdot 5$

в. $27 \cdot 11+23 \cdot 11$

г. $15 \cdot 12+21 \cdot 12-11 \cdot 12$

От учащегося требуется точное следование известному алгоритму. Для всех выражений в этом задании объяснённое учителем правило работает, у всех слагаемых присутствует явный общий множитель. Задание считается выполненным, если во всех выражениях учащийся выделил общий множитель, вынес его за скобку и произвел вычисления.

Согласно структуре заданий 2-го уровня, они должны содержать «зашумления». Для задания 2-го уровня в данной системе «зашумления» следующих типов:

- формулировка задания не содержит прямого указания учителя воспользоваться известным ученику правилом: «Вычисли, применяя, где это возможно, распределительный закон умножения»;
- распределительный закон применяется дважды, то есть ученику нужно увидеть, что распределительный закон можно и нужно применить второй раз (б);
- в слагаемых нет явного общего множителя, ученику нужно самостоятельно выделить общий множитель у слагаемого (а, в, г).

Задание 2-го уровня:

Вычисли, применяя, где это возможно, распределительное свойство:

а. $62 \cdot 13+62 \cdot 12-22 \cdot 25$

б. $5 \cdot 8+10$

в. $15 \cdot 999+15$

г. $7 \cdot 9+21$

Приступая к преобразованию выражению $62 \cdot 13+62 \cdot 12-22 \cdot 25$, учащийся должен увидеть, что распределительное свойство применяется дважды –

сначала для первых двух слагаемых с общим множителем 62, а после преобразования свойство применяется повторно и в качестве общего множителя выступает 25. В этом случае выражение считается преобразованным верно. В выражении 5·8+10 от учащегося требуется самостоятельно выделить общий множитель из слагаемого 10, тем самым самостоятельно восполнить известное правило. Выражение 15·999+15 считается преобразованным верно, если учащийся представил второе слагаемое как произведение 15 и 1, выделил общий множитель 15, и соответственно в скобках представил сумму 999 и 1. В выражении 7·9+21 учащемуся нужно представить второе слагаемое 21 как произведение простых множителей, после чего выделить общий и выполнить вычисления.

В задании 3-го уровня от учащегося требуется видоизменить освоенный общий способ действия в соответствии с новыми условиями.

Задание 3-го уровня:

Придумай аналогичное предыдущему выражение с 4–5 слагаемыми, которое было бы неудобно решать по действиям, но удобно при помощи распределительного закона.

В представленной системе задание этого уровня требует от учащегося удержания всего распределительного свойства как понятия – для того, чтобы придумать собственное выражение, нужно понимать, как устроены выражения в предыдущих заданиях (2-го уровня), что значит удобно/неудобно. Новым условием является то, что до этого в заданиях 1-го и 2-го уровня (как и в объясненном правиле) свойство применялось слева направо, в случае самостоятельного конструирования выражения согласно условиям задания учащемуся нужно удержать и левую и правую часть свойства.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как было показано в главе 1 данной выпускной квалификационной работы, одним из важных направлений повышения квалификации учителей математики в области создания образовательных условий для индивидуального прогресса учащихся является обучение их конструированию систем уровневых заданий. Анализ доступных материалов, содержащих системы уровневых заданий по математике и учебников по математике для 5 класса, проведенный в параграфе 1.2 и 2.1 показал, что самих образцов систем уровневых заданий описано крайне мало и они не соотнесены с конкретными темами и материалом учебной программы.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были изучены теоретические основания разработки уровневых заданий по математике, понимание которых необходимо для конструирования системы уровневых заданий. Был изучен опыт проведения авторских курсов повышения квалификации, в результате чего описана процедура обучения учителей математики конструированию системы уровневых заданий – выделены этапы, цели и результаты каждого этапа. Также была разработана форма для фиксации системы уровневых заданий как результата обучения, а в дальнейшем средства для составления аналогичной системы, оформлен пример заполнения такой формы. Были выделены требования, которым должен удовлетворять задачный материал, чтобы составлять аналогичные задания определенного уровня по данной теме. Разработанному задачному материалу получена экспертная оценка.

Дальнейшее направления данной работы нам видится в выделении ключевых умений в учебной программе по математике 5-6 класса и разработке серии задачных материалов, которые могут использовать для определения уровня освоения способа действия на своих уроках учителя, прошедшие обучение на курсах повышения квалификации.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аронов, А. М. Выявление образовательных условий, способствующих индивидуальному прогрессу школьников / А. М. Аронов, К. А. Баженова // Современное образование в условиях реформирования: инновации и перспективы : мат. I Всероссийской науч.-практ. конф. – Красноярск : ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет», 2010. С. 20-28.
2. Аронов, А. М. Условия индивидуального прогресса школьников в математике / А. М. Аронов, О. В. Знаменская // Педагогика развития: образовательные интересы и их субъекты : мат. конф. – Красноярск : Красноярский государственный университет, 2005. – 183 с.
3. Баженова, К. А. Динамика индивидуального прогресса учащихся / К. А. Баженова, А. М. Скрипка, О. А. Францен, Н. А. Фролова // Директор школы: научно− методический журнал. – Москва : «ИФ «Сентябрь». – 2009. – № 3. – С. 56–60.
4. Баландин, О. Г. Мониторинг индивидуальных достижений учащихся – новый подход к измерению образовательных результатов / О. Г. Баландин, О. В. Знаменская, Л. А. Рябинина, Т. Ю. Чабан // Современная дидактика и качество образования : мат. науч.-метод. конф., часть 1. – Красноярск : Красноярский краевой институт повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования, 2009. – С. 173-178.
5. Башмаков, М. И. Примерная программа общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» для профессиональных образовательных организаций [Электронный ресурс] / М. И. Башмаков. – Москва : Издательский центр «Академия», 2015. Режим доступа: http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2015/08/9_Mathematik.pdf
6. Бондаренко, Т. Е. Тождественные преобразования как средство рационализации вычислений: методические аспекты обучения / Т. Е.

Бондаренко // Известия ВГПУ. − №2 . – 2015. С. 36-40.

7. Бунимович, Е. А. Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева. – 3-е изд. – Москва : Просвещение, 2014. – 240 с.
8. Виленкин, Н. Я. Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд. – 31-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2013. – 280 с.
9. Выготский, Л. С. Этюды по истории поведения: Обезьяна. Примитив. Ребенок. / Л. С. Выготский, А. Р. Лурия. – Москва : Педагогика-Пресс. – 1993. – 224 с.
10. Выготский, Л. С. Психология развития человека / Л.С. Выготский. – Москва : Смысл. − 2005. – 1136 с.
11. Горленко, М. Н. Дидактические средства обеспечения индивидуального прогресса в рамках урока / М. Н. Горленко // Современная дидактика и качество образования: обеспечение индивидуального прогресса в обучении : мат. IV Всероссийской научно-метод. конф. – Красноярск : Красноярский краевой институт повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования, 2012. – С. 223-230.
12. Давыдов В. В. О понятии развивающего обучения: сб. статей. – Томск : ПЕЛЕНГ. – 1995. – 144 с.
13. Далингер, В. А. Развитие учащихся средствами учебно-исследовательской деятельности при обучении математике / В. А. Далингер // Всероссийский съезд учителей математики: Тезисы докладов (Москва, 28-30 окт. 2010 г.). – Москва : МАКС Пресс, 2011.-С.167-169.
14. Енчикова, Е. С. Оценка качества образования в начальной школе (на основе инструмента SAM) / Е. С. Енчикова, Е. Ю. Карданова // Качество образования в Евразии. – 2014. − №2. – С. 26-43.
15. Захарова, И. М. Структура профессиональной компетенции учителя

начальных классов с точки зрения ФГОС второго поколения [Электронный ресурс] / И. М Захарова, И. Н. Федекин // Психологическая наука и образование. − 2010. − №4. Режим доступа: http://psyedu.ru/journal/2010/4/Zaharova_Fedekin.phtml

16. Знаменская, О. В. Обеспечение индивидуального прогресса учеников через решение многоуровневых задач / О. В. Знаменская, О. И. Свиридова, А. В. Дорохова, О. И. Белоконь // Современная дидактика и качество образования: обеспечение индивидуального прогресса в обучении : мат. IV Всероссийской научно-метод. конф. – Красноярск : Красноярский краевой институт повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования, 2012. – С. 240-245.
17. Знаменская, О. В. О деятельностной методике обучения учителей составлению уровневых заданий для мониторинга индивидуального прогресса / О. В. Знаменская, И. В. Овчиникова // Актуальные проблемы современной педагогики и психологии в России и за рубежом. – 2016. − № 3. С. 169-170.
18. Знаменская, О. В. К построению схемы анализа образовательных условий индивидуального прогресса учащихся / О. В. Знаменская, К. А. Баженова, А. М. Скрипка // Теоретические и прикладные проблемы науки и образования в 21 веке : сборник науч. трудов по материалам Международн. заоч. науч.-практич. конф. – Тамбов : ТРОО «Бизнес-наука-общество», 2012. С. 54-56.
19. Знаменская, О. В. Мониторинг индивидуального прогресса учебных действий школьников / О. В. Знаменская, О. С. Островерх, Л. А. Рябинина, Б. И. Хасан // Вопросы образования. – 2009. − № 3. С. 53−74.
20. Знаменская, О. В. Оценка-поддержка индивидуального прогресса учеников: методика «Дельта» : метод. пособие / О. В. Знаменская, Л. А. Рябинина, О. И. Свиридова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2014. – 110 с.

21. Зубарева, И. И. Математика. 6 класс: учеб. для учащихся общеобратоват. организаций / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – 14-е изд. стер. – Москва : Мнемозина, 2014. – 226 с.
22. Зубарева, И. И. Математика 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – 14-е изд., испр. и доп. – Москва : Мнемозина, 2013. – 270 с.
23. Инструктивно - методическое обеспечение учета индивидуального прогресса учащихся (уровень образовательного учреждения) / А. Б. Воронцов [и др.]. – Москва : ОИРО, 2011. – 120 с.
24. Кодификатор планируемых результатов освоения основной образовательной программы по математике 5-6 класс [Электронный ресурс] // Центр оценки качества образования. – Режим доступа: http://cok.cross-edu.ru/
25. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Е. А. Бунимович [и др.]. – Москва : Просвещение, 2014. – 223 с.
26. Михайловская, Н. А. Деятельностный подход в обучении [Электронный ресурс] / Н. А. Михайловская // Проблемы современной науки и образования. – 2015. − №6. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/deyatelnostnyy-podhod-v-obuchenii-1
27. Мониторинг индивидуального прогресса учебных действий школьников : метод. пособие / А. М. Аронов [и др.]. – Красноярск : Печатный центр КПД. − 2006 − 134 с.
28. Нежнов, П. Г. Диагностика учебной успешности в начальной школе [Электронный ресурс] / П. Г. Нежнов, И. Д. Фрумин, Б. И. Хасан, Б. Д. Эльконин. – Москва : Открытый институт «Развивающее обучение», 2009. – Режим доступа: http://sam.ciced.ru/docs/publications/DUU.pdf
29. Нежнов, П. Г. Исследование процесса присвоения учебного содержания / П. Г. Нежнов, К. Ю. Карданова, Л. А. Рябинина // Вопросы образования. – 2013. − № 4. С. 168−187.

30. Нежнов, П. Г. Оценка результатов школьного образования: структурный подход / П. Г. Нежнов, Е. Ю. Карданова, Б. Д. Эльконин // Вопросы образования. – 2011. − №1. – С. 26-43.
31. Никольский, С. М. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – Москва : Просвещение, 2012. – 256 с.
32. Приказ Мин. обр. и науки РФ: Об утверждении фед. гос. образоват. ст. осн. общего образования от 17 декабря 2010 года. № 1897 / [Электронный ресурс] // Министерство образования и науки Российской Федерации. – Режим доступа: http://минобрнауки.рф/документы/938
33. Рябинина, Л. А. О некоторых подходах к управлению качеством образования в школе на основе результатов мониторинга индивидуального прогресса учащихся [Электронный ресурс] / Л. А. Рябинина // Управление образованием: теория и практика. – 2013. − № 2. – Режим доступа: http://coko.t omsk.ru/files/ege/ryabinina.pdf
34. Свиридова, О. И. Неразрушающий контроль [Электронный ресурс] / О. И. Свиридова, Т. Ю. Чабан // Первое сентября. – 2009. − №3. – Режим доступа: http://upr.1september.ru/view_article.php?id=200900307
35. Сизинцева, Е. П. Модель реализации направленности педагогического сопровождения проектной деятельности учащихся на их индивидуальный прогресс [Электронный ресурс] / Е. П. Сизинцева // Современные исследования социальных проблем. − №1. – 2012. – Режим доступа: http://ej.soc-journal.ru/archive/2012/1/sizintseva.pdf
36. Спецификация контрольных измерительных материалов краевой контрольной работы по математике для учащихся VII класса 2016 г. [Электронный ресурс] // Центр оценки качества образования. – Режим доступа: http://cok.cross-edu.ru/

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Форма для выполнения задания на рефлексивном этапе

<table>
<tr><td rowspan="2">Общие требования к структуре в системе уровневых заданий</td><td>Задание 1-го уровня</td><td colspan="2">Задание 2-го уровня</td><td>Задание 3-го уровня</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">Система уровневых заданий по теме _____</td></tr>
<tr><td>Понятие/способ действия</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Объясняемое правило</td><td colspan="2">Для данной системы уровневых заданий:</td><td colspan="2">Альтернатива:</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="3">Требования к заданию</td></tr>
<tr><td>Формулировка задания</td><td>Задание 1-го уровня</td><td colspan="2">✓ Должно быть:</td><td>× Не должно быть:</td></tr>
<tr><td rowspan="6"></td><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>Задание 2-го уровня</td><td colspan="2">✓ Должно быть:</td><td>× Не должно быть:</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>Задание 3-го уровня</td><td colspan="2">✓ Должно быть:</td><td>× Не должно быть:</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
</table>

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Пример заполненной формы для выполнения задания на рефлексивном этапе обучения учителей конструированию системы уровневых заданий по математике (Таблица Б. 1)

Таблица Б. 1 – Заполненная форма

<table>
<tr><td rowspan="2">Общие требования к структуре в системе уровневых заданий</td><td>Задание 1-го уровня</td><td>Задание 2-го уровня</td><td>Задание 3-го уровня</td></tr>
<tr><td>содержит стандартную формулировку</td><td>содержит «зашумления» объясненного правила</td><td>требует конструирования новой задачи</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Система уровневых заданий на тему «Распределительное свойство умножения»</td></tr>
<tr><td>Понятие/способ действия</td><td colspan="3">Действие – рационализация вычислений.
Средство – распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания:
$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c)$ и $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b-c)$</td></tr>
<tr><td>Правило, объясняемое учащимся</td><td colspan="2">Для данной системы:
а. найди слагаемые в выражении, подчеркнуть их;
б. в каждом слагаемом найди множители;
в. найди общий множитель;
г. вынеси общий множитель за скобку;
д. вычисли, используя порядок действий.</td><td>Альтернатива правилу
а. найди слагаемые в выражении и подчеркни их;
б. в каждом слагаемом разложи множители на простые;
в. найди наибольший общий множитель;
г. вынеси наибольший общий множитель за скобку;
д. вычисли, используя порядок действий.</td></tr>
</table>

Продолжение таблицы Б. 1

	Система уровневых заданий на тему «Распределительное свойство умножения»		
Формулировка задания		Требования к заданию	
	Задание 1-го уровня	✓ Должно быть:	× Не должно быть:
	Вынеси общий множитель за скобки: а) 62·13+62·12 б) 7·5+2·5+3·5	• явный одинаковый множитель; • небольшое количество слагаемых (2-5); • решение, показывающее рациональность способа.	• неоднозначности вынесения общего множителя за скобки; • всё слагаемое - множитель.
	Задание 2-го уровня	✓ Должно быть:	× Не должно быть:
	Вычисли, применяя, где это возможно, распределительный закон: а) 5·8+10 б) 62·13+62·12–22·25 в) 7·9+21 г) 15·999+15	• последовательное дважды повторное применение распределительного закона; • неоднозначность вынесения общего множителя; • подобранные числа, чтобы было невозможно (долго, неудобно) считать по действиям; • всё число – общий множитель.	• прямое указание учителя применить распределительный закон.

Окончание таблицы Б. 1

	Система уровневых заданий по теме «Распределительное свойство»		
Формулировка задания		Требования к заданию	
	Задание 3-го уровня	✓ Должно быть:	✗ Не должно быть:
	Придумайте аналогичное предыдущим выражение с 4–5 слагаемыми, которое было бы неудобно решать по действиям, но удобно при помощи распределительного закона.	• предварительное обсуждение с учениками, что значит удобно/неудобно (метапонятие - рациональность вычислений).	• конструирование решения как в образце (другое количество слагаемых).