Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт педагогики, психологии и социологии
Кафедра общей и социальной педагогики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
______ А.К. Лукина
«____» ______ 2016 г.

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

Направление подготовки 050400.62 Психолого-педагогическое образование
Профиль подготовки 050400.62.00.03 Психология и педагогика начального образования

# МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ПРИКЛАДНЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ


Руководитель ________ Профессор, к.ф.-м.н. В.Г. Васильев
подпись, дата должность, ученая степень инициалы, фамилия

Выпускник ________ В.С. Китаев
подпись, дата инициалы, фамилия

Нормоконтролер ________ Ю.С. Хит
подпись, дата инициалы, фамилия


Красноярск 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

## ВВЕДЕНИЕ

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту Начального общего образования (ФГОС НОО) одним из основных требований к предметным результатам обучающихся, освоивших основную образовательную программу начального общего образования, является опыт преобразования и применения полученного ими нового знания [24, с. 5]. Способность применять полученные знания выражается в умении разрешать практические проблемные ситуации, используя средства того или иного изучаемого предмета (математика, русский язык, окружающий мир). Те проблемные ситуации, которые разрешаются математическими средствами, в математике называются прикладными задачами. Разработка и организация этих средств называются методами решения прикладных задач. Прикладная (практическая) задача понимается нами как некоторая проблемная ситуация или задача в других (не математических) областях знаний, решаемая математическими средствами.

Для решения прикладной задачи, нужно удерживать два плана: обладать способностью видеть в проблемной ситуации математическую суть, то есть уметь превратить проблемную ситуацию в математическую задачу; владеть достаточным объёмом математических средств для решения полученной задачи и интерпретации математического решения на языке проблемной ситуации.

Однако, как показал проведённый нами констатирующий эксперимент, некоторые из существующих методик решения прикладных задач в начальной школе и сами задачи бывают таковы, что их трудно назвать прикладными так, как их решение алгоритмизировано и зачастую не требует от ребёнка понимания практического смысла прикладной задачи. Такие методики, как правило, исключают процесс моделирования условия задачи, сводя её к использованию готовых формул. Это, в свою очередь, находит отражение в способности детей решать прикладные задачи. Поэтому неудивительно, что дети испытывают трудности, когда пытаются применить полученные (открытые) математические знания на практике. Вот как описывают А.Б. Воронцов и Е.В. Чудинова эти трудности: «Прежде всего, это трудности одновременного удерживания модельного и реального планов, трудности перевода с одного модельного языка на другой, трудности преобразования модели, то есть движение «внутри» модели по законам её жизни» [6, с. 97-98].

Таким образом, расширение сферы применения математики и разработка новых методов и средств решения прикладных и практических задач ставит перед школой задачу разработки новых методов обучения решению таких задач. Это и определило тему нашего исследования.

Анализ научной литературы, анализ детских трудностей при решении практических задач, в том числе указанных А.Б. Воронцовым и Е.В. Чудиновой [6], показывают, что методы решения прикладных задач связаны с универсальными способностями человека, с умением видеть суть вещей и в частном видеть целое. В основной образовательной программе начального общего образования по новому стандарту формирование таких способностей связано с метапредметными результатами, суть которых составляют универсальные учебные действия (УУД). Это определяет цель нашего исследования.

**Цель исследования**: Разработка и экспериментальная реализация методик, направленных на формирование универсальных учебных действий, обеспечивающих способность решать прикладные задачи в начальной школе.

**Объект исследования**: Методика математики в начальной школе.

**Предмет исследования**: Требования и условия к формированию универсальных учебных действий обеспечивающих решение прикладных задач.

На основе анализа научной и методической литературы [1, 2, 19, 23] можно считать, что формированием продуктивного средства, обеспечивающего способность решать прикладные задачи, является сформированность универсальных учебных действий, таких как «моделирование выделенного отношения в предметной, графической и буквенной формах, преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде» и построение системы частных задач, решаемых общим способом» [15, с 161-162].

**Гипотеза исследования**: Основу методики формирования универсальных учебных действий «моделирование выделенного отношения в предметной, графической и буквенной формах, преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде» и построение системы частных задач, решаемых общим способом», составляют специальные задачи, удовлетворяющие пяти требованиям:

- неопределённые задачи, требующие доопределения и моделирования условия задачи для их решения;

- задачи требующие преобразования и конструирования новых моделей решения;

- задачи на доказательство «теорем» и свойств выделенного (обнаруженного) общего способа решения;

- частные задачи, требующие применения общего способа решения;

- задачи, решение которых обнаруживает границы применения выделенного, общего способа решения.

**Задачи исследования**:

1. Разработать и провести констатирующий эксперимент, подтверждающий необходимость усиления существующих методик при решении прикладных задач;
2. Теоретически обосновать выбор универсальных учебных действий, оказывающих решающее влияние на способность решать прикладные задачи;
3. Разработать и реализовать методику формирования универсальных учебных действий;
4. Превратить методику формирования универсальных учебных действий в методику решения прикладных задач.

**Результаты**:

В ходе проведения исследования, нами были достигнуты следующие результаты:

1. Проведён анализ методической и научной литературы;
2. Проведён констатирующий эксперимент, разработаны задачи для обнаружения дефицитов при решении прикладных и практических задач, проведены занятия, сделан их анализ;
3. Определены ведущие универсальные учебные действия для формирования способности решать прикладные задачи, и разработаны требования к их формированию;
4. Разработаны материалы и проведены опытные испытания методики формирования универсальных учебных действий указанных в гипотезе и подготовлены материалы для формирующего эксперимента, превращения методики формирования универсальных учебных действий в методику решения прикладных задач;
5. Подготовлены материалы для дальнейшего формирующего эксперимента, проведена опытная проверка всей системы задач, обобщение их частных методик и создание общего способа (методики) обучения решению прикладных и практических задач по математике в начальной школе.

# 1 Теоретическое обоснование выбора универсальных учебных действий отвечающих за прикладные методы решения задач

## 1.1 Краткая характеристика универсальных учебных действий

В соответствии с требованиями основной образовательной программы начального общего образования, выбор системы универсальных учебных действий включённых в программу определяет школа. Но, в соответствии с требованием федерального образовательного стандарта начального общего образования, этот выбор может считаться полным в том случае, если соблюдены два условия: овладение этой системой гарантирует сформированность основной способности младшего школьного возраста – умение учиться; эта система универсальных учебных действий удовлетворяет всем требования стандарта, предъявляемым к метапредметным результатам [24].

В данной работе мы остановили свой выбор на системе универсальных учебных действий, включённых в основную образовательную программу МБОУ Прогимназия №131 г. Красноярска. В системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова, являющейся базовой технологией в МБОУ Прогимназия №131, основной целью является формирование учебной деятельности с помощью основной способности младшего школьного возраста – умения учиться, которая достигается через решение учебных задач и выполнения учебных действий [15]. Следовательно, можно считать семь учебных действий, описанные В.В. Давыдовым, универсальными, а значит составляющими базу системы универсальных учебных действий [15, с. 159-164]. Это определяет выполнение первого требования.

Исходя из метода коллективно-распределенной деятельности требований стандарта, к системе учебных действий, в качестве универсальных, мы так же должны добавить действия, формирующие способность ребенка к понимающей коммуникации и умение работать в команде. За счёт этого, действия, при которых ребёнок овладевает этой способностью, научно-педагогический коллектив Прогимназии №131 называет коммуникативными универсальными учебными действиями.

Коммуникативное действие здесь понимается как действие перехода от смыслообразующего (может быть предметного или знакового) действия к его пониманию и знаковому замещению [5, С. 1].

В Прогимназии №131 выделяются два основных типа коммуникативных действий. Первый - обращение к другому (человеку, к себе как другому) собственным отношением (своим пониманием) к изучаемому объекту. Второй - принятие обращения другого человека и построение своего отношения, но уже к связке изучаемого объекта и отношения к нему другого, данного в обращении.

Так же в список универсальных учебных действий, исходя из культурно-исторической задачи начальной школы [8], необходимо добавить в систему действия, определяющие «умение читать, считать, писать», которые в современных условиях означают овладение основными знаковыми системами: устной и письменной речью, математикой как важным средством моделирования, компьютерными технологиями, системой жестов, мимики, лицедейства и игры [5].

Но в условиях современности, этот список был бы не полным без информационных универсальных действий, формирующих информационную грамотность. Информационная грамотность здесь понимается, как владение способом поиска, обработки, использования, преобразования и упаковки информации.

Следовательно, система универсальных учебных действий состоит из четырёх подсистем: учебные действия по В.В. Давыдову, коммуникативные, информационные и действия, определяющие владение основными культурными умениями (атрибутами) современного человека, а именно умение читать, писать, считать.

## 1.2 Основные учебные действия, отвечающих за прикладные методы решения задач

Среди названных выше десяти универсальных учебных действий, в теории учебной деятельности, выделяются три основных, которые будучи освоенными, отвечают за формирование способности применять освоенные знания, освоенные методы. Это универсальные учебные действия моделирование выделенного отношения в предметной, графической и буквенной формах, преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде» и построение системы частных задач, решаемых общим способом [15, с. 161-162].

Ниже мы остановимся более подробно на основаниях, почему именно эти универсальные учебные действия лежат в основе решения прикладных задач.

### 1.2.1 Моделирование выделенного отношения в предметной, графической и буквенной формах

Моделирование, само по себе, есть экспериментально-наблюдательный метод познания, но эксперименты проводятся не с реальным объектом, а с его моделью, которая проще и доступнее самого объекта [16]. Как метод научного познания, моделирование включает в себя три этапа: построение модели, работа с моделью (преобразование, видоизменение); перенос знаний, полученных с помощью моделей, на реальную область.

В нашей работе модель понимается, как искусственно созданная система (объект) в виде графа, схемы, математических формул, физической конструкции, наборов данных и алгоритмов их обработки и т.п. [20, с. 5].

Но прежде чем двигаться дальше, давайте поподробнее остановимся на самом процессе моделирования. Процесс моделирования это процесс перехода из реального плана в идеальный (модельный) посредством формализации, изучение самой модели, а затем интерпретация результатов, как обратный переход из модельного плана, в реальный (Рисунок 1).

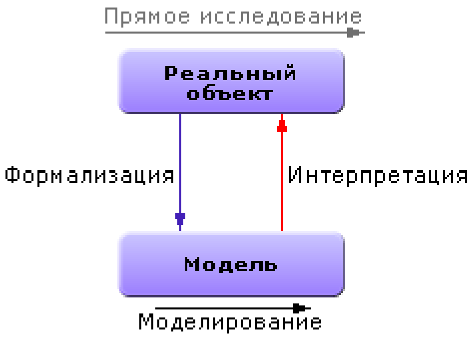


Рисунок 1 – Процесс моделирования

Как же обстоят дела с моделирование в начальной школе? Посетив несколько уроков, можно заметить, что в начале своего обучения, дети охотно пользуются схемами наряду с использование моделей. Может возникнуть вопрос, нужны ли модели в обучении младших школьников, если есть схемы? Для ответа на этот вопрос, а так же для всей работы в целом, нам важно сказать об отличии модели от схемы. Схематизированный рисунок (схема), от модели, отличает большая условность, неточное соблюдение пропорций и перспективы, «очищенность» от многих несущественных признаков и главное, отсутствие возможности преобразовывать схему так, чтобы выделить существенные свойства объекта исследования.

В научной литературе схема определяется как графическое изображение, передающее в упрощенном виде наиболее существенные признаки предметов. Она предназначается для показа различных взаимодействий частей, устройств, принципов действия механизмов, машин, сооружений.

Важно понимать, что уровень схематизации отличается от уровня моделирования. В то время как схема лишь отражает смысла текста, модель же предполагает его изменение в ходе анализа переведённой на графический язык информации. Моделирование, как деятельность, имеет следующую последовательность действий, которую можно обозначить таким образом:

1. Предварительный анализ:

– семантический анализ текста условия задачи (работа над отдельными словами и терминами, перефразирование, переформулирование);

– постановка вопросов, определенный способ чтения текста условия (выделение «смысловых опорных пунктов» текста).

2. Перевод текста задачи на язык символики (кодирование-декодирование):

– выбор адекватных графических средств построения модели;

– перевод условия задачи на графический язык и построение модели.

3. Работа с моделью:

– преобразование модели (достраивание, включение в модель новых элементов);

– видоизменение модели (перегруппировка элементов модели, установление связей и отношений между элементами модели).

4. Соотнесение результатов решения, полученного на модели, с реальностью (текстом):

– подстановка результатов решения, полученного на модели, в текст задачи с целью проверки его правильности;

– придумывание обратной задачи.

При этом моделирование выступает двояко: с одной стороны моделируется учебный материал (соответственно внутренней логике предмета), с другой - моделируются сами действия по анализу конкретных явлений, изучаемых в науке и представленных в учебном тексте [20, с. 8-9].

Следовательно, можно сказать, что моделирование включает в себя следующие процессы: процесс создания модели как исследование, процесс выделения существенных свойств и элементов изучаемого объекта, постановка задачи на языке модели, решение этой задачи и использование полученных результатов для описания изучаемого объекта. Иными словами, если посмотреть на процесс моделирования, то можно заметить, что модель выступает не только как средство изучения, но сам процесс создания модели уже есть исследование данного объекта. Значит можно рассматривать модель не только как средство, но и как цель [3].

Для формирования полноценных знаний, моделирование играет особую роль, ведь оно даёт возможность сформировать обратимое действие, способствующее движению мысли ребёнка от абстрактного к конкретному, так и наоборот, от конкретных свойств предмета, к абстрактным. Во многом благодаря этому свойству, в системе Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова моделирование занимает центральное место в системе дидактических средств.

Само по себе, действие, способствующее движению мысли ребёнка от абстрактного к конкретному, является центральным в деле решения прикладных задач. Ведь решение прикладной задачи, есть не что иное, как частный случай применения того понятия, которое открыли дети. Иными словами, можно сказать, что модель создаёт тот «мостик», по которому детская мысль может двигаться от общего к частному, от абстрактного к конкретному. Без этапа создания модели, невозможно решение прикладной задачи, как одной из системы задач, определяющей одновременно «возможности» и «границы» применения способа.

### 1.2.2 Преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде»

Непосредственно после этапа моделирования, идёт этап преобразования модели, для рассмотрения её свойств в «чистом» виде [15, с. 162]. Откровенно говоря, сам по себе процесс моделирования уже предполагает преобразование модели, по мере дальнейшего изучения объекта и самой модели. Однако учебное действие преобразование модели вынесено отдельно, как самостоятельное действие, не просто так. Дело в том, что помимо отражения истории изучения свойств объекта и превращение их в способ действия, что само по себе составляет большую часть так называемой «клеточки» учебной деятельности, учебное действие преобразования модели позволяет раскрыть механизмы логических и теоретических возможностей обнаруженного метода, образно говоря, это «построение теории» обнаруженного метода и связано с развитием способности к теоретическому обобщению.

Без «построения теории» обнаруженного метода, или иными слова без освоения способа как понятия, крайне сложно говорить о возможности младших школьников применить полученные знания на практике, как того требует стандарт. Ведь самого понятия (читай – знания) нет. Именно поэтому нельзя забывать о важности учебного действия преобразования модели.

Само по себе раскрытие возможностей обнаруженного способа, есть неотъемлемая часть решения ряда задач на этот самый способ.

Следуя сказанному выше, можно сделать вывод, что формирование способности преобразовывать модель, есть одно из решающих умений при поиске решения прикладной задачи. Ведь поиск решение должен быть выстроен непосредственно на модели условия задачи. Значит в данном контексте, поиск решения с помощью модели, это синоним преобразования самой модели. Следовательно, без сформированного учебного действия преобразование модели, ученик не сможет решать прикладную задачу, как частную, являющуюся частью системы задач, решаемых подобным способом, а будет решать её, как оторванную от остальных, для решение которой необходимо искать «новый» способ.

Важно так же понимать, что решения задач, которые позволяют, через преобразование ранее открытой модели, обнаружить и раскрыть механизмы логических и теоретических возможностей обнаруженного метода, одновременно позволяют обнаруживать «границы» применения открытого способа, тем самым завершая построение «теории понятия».

### 1.2.3 Построение системы частных задач решаемых общим способом

Во время решения учебной задачи, школьники ориентированы на всеобщее отношение изучаемого целостного объекта. Эта ориентации выступает основой формирования общего способа решения учебной задачи и тем самым формирует понятие об исходной «клеточке» изучаемого объекта. Однако, для того, чтобы проверить адекватность «клеточки» изучаемому объекту, необходимо вывести многообразие частных его проявлений. Применительно к учебной задаче это означает выведение на ее основе системы различных частных задач, при решении которых школьники конкретизируют ранее найденный общий способ, а тем самым конкретизируют и соответствующее ему понятие («клеточку») [15, с. 163].

Благодаря этому действию, школьники конкретизируют учебную задачу в виде множества частных задач, с общим, уже усвоенным при выполнении предыдущих действий способом. Действенный характер этого способа проверяется именно при решении отдельных частных задач, в которых учащиеся, как бы «с места», выделяют то общее отношение, ориентация на которое позволяет им применять усвоенный ранее способ решения.

Это учебное действие напрямую связанно с восхождение от абстрактного к конкретному, конкретизируя выделенное отношение в различных практических ситуациях, чем обеспечивает обнаружение и описание «границ» применения способа. Однако, важнейшим условием обнаружения границ применения способа, является задача, не имеющая решения обнаруженным ранее методом. Решить такую задачу можно, только если ученики сумеют определить, что задача не имеет решения, и, самое главное, смогут это доказать. Важно помнить, что процесс обнаружения «границ» существует неотрывно от процесса, описанного как «раскрытие механизмов логических и теоретических возможностей обнаруженного способа».

# 2 Экспериментальное исследование

## 2.1 Провидение констатирующего эксперимента

Эксперимент проводился в «Прогимназии № 131» г. Красноярск. Целевая аудитория – Ученики 4Б класса прогимназии.

Общий ход проведения констатирующего эксперимента – Экспериментатор предлагает задачу для коллективного решения, в коммуникации и обсуждении дети сами или вместе с учителем должны получить результат, с которым согласятся все. Затем экспериментатор в отчете об эксперименте описывает логический ход получения этого результата, и сравнивает его с образцом решения. Если детский ответ, принятый большинством, кардинально расходится с образцом решения, экспериментатор делает вывод, что задача детьми не решена, до конца не понята как частная задача, не выделен ее обобщенный способ и дети испытывают все трудности, описанные А. Б. Воронцовым и Е. В. Чудиновой [6; 15].

Для проведения эксперимента были подобраны и разработаны задачи на измерение площади прямоугольника, и на нахождение цены (использование схемы умножения). Сначала опишем, как дети решали задачи с нахождением цены.

### 2.1.1 Задачи на нахождение цены

Все предложенные задачи относятся к «системе частных задач, решаемых общим способом» [15]. Общий способ решения этих задач связан с понятием умножения действительных чисел. «Всякий вопрос, который приводит к умножению, является проблемой изменения систем единиц (Лебег). Умножение, как арифметическое действие, является выражением или отражением реальной операции перехода от одной единицы счета (измерения) к другой» [9]. Этот переход от измерения величины А меркой е к измерению меркой Е формулами может быть записан следующим образом (1, 2).

$$A = M * E,\ E = K * e,\ \leftrightarrow A = M * (K * e) = (M * K) * e, \qquad (1)$$

$$A / E = M,\ E / e = K,\ \leftrightarrow A / e = M * K \qquad (2)$$

где и возникает произведение чисел М и К.

На схеме это выглядит так (Рисунок 2).

$$\begin{tikzcd} e \arrow[rr, "M*K"] \arrow[dr, "K"'] & & A \\ & E \arrow[ur, "M"'] & \end{tikzcd}$$

Рисунок 2 – Схема умножения

Замысел 1

Смогут ли дети взять 1 руб. как исходную мерку цены, и использовать её для построения схемы умножения (Рисунок 2).

Задача 1

«Вязанка дров стоит 7 руб. Сколько стоить другая вязанка, если её померить 1-й, то получится 6?».

Решение детей

К доске выходит Аня А. и пишет: 7*6=42руб. Все дети показывают согласие (+). Учитель к Ане: «Можешь показать нам, каким способом ты решала?». Аня кивает и рисует на доске (Рисунок 3):

$$7 \xrightarrow{6} 42$$

Рисунок 3 – Модель Ани А

К детям: «Все согласны? Может быть, у кого-то есть вопросы или кто-то по-другому сделал?». Дети все как один показывают согласие, слышны выкрики: «У меня так же!» или «Все верно!». Учитель: «Кто может подвести итог решения этой задачи?». Андрей Л. с места: «Вторая вязанка, по отношению к первой равна 6. Мы умножаем 7 на 6 и получаем 42». Класс показывает плюс (согласие) Андрею.

Комментарий

Задача детьми решена, но не на тех основаниях. Нет схемы на умножение. Задача не переформулирована детьми на язык математики. Дети не взяли 1 руб. как исходную мерку цены, и не использовать её для построения схемы.

Замысел 2

Ставят ли дети перед собой задачу моделирования условий?

Задача 2

«Когда покупатель стал рассчитываться, то положил на стол 42 руб. Продавец сказал: «Вы что? В 1-й вязанке осиновые дрова, а во 2-й берёзовые, они в 6 раз дороже». Сколько нужно заплатить?».

Решение детей

Выходит Андрей О. и записывает своё решение (Рисунок 4). Ответ 252 руб. Учитель: «Ваше отношение, ребята?». Все дети показывают согласие (+).

$$7 \xrightarrow{\quad 6 \quad} 42 \xrightarrow{\quad 6 \quad} 252$$

Рисунок 4 – Модель Андрея А

Учитель просит замоделировать условие задачи №1. Моделируют, выносят свои версии на доску (Рисунок 5).

Вз1-7руб

↙6

Вз2-?

Рисунок 5 – Модель условия задачи № 1 – Версия 1

К-7руб

↙6

С-?

Рисунок 6 – Модель условия задачи № 1 – Версия 2

Учитель: «Математика работает с величинами и числами. Разве там могут быть слова»? Дети: «Тогда нужно поменять (Рисунок 6)». Все дети согласны со схемами. Учитель: «Чем 1-я задача отличается от 2-й?». Из класса слышны выкрики: «Теперь 2-я вязанка из берёзовых дров», «У неё цена другая».

Комментарий

В схемах детей отсутствуют величины, только числа. Дети не использовали модель, как средство.

Замысел 3

Узнать, видят ли дети, что вторая задача конкретизирует первую?

Задача 3

Далее задаётся ключевой вопрос: «Если в 1-й задаче цена не дана, как вы тогда её нашли?».

Решение детей

Дети говорят: «Ну, там же сказано про рубли», «Мы 7 руб. умножаем, значит в ответе рубли», либо молчат.

Комментарий

Ответами на ключевой вопрос, дети демонстрируют, что задача на умножение, как средство решения задач с величинами, ими не поставлена.

Соотношения объёма дров (кол-ва) дети на автомате принимают, как соотношение цены. Первая и вторая задачи показывают, что это не всегда так. Вторая задача может быть решена по схеме первой задачи. Вторая задача конкретизирует первую, но эта мысль в голову детей, судя по всему, не пришла. Дети не обговаривали, относительно чего они решали эту задачу. Относительно цены вязанок, или объёма. Если доопределять задачу по цене, решение выглядит так - (Рисунок 7), где e – это мерка достоинством 1 руб., B – цена первой вязанки, A – цена второй. А если по объёму, то так - (Рисунок 8), где f – это мерка, цена 1-й вязанки – 7 руб., A – цена 1-й вязанки, объём которой увеличен в 6 раз, C – цена второй вязанки.

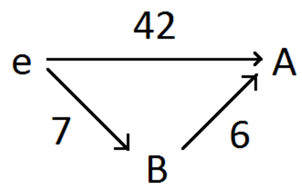


Рисунок 7 – Решение задачи относительно цены

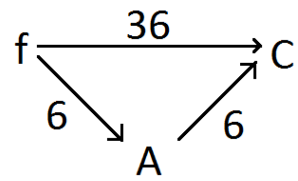


Рисунок 8 – Решение задачи относительно объёма

Следовательно, если считать по цене, то A (2-я вязанка) = B * 6, где B (1-я вязанка) = 7 руб. Значит A = 7 * 6 = 42 руб. и значит решение не меняется. Если же считать по объёму, то C (2я) = A * 6, где A (1я, с увеличенным в 6 раз объёмом) = 7 * 6 = 42 руб. Значит C = 42 * 6 = 252 руб. Соответственно цена второй вязанки 252 руб.

Замысел 4

Обнаружить – мыслят ли дети цену (стоимость) и объём (количество) дров, как две разные величины.

Задача 4

Следующий вопрос учителя: «Почему мы мерили дрова дровами, а получили рубли?».

Решение детей

Обсуждают. Андрей Л.: «Там сказано, что объём второй вязанки равен объёму 6 первых, а первая вязанка стоит 7 руб., значит вторая вязанка по цене, это 6 первых вязанок».

Комментарий

Дети делают (если есть возможность заменить отношения на дровах, отношениями на цене) замену, но не осознают её и это подводит их в ситуациях, когда это не так. Они не разграничивают объём и стоимость в этой задаче. Это не используется ими как способ. «Поскольку в учебной модели изображается некоторое всеобщее отношение, найденное и выделенное в процессе преобразования условий учебной задачи, то содержание этой модели фиксирует внутренние характеристики объекта, не наблюдаемые непосредственно» [15].

Замысел 5

Смогут ли дети выйти на то, что у второй задачи два законных решения, выбор между которыми зависит от того, как они доопределили условие задачи.

Задача 5

Последний вопрос учителя: «В первой задаче сказано: сколько может стоить 2-я вязанка дров? Вы сказали 42 рубля, а во второй задаче продавец потребовал за неё 252 рубля. Кто прав?».

Решение детей

Дети: «Получается продавец»; «Продавец»; «У нас получилось столько же, сколько у продавца, значит он прав». Учитель: «Почему вы так считаете?». Слышно не довольное ворчание по классу: «Мы же уже вам объяснили!».

Комментарий

Ученики 4-го класса не стали обращаться к доопределению условий второй задачи. По схеме умножения (Рисунок 2), в первой задаче, где Е – цена маленькой вязанки, а А – цена большой вязанки, нам дано только отношение Е / е = 7. Если цена единицы объема или веса в обеих вязанках одинаковая, то можно полагать, что А / Е = 6, и тогда А / е = 42 или А = 42 руб. Если же цена единицы объема или веса - разная (как, например, в задаче 2), то отношение А / Е требует дополнительного исследования. Как показывают проведенные исследования, задача 1 не рассматривается детьми как обобщение задачи 2, и обе задачи решаются разными способами, во многом не теоретическими, а привычными. На самом деле обобщённый способ содержится в схеме 1 и система частных задач может касаться нахождения разных. Прежде всего, дети должны брать этот метод (Рисунок 2) и рассматривать остальные задачи, как частные этого способа.

Вывод

Таким образом, понятие умножения как метод решения системы частных задач, к которой относятся все пять задач, детьми не освоен достаточно. Учебное действие «построение системы частных задач, решаемых общим способом» на данных задачах выполняется формально.

### 2.1.2 Задачи на нахождение площади

Все предложенные задачи относятся к «системе частных задач, решаемых общим способом» [15]. Общий способ решения этих задач связан с понятием измерения площади прямоугольника. Если длина В прямоугольника измерена меркой f, В = К f, а ширина С измерена меркой e, С= Le, то площадь прямоугольника S = Ns, где число N есть произведение чисел К и L, N = K * L, а мерка s равна площади прямоугольника со сторонами f и e (Рисунок 9).

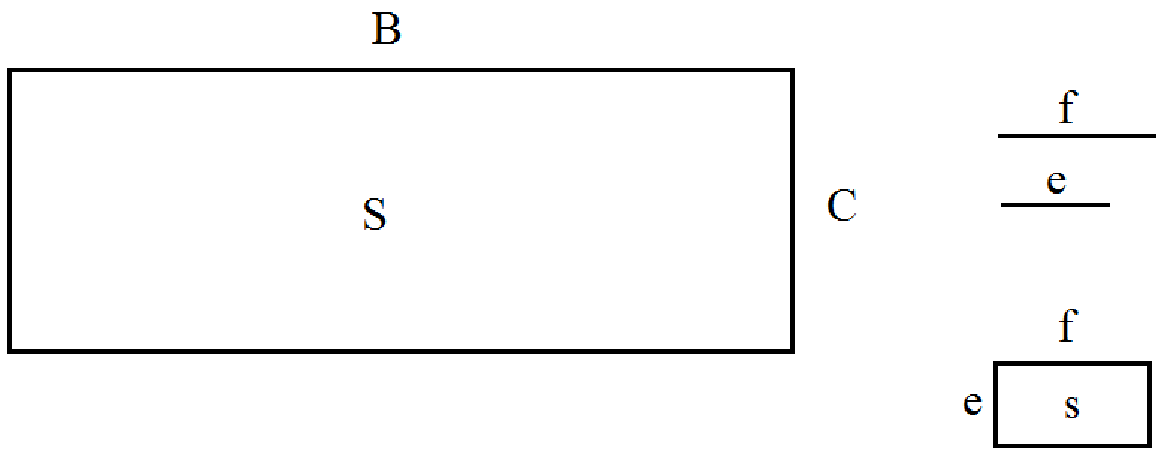


Рисунок 9 – Метод нахождения площади прямоугольника

Замысел 1

Смогут ли дети назвать способ измерения площади прямоугольника.

Задача 1

Найдите площадь прямоугольника, у которого длина равна 4, а ширина 3.

Решение детей

Дети чуть ли не хором отвечают: «12». Учитель просит кого-нибудь написать на доске формулу. Выходит Ярослав О. и пишет S = A * B – «Длину умножаем на ширину». Учитель: «Все согласны?». Дети показывают согласие (+).

Комментарий

Дети «выучили» формулу и используют её формально. Этот формализм приводит к тому, что дети умножают величины, что является грубым нарушением понимания математических понятий величины и числа. Названное в ответе действие не есть способ измерения площади прямоугольника.

Замысел 2

Посмотреть, как дети применяют способ измерения площади прямоугольника, смогут ли они.

Задача 2

«Хорошо, тогда давайте решим следующую задачу: Найдите площадь прямоугольника» (Рисунок 10, 11).

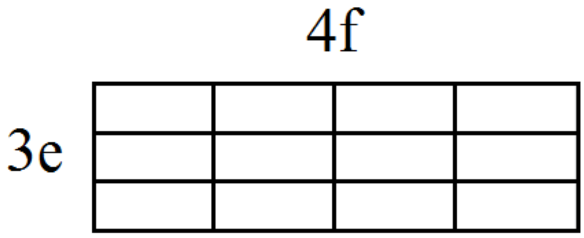


Рисунок 10 – Условия задачи

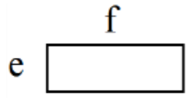


Рисунок 11 – Мерка измерения площади

Решение детей

Ребята получают следующие ответы: 12; 12e; 12f; надо измерить площадь по клеточкам (данный рисунок был нарисован на листе в клеточку); нет ответа – это задание ловушка, его нельзя решить; иногда дети приходят к правильным выводам – 12 прямоугольников со сторонами e и f (Рисунок 11).

Комментарий

Общей договорённости нет. Дети демонстрируют не понимание того, что площадь прямоугольника при решении этих задач (да и вообще) должна быть записана как число и мерка, а мерку надо найти (хотя некоторые решения таковые и есть).

Замысел 3

Смогут ли дети применить способ в изменённых условиях.

Задача 3

Сравните площади двух прямоугольников – первого, с длиной 4 см и шириной 3 дюйма, и второго, с длиной 4 дюйма и шириной 3 сантиметра.

Решение детей

Дети предлагают перевести дюймы в сантиметры (1 дюйм примерно равен 2,5 см, если округлить). Учитель: «Как вы собираетесь их переводить, там ведь получается бесконечная десятичная дробь?». Дети: «Мы возьмём примерно». Учитель: «Как это примерно? Математика точная наука!». Дети:

«Но если округлить, 2,5 всё равно получится», - настаивают на своём. Учитель: «Поскольку это примерно, то и задачу вы решите примерно?». Дети: «Но мы ведь не сможем найти их площади! Как мы сантиметры на дюймы будем умножать?» «Нам нужно перевести». Учитель: «А как вы сантиметры на сантиметры будете умножать?».

Комментарий

Эта задача позволяет понять, что дети не понимают смысла нахождения площади прямоугольника как частной задачи общего метода, который заключен в соотношениях величины A, числа N и мерки e: A = N e. В частности: чтобы найти величину A, нужно найти мерку e и число N. Итоговое правило, общий метод, связывающий площадь прямоугольника и его линейные параметры, должно звучать сообразно образцу (см. выше). Поэтому нужна задача, являющаяся ключевой, для формирующего эксперимента.

Ключевая задача

Для того чтобы дети её решили должно быть соблюдено два условия:

1. Детьми должно быть усвоено нахождение поименованных величин (меркой e измеряем величину A и получаем число N);

2. Найти площадь прямоугольника S, где длина измеряется меркой f, ширина меркой e и они заданы. Мерки подобраны так, что e не померить длину, а f ширину. Дети должны уметь решать такую задачу.

Суть заключается в том, что дети должны построить мерку и посмотреть, сколько раз она входит в прямоугольник.

После ключевой задачи, переходим к следующим задачам (в методике): Найти площадь прямоугольника. Дано две мерки (Рисунок 12) e и f. При измерении, у детей получается, что длина 7 f, а ширина 5 e.

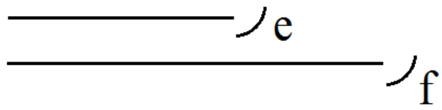


Рисунок 12 – Линейные мерки

Затем даём вторую задачу: Сравнить S первого прямоугольника, и S второго, с длиной 7 e, и шириной 5 f.

Вывод

Таким образом, понятия мерка и величина, как метод решения системы частных задач, к которой относятся три вышеописанных задачи, детьми не освоен достаточно. Учебное действие «построение системы частных задач, решаемых общим способом» на данных задачах выполняется формально. Тем самым дети сами могут загнать себя в «ловушку» при решении задач на тот же способ, но с изменёнными условиями.

Заключение

Констатирующий эксперимент позволил обнаружить действительные трудности и дефициты детей при решении текстовых и прикладных задач, в основе которых лежит умножение или построение мерки как методы. Используемые детьми способы решения предложенных частных задач показали, что понятия умножение, величина и мерка как методы решения, не освоены детьми до конца. Понятно, что тех способов, которые используют дети, может быть достаточно в обыденной практической деятельности, но с точки зрения развития критического мышления, критики устоявшихся и поиска новых способов и методов решения нестандартных задач, такое «воспроизводство» понятия как метода не является эффективным.

### 2.2 Разработка и реализация задач, лежащих в основании методики решения прикладных задач

Исследование проводится на базе МБОУ Прогимназия №131 г. Красноярска. Целевая аудитория – ученики параллели 1 классов.

Для успешной проверки гипотезы исследования мы должны решить следующие задачи:

1. Доказать, что для формирования универсальных учебных действий, указанных в гипотезе, методика должна базироваться на задачах, удовлетворяющих пяти требованиям;

2. Показать, что такие задачи существуют;

3. Показать, что такие задачи решаются детьми;

4. Создать методику формирования универсальных учебных действий и проверить её в дальнейшем, на протяжении четырёх лет обучения;

5. Проверить, сравнить, проконтролировать результаты методики на классах, на которых проводилось исследование, с другими классами, что бы подтвердить предположение, что дети, в обучение которых была включена методика формирования универсальных учебных действий, описанных в гипотезе, более успешно решают прикладные задачи.

На основе анализа работ А. Б. Воронцова, Е. В. Чудиновой, В. А. Гуружапова и В. В. Давыдова [6; 10; 15], а так же выводов констатирующего эксперимента нами были сформулированы пять требований для задач, удовлетворяющих цели исследования.

Методика формирования универсальных учебных действий моделирование, преобразование модели и построение системы частных задач базируется на решении задач, отвечающих следующим требованиям к их содержанию:

- неопределённые задачи, требующие доопределения и моделирования условия задачи для их решения;

- задачи требующие преобразования и конструирования новых моделей решения;

- задачи на доказательство «теорем» и свойств выделенного (обнаруженного) общего способа решения;

- частные задачи, требующие применения общего способа решения;

- задачи, решение которых обнаруживает границы применения выделенного, общего способа решения.

Первые два требования связаны с моделированием обнаруженного общего способа. Модель этого отношения ищется на стыках двух моделей – модель условия и модель решения. Третье раскрывает механизмы логических и теоретических возможностей обнаруженного метода, образно говоря, это «построение теории» обнаруженного метода и связано с развитием способности к теоретическому обобщению. Четвёртое требование связано с восхождением от абстрактного к конкретному, конкретизирует выделенное отношение в различных практических ситуациях (имеет практический смысл) и открывает построение системы частных задач решаемых общим способом. Пятое требование связанно с обнаружением и описанием границ применения общего способа и завершает построение системы частных задач решаемых этим общим способом.

Для реализации этой методики на практике, нами разработаны специальные прикладные задачи, решение которых может соответствовать как выполнению одного требования, так и нескольких разом, вплоть до каждого из пяти.

Сама методика задач, отвечающих пяти требованиям, обеспечивает формирование универсальных учебных действий «моделирование выделенного отношения в предметной, графической и буквенной формах, преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде» и построение системы частных задач, решаемых общим способом» [15, с 161-162].

Для проведения дальнейших исследований, нами были подготовлены задачи на следующие темы: «Уравнивание величин», «Части и целое», «Измерение величины при помощи мерки».

### 2.2.1 Задачи на уравнивание величин

Перед этим дети хорошо усвоили способы уравнивания величин. Задача апробировалась на учениках 1А, 1Б и 1В классов Прогимназии №131.

Замысел 1

Подтвердить, что дети смогут воспользоваться одним из четырёх способов уравнивания величин: 1) От большего отнять разность; 2) К меньшему прибавить разность; 3) Половину разницы отнять от большего и прибавить к меньшему; 4) Соединить вместе, затем поделить пополам.

Задача 1

На столе стоят: пустая банка, четыре одинаковых стакана, под номерами 1, 2, 3 и 4. В стакане 1 и 2, на разном уровне, налита вода (Рисунок 13). Уровняйте уровень воды в стаканах 3 и 4.

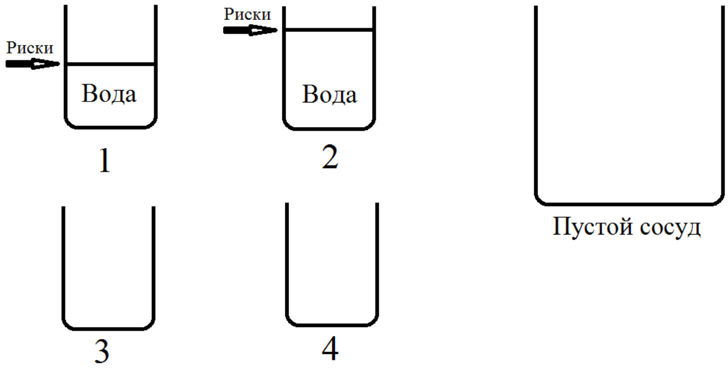


Рисунок 13 – «Уравнивание величин», задача 1

Решение детей. Дети с места подбегают к «лабораторному» столику и начинают решать задачу способом четыре (см. замысел). Показывают свою готовность. Учитель: Кто может показать на доске, что вы сейчас делали? Выходит Ярослав и рисует (Рисунок 14).

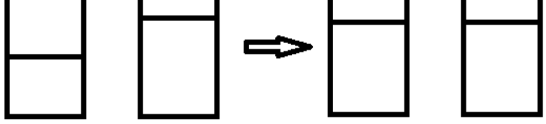

Рисунок 14 – Схема Ярослава

Учитель: Все согласны? Дети хором: Да.

Задача 2

Сделайте из равенства в стаканах 3 и 4 неравенство в стаканах 1 и 2 по меткам (рискам).

Решение детей

Так же быстро, как и при решении задачи 1, дети подбегают к «лабораторному» столику, и немного поспорив, разливают воду по стаканам 1 и 2, как было. Показывают готовность. Учитель: Задача решена? Дети показывают согласие. Учитель: Кто может показать на доске, что вы сейчас сделали? К доске выходит Настя и рисует (Рисунок 15).

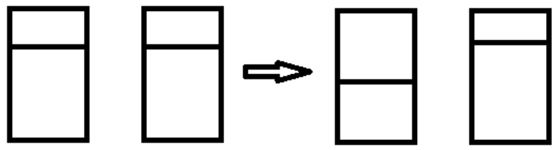

Рисунок 15 – Схема Насти

Учитель: Ваше отношение? Дети показывают согласие.

<u>Замысел 2</u>

Определить, смогут ли дети доказать, что задача не имеет решения.

Задача 3

На столе стоят: пустая банка, две банки с разной краской (одна с синей, другая с жёлтой) и четыре одинаковых стакана, под номерами 1, 2, 3 и 4. В стакане 1 налита синяя краска, а в стакане 2 жёлтая (на разном уровне, обозначенном риской) (Рисунок 16). Уровняйте цвет.

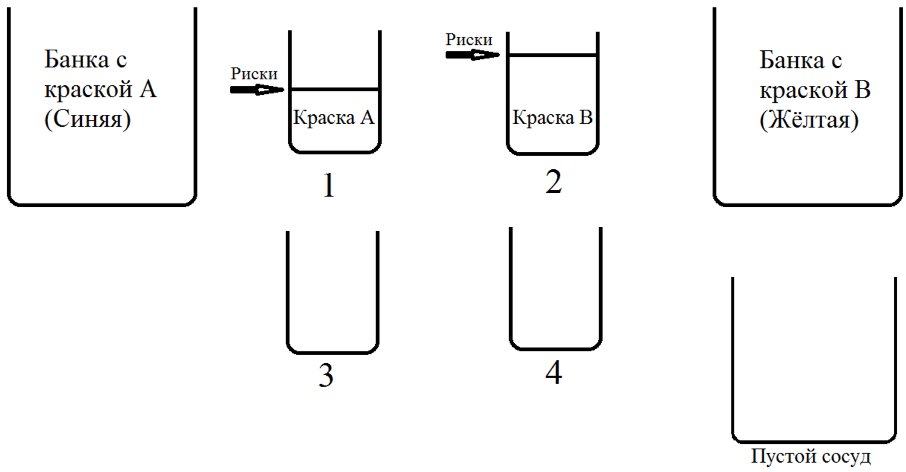


Рисунок 16 – «Уравнивание величин» задача 3

Решение детей

Нужно слить вместе, затем поделить пополам – разлить по стаканам. Учитель: Ваше отношение? Дети: Показывают согласие (+). Приступают к работе. Сливают краску из стаканов в пустую банку, смешивают её, затем разливают по стаканам. Показывают готовность. Учитель: Справились? Дети: Да. Учитель: Все согласны? Дети: Да. Учитель: Кто может показать на доске, что вы сейчас делали? К доске снова выходит Настя и рисует (Рисунок 17).

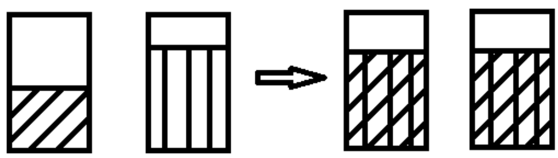

Рисунок 17 – Схема Насти 2

Учитель: Покажите ваше отношение. Дети: Плюс, согласны.

Задача 4

Сделайте из этого равенства (стаканы 3 и 4), неравенство в стаканах 1 и 2 по меркам (рискам) как было (то есть, нужно решить обратную задачу).

Решение детей

После достаточно долгих размышлений и обсуждения, - «У этой задачи нет решения. Мы не можем их разделить. С краской так же нельзя сделать. Это не величина». Учитель: Ваше отношение? Дети: Показывают согласие (+). Учитель: А как же вы смогли уровнять? Дети: Уравнивать тоже нельзя. Мы по объёму уравнивали, а по цвету так нельзя, он не величина. Учитель: Согласны? Дети: Да. Учитель: Кто-нибудь может обозначить это правило на доске? Немного подумав, дети рисуют на доске (Рисунок 18).

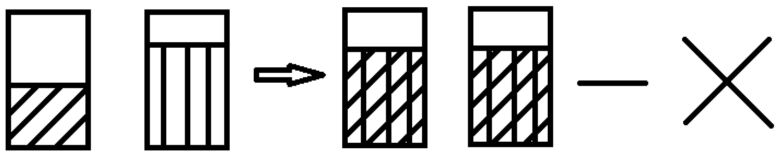

Рисунок 18 – Схема решения задачи 4

Вывод

Все три класса справились с задачей. Это наглядно демонстрирует, что дети способны решать задачи, не имеющие решения, однако важным требованием к таким решениям является необходимость подкреплять свои слова аргументами, доказывать факт того, что задача не имеет решений. Бездоказательные ответы будут засчитываться как отказ от деятельности.

### 2.2.2 Задачи на нахождение частей и целого

Замысел

Дети прошли правило, согласно которому, целое равно сумме частей (3), а неизвестная часть равна разности целого и известной (второй) части (4). С помощью этой задачи мы проверили, смогут ли дети применить открытые знания на практике, при решении прикладной задачи и заметят ли, что данная задача не решается известным им способом нахождения частей и/или целого.

$$A = B + C \tag{3}$$

$$B = A - C \tag{4}$$

Задача 1

На двух столах лежит по комплекту кружков и квадратов (5 кружков и 5 квадратиков). Все кружки белые, квадраты встречаются как белые (2 фигуры), так и чёрные (3 фигуры) (Рисунок 19).

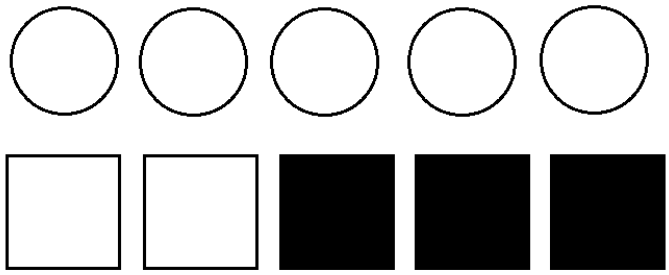

Рисунок 19 – Фигуры задачи 1

Класс делиться на несколько групп по 5 человек, каждая идёт к своему столу, на котором лежит набор фигур. Некоторым группам даётся задача разделить фигуры (целое) по форме (части), а другим по цвету (Рисунок 20). Ни одна группа не должна видеть, что делает другая.

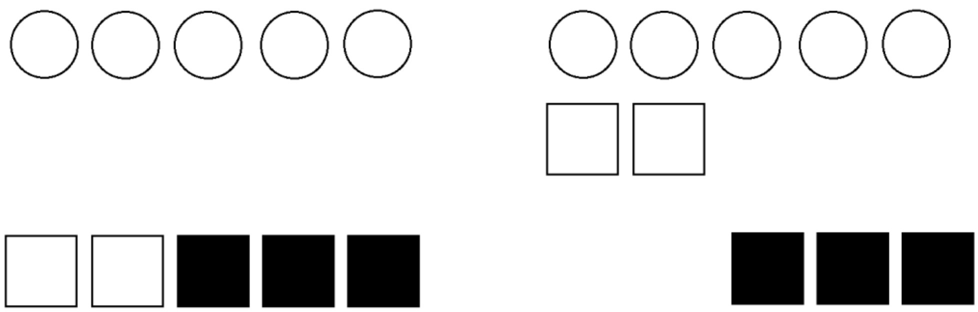

Рисунок 20 – Деление целого на части

Решение детей

У части групп детей получились две части: 5 кружков и 5 квадратиков. У другой части групп получились две части: 7 белых и 3 чёрных фигуры.

Задача 2

Поменяйтесь одной из частей, любой, каждая из части групп, делящих по форме, с каждой из групп, делящих по цвету (одна группа с одной!), и составьте целое (10 фигур).

Решение детей

Все группы обменялись частями так, что в итоге у каждой получилось больше либо меньше фигур, чем было до обмена (Рисунок 21).

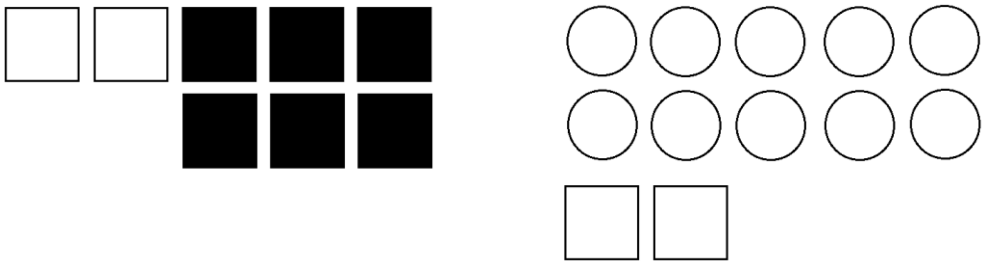

Рисунок 21 – Пример получившихся наборов фигур

Учитель: Группы, которые справились с заданием, покажите свою готовность. Все группы показывают готовность, кроме группы Алёши: У нас целое не получается. Учитель: Что не получается? Группа Алёши: У нас было десять фигур, а теперь меньше (делили по форме), у нас получается другое целое. Учитель: «Но ведь у остальных групп получилось. Что не получается у вас?». Ребята задумались, но от своего мнения не отступились. Подумав, посовещавшись и поспорив, дети приходят к выводу: «Это не решаемая задача. Если у нас изменяется одна часть, то меняется и целое. Учитель: И что с того? Дети: Здесь нельзя собрать целое, пока каждая группа делит на две не одинаковые части, нужно делить на одни и те же части, что бы получить одинаковое целое. Учитель: Все согласны? Дети отвечают хором: Да. Стёпа: А ещё, если мы меняем часть, то и целое меняется. Учитель: Покажите своё отношение. Дети показывают согласие.

Вывод

Дети справились с задачей. Они определили, что её нельзя решить и доказали это. Справившись с нерешаемой задачей, ученики первого класса показали, что освоили тему части и целое. Так же они подтвердили, что дети первого класса в состоянии решать подобные задачи.

### 2.2.3 Задачи на измерение величины при помощи мерки

<u>Замысел</u>

Дети прошли тему величина, научились измерять величины с помощью мерки, а так же записывать полученные результаты измерения с помощью схемы (Рисунок 22) числа и формулы (5).

$$e \xrightarrow{N} A$$

Рисунок 22 – Схема числа

$$A = N * e \tag{5}$$

С помощью этой задачи мы проверили, смогут ли дети применить открытые знания на практике, при решении прикладной задачи и заметят ли, что данная задача не решается известным им способом измерения величины.

Задача 1

Несколько одинаковых мерок (прямоугольная, достаточно протяженная полоска е). Делим класс на группы так, чтобы они не видели, что происходит у соседей. У некоторых группы на столах лежит величина - площадь А, а у других это длина В (Рисунок 23). Необходимо измерить величины полученными мерками (е) и записать результаты на доске.

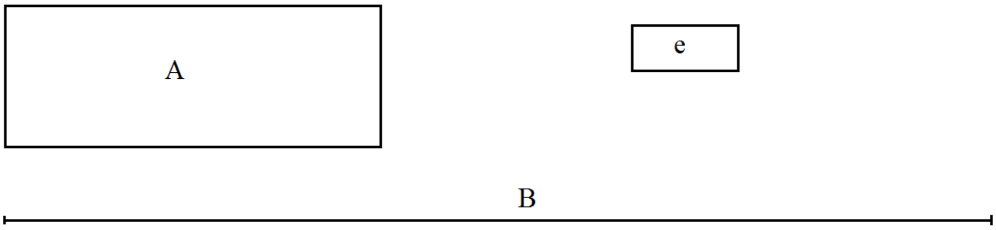


Рисунок 23 – Величины задачи 2

Решение детей

У некоторых групп получилось: А = 5е, у других: В = 5е. Учитель: Запишите на доске получившиеся результаты. От каждой группы выходит представитель и записывает получившийся результат (А = 5е, или В = 5е). Учитель: Посмотрите на доску и сравните получившиеся записи. По записям получается, что А = В. Учитель предлагает детям сравнить реальные величины. Они оказываются разными. Учитель: Скажите, могу я написать «А = В»? Часть класса показывает согласие, но группы Стёпы, Матвея и Алёши (группы с разными величинами) показывают несогласие (-). Учитель: С чем вы не согласны? Ребята: Как А = В, если они у нас (показывают на реальные величины) разные? В классе повисла тишина. Ученики задумались. Что делать с записью на доске? Ребята начинают думать, предлагать свои версии. Спустя некоторое время часть групп приходит к решению. Дети: Мы не можем сравнить. Учитель: Что не так? Дети: Это разные величины. Учитель: У вас ведь на доске записано, что они равны. Посовещавшись и поспорив, дети говорят: «Мы мерили одной полоской, но разными мерками. Да и разные величины. Мы не можем их сравнивать». Часть детей стирают с доски А = В. Учитель: Ваше отношение? Дети показывают знак согласия (+). Учитель: А что нужно делать, чтобы можно было сравнить? Дети: Измерить одинаковыми мерками. С этим вариантом все дети согласны.

Вывод

Ученики первого класса справились задачей. Они определили и доказали, что её нельзя решить. Доказав, что задача не имеет решения, дети показали, что этот способ ими освоен и успешно применяется на практике.

Заключение

Проведённые занятия по решению прикладных задач, и сами задачи позволили подтвердить предположение о том, что дети в начальной школе способны решать задачи, соответствующие каждому из пяти требований методики, а именно, требованию решать задачи, не имеющие решения. Благодаря этому, сами тексты прикладных задач успешно включены в состав методики. Помимо этого, были выделены основания для дальнейшей работы с методикой задач, отвечающих пяти требованиям.

## 2.3 Методика модельного конструктора

Для того чтобы решать прикладные задачи, детям необходимо уметь строить модели, преобразовывать модели, «находить» (строить) новые модели, а для этого, нужен способ работы с самими моделями. Поэтому, мы обратили своё внимание на сам способ работы с моделями и модельными средствами, который мы назвали «Модельный конструктор». Методика модельного конструктора является одним из средств обеспечивающих формирование универсального учебного действия преобразование модели для изучения её свойств в чистом виде. Модельный конструктор учит детей конструировать более сложные схемы и модели из простых, и смотреть, какие новые смыслы в них возникают, если смыслы простых схем и моделей известны. Средством методики же выступает не смыслы моделируемого предмета, а техники работы с моделями. Отметим, что идея создания модельного конструктора впервые появилась в бакалаврской работе А. П. Пугачёвой [20].

Сам модельный конструктор занимает центральное место для реализации требования методики о наличии задач на доказательство «теорем» и свойств выделенного (обнаруженного) общего способа решения.

Как и во всяком детском конструкторе, в модельном конструкторе должны быть простые (атомарные) элементы, средства их «крепежа» и способы конструирования новых элементов, а так же примеры того, что может быть собрано.

В модельном конструкторе под простыми (атомарными) элементами мы понимаем схемы, чертежи, таблицы и буквы (простые формулы), с помощью которых будем создавать более сложные. Также, в конструктор, должны входить символы отношений и операций: « =; ≠; <; >; +; -; *; / » и, может быть, другие.

По мере освоения детьми предметного материала, конструктор может доращиваться (простые элементы; средства «крепежа»; способы конструирования новых элементов), но сама идея конструктора остаётся неизменной не зависимо от темы. Методика создания конструктора заключается в шести правилах (шагах) работы с моделями и модельными средствами. Каждый из этих шагов в отдельности, и методика модельного конструктора в целом, при их создании, отвечали требованию системности содержания, и требованию подхода к работе с моделями и модельными средствами, как к отдельной задаче, имеющей своё решение.

Первый шаг

Выписывание простых (атомарных) элементов (отрезки, буквы, блоки, блок-схемы, стрелки и отношения, выраженные в знаках « >; <; =; ≠ ») в специальную тетрадь – «Модельный конструктор». Каждый такой элемент надлежит зарисовать в отдельное поле, сделать его описание, а так же варианты, для чего его можно использовать. Последнее дополняется по мере изучения тем. Со временем, при изучении тем, под определение простых (атомарных) элементов, должны попадать модели, несущие атомарный смысл, но атомарными не являющиеся (схема числа и т.д.).

Второй шаг

Выделение и выписывание атомарных элементов из условия задачи, последующее их сопоставление с вопросом (замыслом) задачи и её условием. На самом деле этот пункт выступает не как шаг, а скорее, как своего рода линия, проходящая через весь конструктор. Необходимость этого шага выходит напрямую из необходимости рассматривать модельное конструирование как задачу, а так же как один из законов конструирования.

Третий шаг

«Разбор» моделей, - учитель показывает готовые чертёж, модель (или их составляют дети во время урока) и предлагает найти простые (атомарные) элементы.

Четвёртый шаг

Обратная задача. Учитель даёт задание составить из простых (атомарных) элементов новые элементы, чем больше элементов использовал ученик, тем лучше. Не все конструкции могут иметь смысл, на данном шаге мы его не обсуждаем.

Пятый шаг

«Семантика». Появление смыслов и теперь уже задачи и моделирование смыслов задач.

Шестой шаг

Обратный. Составление текстовых задач по моделям, которые получились.

Средства крепежа

Отдельным образом стоит вопрос о средствах «крепежа», это может быть «сборка» из двух отрезков одного, который делится на две части.

Буквы могут крепиться к отрезкам, блокам, дугам, образуя тем самым некое содержание (Рисунок 24).

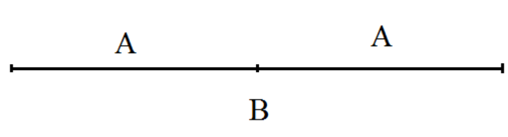


Рисунок 24 – Пример средств крепежа 1

Пунктирная или сплошная дуга может рисоваться над отрезком (Рисунок 25).

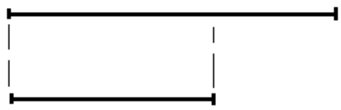

Рисунок 25 – Пример средств крепежа 2

Блоки могут соединяться стрелками и отрезками. Отрезки могут рисоваться рядом, задавая некое отношение, эти отношения могут фиксироваться пунктирными линиями (Рисунок 26).

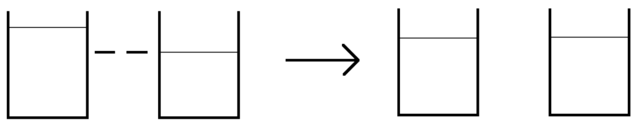

Рисунок 26 – Пример средств крепежа 3

Формулы из двух букв и знаков « >, <,  = » (6).

$$A = B,\ A < B,\ A > B,\ A \neq B \tag{6}$$

Формулы с тремя (и более) простыми (атомарными) элементами могут содержать скобки, которые должны быть занесены в простые (атомарные) элементы, алгебраические высказывания (7).

$$A * B + A * C = A * (B + C) \tag{7}$$

Выше описанные правила характерны и справедливы для любого модельного конструктора в любой теме.

Понятно, что модельный конструктор будет наиболее актуален во время изучения тем, в которых используются модели. Эта его особенность позволяет нам представить список этих самых тем: Величина; Целое и части на моделях;

Опосредованное сравнение и измерение величин; Модели числа; Число; Способы записи числа.

Продемонстрируем возможности конструктора на примере темы «Умножение числа на сумму». Рабочая учебная программа по курсу «Математика» в начальной школе системы Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова [10].

Задача 1

Четырёхконечные звёздочки разложили в 38 столбцов по 3 звёздочки в каждом столбце. Как узнать, сколько всего четырёхконечных звёздочек? Составь выражение для вычисления их количества (Рисунок 27) [10, с. 17].

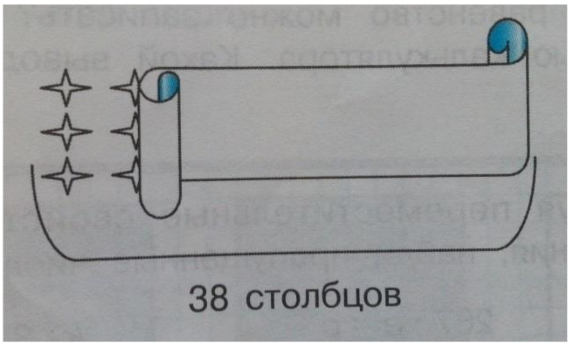


Рисунок 27 – Схема задачи 1

Решение детей

Всё количество звёздочек решили назвать Т. Дети: Можно считать по три ряда и получится 3 умножить на 38 (Рисунок 28).

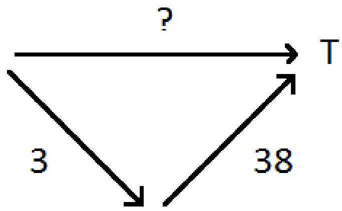


Рисунок 28 – Модель решения задачи 1

Учитель: Покажите ваше отношение. Дети показывают (+).

Задача 2

Пятиконечные звёздочки разложили в 56 столбцов по 3 звёздочки в каждом столбце. Как узнать, сколько всего пятиконечных звёздочек? Составь выражение для вычисления их количества (Рисунок 29) [10, с. 17-18].

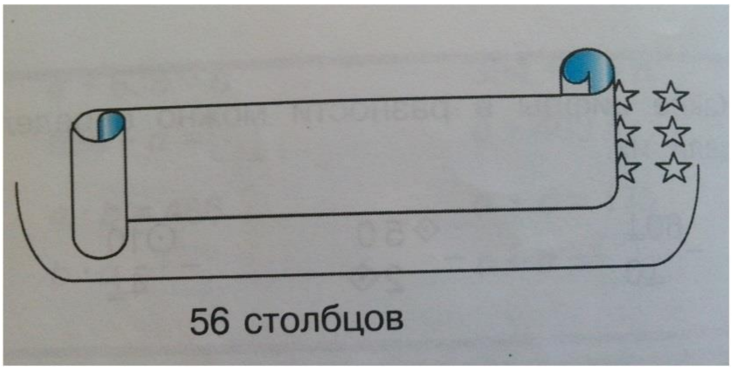


Рисунок 29 – Схема задачи 2

Решение детей

Дети: Так же. Давайте назовём это количество Р. Тогда Р равно 3 умножить на 56 (3 * 56). Учитель: Покажите ваше отношение. Дети показывают (+).

Задача 3

Как нам найти общее количество (Рисунок 30) [10, с. 18].

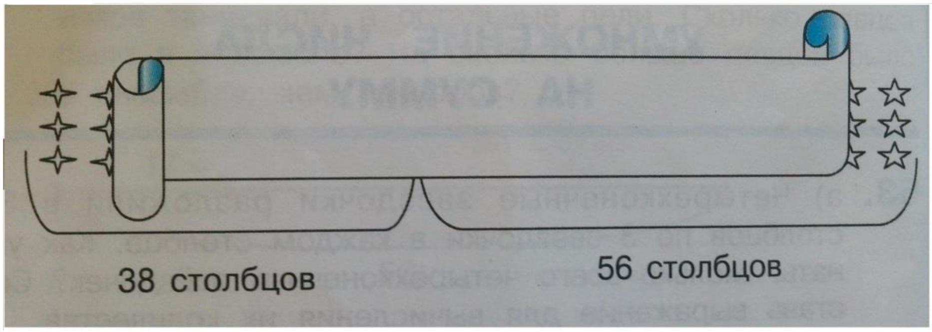


Рисунок 30 – Схема задачи 3

Решение детей

Ребята начали думать, спорить, размышлять. Один из детей вышел к доске, и попытался изобразить в виде схемы частей и целого условие данной задачи (Рисунок 31).

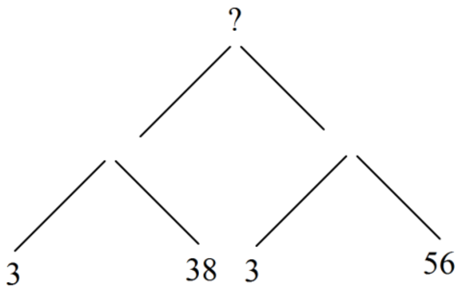


Рисунок 31 – Схема условия задачи 3

Дети ту же показали своё несогласие (-): Мы не можем так записать, это схема «части и целое», а нам нужна другая, как к первой задаче». Выходят и рисуют новую схему (Рисунок 32).

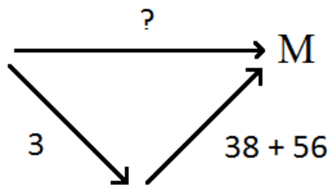


Рисунок 32 – Схема решения задачи 3

«Назовём всё количество звёздочек вместе – М», проговаривают вслух ребята, пока рисуют схему. Дети: Там (четырёхконечные звёздочки) и там (пятиконечные звёздочки) у нас столбики по три звёздочки, значит на схеме оставляем три. Наступает небольшая пауза. Ученики думают, что делать с 38 и 56. Из класса донеслось: «Можно же их просто сложить на схеме». Учитель: ваше отношение ребята? Дети показывают согласие (+). Учитель: А кто может написать выражение для этой задачи?». На доске появляется формулы (8, 9).

$$M = T + P \tag{8}$$

$$M = (3 * 38) + (3 * 56) \tag{9}$$

Учитель: Все согласны? Коля показывает минус (не согласен). Ребята: Чего ты не согласен? Коля: Зачем мы так долго пишем, когда можно как на схеме написать. Выходит к доске и пишет (10).

$$M = 3 * 38 + 56 \tag{10}$$

Коле показывают минусы. Ребята: Как ты посчитаешь?. Коля немного подумав добавляет скобки (11).

$$M = 3 * (38 + 56) \tag{11}$$

Ученики показывают согласие (+). Учитель: Скажите, если я запишу вот так (12), какой знак можно поставить между выражениями?

$$(3 * 38) + (3 * 56) \ ? \ 3 * (38 + 56) \tag{12}$$

Дети: Знак равно. Учитель: Все согласны? Дети показывают согласие.

Комментарий

Решение данной задачи наглядно показывает, как ученики третьего класса, сначала сконструировали новую модель условия задачи, а затем, на этой модели, обнаружили новый смысл, а именно распределительный закон умножения. Так в классе появился новый смысл, благодаря тому, что дети собрали новую модель условия прикладной задачи.

Сам модельный конструктор, его разработка, применение на практике с использование специально разработанных задач – есть часть формирующего эксперимента начатого нами в начале учебного 2015 года на учениках прогимназии № 131. На данный момент, нами разработаны несколько прикладных задач, решить которые можно только при помощи модели и модельных средств. Их решение позволит ученикам работать с моделями и модельными средствами, как с отдельными задачами. Сами прикладные задачи мы успешно апробировали на практике.

### 2.3.1 Задачи, решаемые при помощи модели

Замысел

Смогут ли дети перейти практического действия к модельному для решения задачи.

Задача 1

Белочка съела А орехов, а сурок В орехов (Рисунок 33).

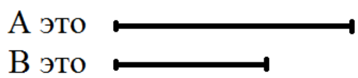


Рисунок 33 – Схема условия задачи 1

Вопрос: «На сколько орехов белочка съела больше? Решите графически».

Решение детей

К доске выходит Саша П.: «Если мы представим, что А это 13, а В это 7, то 13 – 7 = 5. Ответ: 5 орехов». Учитель: «Покажите ваше отношение». Все дети показывают согласие (+). Учитель: «А как нам надо решить задачу из условия?» Дети: «Но ведь мы не можем её на рисунке решить. «А» это вот (показывают на 1-й отрезок), а «В» это вот (показывают на 2-й отрезок)». Спустя время, совместно с учителем, дети приходят к пониманию, что можно, проведя пунктирную линию от В к А, найти точку на отрезке А и обозначить разницу, которая и составляет ответ С (Рисунок 34).

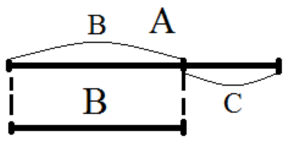


Рисунок 34 – Решение задачи 1 на модели

Комментарии

Дети могут перейти к решению и от практического действия, и от модельного. Однако затруднились решить эту задачу, так как появилось слово «графически». Появление этого слова, во многом, и обратило их внимание в направление плана, с которым, судя по всему, никто специально не работал, а потому и решить задачу, напрямую связанную с работой с моделями и модельными средствами они затруднились.

Замысел

Проверить наличие в учениках второго класса способности выделять атомарные (простые) элементы из условия задачи.

Задача 2

Жили-были старик со старухой. И было у них две курочки рябы. У старика своя, и у старухи своя. Несли курочки не простые яйца, а золотые. Вместе они снесли А золотых яиц, но курочка старухи снесла на Т яиц больше. Сколько снесла каждая? Решить с помощью чертежа, если (Рисунок 35):

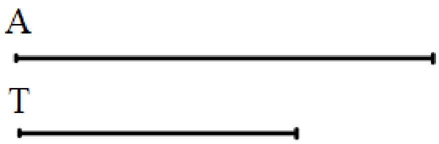


Рисунок 35 – Модель условия задачи 2

Решение детей

Дети стали решать. Выдвигают версии, спорят, пытаются прийти к решению, однако все версии направлены на то, что бы как-то посчитать работу обоих несушек, и тогда уже искать ответ. Внезапно к доске выходит Соня, начинает рисовать на ней и говорить, как она думает можно решить эту задачу: «Нарисуем отрезок (Рисунок 36),

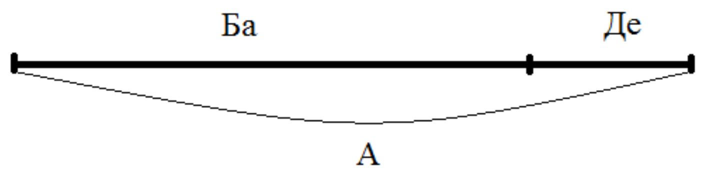


Рисунок 36 – Решение Сони задачи 2

который означает, сколько снесла бабушкина курочка, пусть это Ба. И добавим к нему отрезок, который означает, сколько снесла дедушкина курочка, пусть это Де». Учитель: «Отметь на своем чертеже, сколько будет вместе». Соня отметила дугой. Учитель закрыл рукой предыдущий чертеж и спросил: «А сколько это по условию задачи? Если знаешь, обозначь на чертеже» Соня обозначила (А), и у нее получилось (см. Рисунок 36).

Класс тут же зашумел, показывая минусы (-) и выражая несогласие: «Это разные отрезки. Так делать нельзя. У тебя отрезок другим получился. Больше чем первый». Учитель: «Молодец Соня, ты стала правильно решать, спасибо. Ребята, давайте теперь попытаемся решить задачу на Сониной модели. Можно на нем найти отрезок Т?». Продолжив решение этой задачи на Сониной модели, дети в итоге с ней справились, ответив на вопрос, сколько снесла каждая из курочек (Рисунок 37).

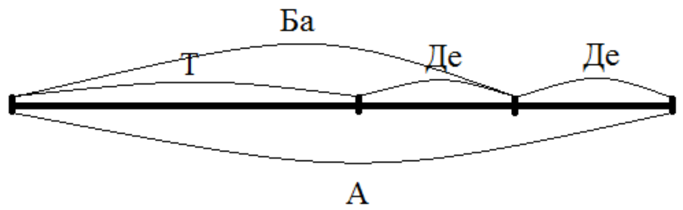


Рисунок 37 – Решение задачи 2 на модели

Учитель: «Кто может теперь нарисовать такой же чертеж, но так, что бы отрезки А и Т совпадали с исходными? Дети тянут руки, выходят к доске и рисуют чертёж, соответствующий отрезкам А и Т.

Комментарий

Эта задача является примером наличия в учениках второго класса способности выделять атомарные элементы из условия задачи, но так же показывает, что данная способность не выступает как присвоенный способ действия.

Заключение

Проведённые занятия по решению прикладных задач, решить которые можно только с помощью модели и модельных средств, подтвердили способность учеников второго класса решать такие задачи. Возникающие у детей затруднения при решении выявили необходимость включения в программу начального общего образования методики, позволяющей детям работать с моделью как с целью, а не только как со средством. Подобной методикой является методика «Модельного конструктора».

## 2.4 Заключение экспериментального исследования

Поскольку способ создания задач разработан и экспериментально проверен, то в принципе определён метод создания методики. Поэтому ближайшими задачами является разработка с педагогическим коллективом МБОУ Прогимназия №131 системы занятий, на следующие три года, обеспечивающих реализацию методики решения прикладных задач.

На методике решения конкретных задач создаётся общий метод, который может работать в нескольких предметных областях.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, нами получены следующие результаты:

– Проведён констатирующий эксперимент подтверждающий наличие трудностей у учеников начальной школы при решении прикладных задач;

– Разработаны условия и содержание универсальных учебных действий, которые будучи сформированными, обеспечивают способность решать прикладные задачи;

– Даны обоснования и разработаны требования к формированию учебных действий моделирование выделенного отношения в предметной, графической и буквенной формах, преобразование модели отношения для изучения его свойств в «чистом виде» и построение системы частных задач, решаемых общим способом. Эти требования касаются особого типа задач, решение которых необходимо для формирования универсальных учебных действий, указанных в гипотезе;

– Доказана возможность существования таких задач;

– Доказана возможность решения таких задач детьми младшего школьного возраста.

Основные задачи дальнейших исследований:

– Завершить формирующий эксперимент, который по времени может занимать два – три года, и потребует участия различных учителей и детей из разных классов нескольких школ, для проверки результатов применения методики.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Асмолов, А. Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: Пособие для учителя / А. Г. Асмолов [и др.] ; под ред. А.Г. Асмолова. – Москва : Просвещение, 2008. – 151 с.

2. Брагина, О. И. Проблемы понимания текстовой и символьной информации при обучении математике / О. И. Брагина. - Психологическая наука и образование. 2015. Том 7. № 1. С. 80–88.

3. Буренкова Н.В. Моделирование как способ формирования обобщённого умения решать задачи – Москва, 2009. – 24 с.

4. Васильев, В. Г. О роли текстовых задач / В. Г. Васильев, Ю. А. Ерохина, Е. А. Федорова, С. Ю. Васильева, Е. Ф. Крощихина, Н. Е. Безрученко // Бюллетень клуба конфликтологов: сборник статей. - Красноярск 1995. – Выпуск 4. – С. 73-80.

5. Васильев, В. Г. О системе универсальных учебных действий в начальной школе / В. Г. Васильев, Е. В. Дерба, Н. И. Ендеркина, Г. Р. Миннибаева, О. Е. Рехлова, Ю.Ю. Миндрина, С.Н. Епифанцева, Е. Э. Хохлова // Материалы 20-й научно-практической конференции «Практики развития: современные вызовы». - Красноярск 2013 / Красноярск 2014. - с.110 – 120.

6. Воронцов, А. Б. Учебная деятельность: введение в систему Д. Б. Эльконина – В. В. Давыдова / А. Б. Воронцов, Е. В. Чудинова. – Москва : Издатель Рассказов А. И., 2004. – 304 с.

7. Выготский, Л. С. Собрание сочинений: В 6-ти томах. Т. 2. Проблемы общей психологии / Л. С. Выготский. – Москва : Педагогика, 1982. – 504 с.

8. Выготский, Л. С. Собрание сочинений: В 6-ти томах. Т. 3. Проблемы развития психики / Л. С. Выготский. – Москва : Педагогика, 1983. – 368 с.

9. Выготский, Л. С. Собрание сочинений: В 6-ти томах. Т. 4. Детская психология / Л. С. Выготский. – Москва : Педагогика, 1984. – 432 с.

10. Гуружапов В.А. Перспективы исследований учебной деятельности в контексте задач современной практики начальной школы / В.А. Гуружапов. – Москва: Психологическая наука и образование, 2015. Т. 20. № 3. С. 44–55.

11. Давыдов, В.В. Математика: Учебник для 3 класса нач. школы. В 2-х кн. Книга 1 / В.В. Давыдов, С.Ф. Горбов, Г.Г. Микулина, О.В. Савельева. – 12-е изд. – Москва : ВИТА-ПРЕСС, 2013. – 112 с.

12. Давыдов, В. В. Младший школьник как субъект учебной деятельности / В. В. Давыдов, В. И. Слободчиков, Г.А. Цукерман // Вопросы психологии. – 1992. - № 3-4. – С. 14–19.

13. Давыдов, В.В. Психологические возможности младших школьников в усвоении математики / В. В. Давыдов. – Москва : Педагогика, 1969. – 288 с.

14. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Москва : Педагогика, 1986. – 240 с.

15. Давыдов, В.В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Москва : Интор, 1996. – 544 с.

16. Институт международных программ российского университета дружбы народов [Электронный ресурс]. – Режим доступа http://www.ido.rudn.ru/psychology/age_psychology/8.html

17. Леонтьев, Д. А. Личностное изменение человеческого развития / Д. А. Леонтьев // Вопросы психологии. – 2013. - № 3. – С. 67-80.

18. Орлов, А. Б. Конференция "Человекоцентрированный подход: психологическая практика и научные исследования" / А. Б. Орлов // Вопросы психологии. – 2012. - № 6. – С. 149-152.

19. Перевозчикова, А. В. Постановка учебной задачи в системе развивающего обучения Д. Б. Эльконина – В. В. Давыдова в условиях введения нового образовательного стандарта в начальной школе / А. В. Перевозчикова, В. Г. Васильев // Психологическая наука и образование. – 2015. – Т. 7. - № 1. – С. 69–79.

20. Пугачёва, А.П. Действие моделирования при решении учебной задачи в начальной школе / А. П. Пугачёва. Бакалаврская работа – Красноярск : СФУ, 2014. - 34 с.

21. Пузырей, А. А. Психология – психотехника – психагогика / А. А. Пузырей. – Москва : Смысл – ЛитРес, 2012. – 680 с.

22. Рубинштейн, С. Л. Бытие и сознание / С. Л. Рубинштейн. – Санкт-Петербург : Мастера психологии, 2012. – 590 с.

23. Тюменева, Ю. А. Источники ошибок при выполнении «обыденных» математических заданий / Ю. А. Тюменева // Вопросы психологии. – 2015. - №2. – С. 21-31.

24. ФГОС НОО 15785 – 2009 Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования. – Введ. 6.10.2009. – Москва : Минобрнауки России, 2009. – 29 с.

25. Цукерман, Г. А. О канонах экспериментального исследования / Г. А. Цукерман // Вопросы психологии. – 2009. - № 1. – С.121-122.

26. Цукерман, Г.А. Поведение младших школьников в коллективной учебной работе / Г. А. Цукерман // Вопросы психологии. – 1983. - № 4. – С. 46–54.

27. Шадриков, В. Д. Мысль и ее порождение / В. Д. Шадриков // Вопросы психологии. – 2014. - № 5. – С. 118-127.

28. Эльконин, Д. Б. Возрастные возможности усвоения знаний / Д. Б. Эльконин ; под ред. В.В. Давыдова. М., 1966.

29. Эльконин, Д. Б. Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников / Д. Б. Эльконин ; под ред. Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова. – Москва : Издательство Академии педагогических наук РСФСР, 1962. – 287 с.

30. Эльконин, Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин ; под редакцией В. В. Давыдова, В. П. Зинченко. – Москва : Педагогика, 1989. – 560 с.

31. Elkonin, B. D. Occurrence of Action (Notes on the Development of Object-Oriented Actions II) // Cultural – Historical Psychology – 2014. – No.1. – p. 11 – 20.

32. Rogers, C.R. Freedom to Learn for the 80’s / C. R. Rogers. Columbus-Toronto-London-Sydney : Charles E. Merrill Publishing Company, A Bell & Howell Company, 1983. – 312 p.

33. Perret-Clermont, A.N. Social Interaction and Cognitive Development in Children / A. N. Perret-Clermont. – London : Academic Press, 1980. – 208 p.