

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Политехнический институт

Электрические станции и электроэнергетические системы
кафедра

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой

_____ И.В. Коваленко
подпись инициалы, фамилия
« _____ » _____ 2016 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Статистическое моделирование многорежимности
в задачах планирования режимов
и развития систем распределения электрической энергии
тема

13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника»
код и наименование направления

13.04.02.02 «Электроэнергетические системы, сети, линии электропередачи,
их режимы, устойчивость и надёжность»
код и наименование магистерской программы

Научный руководитель	_____	<u>профессор,</u> <u>канд.техн.наук.</u>	<u>А.А. Герасименко</u>
	подпись, дата	должность, ученая степень	инициалы, фамилия
Выпускник	_____		<u>Н.Ю. Кугушева</u>
	подпись, дата		инициалы, фамилия
Рецензент	_____	специалист второй категории группы электрических режимов филиала ПАО «ФСК ЕЭС» - МЭС Сибири,	<u>А.В. Тихонович</u>
	подпись, дата		инициалы, фамилия
Нормоконтролёр	_____	<u>профессор, к.т.н.</u>	<u>А.А. Герасименко</u>
	подпись, дата	должность, ученая степень	инициалы, фамилия

Красноярск 2016

Аннотация

Расчёт и анализ интегральных характеристик электрических режимов с высоким качеством требует учёта многорежимности, изменения анализируемых параметров на интересующем интервале времени. Соответствующую информацию можно получить с помощью измерительных комплексов, однако получаемые данные о множестве режимов объёмные и требуют дополнительной обработки, что затрудняет их непосредственное практическое применение.

Для определения интегральных характеристик, снижения громоздкости, упрощения учёта и анализа всего многообразия режимов используется факторный анализ нагрузок, реализованный на основе метода главных компонент.

Данный подход позволил более экономно, удобно и сжато представить информацию об изменении параметров режимов. Выделенная связь между заполнением графиков, их неравномерностью и количеством используемых моделирующих факторов даёт возможность регулировать вычислительную трудоёмкость определения интегральных характеристик.

Расчётные эксперименты показали определённую статистическую устойчивость и универсальность моделирующих факторов, что позволяет с достаточной точностью реконструировать изменение анализируемых параметров электрических режимов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: электрические нагрузки, многорежимность, статистическое моделирование, факторный анализ, метод главных компонент, неравномерность нагрузок и количество факторов.

Оглавление

Аннотация	2
Введение.....	5
1. Значение интегральных характеристик для анализа функционирования распределительных электрических сетей.....	9
1.1. Характеристика распределительных электрических сетей. Их значение в электроэнергетической системе	9
1.2. Расчёт и анализ интегральных характеристик режимов распределительных электрических сетей.....	10
2. Моделирование электрических нагрузок электроэнергетических систем.....	12
2.1. Общая характеристика задач	12
2.2. Вероятностно-статистическое моделирование	13
2.2.1. Понятия и определение основных числовых характеристик модели.....	14
2.2.2. Основные числовые характеристики модели на примере двухузловой электроэнергетической системы	16
2.2.3. Матрица корреляционных моментов. Составление и её основные свойства	18
2.2.4. Составление матрицы корреляционных моментов на примере двухузловой электроэнергетической системы	19
2.2.5. Характеристическое уравнение матрицы корреляционных моментов. Получение собственных значений	24
2.2.6. Полиномы высших степеней. Способы составления характеристического уравнения и методы вычисления собственных значений	27
2.2.7. Теорема Абея - Руфини	31
2.2.8. Определение собственных чисел и векторов на примере двухузловой электроэнергетической системы.....	32
2.2.9. Обратный ход составления матрицы корреляционных моментов.....	38
2.2.10. Вклад собственных значений в общую дисперсию.....	40
3. Факторный анализ электрических нагрузок.....	43
3.1. Основные понятия факторного анализа	43
3.2. Применение факторного анализа при решении задач электроэнергетики	45
3.3. Моделирование электрических нагрузок методом главных компонент ..	50

3.4. Реконструкция графиков электрических нагрузок с помощью средневзвешенного моделирующего коэффициента	54
4. Моделирование значений электрических нагрузок методом главных компонент на примере типовых суточных графиков.....	59
4.1. Преимущества и перспективы метода главных компонент для моделирования параметров электрических нагрузок реальных электрических сетей.....	59
4.2. Типовые графики электрических нагрузок	60
4.3. Статистический анализ и моделирование электропотребления набора типовых отраслевых графиков различных отраслей промышленности	62
4.3.1. Статистическое моделирования электрических нагрузок совокупности $n=22$ графиков	62
4.3.2. Статистическое моделирования электрических нагрузок, обладающих высокой неравномерностью	76
4.3.3. Статистическое моделирования электрических нагрузок совокупности $n=10$ графиков	78
4.4. Рекомендуемое число моделирующих факторов для интервалов высокой и низкой неравномерности графиков электрических нагрузок	79
4.5. Реализация процесса моделирования электрических нагрузок в программном вычислительном комплексе Mathcad.....	81
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	86
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	87
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Статистическое моделирования электрических нагрузок совокупности $n=22$ графиков	92
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Статистическое моделирования электрических нагрузок, обладающих высокой неравномерностью	104
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Статистическое моделирования электрических нагрузок совокупности $n=10$ графиков	109
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Статистическое моделирования электрических нагрузок совокупности $n=15$ графиков	114
ПРИЛОЖЕНИЕ Д. Статистическое моделирования электрических нагрузок совокупности $n=20$ графиков	118
ПРИЛОЖЕНИЕ Е. Характеристики графиков электрических нагрузок и минимальное количество ортогональных графиков для моделирования	121

Введение

Данная диссертационная работа выполнена в рамках научного направления «Статистическое моделирование электрических нагрузок в задачах определения интегральных характеристик и оптимальной компенсации реактивной мощности систем распределения электрической энергии», разрабатываемого на кафедре «Электрические станции и электроэнергетические системы» Сибирского федерального университета.

Актуальность темы диссертации. Электроэнергетика является основой функционирования экономики и жизнеобеспечения. В технологическом смысле электроэнергетика представляет собой единый технологический процесс производства, передачи, распределения и потребления электроэнергии. Одной из первых задач в современной энергетике является повышение эффективности электросетевого комплекса и снижение потерь электроэнергии. Её решение требует углубленного и комплексного подхода во всех направлениях энергетической политики: технической, инновационной, инвестиционной, обслуживающей и др. (Подробнее в статье А.В. Мольский, Т.В. Рябин. «Система управления энергоэффективностью» (Энергия единой сети. - 2015. - № 3, С. 4-14)). Электроэнергетика должна обеспечивать надёжность и бесперебойность энергоснабжения; качество поставляемой электроэнергии; доступность в использовании. Для достижения результатов надлежащего качества необходимо, чтобы проводимые мероприятия были адресными и охватывали всю совокупность действующих факторов: режимные характеристики; состав оборудования, его характеристики и загрузка; особенности схемных решений; характеристики потребителей и многое другое. Для выявления проблем и оптимальных путей их решений производятся энергетические обследования во всех структурных составляющих.

При управлении и решении комплекса задач эксплуатации и краткосрочного планирования развития электроэнергетических систем (ЭЭС), необходимо знать интегральные характеристики множества электрических режимов (многорежимности), учитывая изменение исследуемых параметров. К основным интегральным характеристикам электрических режимов относятся: электропотребление, потери электроэнергии, диапазоны изменения напряжений, перетоки мощности, выработка электроэнергии за определённый период, суммарный расход топлива, себестоимость электроэнергии и др. Получение такой информации производится системами контроля и управления электропотреблением. Информация накапливается в базах данных, где её упорядочивают, обрабатывают и структурируют для дальнейшей работы (типовые графики, структурные единицы, математические модели). Но работа с данными предполагает большой объем. Следовательно, анализ данных трудоёмкий и требует более удобного, компактного представления для непосредственного практического применения.

Интегральные характеристики содержат как детерминированную, так и случайную вероятностно-статистическую составляющие, следовательно, перспективу в этом направлении представляют методы, базирующиеся на идеях

теории вероятностей и математической статистики, которые позволяют определить интегральные параметры ЭС без проведения большого числа электрических расчётов всей совокупности электрических режимов. Характеристические данные представляют в виде математических моделей.

Применение методов теории вероятности и математической статистики в вопросах моделирования электрических нагрузок и управления электрическими режимами рассматривается в [1], [2] и остаётся актуальным в научной и производственной практиках [3 - 8] и [9 - 14].

Один из эффективных методов - факторный анализ нагрузок, в частности, метод главных компонент. Применение метода рассматривается в работах [15-17].

Исходными данными для составления вероятностно-статистической модели ЭЭС могут выступать средние значения нагрузок (математические ожидания) и их графики на расчётном временном интервале. Значения суточных графиков нагрузок узлов не сложно получить по данным сезонных замеров или по результатам замеров АИИС КУЭ. Преимущества метода главных компонент в том, что признаки исследуемого набора можно описать с помощью небольшого числа факторов. Такие факторы универсальные, обладают свойствами линейности и аддитивности, отражают характер изменения параметров и позволяют с достаточной точностью восстановить исходные значения. Для моделирования значений требуется значительно меньший объём информации. Количество факторов $M \ll n$.

Таким образом, процесс моделирования электрических нагрузок на основе метода главных компонент поможет компактно представить информацию о параметрах, усовершенствовать расчёт и анализ электрических режимов, не теряя информативности. А индивидуальный учёт особенностей электропотребителей позволит регулировать трудоёмкость вычислений.

Основные результаты исследований представлены в [18 - 21].

Цель работы: получение алгоритмов обработки значений электрических нагрузок с учётом многорежимности методами сжатого вероятностно-статистического моделирования.

Методы исследования. Для достижения поставленной цели использовались методы линейной алгебры; классический аппарат теории вероятностей и математической статистики, в частности, проблема собственных значений; метод статистических испытаний.

Научная новизна работы.

1. Впервые была установлена взаимосвязь между степенью заполнения графика электрических нагрузок, его неравномерностью и количеством моделирующих ортогональных графиков (факторов).

2. Разработан математический аппарат обработки матрицы корреляционных моментов и выделения ортогональных графиков для моделирования значений электрических нагрузок.

Практическая и теоретическая значимость.

Расчётные эксперименты показали определённую статистическую устойчивость моделирующих факторов Γ . Отмеченные свойства позволяют с достаточной точностью воспроизводить как наборы отраслевых графиков ЭН различной неравномерности, так и измерения (оценки) электропотребления, изменение анализируемых интегральных характеристик и параметров электрических режимов. Учёт особенностей характера графиков ЭН и условий моделирования позволяет предусмотреть индивидуальный подход и избирательность применения модели в алгоритмах учёта многорежимности. Снизить вычислительную трудоёмкость в зависимости от области неравномерности и плотности графиков ЭН с сохранением необходимой точности даёт возможность установленная численная взаимосвязь с количеством моделирующих ортогональных факторов. С ростом неравномерности и уменьшением заполненности ГЭН, количество факторов $\bar{\Gamma}$ возрастает от 1 до 5.

Положения, выносимые на защиту: методы статистической обработки матрицы корреляционных моментов электрических нагрузок; способ увеличения эффективности расчёта и анализа электрических режимов с учётом многорежимности.

Апробация работы:

- VII Международная молодёжная научно-техническая конференция «Электроэнергетика глазами молодежи –2016» (г.Казань);
- Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспектив Свободный-2016», посвящённая Году образования в Содружестве Независимых Государств. (г.Красноярск);
- XXI Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием «Энергетика: эффективность, надёжность, безопасность» (г. Томск);
- IV Всероссийская научно-техническая конференция студентов, магистрантов, аспирантов «Энергоэффективность и энергобезопасность производственных процессов» (г.Тольятти)

Публикации по теме диссертации. Основные результаты исследований по данной теме опубликованы в 4 печатных работах, в том числе рецензируемых научных изданиях:

1. Герасименко, А. А. Статистическое моделирование графиков электрических нагрузок / А. А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева, М.А. Пушмин // Энергетика: Эффективность, надёжность, безопасность: материалы XXI всероссийской научно-технической конференции / Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во «Скан», 2015. – 1 Т. — С. 117-120.
2. Герасименко, А.А. Применение факторной модели электрических нагрузок для избирательного учёта неравномерности электропотребления / А.А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева // Энергоэффективность и энергобезопасность производственных процессов: сборник трудов IV

Всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов, аспирантов 12-14 апреля 2016 г. — Тольятти: ТГУ, 2016. – С.53-57

3. Герасименко, А.А. Статистическое моделирование графиков электрических нагрузок высокой неравномерности / А.А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева // Электронный сборник материалов международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспектив-2016», посвящённой Году образования в Содружестве Независимых Государств. - Красноярск, 2016.
4. Герасименко, А.А. Применение факторной модели электрических нагрузок для избирательного учёта их неравномерности / А.А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева // Электроэнергетика глазами молодежи: труды VII международной научно-технической конференции 19-23 сентября 2016 года. - Казань: КГЭУ, 2016.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх основных разделов, заключения, списка использованных источников, включающего **61** наименование, **6** приложений. Материал изложен на **91** странице основного текста и **31** странице приложений.

В первой главе диссертации представлены основные характеристики распределительных электрических сетей и их роль в электроэнергетической системе. Раскрывается, что включает расчёт и анализ интегральных характеристик режимов, и какие требования и допущения выдвигаются.

Во второй главе описаны основные методы решения задач электроэнергетики, а именно, моделирования электрических нагрузок, включая обзор исследований данной темы отечественных и зарубежных авторов. Подробно описаны теоретические основы вероятностно-статистического моделирования электрических нагрузок. Рассмотрен принцип определения основных числовых характеристик модели на примере простейшей электроэнергетической системы.

В третьей главе показаны основы и преимущества факторного анализа электрических нагрузок, теоретические основы и применение метода главных компонент при моделировании.

В четвёртой главе применение методов факторного анализа для моделирования электроэнергетических нагрузок на основе данных типовых суточных графиков электропотребителей, широко используемых в практике проектирования и эксплуатации. Рассмотрены различные наборы схем и особенности моделирования. Приведена реализация процесса моделирования электрических нагрузок в программном вычислительном комплексе Mathcad.

1. Значение интегральных характеристик для анализа функционирования распределительных электрических сетей

1.1. Характеристика распределительных электрических сетей. Их значение в электроэнергетической системе

Распределительная электрическая сеть - совокупность электроустановок для передачи и распределения электрической энергии между пользователями электрической сети, состоящая из подстанций, распределительных устройств, токопроводов, воздушных и кабельных линий электропередачи, работающих на определенной территории. [22] Систему распределения электроэнергии составляют сети напряжением 6-150 (220) кВ, включающие в себя две-три ступени (уровня) напряжения с трансформациями ПС 110(150)/35/6-10 кВ или 220/35/6-10 кВ. Основное назначение распределительных сетей - доставка электроэнергии с номинальным напряжением 0,38–10 кВ непосредственно потребителям, распределение электроэнергии 6–110/0,38–35 кВ между подстанциями района электропотребления; сбор мощности, производимой небольшими станциями (теплофикационными и гидравлическими), электрическая нагрузка которых составляет десятки, иногда сотни мегаватт. [23] Мощность в распределительной сети, передаваемая на среднем напряжении (СН) составляет десятки мегаватт, сети НН доставляют мощности потребителям от нескольких сотен киловатт до нескольких мегаватт. Низковольтные или потребительские сети питают непосредственно аппараты промышленного или бытового назначения. Нагрузки, питаемые этими сетями 0,22-0,38 кВ (за исключением промышленных) имеют мощности от долей киловатт до нескольких киловатт, в промышленных сетях 0,38-0,66 кВ передаваемая мощность составляет от нескольких десятков и реже до нескольких сотен киловатт.

В современных условиях изменения в производственной, технологической сферах, организации быта и жизни населения (социальной, жилищной инфраструктуры), а также воздействие различных факторов (экономических, политических и др.) приводит к увеличению номинального напряжения распределительных сетей. Нельзя не отметить условность деления систем передачи и распределения ЭЭ по номинальному напряжению на системообразующие, протяжённые сети (системы передачи ЭЭ) и системы распределения электроэнергии.

Структура сети определяется их назначением. Во многом режимная специфика распределительных сетей определяется их конфигурацией. Конфигурация схемы сети зависит от взаимного расположения центров питания, приемных подстанций и от требований обеспечения надежности (резервирования) электроснабжения. Распределительные сети могут выполняться разомкнутыми и замкнутыми. При разомкнутой конфигурации — в виде радиальной и магистральной схем с одним центром питания (ЦП). Так, распределительные сети НН 0,38—35 кВ выполняют преимущественно разомкнутыми радиальной и магистральной конфигурации, получающими питание от одного или двух центров. В

отдельных случаях эти сети сооружаются как замкнутые, но эксплуатируемые в разомкнутом режиме (например, в городских сетях). [23]

Преимуществами разомкнутых сетей являются простая конфигурация схемы, низкая стоимость, минимальные затраты проводникового металла и оборудования, возможность присоединения подстанций по простейшим схемам.

Достоинствами замкнутых схем являются независимость потокораспределения от потоков сети высокого напряжения, отсутствие влияние токов коротких замыканий в прилегающих сетях, высокая надёжность электроснабжения. Сложно-замкнутые сети дороже радиально-магистральных, и их использование выгодно только при большой стоимости перерывов электроснабжения, например, в системах электроснабжения больших городов.

Расчёт, анализ режимов, защита и автоматика замкнутых сетей, управление ими - задачи более сложные, чем для разомкнутых сетей. Существенно отличается и режим работы разомкнутых сетей от режимов работы замкнутых сетей. Главными его особенностями являются сильная зависимость от режимов работы потребителей энергии, получающих питание от этой сети, и слабая зависимость от нагрузок других сетей. Большая часть распределительных сетей 110 кВ и практически все сети 35 кВ и ниже работают разомкнуто. Только в отдельных случаях, например в городских электрических сетях, эти сети сооружаются как замкнутые, а эксплуатируются как разомкнутые. По сравнению с замкнутыми основными сетями энергосистем для разомкнутых распределительных сетей характерны гораздо большее общее число элементов, меньшая полнота и достоверность информации о режимах работы, меньшая численность персонала, связанного с расчётами режимов, и меньшие возможности использования ЭВМ вследствие неопределённости исходной информации. [15]

1.2. Расчёт и анализ интегральных характеристик режимов распределительных электрических сетей

При расчёте и анализе режимов электрических сетей должны быть учтены основные характеристики их элементов (ЛЭП, трансформаторов и др.). Для управления электрическими сетями (ЭС), решения комплекса задач расчёта, анализа, прогнозирования и планирования режимов работы энергосистемы необходимо знать интегральные характеристики электрического режима: потери электроэнергии, диапазоны изменения напряжений в узлах, переток мощности в линиях, суммарный расход топлива, себестоимость электроэнергии, выработка энергии за определенный период и др. В том числе, важен учёт характеристики электрических нагрузок потребителей, которые часто представляются одним из важных параметров: активной P и реактивной Q мощностью.

Электрическая нагрузка (ЭН) - величина изменяющаяся. К примеру, мощность, потребляемая электроприёмниками, например электродвигателями, уменьшается или увеличивается с изменением загрузки приводимых в действие

рабочих машин (электрооборудования). Кроме того, с течением времени общая электрическая нагрузка увеличивается в связи с ростом степени электрификации производства и быта населения. Таким образом, загрузка элементов сети за суточный и годовой интервал времени претерпевает изменения, зависят от параметров электропотребителей, электрического режима: от величины (U) и частоты (f) приложенного напряжения. И представляют собой нетривиальные функции вида $P = \varphi(U, f, t)$ и $Q = \psi(U, f, t)$. Изменения параметров, как правило, носят вероятностный характер, которые подчиняются вероятностным законам. И поскольку значение электрической нагрузки зависит от многих факторов, в задачах моделирования, проектирования и эксплуатации, будем считать как случайную величину.

Изменение нагрузки в функции напряжения или частоты имеет причинно-обусловленную детерминированную и случайную вероятностно-статистическую составляющие. Детерминированная составляющая обусловлена запрограммированным режимом работы регулирующих напряжение устройств. Детерминированный характер изменения ЭН проявляется в явно выраженной суточной (недельной, сезонной) закономерности, цикличности режима электропотребления, в наличии естественного прироста или изменения нагрузок, в зависимости нагрузки от дня недели или календарной даты. Случайная составляющая обусловлена непредсказуемыми изменениями величины, состава и режима электропотребления нагрузок.

Анализ процесса изменения нагрузок от U и f производится как в отдельных эксплуатационных расчётах (планирование режимов на интервале до одного года), так и в проектной постановке задач (планирование развития системы распределения ЭЭ на 1-5 лет). Однако, одновременный анализ процесса изменения нагрузок от указанных параметров представляется весьма сложным. При решении большинства задач проектирования и эксплуатации ЭЭС достаточно вместо четырехмерных зависимостей, оперировать двухмерными зависимостями изменения нагрузок во времени $S(t)$, от величины $S(U)$ и частоты $S(f)$ питающего напряжения.[23, с.148]

2. Моделирование электрических нагрузок электроэнергетических систем

2.1. Общая характеристика задач

Изучение электрических нагрузок, расчёт режима сети представляет собой сложные самостоятельные задачи. Это связано как с большим количеством элементов схемы замещения, так и с особенностями задания параметров, объёмом информации). Точность расчётов тем больше, чем больше опытных данных было использовано. Расчёт параметров «напрямую» классическим способом является очень трудоёмким и невозможным для учёта особенностей исследуемых характеристик. Вероятностные свойства ЭН просматриваются при использовании основных положений теории вероятности и математической статистики, в частности, теории случайных процессов, которая достаточно полно отражает природу изменения ЭН. Использование данных методов в задачах энергетики (проблема моделирования электрических нагрузок) подробно изучается. Применение вероятностных методов моделирования рассматриваются в работах: [4, 6, 7, 8] и др.

Для решения задач моделирования используют различные методы, среди которых можно выделить три основные группы в зависимости от используемого математического аппарата [24]:

- 1) статистические (вероятностные);
- 2) детерминированные (алгебраические);
- 3) комбинированные вероятностно-детерминированные.

Статистические модели получили наиболее широкое применение в задачах моделирования, прогнозирования процессов электропотребления. Статистический метод позволяет решать задачи электроэнергетики (например, определение потерь электроэнергии) и заключается в расчёте установившегося режима системы распределения ЭЭ для средних нагрузок и решению трёх–четырёх систем линейных уравнений с неизменной матрицей Якоби, при этом не требуется проведение поинтервальных расчётов режимов, что позволяет резко снизить трудоёмкость. Применение статистических методов решения ряда задач теории и практики в энергетике и иных областях рассматривают в работах авторов [4, 9, 25, 26].

Распространено использование детерминированного подхода, особенно в случае, когда отсутствует возможность получения представительных выборок для построения математических моделей. В таком методе требуется информация детерминированного (неизменного) характера (о составе, конфигурации и параметрах схемы). В отличие от статистического метода не учитывается неточность исходных данных при построении модели.

Распространение находят и математические модели, являющиеся комбинацией статистических и детерминированных моделей. Такие модели обеспечивают точность прогнозирования и учёт изменения электропотребления. Основы указанного моделирования рассмотрены [27].

Таким образом, выбор метода зависит от имеющейся исходной информации о нагрузках сети, режима её работы и особенностей оптимизационного алгоритма. Однако, кроме задачи выбора метода, центральной проблемой при определении интегральных характеристик электроэнергии является учёт многорежимности на заданном интервале времени, что усложняет процесс планирования электрических режимов.

2.2. Вероятностно-статистическое моделирование

Методы, базирующиеся на идеях теории вероятностей и математической статистики, позволяют определить интегральные параметры ЭС без проведения большого числа электрических расчётов всей совокупности режимов ЭС. Сущность метода статистического моделирования сводится к построению для процесса функционирования исследуемой системы некоторого моделирующего алгоритма, имитирующего поведение и взаимодействие элементов системы с учетом случайных входных воздействий и воздействий внешней среды. В результате статистического моделирования системы получается серия частных значений искомых величин или функций, статистическая обработка которых позволяет получить сведения о поведении реального объекта или процесса в произвольные моменты времени.

Погрешность моделирования зависит от числа испытаний (реализаций моделирующего алгоритма) N . Если количество N достаточно велико, то полученные результаты приобретают статистическую устойчивость и с достаточной точностью могут быть приняты в качестве оценок искомых характеристик процесса функционирования системы.

Теоретической основой метода статистического моделирования систем являются теоремы теории вероятностей. Множества случайных величин подчиняются определенным закономерностям, позволяющим не только прогнозировать их поведение, но и количественно оценить некоторые средние их характеристики, проявляющие определенную устойчивость. [28, с. 107].

2.2.1. Понятия и определение основных числовых характеристик модели

Числовые характеристики позволяют выразить в сжатой форме наиболее существенные особенности случайных величин, что не вызывает необходимости описывать случайную величину всей совокупностью параметров. Усредненные числовые (точечные) характеристики в сжатой форме дают представление об её свойствах. Такие величины называют моментами [29, 30]. Основными из них являются математическое ожидание, дисперсия, коэффициент вариации.

Первый момент случайной величины носит название математического ожидания, он определяется для непрерывной случайной величины по формуле

$$M(x) = MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx,$$

где $f(x)$ – дифференциальная функция распределения.

Моменты дискретных случайных величин находятся аналогично непрерывным с заменой операции интегрирования суммированием.

$$MX = M[X] = \sum_{i=1}^d x_i \cdot p_i,$$

где $p_i = \frac{m_i}{N}$ – частота появления набора величин m_i ($m_i \in N$).

При $\overline{m_i} = \text{const}$, $i \in N$, $N = m \cdot n = n$, математическое ожидание вырождается в среднееарифметическое – статистическое среднее.

$$M[x] = x_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

При дальнейшем исследовании и решении задач электроэнергетики обозначим количество замеров n равное количеству интервалов замеров как d . ($n \approx d$)

$$MX = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i \tag{2.1}$$

Математическое ожидание является средним значением – центром случайной величины, около которого происходит разброс возможных её значений.

Свойства математического ожидания:

1. Математическое ожидание постоянной величины C равно этой величине

$$M(C) = C \cdot 1 = C$$

2. Математическое ожидание суммы (разности) двух или нескольких случайных величин равно сумме (разности) их математических ожиданий:

$$M(X \pm Y) = M(X) \pm M(Y)$$

3. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ожиданий

$$M(X \cdot Y) = M(X) \cdot M(Y)$$

Часто для вычисления числовых характеристик параметры отличаются по размерности, тогда прибегают к операции вычитания математического ожидания из значений случайной величины, которая называется центрированием, а сама величина центрированной

$$X' = X - MX = \Delta X \quad (2.2)$$

Центрированная случайная величина показывает отклонение от математического ожидания. Заметим, что математическое ожидание центрированной величины равно нулю.

Вторым собственным моментом случайной величины является дисперсия – математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от математического ожидания:

$$DX = \sigma_x^2 = D[X] = M(X^2) - [M(X)]^2 = M[(X - MX)^2] \approx \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (x_i - \bar{X})^2 \quad (2.3)$$

При различных частотах появления случайной величины дисперсия примет вид:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n p_i (X_i - MX)^2.$$

Для непрерывной случайной величины

$$\sigma_x^2 = \int_a^b (X_i - MX) f(x) dx.$$

С тем, чтобы такую оценку разброса сопоставлять с анализируемой величиной, от дисперсии переходят к среднеквадратичной величине, имеющей ту же размерность

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - MX)^2}.$$

Дисперсия случайной величины есть характеристика рассеивания, разбросанности значений случайной величины около её математического ожидания.

Свойства дисперсии:

1. Дисперсия постоянной величины равна нулю.

$$D(C) = 0$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат

$$D(CX) = C^2 D(X)$$

3. Дисперсия суммы (разности) двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин:

$$D(X \pm Y) = D(X) + D(Y).$$

2.2.2. Основные числовые характеристики модели на примере двухузловой электроэнергетической системы

На примере электроэнергетической системы, представленной на (рис.2.1), составим вероятностно-статистическую модель и выделим её основные числовые характеристики.

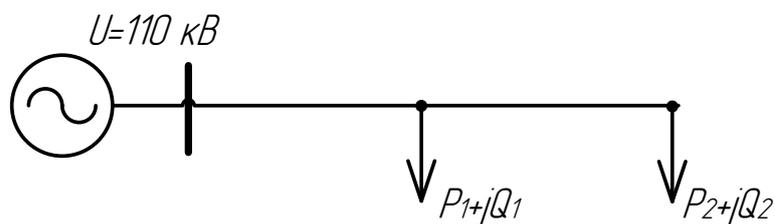


Рис.2.1. Схема ЭЭС

Исходными данными для составления вероятностно-статистической модели ЭЭС выступают средние значения нагрузок (математические ожидания) и их графики на расчётном временном интервале.

Основным источником информации о суточных графиках нагрузок узлов служат данные замеров измерительных комплексов (либо данные сезонных замеров, которые обычно проводятся в ЭЭС два раза в год (зимний максимум и летний минимум нагрузок)). Помимо этих сведений для составления модели электрических нагрузок для рассматриваемого интервала могут быть использованы данные об энергии, потреблённой узлом за соответствующий период, которые более доступны и достоверны, чем мгновенные значения нагрузок узлов.

Графики электрических нагрузок представлены на (рис. 2.2).

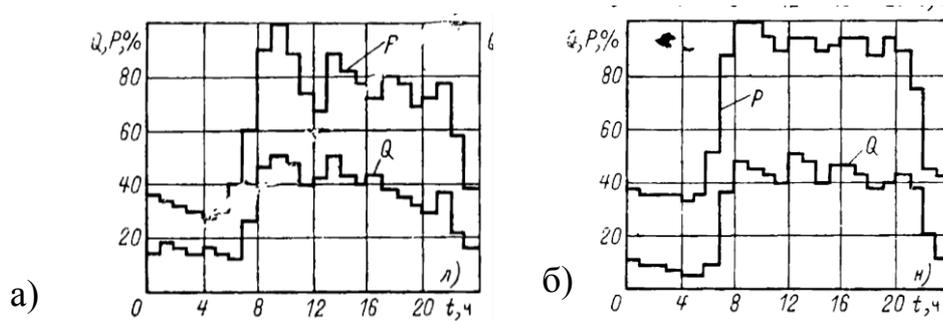


Рис.2.2. Графики электрических нагрузок: а) потребитель 1; б) потребитель 2.

Представим исходные данные в виде матрицы (2.4)

$$X = \begin{bmatrix} 30,0 & 18,0 & 38,0 & 10,0 \\ 40,0 & 22,0 & 63,0 & 8,00 \\ 87,0 & 46,0 & 95,0 & 45,0 \\ 81,0 & 43,0 & 91,0 & 42,0 \\ 78,0 & 35,0 & 90,0 & 40,0 \\ 58,0 & 28,0 & 66,0 & 26,0 \end{bmatrix} = [\bar{X}_1 \quad \bar{X}_2 \quad \bar{X}_3 \quad \bar{X}_4] \quad (2.4)$$

Матрица исходных значений имеет размерность $n \times m = 4 \times 6$, где $n - [\bar{X}_1 \quad \bar{X}_2 \quad \bar{X}_3 \quad \bar{X}_4]$ - изменение параметров активной и реактивной мощностей нагрузки узлов P_1, Q_1, P_2, Q_2 соответственно;

m – число рассматриваемых интервалов времени $d = 6$.

Тогда математическая модель рассматриваемой схемы ЭЭС (рис.2.1) в соответствии с формулами (2.1-2.3) характеризуется статистическими параметрами:

Математическое ожидание нагрузок:

$$\begin{aligned} MP_1 &= \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d P_i = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 P_{1i} = 62,33; & MQ_1 &= \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d Q_i = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 Q_{1i} = 32,0; \\ MP_2 &= \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d P_i = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 P_{2i} = 73,83; & MQ_2 &= \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d Q_i = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 Q_{2i} = 28,5. \end{aligned}$$

Таблица 2.1. Центрированные величины активной (реактивной) мощности, соответствующие графикам нагрузки в i -м узле для каждого рассматриваемого интервала времени

Номер интервала времени	P_{1j}	ΔP_{1j}	Q_{1j}	ΔQ_{1j}	P_{2j}	ΔP_{2j}	Q_{2j}	ΔQ_{2j}
1	30,00	-32,33	18,00	-14,00	38,00	-35,83	10,00	-18,50
2	40,00	-22,33	22,00	-10,00	63,00	-10,83	8,00	-20,50
3	87,00	24,67	46,00	14,00	95,00	21,17	45,00	16,50
4	81,00	18,67	43,00	11,00	91,00	17,17	42,00	13,50
5	78,00	15,67	35,00	3,00	90,00	16,17	40,00	11,50
6	58,00	-4,33	28,00	-4,00	66,00	-7,83	26,00	-2,50
<i>MX</i>	62,33	0,00	32,0	0,00	73,83	0,00	28,5	0,00

2.2.3. Матрица корреляционных моментов. Составление и её основные свойства

Одним из важных этапов вероятностно-статистического моделирования является корреляционный анализ. Главная задача корреляционного анализа - оценка взаимосвязи между переменными величинами на основе выборочных данных.

На переменную может влиять не только взаимодействующая переменная, но и множество других факторов. Влияние, даже через цепочку факторов, сказывается на результатах при анализе. Изучение корреляционной связи позволяет:

- 1) Измерить тесноту связи;
- 2) Построить корреляционную модель и оценить её параметры;
- 3) Проверить значимость параметров связи;
- 4) Интервально оценить параметры связи.

Электрические нагрузки являются величиной переменной, претерпевающей изменения, зависящие от величины напряжения, частоты, типа потребителя и др. Изменение параметров (нагрузки) одной из станции может сказываться на параметрах всей ЭЭС (распределении ЭЭ, мощности и др.), что свидетельствует о тесной взаимосвязи как параметров внутри потребителя, так и со всей электроэнергетической системой в целом. Это влияние и соответствующую зависимость между случайными величинами можно рассмотреть, используя методы корреляционного анализа, что точно отражается в понятии корреляции.

Корреляция – это статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин. При этом изменения значений одной из нескольких величин сопутствуют систематическому изменению значений других величин. Данная зависимость выражается через коэффициент корреляции [31]. Значение коэффициента корреляции находится в интервале: $-1,00 \leq k \leq 1,00$.

Положительное или отрицательное значение говорит о прямой или обратной зависимости. Если k отличается от 0 - величины взаимосвязаны, тесноту взаимосвязи называют коррелирование.

Корреляционный момент является количественной характеристикой связи между случайными величинами X и Y , обладающими двумерной плотностью распределения $f(x,y)$ и вычисляется по формуле

$$k(X,Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x-MX)(y-MY)f(x,y)dx dy ,$$

В данном случае (рис. 2.1) рассматривается дискретная система с количеством замеров d , оценка корреляционного момента находится по формуле

$$k(X,Y) \approx \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (x_i - \bar{X}) \cdot (y_i - \bar{Y}) = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (X_i - MX) \cdot (Y_i - MY) \quad (2.5)$$

Если в d точках оценивается n случайных величин X_1, X_2, \dots, X_n , то совокупность корреляционных моментов образует матрицу корреляционных моментов (МКМ) $k(X)$, на диагонали которой находятся дисперсии DX (2.3)

$$k(X,X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - MX)(X_i - MX) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - MX)^2 = \sigma_x^2$$

Матрица симметрична $k_{ij} = k_{ji}$, её отдельные элементы равны.

$$K(X) = \begin{bmatrix} \sigma^2 X_1 & k(X_1 X_2) & \dots & k(X_1 X_n) \\ k(X_2 X_1) & \sigma^2 X_2 & \dots & k(X_2 X_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k(X_n X_1) & k(X_n X_2) & \dots & \sigma^2 X_n \end{bmatrix}$$

Представление в виде двумерных матриц является наглядной и действенной формой обобщения свойств случайных величин.

2.2.4. Составление матрицы корреляционных моментов на примере двухузловой электроэнергетической системы

Составим матрицу корреляционных моментов для рассматриваемой ЭЭС. (рис. 2.1) По полученной выборке нагрузок (таблица 2.1) ниже представлен подробный расчёт дисперсии нагрузок $\sigma^2 P_i, \sigma^2 Q_i$ и взаимных корреляционных моментов $k(P_i, Q_i), k(P_i, P_j), k(Q_i, Q_j)$, характеризующих степень статистической связи между случайными отклонениями нагрузок различных узлов от своих математических ожиданий по формулам (2.3), (2.5).

Дисперсии вероятностно-статистической модели ЭЭС:

$$\sigma^2 P_i = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (P_i - MP_i)^2; \quad \sigma^2 Q_i = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (Q_i - MQ_i)^2, \quad i = \overline{1, n};$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 P_1 &= \frac{1}{d} [(P_{11} - MP_1)^2 + (P_{12} - MP_1)^2 + (P_{13} - MP_1)^2 + \\ &+ (P_{14} - MP_1)^2 + (P_{15} - MP_1)^2 + (P_{16} - MP_1)^2] = \\ &= \frac{1}{6} [(30,0 - 62,3)^2 + (40,0 - 62,3)^2 + (87,0 - 62,3)^2 + (81,0 - 62,3)^2 + \\ &+ (78,0 - 62,3)^2 + (58,0 - 62,3)^2] = 460,9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 P_2 &= \frac{1}{d} [(P_{21} - MP_2)^2 + (P_{22} - MP_2)^2 + (P_{23} - MP_2)^2 + \\ &+ (P_{24} - MP_2)^2 + (P_{25} - MP_2)^2 + (P_{26} - MP_2)^2] = \\ &= \frac{1}{6} [(38,0 - 73,8)^2 + (63,0 - 73,8)^2 + (95,0 - 73,8)^2 + (91,0 - 73,8)^2 + \\ &+ (90,0 - 73,8)^2 + (66,0 - 73,8)^2] = 411,1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 Q_1 &= \frac{1}{d} [(Q_{11} - MQ_1)^2 + (Q_{12} - MQ_1)^2 + (Q_{13} - MQ_1)^2 + \\ &+ (Q_{14} - MQ_1)^2 + (Q_{15} - MQ_1)^2 + (Q_{16} - MQ_1)^2] = \\ &= \frac{1}{6} [(18,0 - 32,0)^2 + (22,0 - 32,0)^2 + (46,0 - 32,0)^2 + (43,0 - 32,0)^2 + \\ &+ (35,0 - 32,0)^2 + (28,0 - 32,0)^2] = 106,3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 Q_2 &= \frac{1}{d} [(Q_{21} - MQ_2)^2 + (Q_{22} - MQ_2)^2 + (Q_{23} - MQ_2)^2 + \\ &+ (Q_{24} - MQ_2)^2 + (Q_{25} - MQ_2)^2 + (Q_{26} - MQ_2)^2] = \\ &= \frac{1}{6} [(10,0 - 28,5)^2 + (8,00 - 28,5)^2 + (45,0 - 28,5)^2 + (42,0 - 28,5)^2 + \\ &+ (40,0 - 28,5)^2 + (26,0 - 28,5)^2] = 225,9. \end{aligned}$$

Корреляционные моменты электрических нагрузок ЭЭС:

$$k(P_i Q_j) = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (P_i - MP_i)(Q_j - MQ_j), \quad i, j = \overline{1, n};$$

$$k(P_i P_j) = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (P_i - MP_i)(P_j - MP_j), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad i \neq j;$$

$$k(Q_i Q_j) = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d (Q_i - MQ_i)(Q_j - MQ_j), \quad i, j = \overline{1, n}, \quad i \neq j;$$

$$\begin{aligned} k(P_1, P_2) &\approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{ik} - MP_i) \cdot (P_{jk} - MP_j) = \frac{1}{6} [(P_{11} - MP_1)(P_{21} - MP_2) + \\ &+ (P_{12} - MP_1)(P_{22} - MP_2) + (P_{13} - MP_1)(P_{23} - MP_2) + (P_{14} - MP_1)(P_{24} - MP_2) + \\ &+ (P_{15} - MP_1)(P_{25} - MP_2) + (P_{16} - MP_1)(P_{26} - MP_2)] = \\ &= \frac{1}{6} [(30, 0-62, 3)(38, 0-73, 8) + (40, 0-62, 3)(63, 0-73, 8) + \\ &+ (81, 0-62, 3)(91, 0-73, 8) + (78, 0-62, 3)(90, 0-73, 8) + (58, 0-62, 3)(66, 0-73, 8)] = \\ &= 421, 7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k(P_2, P_1) &\approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{ik} - MP_i) \cdot (P_{jk} - MP_j) = k(P_1, P_2) = \frac{1}{6} [(P_{11} - MP_1)(P_{21} - MP_2) + \\ &+ (P_{12} - MP_1)(P_{22} - MP_2) + (P_{13} - MP_1)(P_{23} - MP_2) + (P_{14} - MP_1)(P_{24} - MP_2) + \\ &+ (P_{15} - MP_1)(P_{25} - MP_2) + (P_{16} - MP_1)(P_{26} - MP_2)] = 421, 7 \\ &+ (P_{16} - MP_1)(P_{26} - MP_2) = 421, 7; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k(P_1, Q_1) &\approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{ik} - MP_i) \cdot (Q_{ik} - MQ_i) = \frac{1}{6} [(P_{11} - MP_1)(Q_{11} - MQ_1) + \\ &+ (P_{12} - MP_1)(Q_{12} - MQ_1) + (P_{13} - MP_1)(Q_{13} - MQ_1) + (P_{14} - MP_1)(Q_{14} - MQ_1) + \\ &+ (P_{15} - MP_1)(Q_{15} - MQ_1) + (P_{16} - MP_1)(Q_{16} - MQ_1)] = \frac{1}{6} [(30, 0-62, 3)(18, 0-32, 0) + \\ &+ (40, 0-62, 3)(22, 0-32, 0) + (87, 0-62, 3)(46, 0-32, 0) + (81, 0-62, 3)(43, 0-32, 0) + \\ &+ (78, 0-62, 3)(35, 0-32, 0) + (58, 0-62, 3)(28, 0-32, 0)] = 215, 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k(P_1, Q_2) &\approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{ik} - MP_i) \cdot (Q_{jk} - MQ_j) = \\ &= \frac{1}{6} [(P_{11} - MP_1)(Q_{21} - MQ_2) + (P_{12} - MP_1)(Q_{22} - MQ_2) + (P_{13} - MP_1)(Q_{23} - MQ_2) + \\ &+ (P_{14} - MP_1)(Q_{24} - MQ_2) + (P_{15} - MP_1)(Q_{25} - MQ_2) + (P_{16} - MP_1)(Q_{26} - MQ_2)] = \\ &= \frac{1}{6} [(30, 0-62, 3)(10, 0-28, 5) + (40, 0-62, 3)(8, 00-28, 5) + \\ &+ (87, 0-62, 3)(45, 0-28, 5) + (81, 0-62, 3)(42, 0-28, 5) + (78, 0-62, 3)(40, 0-28, 5) + \\ &+ (58, 0-62, 3)(26, 0-28, 5)] = 317, 7; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(P_2, Q_1) &\approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{jk} - MP_j) \cdot (Q_{ik} - MQ_i) = \frac{1}{6} [(P_{21} - MP_2)(Q_{11} - MQ_1) + \\
&+ (P_{22} - MP_2)(Q_{12} - MQ_1) + (P_{23} - MP_2)(Q_{13} - MQ_1) + (P_{24} - MP_2)(Q_{14} - MQ_1) + \\
&+ (P_{25} - MP_2)(Q_{15} - MQ_1) + (P_{26} - MP_2)(Q_{16} - MQ_1)] = \\
&= \frac{1}{6} [(38,0-73,8)(18,0-32,0) + (63,0-73,8)(22,0-32,0) + (95,0-73,8)(46,0-32,0) + \\
&+ (91,0-73,8)(43,0-32,0) + (90,0-73,8)(35,0-32,0) + (66,0-73,8)(28,0-32,0)] = \\
&= 195,8.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(P_2, Q_2) &\approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{jk} - MP_j) \cdot (Q_{jk} - MQ_j) = \frac{1}{6} [(P_{21} - MP_2)(Q_{21} - MQ_2) + \\
&+ (P_{22} - MP_2)(Q_{22} - MQ_2) + (P_{23} - MP_2)(Q_{23} - MQ_2) + (P_{24} - MP_2)(Q_{24} - MQ_2) + \\
&+ (P_{25} - MP_2)(Q_{25} - MQ_2) + (P_{26} - MP_2)(Q_{26} - MQ_2)] = \frac{1}{6} [(38,0-73,8)(10,0-28,5) + \\
&+ (63,0-73,8)(8,00-28,5) + (95,0-73,8)(45,0-28,5) + (91,0-73,8)(42,0-28,5) + \\
&+ (90,0-73,8)(40,0-28,5) + (66,0-73,8)(26,0-28,5)] = 278,6;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(Q_1, P_1) &= k(P_1, Q_1) \approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{ik} - MP_i) \cdot (Q_{ik} - MQ_i) = \\
&= \frac{1}{6} [(P_{11} - MP_1)(Q_{11} - MQ_1) + (P_{12} - MP_1)(Q_{12} - MQ_1) + (P_{13} - MP_1)(Q_{13} - MQ_1) + \\
&+ (P_{14} - MP_1)(Q_{14} - MQ_1) + (P_{15} - MP_1)(Q_{15} - MQ_1) + (P_{16} - MP_1)(Q_{16} - MQ_1)] = 215,2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(Q_1, P_2) &= k(P_2, Q_1) \approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{jk} - MP_j) \cdot (Q_{ik} - MQ_i) = \frac{1}{6} [(P_{21} - MP_2)(Q_{11} - MQ_1) + \\
&+ (P_{22} - MP_2)(Q_{12} - MQ_1) + (P_{23} - MP_2)(Q_{13} - MQ_1) + (P_{24} - MP_2)(Q_{14} - MQ_1) + \\
&+ (P_{25} - MP_2)(Q_{15} - MQ_1) + (P_{26} - MP_2)(Q_{16} - MQ_1)] = 195,8;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(Q_2, P_1) &= k(P_1, Q_2) \approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{ik} - MP_i) \cdot (Q_{jk} - MQ_j) = \frac{1}{6} [(P_{11} - MP_1)(Q_{21} - MQ_2) + \\
&+ (P_{12} - MP_1)(Q_{22} - MQ_2) + (P_{13} - MP_1)(Q_{23} - MQ_2) + (P_{14} - MP_1)(Q_{24} - MQ_2) + \\
&+ (P_{15} - MP_1)(Q_{25} - MQ_2) + (P_{16} - MP_1)(Q_{26} - MQ_2)] = 317,7;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(Q_2, P_2) &= k(P_2, Q_2) \approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (P_{jk} - MP_j) \cdot (Q_{jk} - MQ_j) = \frac{1}{6} [(P_{21} - MP_2)(Q_{21} - MQ_2) + \\
&+ (P_{22} - MP_2)(Q_{22} - MQ_2) + (P_{23} - MP_2)(Q_{23} - MQ_2) + (P_{24} - MP_2)(Q_{24} - MQ_2) + \\
&+ (P_{25} - MP_2)(Q_{25} - MQ_2) + (P_{26} - MP_2)(Q_{26} - MQ_2)] = 278,6;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(Q_1, Q_2) &\approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (Q_{ik} - MQ_i) \cdot (Q_{jk} - MQ_j) = \frac{1}{6} [(Q_{11} - MQ_1)(Q_{21} - MQ_2) + \\
&+ (Q_{12} - MQ_1)(Q_{22} - MQ_2) + (Q_{13} - MQ_1)(Q_{23} - MQ_2) + (Q_{14} - MQ_1)(Q_{24} - MQ_2) + \\
&+ (Q_{15} - MQ_1)(Q_{25} - MQ_2) + (Q_{16} - MQ_1)(Q_{26} - MQ_2)] = \frac{1}{6} [(18,0-32,0)(10,0-28,5) + \\
&+ (22,0-32,0)(8,00-28,5) + (46,0-32,0)(45,0-28,5) + (43,0-32,0)(42,0-28,5) + \\
&+ (35,0-32,0)(40,0-28,5) + (28,0-32,0)(26,0-28,5)] = 148,0; \\
k(Q_2, Q_1) &= k(Q_1, Q_2) \approx \frac{1}{d} \sum_{k=1}^d (Q_{ik} - MQ_i) \cdot (Q_{jk} - MQ_j) = \frac{1}{6} [(Q_{11} - MQ_1)(Q_{21} - MQ_2) + \\
&+ (Q_{12} - MQ_1)(Q_{22} - MQ_2) + (Q_{13} - MQ_1)(Q_{23} - MQ_2) + (Q_{14} - MQ_1)(Q_{24} - MQ_2) + \\
&+ (Q_{15} - MQ_1)(Q_{25} - MQ_2) + (Q_{16} - MQ_1)(Q_{26} - MQ_2)] = 148,0;
\end{aligned}$$

где i, j - номера узлов;

n - количество узлов ЭС;

P_i, Q_i - нагрузка узла i для часа (интервала);

d - количество интервалов осреднения суточного графика нагрузки;

MP_i, MQ_i - оценки математического ожидания нагрузок P_i, Q_i для периода замеров T .

Дисперсии и корреляционные моменты нагрузок составляют симметричную матрицу корреляционных моментов (МКМ) мощностей размерностью $2n \times 2n$

$$\begin{aligned}
K(P, Q) &= \begin{bmatrix} K(P, P) & K(P, Q) \\ K(Q, P) & K(Q, Q) \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^2 P_1 & k(P_1 P_2) & \dots & k(P_1 P_n) \\ k(P_2 P_1) & \sigma^2 P_2 & \dots & k(P_2 P_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k(P_n P_1) & k(P_n P_2) & \dots & \sigma^2 P_n \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} k(P_1 Q_1) & k(P_1 Q_2) & \dots & k(P_1 Q_n) \\ k(P_2 Q_1) & k(P_2 Q_2) & \dots & k(P_2 Q_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k(P_n Q_1) & k(P_n Q_2) & \dots & k(P_n Q_n) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k(P_1 Q_1) & k(P_1 Q_2) & \dots & k(P_1 Q_n) \\ k(P_2 Q_1) & k(P_2 Q_2) & \dots & k(P_2 Q_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k(P_n Q_1) & k(P_n Q_2) & \dots & k(P_n Q_n) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma^2 Q_1 & k(Q_1 Q_2) & \dots & k(Q_1 Q_n) \\ k(Q_2 Q_1) & \sigma^2 Q_2 & \dots & k(Q_2 Q_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k(Q_n Q_1) & k(Q_n Q_2) & \dots & \sigma^2 Q_n \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
K(P, Q) &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 460,9 & 421,7 \\ 421,7 & 411,1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 215,2 & 317,7 \\ 195,8 & 278,6 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 215,2 & 195,8 \\ 317,7 & 278,6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 106,3 & 148,0 \\ 148,0 & 225,9 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \tag{2.6}
\end{aligned}$$

2.2.5. Характеристическое уравнение матрицы корреляционных моментов. Получение собственных значений

Если из диагональных элементов определителя матрицы K вычесть некую величину λ , полученная матрица будет иметь название характеристического определителя и в общем виде представляется как

$$\det(K - \lambda E) = \begin{vmatrix} k_{11} - \lambda & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} - \lambda & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} - \lambda \end{vmatrix},$$

где E – единичная матрица той же размерности, что и матрица K .

В развернутом виде $\det(K - \lambda E)$ – многочлен n -ой степени, и называется характеристическим уравнением, либо характеристическим многочленом –

$$p(\lambda) = (-1)^n \cdot \det(K - \lambda E).$$

Из условия равенства нулю определителя этой системы можно найти собственные значения матрицы K , вычислив все различные корни характеристического уравнения

$$|K - \lambda E| = 0$$

Собственные значения могут оказаться вещественными различными, вещественными кратными и комплексные числа. Собственным числом (или собственным значением) квадратной матрицы K называется число λ такое, что система уравнений (2.7) имеет ненулевое решение \bar{X} .

$$K\bar{W} = \lambda\bar{W} \tag{2.7}$$

Ненулевой вектор \bar{W} называется собственным вектором матрицы K ,

Векторное равенство (2.7) может быть записано в виде матричного уравнения:

$$(K - \lambda E) \cdot \bar{W} = 0$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} - \lambda & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} - \lambda & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} - \lambda \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

или в виде линейной однородной системы:

$$\begin{cases} (k_{11}-\lambda)x_1 + k_{12}x_2 + \dots + k_{1n}x_n = 0 \\ k_{21}x_1 + (k_{22}-\lambda)x_2 + \dots + k_{2n}x_n = 0 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ k_{n1}x_1 + k_{n2}x_2 + \dots + (k_{nn}-\lambda)x_n = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Собственный вектор \overline{W} является нетривиальным (ненулевым) решением однородной системы уравнений (2.8). Совокупность собственных векторов образуют линейно независимую систему.

Каждому собственному значению соответствует хотя бы один собственный вектор, так как однородная система, определитель которой равен нулю, имеет хотя бы одно ненулевое решение.

Условимся, что далее под собственным значением матрицы будем понимать совокупность собственного числа и собственного вектора этой матрицы.

Свойства собственных значений МКМ:

1) $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n k_{ii}$ - сумма собственных чисел равна сумме диагональных элементов МКМ;

2) След матрицы K – это сумма элементов её главной диагонали

$$\text{tr}(K) = \sum_{i=1}^n k_{ii}.$$

След симметричной матрицы K равен сумме её собственных значений

$$\text{tr}(K) = \sum_{i=1}^n \lambda_i.$$

3) $\prod_{i=1}^n \lambda_i = \det K$ - величина произведения собственных чисел равна определителю МКМ;

4) $\text{rang } K = n$ - ранг МКМ равен числу неизвестных

5) Сумма квадратов нормированных собственных чисел равна единице

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{i_n}^2 = 1$$

6) Сумма квадратов составляющих каждого собственного вектора равна единице

7) Собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям, линейно независимы, т.е. обладают свойством ортогональности:

$$W_h^T \times W_f = 0 \text{ при } h \neq f;$$

$$W_h^T \times W_f = 1 \text{ при } h = f ;$$

$$W^T \times W = E .$$

- 8) Если матрица симметричная, т.е. $a_{i,j} = a_{j,i}$, $i, j = \overline{1..n}$, то собственные значения вещественные.
- 9) Если собственные векторы матрицы образуют базис, то в этом базисе матрица имеет диагональный вид, причем ее диагональными элементами являются собственные числа.
- 10) Если нормы векторов ортогонального базиса равны единице, то базис называется ортонормированным. Ортогональный базис можно нормировать, разделив каждую координату базисного вектора на его норму (длину).

Следствие свойств: Если в линейном пространстве R^n с базисом

$\overline{e_1}, \overline{e_2}, \dots, \overline{e_n}$ определено скалярное произведение двух векторов $\overline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ и

$\overline{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$ соотношением $(\overline{x}, \overline{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$, и если для каж-

дого элемента $\overline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ определена его норма (длина) $\|\overline{x}\|$ равенством

$$\|\overline{x}\| = \sqrt{(\overline{x}, \overline{x})} = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2} ,$$

то собственные векторы, соответствующие различным собственным значениям симметричной матрицы, будут попарно ортогональны, т.е. скалярные произведения любых двух таких собственных векторов будут равны нулю.

Если все собственные значения симметричной матрицы различны, то собственные векторы этой матрицы образуют ортогональный базис.

2.2.6. Полиномы высших степеней. Способы составления характеристического уравнения и методы вычисления собственных значений

Сложность характеристического уравнения зависит от сложности схемы. Порядок многочлена равен количеству переменных. Получить характеристический многочлен можно различными численными методами. В математических расчётах известны: метод алгебраических дополнений, метод Крылова, метод Данилевского – называемые прямыми методами [32], с. 261], [33], с. 209], метод непосредственного развёртывания. Выбор метода зависит от задачи и условий решения.

Вариантом составления характеристического уравнения из определителя матрицы 3×3 может быть правило «треугольника»

$$\det(K - \lambda E) = \begin{vmatrix} k_{11} - \lambda & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} - \lambda & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} - \lambda \end{vmatrix} = (k_{11} - \lambda)(k_{22} - \lambda)(k_{33} - \lambda) + k_{12}k_{23}k_{31} +$$

$$+ k_{13}k_{32}k_{21} - k_{13}k_{31}(k_{22} - \lambda) - k_{12}k_{21}(k_{33} - \lambda) - k_{23}k_{32}(k_{11} - \lambda) =$$

$$= (-1)^3 (\lambda^3 - p_1 \lambda^2 + p_2 \lambda - p_3) = 0,$$

здесь p_1 - сумма диагональных элементов матрицы K – след матрицы ($\text{Sp}K$)

$$p_1 = \text{Sp}K = k_{11} + k_{22} + k_{33};$$

коэффициент p_2 - сумма всех диагональных миноров второго порядка матрицы K

$$p_2 = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{22} & k_{23} \\ k_{32} & k_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{11} & k_{13} \\ k_{31} & k_{33} \end{vmatrix};$$

коэффициент p_3 - определитель матрицы K . $p_3 = \det(K)$

Аналогично, для матрицы размерностью $n > 3$ – метод непосредственного развёртывания: определитель $\det(K - \lambda E)$ разворачивается в многочлен n -ой степени по выражению:

$$D(\lambda) = (-1)^n (\lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} + p_2 \lambda^{n-2} - \dots + (-1)^n p_n),$$

где p_1 - сумма диагональных элементов матрицы K

$$p_1 = \text{Sp}K = \sum_{i=1}^n k_{ii};$$

p_2 - сумма всех диагональных миноров второго порядка матрицы K

$$p_2 = \sum_{\alpha < \beta} \begin{vmatrix} k_{\alpha\alpha} & k_{\alpha\beta} \\ k_{\beta\alpha} & k_{\beta\beta} \end{vmatrix};$$

p_3 - сумма всех диагональных миноров третьего порядка матрицы K

$$p_3 = \sum_{\alpha < \beta < \gamma} \begin{vmatrix} k_{\alpha\alpha} & k_{\alpha\beta} & k_{\alpha\gamma} \\ k_{\beta\alpha} & k_{\beta\beta} & k_{\beta\gamma} \\ k_{\gamma\alpha} & k_{\gamma\beta} & k_{\gamma\gamma} \end{vmatrix};$$

p_n - определитель матрицы K

$$p_n = \det(K); .$$

Число диагональных миноров k -го порядка матрицы K равно

$$C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}, \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad [33]$$

Метод непосредственного разворачивания очень трудоёмок и применяется при нахождении характеристических многочленов для матриц невысоких порядков [33, с. 209]

Решение характеристических уравнений второй и третьей степени не представляют больших затруднений, корни можно найти классическими методами - готовыми формулами математического анализа.

Полином высокой степени можно решить:

- методом разложения на множители левой части уравнения;
- вынесением общего множителя;
- подбором корней уравнения;
- методом введения новой переменной и др.

Однако, когда порядок матрицы $n \geq 4$ и достигает несколько десятков (и тем более сотен), что довольно часто при решении практических задач, решение прямыми вычислительными методами становится невозможным. Тогда прибегают к таким алгоритмам как: степенной метод, метод обратной итерации, QR-алгоритм и др. [32, с. 259]. Вычисление названными способами очень трудоёмкий процесс, в этом и заключается проблема полиномов высших степеней.

Для нахождения координат собственного вектора составляется уравнение

$$(K - \lambda E) \cdot \bar{X} = 0$$

Выполнив умножение, получаем систему линейных уравнений (СЛУ)

$$\begin{cases} (k_{11}-\lambda)x_1 + k_{12}x_2 + \dots + k_{1n}x_n = 0 \\ k_{21}x_1 + (k_{22}-\lambda)x_2 + \dots + k_{2n}x_n = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \\ k_{n1}x_1 + k_{n2}x_2 + \dots + (k_{nn}-\lambda)x_n = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Существует множество методов решения СЛУ. [33, с. 209] Решить полученную систему можно методом метод Гаусса, в основе которого лежит идея последовательного исключения неизвестных. А именно, схема единственного деления посредством введения коэффициентов

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}b_{1j}, \quad b_{ij}^{(1)} = \frac{a_{ij}^{(1)}}{a_{ii}^{(1)}} \quad [33, \text{с. 215}]$$

Одна из наиболее простых схем контроля решений уравнения основана на том, что увеличение значений всех неизвестных на единицу равносильно замене данной системы контрольной системой, в которой свободные члены равны суммам всех коэффициентов соответствующей строки.

Получив координаты вектора X и подставив в систему (2.9) все значения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, получим n -собственных векторов.

В некоторых случаях полином можно представить в виде квадратного уравнения. Например, биквадратный полином решают методом замены переменной. Если полином относится к возвратному полиному четвёртой степени, обе части делят на x^2

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Bx + A = 0$$

$$Ax^2 + Bx + C + \frac{B}{x} + \frac{A}{x^2} = 0$$

$$y = \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$Ay^2 + By + C - 2A = 0$$

Все квадратные и приведённые к квадратному виду уравнения можно решать, используя теорему Виета.

Иногда можно отыскать корни многочлена, который находится в левой части уравнения высшей степени, представив его в виде произведения многочленов степени не выше четвертой. Обе части уравнение вида

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

домножают на $(a_n)^{n-1}$ и выполняют замену $y = a_n x$.

Тогда решение сводится к нахождению рациональных корней уравнения

$$x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

Уравнения четвертой степени можно решить по методу Феррари, которое сводится к решению одного кубического и двух квадратных уравнений. Уравнение $x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$

при помощи подстановки $y = x - \frac{a}{4}$ приводят к виду

$$x^4 + px^3 + qx + r = 0,$$

где отсутствует член с третьей степенью неизвестного. [34] Однако, в реальных схемах степень полинома намного превышает степень $n=4$. Определение собственных чисел λ и собственных векторов \bar{W} МКМ случайных величин, в качестве которых рассматриваются узловые нагрузки электрической сети, аналогично задачам линейной алгебры, называется проблемой собственных значений и представляет достаточно сложную задачу. Один из вариантов решений такой проблемы реализован в ряде библиотек прикладного программного обеспечения Fortran, Matlab, MathCAD и пр.

2.2.7. Теорема Абеля - Руффини

Методами решения квадратных уравнений владели еще древние греки, открытие решения уравнений третьей и четвертой степени относится к XVI веку. После этого почти три столетия продолжались безуспешные попытки сделать следующий шаг, т. е. найти формулы, выражающие при помощи радикалов корни любого уравнения пятой степени через его коэффициенты. Эти попытки прекратились лишь после того, как Абель доказал, что такие формулы для уравнений n -ой степени при любом $n > 5$ заведомо не могут быть найдены.

Первое доказательство теоремы было опубликовано в 1799 Руффини, в доказательстве было несколько неточностей.

В 1824 году полное доказательство было опубликовано Абелем. Этот результат Абеля не заявляет о том, что общее уравнение n -ной степени при $n \geq 4$ не имеет решения. Основная теорема алгебры гарантирует наличие решений, если допускаются комплексные вычисления. Суть теоремы Абеля - Руффини сводится к тому, что для произвольных уравнений степени больше пятой невозможно указать закрытую формулу для решений, т.е. формулу, содержащую только арифметические операции и корни произвольной степени. Решения таких уравнений можно получить с любой желаемой точностью, используя численные методы, например, метод Ньютона. Кроме того, для некоторых уравнений. Кроме того, для некоторых уравнений высших степеней существуют закрытые формулы, однако, они действительны не для всех уравнений.

Теорема Абеля – Руффини: «Общее алгебраическое уравнение с одним неизвестным степени выше 4-й неразрешимо в радикалах, т. е. не существует формулы, выражающей корни общего уравнения степени выше 4-й через коэффициенты с помощью операций сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в натуральную степень и извлечения корней натуральной степени.» [35]

Полностью вопрос об условиях, при которых данное уравнение разрешимо в радикалах, был исследован Галуа в тридцатых годах прошлого века. Оказалось, что для всякого n , начиная с $n = 5$, можно указать неразрешимые в радикалах уравнения n -й степени даже с целочисленными коэффициентами. Теория Галуа описывает группу перестановок корней многочленов.

Современное доказательство теоремы состоит из доказательства двух факторов:

- при степени n многочлена больше или равной пятой $n \geq 5$, группой Галуа многочлена может являться группа перестановок S_n .
- При $n \geq 5$ группа перестановок S_n не является разрешимой. [36]

2.2.8. Определение собственных чисел и векторов на примере двухузловой электроэнергетической системы

Вычтем из элементов, стоящих по главной диагонали матрицы (2.6), некоторое неизвестное λ

$$K - \lambda E = \begin{bmatrix} k_{11} - \lambda & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} - \lambda & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} - \lambda \end{bmatrix},$$

где E – единичная матрица n -го порядка.

Определитель $\det(K - \lambda E)$ разворачивается в многочлен n -ой степени по выражению

$$D(\lambda) = (-1)^n (\lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} + p_2 \lambda^{n-2} - \dots + (-1)^n p_n),$$

где p_1 - сумма диагональных элементов матрицы K

$$p_1 = \text{Sp}K = \sum_{i=1}^n k_{ii} = k_{11} + k_{22} + k_{33} + k_{44} = 460,9 + 411,1 + 106,3 + 225,9 = 1,204 \cdot 10^3$$

коэффициент p_2 - сумма всех диагональных миноров второго порядка матрицы K

$$p_2 = \sum_{\alpha < \beta} \begin{vmatrix} k_{\alpha\alpha} & k_{\alpha\beta} \\ k_{\beta\alpha} & k_{\beta\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{22} & k_{23} \\ k_{32} & k_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{11} & k_{13} \\ k_{31} & k_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{11} & k_{14} \\ k_{41} & k_{44} \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} k_{22} & k_{24} \\ k_{42} & k_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{33} & k_{34} \\ k_{43} & k_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 460,9 & 421,7 \\ 421,7 & 411,1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 411,1 & 195,8 \\ 195,8 & 106,3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 460,9 & 215,2 \\ 215,2 & 106,3 \end{vmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} 460,9 & 317,7 \\ 317,7 & 225,9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 411,1 & 278,6 \\ 278,6 & 225,9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 106,3 & 148,0 \\ 148,0 & 225,9 \end{vmatrix} = 40,32 \cdot 10^3;$$

коэффициент p_3 - сумма всех диагональных миноров третьего порядка матрицы K

$$\begin{aligned}
p_3 &= \sum_{\alpha < \beta < \gamma} \begin{vmatrix} k_{\alpha\alpha} & k_{\alpha\beta} & k_{\alpha\gamma} \\ k_{\beta\alpha} & k_{\beta\beta} & k_{\beta\gamma} \\ k_{\gamma\alpha} & k_{\gamma\beta} & k_{\gamma\gamma} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{24} \\ k_{41} & k_{42} & k_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_{11} & k_{13} & k_{14} \\ k_{31} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{43} & k_{44} \end{vmatrix} + \\
&+ \begin{vmatrix} k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 460,9 & 421,7 & 215,2 \\ 421,7 & 411,1 & 195,8 \\ 215,2 & 195,8 & 106,3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 460,9 & 421,7 & 317,7 \\ 421,7 & 411,1 & 278,6 \\ 317,7 & 278,6 & 225,9 \end{vmatrix} + \\
&+ \begin{vmatrix} 460,9 & 215,2 & 317,7 \\ 215,2 & 106,3 & 148,0 \\ 317,7 & 148,0 & 225,9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 411,1 & 195,8 & 278,6 \\ 195,8 & 106,3 & 148,0 \\ 278,6 & 148,0 & 225,9 \end{vmatrix} = 203,6 \cdot 10^3;
\end{aligned}$$

коэффициент p_n - определитель матрицы K

$$p_n = p_4 = |K| = \begin{vmatrix} 460,9 & 421,7 & 215,2 & 317,7 \\ 421,7 & 411,1 & 195,8 & 278,6 \\ 215,2 & 195,8 & 106,3 & 148,0 \\ 317,7 & 278,6 & 148,0 & 225,9 \end{vmatrix} = 72,66 \cdot 10^4.$$

$$D(\lambda) = \lambda^4 - 1,204 \cdot 10^3 \lambda^3 + 40,32 \cdot 10^3 \lambda^2 - 203,6 \cdot 10^3 \lambda + 72,66 \cdot 10^3 \quad (2.10)$$

Полученное характеристическое уравнение (2.10) представляет собой полином четвёртой степени (высшего порядка). Степень полинома зависит от размерности исходной матрицы, т.е. от количества параметров, в рассматриваемом примере $n=4$.

Для нахождения собственных чисел решим полученное уравнение (2.10) методом Феррари.

Находим корни уравнения

$$\lambda^4 - 1,20 \cdot 10^3 \lambda^3 + 40,3 \cdot 10^3 \lambda^2 - 204 \cdot 10^3 \lambda + 72,6 \cdot 10^3 = 0.$$

Имеем числовые коэффициенты: $A = -1,20 \cdot 10^3$; $B = 40,3 \cdot 10^3$;
 $C = -204 \cdot 10^3$; $D = 72,6 \cdot 10^3$.

Составим и решим кубическое уравнение

$$\begin{aligned}
y^3 - By^2 + (AC - 4D)y - A^2D + 4BD - C^2 &= 0; \\
y^3 - 40,3 \cdot 10^3 y^2 + (-1,20 \cdot 10^3 \cdot (-204 \cdot 10^3) - 4 \cdot 72,6 \cdot 10^3) y - \\
- (-1,20 \cdot 10^3)^2 \cdot 72,6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 40,3 \cdot 10^3 \cdot 72,6 \cdot 10^3 - (-204 \cdot 10^3)^2 &= 0; \\
y^3 - 40,3 \cdot 10^3 y^2 + 0,245 \cdot 10^9 y - 0,135 \cdot 10^{12} &= 0.
\end{aligned}$$

Одним из корней полученного кубического уравнения является $y_0 = 613$.
Получаем два квадратных уравнения

$$\lambda^2 + \frac{A}{2}\lambda + \frac{y_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A^2}{4} - B + y_0\right)\lambda^2 + \left(\frac{A}{2}y_0 - C\right)\lambda + \frac{y_0}{4} - D} = 0;$$

$$\lambda^2 + \frac{-1,20 \cdot 10^3}{2}\lambda + \frac{613}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(-1,20 \cdot 10^3)^2}{4} - 40,3 \cdot 10^3 + 613\right)\lambda^2 + \sqrt{\left(\frac{-1,20 \cdot 10^3}{2} \cdot 613 - (-204 \cdot 10^3)\right)\lambda + \frac{613^2}{4} - 72,6 \cdot 10^3}} = 0;$$

$$\lambda^2 - 602\lambda + 306 \pm \sqrt{323 \cdot 10^3 \lambda^2 - 165 \cdot 10^3 \lambda + 21,2 \cdot 10^3} = 0;$$

$$\lambda^2 - 602\lambda + 306 \pm \sqrt{(568\lambda - 146)^2} = 0;$$

Получаем два уравнения

$$\lambda^2 - 602\lambda + 306 + 568\lambda - 146 = 0;$$

$$\lambda^2 - 33,9\lambda + 161 = 0;$$

и

$$\lambda^2 - 602\lambda + 306 - 568\lambda + 146 = 0;$$

$$\lambda^2 - 1,17 \cdot 10^3 \lambda + 452 = 0.$$

Корнями первого уравнения являются $\lambda_1 = 5,70$ и $\lambda_2 = 28,2$; корнями второго уравнения $\lambda_3 = 1,17 \cdot 10^3$ и $\lambda_4 = 0,386$.

Для проверки полученного результата, уравнение было решено в вычислительной программе Mathcad

Свойства собственных чисел:

$$\text{а) } \sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n k_{ii} = 1,204 \cdot 10^3$$

$$\text{б) } \prod_{i=1}^n \lambda_i = \det K = 7,266 \cdot 10^4$$

$$\text{в) } \text{rang } K = n = 4$$

Подставляя поочередно значения собственных чисел в (2.11), получим СЛУ и координаты собственных векторов.

$$\begin{cases} (460,9 - \lambda)x_1 + 421,7x_2 + 215,2x_3 + 317,7x_4 = 0 \\ 421,7x_1 + (411,1 - \lambda)x_2 + 195,8x_3 + 278,6x_4 = 0 \\ 215,2x_1 + 195,8x_2 + (106,3 - \lambda)x_3 + 148,0x_4 = 0 \\ 317,7x_1 + 278,6x_2 + 148,0x_3 + (225,9 - \lambda)x_4 = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

При $\lambda = \lambda_1 = 1,170 \cdot 10^3$

$$\begin{cases} -709,1x_1 + 421,7x_2 + 215,2x_3 + 317,7x_4 = 0 & (1') \\ 421,7x_1 - 758,8x_2 + 195,8x_3 + 278,6x_4 = 0 & (2') \\ 215,2x_1 + 195,8x_2 - 1,064 \cdot 10^3 x_3 + 148,0x_4 = 0 & (3') \\ 317,7x_1 + 278,6x_2 + 148,0x_3 - 944,0x_4 = 0 & (4') \end{cases}$$

Рассматриваемая матрица является особенной, определитель $\det K = 0$ равен нулю, и имеет множество решений. Для решения примем $x_1 = 1,00$ и выразим искомые переменные из уравнений.

$$x_2 \text{ из } (1'): x_2 = 1,68 - 0,75x_4 - 0,51x_3;$$

$$x_3 \text{ из } (2'): x_3 = 1,465 - 1,46x_4;$$

$$x_4 \text{ из } (3'): x_4 = 0,68.$$

$$\Rightarrow W_1 = \begin{cases} x_1 = 1,00 \\ x_2 = 0,93 \\ x_3 = 0,468 \\ x_4 = 0,68 \end{cases};$$

Длина вектора

$$|W_1| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2} = \sqrt{1,00^2 + 0,93^2 + 0,468^2 + 0,68^2} = 1,596;$$

Следовательно, нормированный собственный вектор

$$\bar{W}_1^* = \frac{\bar{W}_1}{|\bar{W}_1|} = [0,627 \quad 0,581 \quad 0,293 \quad 0,428].$$

При $\lambda = \lambda_2 = 28,23$

$$\begin{cases} 432,66x_1 + 421,72x_2 + 215,17x_3 + 317,7x_4 = 0 \\ 421,72x_1 + 382,9x_2 + 195,83x_3 + 278,58x_4 = 0 \\ 215,17x_1 + 195,83x_2 + 78,104x_3 + 148,0x_4 = 0 \\ 317,7x_1 + 278,58x_2 + 148,0x_3 + 197,69x_4 = 0 \end{cases};$$

$$W_2 = \begin{cases} x_1 = 1,00 \\ x_2 = -3,628 \\ x_3 = 0,72 \\ x_4 = 2,967 \end{cases};$$

$$|W_2| = 4,846;$$

$$\bar{W}_2^* = \frac{\bar{W}_2}{|W_2|} = [0,206 \quad -0,749 \quad 0,149 \quad 0,612].$$

При $\lambda = \lambda_3 = 5,699$

$$\begin{cases} 455,2x_1 + 421,72x_2 + 215,17x_3 + 317,7x_4 = 0 \\ 421,72x_1 + 405,44x_2 + 195,83x_3 + 278,58x_4 = 0 \\ 215,17x_1 + 195,83x_2 + 100,63x_3 + 148,0x_4 = 0 \\ 317,7x_1 + 278,58x_2 + 148,0x_3 + 278,58x_4 = 0 \end{cases};$$

$$W_3 = \begin{cases} x_1 = 1,00 \\ x_2 = 0,724 \\ x_3 = -6,77 \\ x_4 = 2,19 \end{cases};$$

$$|W_3| = 7,222;$$

$$\bar{W}_3^* = \frac{\bar{W}_3}{|W_3|} = [-0,139 \quad -0,10 \quad 0,937 \quad -0,303].$$

При $\lambda = \lambda_4 = 0,386$

$$\begin{cases} 460,5x_1 + 421,72x_2 + 215,17x_3 + 317,7x_4 = 0 \\ 421,72x_1 + 410,75x_2 + 195,83x_3 + 278,58x_4 = 0 \\ 215,17x_1 + 195,83x_2 + 105,95x_3 + 148,0x_4 = 0 \\ 317,7x_1 + 278,58x_2 + 148,0x_3 + 225,53x_4 = 0 \end{cases};$$

$$W_4 = \begin{cases} x_1 = 1,00 \\ x_2 = -0,41 \\ x_3 = -0,155 \\ x_4 = -0,801 \end{cases};$$

$$|W_4| = 1,354;$$

$$\bar{W}_4^* = \frac{\bar{W}_4}{|W_4|} = [-0,739 \quad 0,303 \quad 0,115 \quad 0,591].$$

Так получили собственные векторы (2.12), которые обладают свойствами независимости и ортогональности (п. 2.2.5)

$$W = \begin{bmatrix} 0,627 & 0,206 & -0,139 & -0,739 \\ 0,581 & -0,749 & -0,100 & 0,303 \\ 0,293 & 0,149 & 0,937 & 0,115 \\ 0,428 & 0,612 & 0,303 & 0,591 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} W \times W^T &= \\ & \begin{bmatrix} 0,627 & 0,206 & -0,139 & -0,739 \\ 0,581 & -0,749 & -0,100 & 0,303 \\ 0,293 & 0,149 & 0,937 & 0,115 \\ 0,428 & 0,612 & 0,303 & 0,591 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,627 & 0,581 & 0,293 & 0,428 \\ 0,206 & -0,749 & 0,149 & 0,612 \\ -0,139 & -0,100 & 0,937 & 0,303 \\ -0,739 & 0,303 & 0,115 & 0,591 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} 1,00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,00 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Сумма квадратов составляющих каждого собственного вектора равна единице

$$W = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & V_{31} & V_{41} \\ V_{12} & V_{22} & V_{32} & V_{42} \\ V_{13} & V_{23} & V_{33} & V_{43} \\ V_{14} & V_{24} & V_{34} & V_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,627 & 0,206 & -0,139 & -0,739 \\ 0,581 & -0,749 & -0,100 & 0,303 \\ 0,293 & 0,149 & 0,937 & 0,115 \\ 0,428 & 0,612 & 0,303 & 0,591 \end{bmatrix}$$

$$V_{11}^2 + V_{12}^2 + V_{13}^2 + V_{14}^2 = 1$$

$$0,627^2 + 0,581^2 + 0,293^2 + 0,428^2 = 1,00$$

$$V_{21}^2 + V_{22}^2 + V_{23}^2 + V_{24}^2 = 1$$

$$0,206^2 + (-0,749)^2 + 0,149^2 + 0,612^2 = 1,00$$

$$V_{31}^2 + V_{32}^2 + V_{33}^2 + V_{34}^2 = 1$$

$$-0,139^2 + (-0,100)^2 + 0,937^2 + 0,303^2 = 1,00$$

$$V_{41}^2 + V_{42}^2 + V_{43}^2 + V_{44}^2 = 1$$

$$-0,739^2 + 0,303^2 + 0,115^2 + 0,591^2 = 1,00$$

Заметим, что число различных собственных векторов матрицы $K(X)$ равно рангу матрицы $K(X)$.

2.2.9. Обратный ход составления матрицы корреляционных моментов

МКМ мощностей, которая соответствует исходным графикам нагрузки, возможно смоделировать с помощью собственных чисел и собственных векторов

$$K = \begin{bmatrix} \bar{W}_1 & \bar{W}_2 & \dots & \bar{W}_n \end{bmatrix} \times \lambda \times \begin{bmatrix} \bar{W}_1 & \bar{W}_2 & \dots & \bar{W}_n \end{bmatrix}^T$$

$$K = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & \dots & V_{n1} \\ V_{12} & V_{22} & \dots & V_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{14} & V_{24} & \dots & V_{n4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & \dots & V_{n1} \\ V_{12} & V_{22} & \dots & V_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{14} & V_{24} & \dots & V_{n4} \end{bmatrix}^T$$

Графическая форма записи (рис. 2.3) наглядно показывает соблюдение всех необходимых условий соответствия для выполнения операций с матрицами.

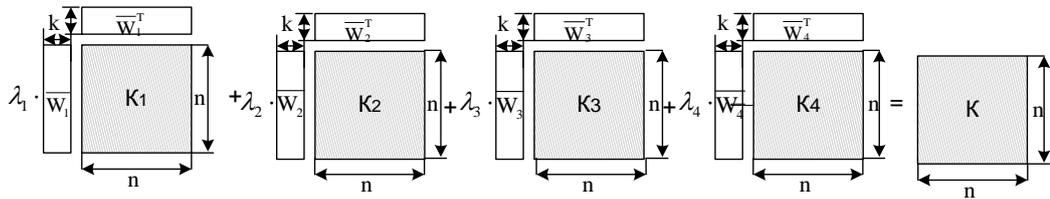


Рис. 2.3. Составление исходной матрицы К

На примере рассматриваемой 2-ух узловой системы ЭЭС получили соотношение между исходной матрицей К и матрицей λ

$$\begin{aligned} & \overline{W}_1 \cdot \lambda_1 \cdot \overline{W}_1^T + \overline{W}_2 \cdot \lambda_2 \cdot \overline{W}_2^T + \overline{W}_3 \cdot \lambda_3 \cdot \overline{W}_3^T + \overline{W}_4 \cdot \lambda_4 \cdot \overline{W}_4^T = \\ & = \begin{bmatrix} 0,627 \\ 0,581 \\ 0,293 \\ 0,428 \end{bmatrix} \cdot 1,17 \cdot 10^3 \cdot [0,627 \quad 0,581 \quad 0,293 \quad 0,428] + \\ & + \begin{bmatrix} 0,206 \\ -0,749 \\ 0,149 \\ 0,612 \end{bmatrix} \cdot 28,2 \cdot [0,206 \quad -0,749 \quad 0,149 \quad 0,612] + \\ & + \begin{bmatrix} -0,139 \\ -0,100 \\ 0,937 \\ 0,303 \end{bmatrix} \cdot 5,70 \cdot [-0,139 \quad -0,100 \quad 0,937 \quad 0,303] + \\ & + \begin{bmatrix} -0,739 \\ 0,303 \\ 0,115 \\ 0,591 \end{bmatrix} \cdot 0,386 \cdot [-0,739 \quad 0,303 \quad 0,115 \quad 0,591] = \\ & = \begin{bmatrix} 459,4 & 426,1 & 215,2 & 317,7 \\ 421,7 & 411,1 & 195,8 & 278,6 \\ 215,1 & 199,5 & 100,7 & 147,0 \\ 314,0 & 291,2 & 147,0 & 214,7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,20 & -4,36 & 0,865 & 3,57 \\ -4,36 & 15,8 & -3,14 & -12,9 \\ 0,865 & -3,14 & 0,623 & 2,57 \\ 3,57 & -12,9 & 2,57 & 10,6 \end{bmatrix} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} 0,109 & 0,0790 & -0,740 & 0,239 \\ 0,079 & 0,057 & -0,536 & 0,173 \\ -0,740 & -0,536 & 5,01 & -1,62 \\ 0,239 & 0,173 & -1,62 & 0,524 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 0,211 & -0,086 & -0,033 & -0,169 \\ -0,086 & 0,035 & 0,013 & 0,069 \\ -0,033 & 0,013 & 5,07 \cdot 10^{-3} & 0,026 \\ -0,169 & 0,069 & 0,026 & 0,135 \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} 460,9 & 421,7 & 215,2 & 317,7 \\ 421,7 & 411,1 & 195,8 & 278,6 \\ 215,2 & 195,8 & 106,3 & 148,0 \\ 317,7 & 278,6 & 148,0 & 225,9 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

2.2.10. Вклад собственных значений в общую дисперсию

Получить исходную матрицу корреляционных моментов мы можем, используя лишь несколько собственных значений матрицы К. Разные авторы рекомендуют разное число используемых компонент [15, 3, 1]

Можно произвольно предположить, что достаточно выделить такое количество компонент, на которое приходится 90% или 95% полной дисперсии [37, с. 134], [38]

Сумма дисперсий n -ого параметра, равняется собственному числу.

$$\lambda_n = \sum_{i=1}^m \sigma^2 X_i,$$

где λ_n – собственное число;

$$\sum_{i=1}^m \sigma^2 X_i \text{ – сумма дисперсий МКМ одного фактора.}$$

Тогда

$$\beta = \frac{\lambda_n}{\sum_{n=1}^p \lambda_n} \cdot 100\%,$$

где β – вклад собственного числа в общую дисперсию, %;

$$\sum_{n=1}^p \lambda_n \text{ – полная дисперсия, сумма собственных чисел.}$$

Количество p собственных чисел подбирается таким образом, чтобы их вклад в общую дисперсию был в заданном диапазоне (от 75% до 95%).

Перейдём к примеру (рис. 2.1) и покажем вычисление вклада в общую дисперсию первого собственного числа. Собственные значения номеруем в порядке убывания их величины, что является важным для моделирования исходной МКМ на основе собственных значений.

$$\beta = \frac{\lambda_1}{\sum_{n=1}^p \lambda_n} \cdot 100\% = \frac{1170}{1204,2} \cdot 100\% = 97,2\%,$$

где $\lambda_1 = \sum_{i=1}^4 \sigma^2 X_i = 459,4 + 395,2 + 100,7 + 214,7 = 1170;$

$$\sum_{n=1}^4 \lambda_n = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1170 + 28,2 + 5,70 + 0,386 = 1204,2.$$

Вычислим по подобию вклады в общую дисперсию оставшихся факторов и сведём результаты в таблицу 2.2

Таблица 2.2 Вклад компонент в общую дисперсию

	n -ые компоненты				Сумма компонент
	1	2	3	4	
Дисперсия компонент λ_i	1170	28,2	5,70	0,386	1204,2
Вклад компонент в общую дисперсию $\beta, \%$	97,2	2,34	0,473	$32,0 \cdot 10^{-3}$	100

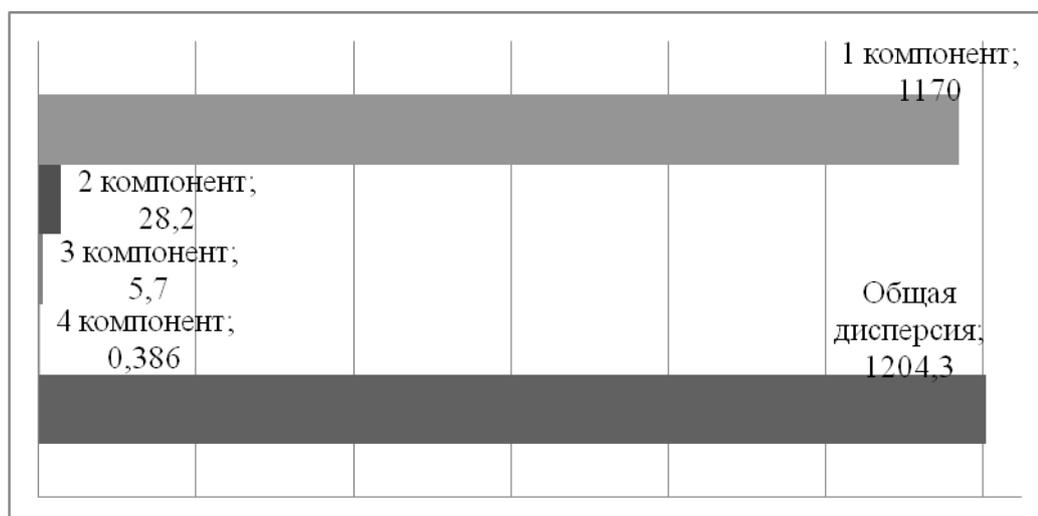


Рис. 2.4. Вклад собственных значений в общую дисперсию

По результатам полученных данных, можно сделать вывод, что для моделирования МКМ, достаточно использовать первое собственное число λ_1 . Его вклад в общую дисперсию составляет 97,2%.

$$\overline{W}_1 \cdot \lambda_1 \cdot \overline{W}_1^T = \begin{bmatrix} 0,627 \\ 0,581 \\ 0,293 \\ 0,428 \end{bmatrix} \cdot 1,17 \cdot 10^3 \cdot [0,627 \quad 0,581 \quad 0,293 \quad 0,428] =$$

$$= \begin{bmatrix} 459,4 & 426,1 & 215,2 & 317,7 \\ 421,7 & 411,1 & 195,8 & 278,6 \\ 215,1 & 199,5 & 100,7 & 147,0 \\ 314,0 & 291,2 & 147,0 & 214,7 \end{bmatrix}$$

Средняя погрешность $\varepsilon_{cp} = \frac{|K' - K|}{K} \cdot 100\% = 0,203\%$

3. Факторный анализ электрических нагрузок

3.1. Основные понятия факторного анализа

Каждому объекту (явлению) соответствует определённый набор характерных признаков. Они могут быть как существенные, так и легко изменяемые, зависимые и независимые. Каждый признак из исследуемого ряда можно задать в виде статистического ряда $\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^n$. Соответствие признаков и характеризуемых объектов (явлений) удобно представлять в виде матрицы «объект - признак», где каждый элемент π_k^i - есть конкретное значение i -го признака на k -ом объекте. Фактором называют всякую функцию, заданную на множестве всех изучаемых объектов O^1, O^2, \dots, O^n и представляют в виде вектора $f = (f_1, f_2, \dots, f_N)$, здесь f_i - значение фактора на i -ом объекте.

Однако, объект может описываться очень большим количеством различных признаков. Тогда матрица «объект - признак» приобретает значительные размеры и растёт экспоненциально с увеличением числа переменных. Возникает задача – привести матрицу к удобному виду для дальнейших вычислений – снизить размерность матрицы. Методы снижения размерности данных рассмотрены и описаны в [10, 39].

Одним из вариантов решения вопроса, является факторный анализ. Основная идея факторного анализа: признаки исследуемого набора могут быть описаны в терминах небольшого числа основополагающих факторов. Факторная модель даёт возможность проанализировать связь между большим числом наблюдаемых переменных посредством меньшего числа простых факторов. Факторный анализ - мощный инструмент понижение размерности при моделировании различных явлений и улучшения их наглядного представления. В основе сложных взаимосвязей между признаками лежит более простая, скрытая за внешними проявлениями структура, отражающая наиболее характерные, часто повторяющиеся взаимосвязи. Такая структура может быть некоторым приближением (моделью) исследуемого явления. Т.е. каждый признак π_k^i может быть представлен как функция небольшого числа факторов: f^1, f^2, \dots, f^m ; $\pi^i = U_i(f^1, f^2, \dots, f^m)$, $i = 1, \dots, n$. Вид функции U_i - заранее не известен.

Понижение размерности правомерно и возможно вследствие «шума» измерений. При обобщении в факторы «шум» исключается, следовательно не влияет на точность моделирования. Кроме того, рассматриваемые исходные переменные коррелируют между собой, и полученный новый набор некоррелированных факторов достаточно полно и экономно отражает их характер.

Один из наиболее распространенных и хорошо известных из всех методов снижения размерности методов факторного анализа – это анализ главных компонент, используемый в большинстве практических случаев. В анализе главных компонент проблема снижения размерности имеет точное аналитическое решение [40].

$$f^1 = x_{11}z^1 + x_{12}z^2 + \dots + x_{1n}z^n$$

$$f^2 = x_{21}z^1 + x_{22}z^2 + \dots + x_{2n}z^n$$

.....

$$f^n = x_{n1}z^1 + x_{n2}z^2 + \dots + x_{nn}z^n$$

Числа $v_{i,k} = \sqrt{\lambda_k} x_{ik}$, $i, k = 1, \dots, n$, называют факторными нагрузками – нагрузка k -го фактора в i -ом признаке.

Результаты факторного анализа представляют в удобном виде, чаще всего в виде таблицы. По данным таблицы можно восстановить получить информацию об исследуемых признаках, интерпретируя результаты, полученные в результате компонентного анализа. [43]

3.2 Применение факторного анализа при решении задач электроэнергетики

Решение ряда задач эксплуатации и краткосрочного планирования развития систем электроснабжения и распределения электрической энергии, управление электрическими режимами, анализ интегральных характеристик необходимо производить с учётом всего многообразия режимов (многорежимности) и их изменения под действием различных факторов на рассматриваемом интервале времени. К таким характеристикам относятся потери электроэнергии, электрические нагрузки, напряжение в ветвях и узлах ЭЭС и др.

Факторный анализ на основе метода главных компонент – направление многомерного анализа, которое исследует внутреннюю структуру корреляционных матриц. Набор функций моделирования выбирается не случайно, как, например, при обычном анализе Фурье, а на основе изучения основных закономерностей. Данное обстоятельство является одним из преимуществ использования метода главных компонент в задачах электроэнергетики.

Моделирование электрических нагрузок на основе факторного анализа позволяет [15]:

- отыскать скрытые закономерности, которые определяются множеством внутренних и внешних причин изменения электрических нагрузок;
- осуществить сжатие информации путём описания всех графиков при помощи общих факторов или главных компонент, число которых значительно меньше количества исходных графиков;
- выявить и изучить статистическую связь графиков нагрузок с главными факторами;
- упростить способы определения интегральных характеристик и эффективно выполнить оптимизацию ЭС.

В качестве рассматриваемого объекта выберем значения электрических нагрузок P,Q электроэнергетической системы (п.2.2.2) и соответствующую МКМ (2.6).

В роли моделирующих факторов выступают ортогональные графики нагрузок (ОГН), которых далее обозначаются - $\bar{\Gamma}$, и представляют собой результирующее значение суммы произведений центрированных относительно математических ожиданий показатели графиков активной и реактивной нагрузок узла i и компонент соответствующего собственного вектора на каждом интервале времени.

$$\Gamma_{kj} = \sum_{i=1}^n V'_{ki} \Delta P_{ij} + \sum_{i=1}^n V''_{ki} \Delta Q_{ij}, \quad j = \overline{1, d}, k = \overline{1, M} \quad (3.2)$$

$\Delta P_{ij}, \Delta Q_{ij}$ - координаты векторов центрированных величин активной (реактивной) мощности, соответствующие графикам нагрузки в i -м узле для каждого рассматриваемого интервала времени (таблица 2.1)

Члены системы векторов ОГН попарно-ортогональны

$$(\Gamma^i, \Gamma^k) = \begin{cases} 0, & i \neq k \\ 1, & i = k \end{cases}$$

Для удобства последующих вычислений, введем обозначение компонент собственных векторов $\bar{W}_1 - \bar{W}_4$ (2.12):

- V'_{kj} для работы с активными мощностями;
- V''_{kj} для работы с реактивными мощностями.

Таблица 3.1. Значения собственных векторов графиков нагрузки

	V_{1j}	V_{2j}	V_{3j}	V_{4j}
V'_{k1}	0,63	0,21	-0,14	-0,74
V'_{k2}	0,58	-0,75	-0,10	0,30
V''_{k1}	0,29	0,15	0,94	0,12
V''_{k2}	0,43	0,61	-0,30	0,59

Ортогональные графики нагрузок вычисляются по формуле (3.2)

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= V'_{11} \Delta P_{11} + V'_{12} \Delta P_{21} + V''_{13} \Delta Q_{11} + V''_{14} \Delta Q_{21} \\ \Gamma_{12} &= V'_{11} \Delta P_{12} + V'_{12} \Delta P_{22} + V''_{13} \Delta Q_{12} + V''_{14} \Delta Q_{22} \\ &\dots\dots\dots \\ \Gamma_{16} &= V'_{11} \Delta P_{16} + V'_{12} \Delta P_{26} + V''_{13} \Delta Q_{16} + V''_{14} \Delta Q_{26} \\ \Gamma_{21} &= V'_{21} \Delta P_{11} + V'_{22} \Delta P_{21} + V''_{23} \Delta Q_{11} + V''_{24} \Delta Q_{21} \end{aligned}$$

Аналогичным образом находятся все элементы векторов $\bar{\Gamma}_1 - \bar{\Gamma}_4$. Результаты вычислений представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2. Векторы ортогональных графиков нагрузки

Номер интервала времени	$\bar{\Gamma}_1$	$\bar{\Gamma}_2$	$\bar{\Gamma}_3$	$\bar{\Gamma}_4$	$\bar{\Gamma}_\Sigma$
1	-53,11	6,77	0,57	0,49	-45,28
2	-32,00	-10,52	1,03	-0,04	-41,54
3	38,93	1,41	2,57	-0,45	42,46
4	30,68	0,89	1,91	0,65	34,12
5	25,02	-1,40	-4,47	0,46	19,61
6	-9,51	2,85	-1,60	-1,11	-9,38
$M\bar{\Gamma}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$\sigma^2\bar{\Gamma}$	1170	28,23	5,695	0,386	1203,95

Моделирующие факторы выделены в порядке убывания величин собственных значений, т.е. по вкладу в общую дисперсию (таблица 2.2). Отмеченный тип ранжирования удобен, если для описания данных должно быть использовано лишь незначительное число компонент.

Корреляционные моменты новых случайных величин равны нулю, т.е. векторы некоррелированные (несвязанные) (п.2.2.5).

$$k = \begin{pmatrix} 1170 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 28,23 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 5,695 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,386 \end{pmatrix}.$$

Дисперсия ортогональных графиков нагрузок (ОГН) равна собственным числам МКМ, следовательно, главные ортогональные факторы $\bar{\Gamma}$ характеризуют поведение исследуемой системы случайных величин в пределах среднего.

Для нормирования необходимо каждый вектор разделить на его «евклидову длину»

$$e_k = \sqrt{\sum_{j=1}^d G_{kj}^2}; \quad G_{kn} = \frac{G_{kj}}{\sqrt{\sum_{j=1}^d G_{kj}^2}} = \frac{G_{kj}}{e_k};$$

Длины векторов:

$$e_1 = \sqrt{(-53,11^2) + (-32,00^2) + (38,93^2) + (30,68^2) + (25,02^2) + (-9,51^2)} = 83,77$$

$$e_2 = \sqrt{(6,77^2) + (-10,52^2) + (1,41^2) + (0,89^2) + (-1,40^2) + (2,85^2)} = 13,02;$$

$$e_3 = \sqrt{(0,57^2) + (1,03^2) + (2,57^2) + (1,91^2) + (-4,47^2) + (-1,60^2)} = 5,85;$$

$$e_4 = \sqrt{(0,49^2) + (-0,04^2) + (-0,45^2) + (0,65^2) + (0,46^2) + (-1,11^2)} = 1,52$$

Таблица 3.3. Нормированные ортогональные графики нагрузок

Номер интервала времени	$\overline{\Gamma}_{1н}$	$\overline{\Gamma}_{2н}$	$\overline{\Gamma}_{3н}$	$\overline{\Gamma}_{4н}$
1	-0,634	0,520	0,097	0,324
2	-0,382	-0,808	0,176	-0,029
3	0,465	0,108	0,439	-0,299
4	0,366	0,068	0,326	0,428
5	0,299	-0,107	-0,764	0,304
6	-0,114	0,219	-0,274	-0,724

Свойства нормированных ОГН (п.2.2.5):

$$\overline{\Gamma}_1^T \times \overline{\Gamma}_2 = -2,875 \cdot 10^{-3} \approx 0;$$

$$\overline{\Gamma}_1^T \times \overline{\Gamma}_3 = -2,479 \cdot 10^{-3} \approx 0;$$

$$\overline{\Gamma}_2^T \times \overline{\Gamma}_3 = -4,460 \cdot 10^{-4} \approx 0;$$

$$\overline{\Gamma}_1^T \times \overline{\Gamma}_4 = -3,293 \cdot 10^{-3} \approx 0;$$

$$\overline{\Gamma}_2^T \times \overline{\Gamma}_4 = -2,360 \cdot 10^{-3} \approx 0;$$

$$\overline{\Gamma}_3^T \times \overline{\Gamma}_4 = 7,11 \cdot 10^{-4} \approx 0;$$

$$\overline{\Gamma}^T \times \overline{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1,00 & -2,568 \cdot 10^{-3} & -2,438 \cdot 10^{-3} & -3,920 \cdot 10^{-3} \\ -2,568 \cdot 10^{-3} & 1,00 & 3,466 \cdot 10^{-4} & -2,191 \cdot 10^{-3} \\ -2,438 \cdot 10^{-3} & 3,466 \cdot 10^{-4} & 1,00 & 6,274 \cdot 10^{-4} \\ -3,920 \cdot 10^{-3} & -2,191 \cdot 10^{-3} & 6,274 \cdot 10^{-4} & 1,00 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1,00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,00 \end{bmatrix}$$

Векторы $\bar{\Gamma}$ можно представить в относительных единицах (таблица 3.4), разделив на максимальный компонент, что необходимо при работе в отличающихся размерностях величин и более наглядного представления.

$$\Gamma_{kj^*} = \frac{\Gamma_{kj}}{\max\{\Gamma_{\Sigma j}\}} = \frac{\Gamma_{kj}}{\max\left\{\sum_{k=1}^M \Gamma_{kj}\right\}}, \quad j = \bar{1}, \bar{d}, k = \bar{1}, \bar{M}$$

$$\Gamma_{kj^*} = \frac{\Gamma_{kj}}{45,28},$$

Таблица 3.4. Векторы ортогональных графиков нагрузки в относительных единицах

Номер интервала времени	$\bar{\Gamma}_1$	$\bar{\Gamma}_2$	$\bar{\Gamma}_3$	$\bar{\Gamma}_4$
1	-1,17	0,150	0,013	0,011
2	-0,707	-0,232	0,023	$-9,65 \cdot 10^{-4}$
3	0,860	0,031	0,057	-0,010
4	0,678	0,020	0,042	0,014
5	0,552	-0,031	-0,099	0,010
6	-0,210	0,063	-0,035	-0,024

Полученные графики ОГН в относительных единицах показаны на (рис.3.1)

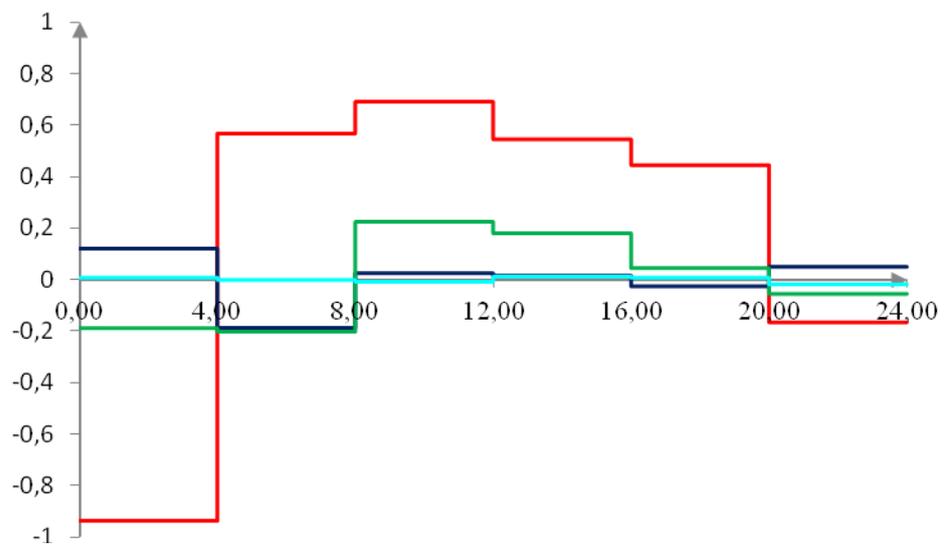


Рис. 3.1. Ортогональный графики нагрузок в относительных единицах

Новые случайные величины $\bar{\Gamma}$ позволяют моделировать исходные значения анализируемых величин X_i с требуемой точностью.

3.3. Моделирование электрических нагрузок методом главных компонент

Ортогональные графики нагрузок обладают свойствами универсальности и позволяют с достаточной точностью восстановить исходные параметры изменения нагрузок на рассматриваемом временном интервале T (2.4). Исходные графики P_i, Q_i представляются с помощью известных математических ожиданий MP_i, MQ_i и моделируемых отклонений от математических ожиданий в виде линейной комбинации M обобщённых графиков.

$$P_{ij} = MP_i + \sum_{k=1}^M v'_{ki} \Gamma_{kj};$$

$$Q_{ij} = MQ_i + \sum_{k=1}^M v''_{ki} \Gamma_{kj}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, d}$$
(3.3)

Как отмечалось в (п.3.1) и [44] метод главных компонент обладает важной особенностью: чтобы уменьшить трудоёмкость статистических расчётов возможно и целесообразно заменить исходную n -мерную случайную величину на $p < n$ линейных функций с помощью линейного предиктора через собственные векторы МКМ. [44, с.10] Продуктом собственных значений являются универсальные ОГН, которые обладают свойствами линейности и аддитивности. Для реконструкции параметров может использоваться лишь часть моделирующих факторов. Вопрос о необходимом их количестве – один из актуальных вопросов в современных исследованиях математического моделирования. Точный ответ на который еще не заключили. Наиболее простым способом ориентировочного анализа достаточного количества факторов, определяющих поведение анализируемой совокупности случайных величин, может являться оценка общего вклада в дисперсию последовательности главных компонент $\bar{\Gamma}_1, \bar{\Gamma}_2, \dots, \bar{\Gamma}_k$

Рассмотрим точность моделирования исходных графиков, используя всю совокупность ОГН $\bar{\Gamma}_1 - \bar{\Gamma}_4$.

Таблица 3.5. Данные моделируемых графиков электрических нагрузок

Данные моделируемых графиков					Исходные данные			
Интервал времени d	P_1	Q_1	P_2	Q_2	P_1	Q_1	P_2	Q_2
0-4	30,0	18,03	38,0	10,03	30,0	18,0	38,0	10,0
4-8	40,0	22,0	63,0	8,03	40,0	22,0	63,0	8,00
8-12	87,0	46,0	95,0	45,0	87,0	46,0	95,0	45,0
12-16	81,0	43,0	91,0	42,0	81,0	43,0	91,0	42,0
16-20	78,0	35,0	90,0	40,0	78,0	35,0	90,0	40,0
20-24	58,0	28,0	66,0	26,0	58,0	28,0	66,0	26,0
MX	62,33	32,0	73,83	28,5	62,33	32,0	73,83	28,5
$\sigma^2 X$	461,3	105,9	411,1	225,2	460,9	106,3	411,1	225,9
σX	21,48	10,29	20,28	15,01	21,47	10,31	20,28	15,03

Погрешности моделирования определим как среднее линейное отклонение моделируемой величины от исходного значения

$$\varepsilon_X = \frac{X_1 - X}{X} \cdot 100\%$$

Таблица 3.6. Погрешность моделирования

Интервал времени d	ε_{P1}	ε_{Q1}	ε_{P2}	ε_{Q2}
0-4	-0,050	0,180	-0,010	0,320
4-8	-0,020	0,070	0,010	0,330
8-12	0,010	-0,050	0,00	-0,050
12-16	0,010	-0,040	0,00	-0,040
16-20	0,010	-0,030	0,00	-0,050
20-24	0,00	0,020	0,00	0,020
Средняя ошибка	-0,010	0,020	0,00	0,090

ε_{MX}	0,00	0,00	0,00	0,00
$\varepsilon_{\sigma^2 X}$	0,090	-0,350	0,010	-0,290

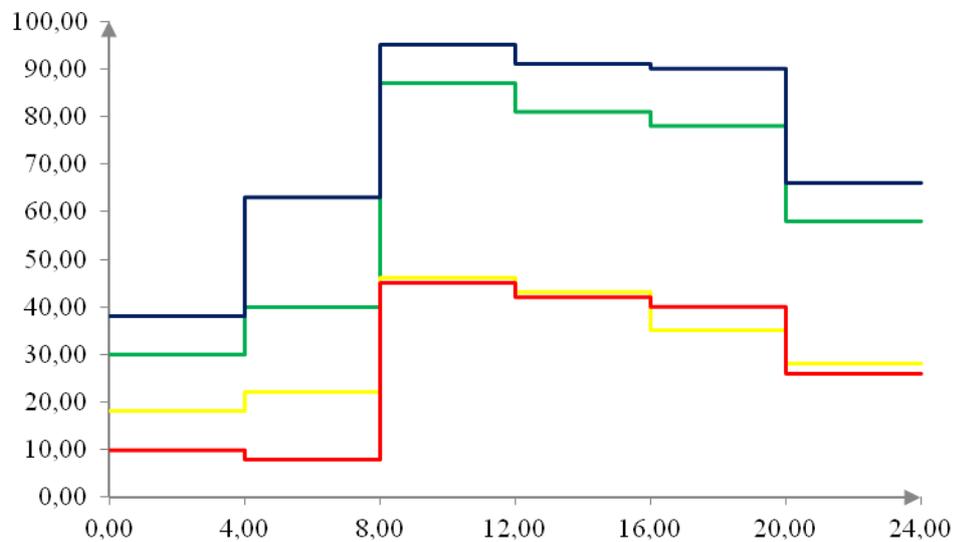


Рис. 3.2. Моделируемый график мощностей электрических нагрузок

Моделирование исходных данных с применением двух первых ОГН $\bar{\Gamma}_1$ и $\bar{\Gamma}_2$ (соответствующие наибольшим значениям собственных чисел)

Таблица 3.7. Данные моделируемых графиков электрических нагрузок с применением двух первых ОГН

Данные моделируемых графиков через $\bar{\Gamma}_1$ и $\bar{\Gamma}_2$					Исходные данные			
Интервал времени d	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂
0-4	30,43	17,45	37,90	9,91	30,0	18,0	38,0	10,0
4-8	40,10	21,06	63,12	8,36	40,0	22,0	63,0	8,00
8-12	87,03	43,62	95,39	46,02	87,0	46,0	95,0	45,0
12-16	81,75	41,12	90,99	42,17	81,0	43,0	91,0	42,0
16-20	77,73	39,12	89,41	38,35	78,0	35,0	90,0	40,0
20-24	56,96	29,64	66,17	26,17	58,0	28,0	66,0	26,0
MX	62,33	32,00	73,83	28,50	62,33	32,0	73,83	28,5
$\sigma^2 X$	460,9	101,0	411,05	224,6	460,9	106,3	411,1	225,9
σX	21,47	10,05	20,27	14,99	21,47	10,31	20,28	15,03

Таблица 4.8. Погрешность моделирования электрических нагрузок с применением двух первых ОГН

Интервал времени d	ε_{P_1}	ε_{Q_1}	ε_{P_2}	ε_{Q_2}
0-4	1,42	-3,07	-0,250	-0,880
4-8	0,250	-4,29	0,190	4,55
8-12	0,040	-5,18	0,410	2,28
12-16	0,930	-4,37	-0,010	0,42
16-20	-0,340	11,78	-0,650	-4,12
20-24	-1,80	5,85	0,260	0,670
Средняя ошибка	0,080	0,120	-0,010	0,480
ε_{MX}	0,00	0,00	0,00	0,00
$\varepsilon_{\sigma^2 X}$	0,00	-4,99	-0,010	-0,580

Моделирование исходных данных с применением одного ОГН $\bar{\Gamma}_1$ (таблица 3.9)

Таблица 3.9 Данные моделируемых графиков электрических нагрузок с применением одного ОГН

Данные моделируемых графиков через $\bar{\Gamma}_1$					Исходные данные			
Интервал времени d	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂
0-4	29,03	16,44	42,98	5,77	30,0	18,0	38,0	10,0
4-8	42,27	22,62	55,24	14,80	40,0	22,0	63,0	8,00
8-12	86,74	43,41	96,45	45,16	87,0	46,0	95,0	45,0
12-16	81,57	40,99	91,66	41,63	81,0	43,0	91,0	42,0
16-20	78,02	39,33	88,37	39,21	78,0	35,0	90,0	40,0
20-24	56,37	29,21	68,31	24,43	58,0	28,0	66,0	26,0
MX	62,33	32,00	73,83	28,50	62,33	32,0	73,83	28,5
$\sigma^2 X$	459,82	100,41	394,82	214,26	460,9	106,3	411,1	225,9
σX	21,44	10,02	19,87	14,64	21,47	10,31	20,28	15,03

Таблица 3.10. Погрешность моделирования электрических нагрузок с применением одного ОГН

Интервал времени d	ε_{P1}	ε_{Q1}	ε_{P2}	ε_{Q2}
0-4	-3,23	-8,68	13,09	-42,32
4-8	5,67	2,83	-12,32	85,0
8-12	-0,30	-5,64	1,53	0,36
12-16	0,700	-4,68	0,720	-0,88
16-20	0,020	12,37	-1,81	-1,98
20-24	-2,81	4,33	3,50	-6,04
Средняя ошибка	0,010	0,090	0,78	5,70
ε_{MX}	0,00	0,00	0,00	0,00
$\varepsilon_{\sigma^2 X}$	-0,23	-5,54	-3,96	-5,15

Из таблиц 3.5-3.10 видно высокую точность моделирования значений электрических нагрузок, даже при использовании одного ортогонального фактора. Отклонения отдельных величин выходят за допустимые пределы, но не отражаются на математическом ожидании и общем представлении характера нагрузки. Средняя погрешность моделируемых значений при использовании одного, двух ОГН немного больше значений погрешности при использовании четырёх, но не превышает допустимых, что подтверждает возможность ограничиться при моделировании учётом только первых собственных векторов \bar{W} и соответствующих ОГН $\bar{\Gamma}$. [18]

Количество M зависит от необходимой точности моделирования, свойств выборки данных и целей моделирования. Для получения более точных моделей МКМ и графиков нагрузок необходим учёт большего количества собственных значений и ОГН.

Метод эффективен, если $M \gg n$.

3.4. Реконструкция графиков электрических нагрузок с помощью средневзвешенного моделирующего коэффициента

Ортогональные графики нагрузок отражают общие закономерности изменения мощностей нагрузок исходной совокупности узлов. Учитывая свойства модели факторного анализа, отмечается, что любой график электрической нагрузки может быть представлен в виде линейной комбинации обобщенных графиков. Рассмотрим, какую погрешность повлечет упрощение вероятностного моделирования (3.3). Представим набор ОГН в виде универсального для рассматриваемых условий моделирования средневзвешенного ортогонального графика. Развитие подобного метода предложено в [45, 3].

Средневзвешенный ОГН получен с помощью коэффициентов, пропорциональных собственным числам МКМ мощностей:

$$\Gamma'_j = \sum_{k=1}^M \lambda'_k \cdot \Gamma_{kj},$$

где λ'_k – нормированные на евклидову длину собственные числа МКМ.

$$\lambda_e = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \lambda_4^2} = \sqrt{1170^2 + 28,23^2 + 5,699^2 + 0,386^2} = 1170;$$

$$\lambda'_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_e} = \frac{1170}{1170} = 1,00; \quad \lambda'_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_e} = \frac{28,23}{1170} = 24,0 \cdot 10^{-3};$$

$$\lambda'_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_e} = \frac{5,699}{1170} = 4,87 \cdot 10^{-3}; \quad \lambda'_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_e} = \frac{0,386}{1170} = 3,30 \cdot 10^{-4}.$$

;

Свойство нормированных чисел: $\sqrt{\sum_{k=1}^{2n} (\lambda'_k)^2} = 1,00$

$$\sqrt{(1,00)^2 + (24,0 \cdot 10^{-3})^2 + (4,87 \cdot 10^{-3})^2 + (3,30 \cdot 10^{-4})^2} = 1,00$$

Суммарное нормированное собственное число $\lambda'_\Sigma = 1,029$.

Для моделирования случайных величин найдём значение суммарного вектора ОГН в именованных единицах $\overline{\Gamma}_\Sigma$

$$\overline{\Gamma}_\Sigma = \begin{pmatrix} -45,28 \\ -41,54 \\ 42,46 \\ 34,12 \\ 19,61 \\ -9,38 \end{pmatrix}$$

Суммарный ОГН в относительных единицах (о.е.) представляет собой отношение суммарного ОГН в именованных единицах (и.е.) к максимальному компоненту рассматриваемого вектора $\bar{\Gamma}$ по абсолютной величине = 45,28

$$\bar{\Gamma}_{\Sigma}^* = \begin{pmatrix} -1,00 \\ -0,917 \\ 0,938 \\ 0,754 \\ 0,432 \\ -0,206 \end{pmatrix}$$

Значения средневзвешенного ОГН

$$\bar{\Gamma}_{cp} = \lambda'_{\Sigma} \cdot \bar{\Gamma}_{\Sigma}^* = 1,029 \cdot \begin{pmatrix} -1,00 \\ -0,917 \\ 0,938 \\ 0,754 \\ 0,432 \\ -0,206 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,03 \\ -0,944 \\ 0,965 \\ 0,775 \\ 0,446 \\ -0,213 \end{pmatrix}$$

Предлагаемая формула вероятностно-статистического моделирования (3.3) принимает вид:

$$\begin{aligned} P_{ij} &= MP_i + MP_i \cdot \alpha_i^P \cdot \Gamma'_j; \\ Q_{ij} &= MQ_i + MQ_i \cdot \alpha_i^Q \cdot \Gamma'_j; \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, d}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где α – моделирующий коэффициент, отражающий неравномерность графика электропотребления;

Γ'_j – средневзвешенный ОГН.

Выразим значения α_{P_i} , α_{Q_i} как параметр, характеризующий средний разброс и формирующий неоднородность графиков электрических нагрузок. Определяем из условий

$$\alpha_{P_i} = \frac{\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d |P_{ij} - MP_i|}{\sigma P_i}, \quad \alpha_{Q_i} = \frac{\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d |Q_{ij} - MQ_i|}{\sigma Q_i},$$

где $P_{ij} - MP_i = \Delta P_{ij}$, $Q_{ij} - MQ_i = \Delta Q_{ij}$ - центрированные величины мощностей электрических нагрузок. (Таблица 2.1),

σP_i , σQ_i - среднеквадратическое отклонение (разброс) мощностей относительно математического ожидания. (Таблица 3.5)

$$\alpha_{P_1} = \frac{\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d |\Delta P_{ij}|}{\sigma P_1} = \frac{19,67}{21,47} = 0,916; \quad \alpha_{P_2} = \frac{\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d |\Delta P_{ij}|}{\sigma P_2} = \frac{18,17}{20,28} = 0,896$$

$$\alpha_{Q_1} = \frac{\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d |\Delta Q_{ij}|}{\sigma Q_1} = \frac{9,33}{10,31} = 0,905; \quad \alpha_{Q_2} = \frac{\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d |\Delta Q_{ij}|}{\sigma Q_2} = \frac{13,83}{15,03} = 0,920$$

Используя формулу (3.4) смоделируем значения мощностей нагрузок.

Таблица 3.11. Значения мощностей моделируемых электрических нагрузок

Данные моделируемых графиков					Исходные данные			
Интервал времени d	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂
0-4	3,58	2,19	5,76	1,51	30,0	18,0	38,0	10,0
4-8	6,20	3,52	8,80	2,72	40,0	22,0	63,0	8,00
8-12	116,87	59,66	137,01	53,55	87,0	46,0	95,0	45,0
12-16	106,36	54,33	124,84	48,72	81,0	43,0	91,0	42,0
16-20	89,97	46,02	105,85	41,20	78,0	35,0	90,0	40,0
20-24	51,03	26,26	60,73	23,31	58,0	28,0	66,0	26,0
MX	62,33	32,00	73,83	28,50	62,33	32,0	73,83	28,5

Оценку качества моделирования произведём через сопоставления полученных расчётных параметров с эталонными. За эталонные примем исходные значения нагрузок (1).

Средняя погрешности моделирования

$$\varepsilon = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \frac{|X_i^{расч} - X_i^{эм}|}{X_i^{эм}} \cdot 100\%, \quad (3.5)$$

коэффициент корреляции:

$$K(X^{мод}, X^{эт}) = \frac{1}{d-1} \sum_{j=1}^d \frac{(X_{ij}^{мод} - MX_i^{мод})(X_{ij}^{эт} - MX_i^{эт})}{\delta_X^{мод} \delta_X^{эт}}; \quad (3.6)$$

$$K(P_1^{мод}, P_1^{эт}) = \frac{1}{5-1} \sum_{j=1}^d \frac{(P_{1j}^{мод} - MP_1^{мод})(P_{1j}^{эт} - MP_1^{эт})}{\delta_{P_1}^{мод} \delta_{P_1}^{эт}} = 0,99;$$

Таблица 3.12. Значения средних отклонений моделируемых от исходных величин

	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂
ε _{ср} , %	16,9	14,8	13,2	18,9
K(X ^{мод} , X ^{эт})	0,990	0,986	0,936	0,991

Высокий коэффициент корреляции $K = 0,93 - 0,99$ означает тесную статистическую взаимосвязь моделируемых и эталонных параметров графиков нагрузки. Однако, среднелинейное отклонение превышает значение, рекомендуемые для инженерной точности ($\epsilon \leq 5,00\%$).

Нагрузка ЭЭС обладает неоднородной структурой в течение рассматриваемого периода времени. Ей характерны уровни максимума и минимума в определенных интервалы. Рассмотрим точность моделирования, если значения α_{P_i} , α_{Q_i} выразить как параметр, отражающий меру относительного среднеквадратичного разброса (σP_i , σQ_i) от математического ожидания МХ.

$$\alpha_{P_i} = \frac{\sigma P_i}{MP_i}; \quad \alpha_{Q_i} = \frac{\sigma Q_i}{MQ_i};$$

$$\alpha_{P_1} = \frac{\sigma P_1}{MP_1} = \frac{21,47}{62,33} = 0,344; \quad \alpha_{Q_1} = \frac{\sigma Q_1}{MQ_1} = \frac{10,31}{32,00} = 0,322;$$

$$\alpha_{P_2} = \frac{\sigma P_2}{MP_2} = \frac{20,27}{73,83} = 0,275; \quad \alpha_{Q_2} = \frac{\sigma Q_2}{MQ_2} = \frac{15,03}{28,50} = 0,527$$

Значения мощностей электрических нагрузок (3.4)

Таблица 3.13. Значения мощностей моделируемых электрических нагрузок

Данные моделируемых графиков					Исходные данные			
Интервал времени d	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂	P ₁	Q ₁	P ₂	Q ₂
0-4	40,24	21,39	52,97	13,03	30,0	18,0	38,0	10,0
4-8	41,23	21,87	53,90	13,73	40,0	22,0	63,0	8,00
8-12	82,84	41,85	93,20	42,85	87,0	46,0	95,0	45,0
12-16	78,89	39,95	89,47	40,09	81,0	43,0	91,0	42,0
16-20	72,72	36,99	83,65	35,77	78,0	35,0	90,0	40,0
20-24	58,08	29,96	69,82	25,52	58,0	28,0	66,0	26,0
МХ	62,33	32,00	73,83	28,50	62,33	32,0	73,83	28,5

Таблица 3.14. Значения средних отклонений моделируемых от исходных величин

	P_1	Q_1	P_2	Q_2
$\epsilon_{\text{ср}}, \%$	4,02	2,55	3,38	14,3
$K(X^{\text{мод}}, X^{\text{эт}})$	0,990	0,986	0,936	0,991

При сопоставлении результатов (таблица 3.12, таблица 3.14) видно, что погрешность моделирования при выражении моделирующего коэффициента α как параметр, отражающий меру относительного среднеквадратичного разброса от математического ожидания значительно меньше, и моделируемые значения электрических нагрузок поинтервально ближе к эталонным.

Таким образом, в условиях необходимости сокращения объёма данных и отсутствия полной информации о нагрузках можно прибегать к значению средневзвешенного моделирующего фактора, либо первой компоненты, наиболее полно отражающей дисперсию. Погрешность моделирования зависит от условий моделирования и выбора моделирующего коэффициента α .

При усовершенствовании алгоритма представленный метод можно использовать для моделирования исходных и неизвестных графиков нагрузок, определения потерь ЭЭ, а также других интегральных характеристик режимов, таких как диапазоны и диаграммы изменения реактивной мощности компенсирующих устройств, напряжений в узлах сети и др. Например, для решения оптимизационных задач в эксплуатационной и проектной постановках.

Усовершенствование метода предполагает подбор коэффициентов метода вероятностного моделирования, которые учитывают не только неравномерность графика, но и характер случайных изменений значений ЭН. Случайные характеристики учитываются в коэффициенте формы графика K_ϕ [45, 46] и параметре случайного процесса изменения величин ГЭН k_ω , характеризующим степень колебательности [46].

4. Моделирование значений электрических нагрузок методом главных компонент на примере типовых суточных графиков

4.1. Преимущества и перспективы метода главных компонент для моделирования параметров электрических нагрузок реальных электрических сетей

В качестве теоретического примера были рассмотрены основы статистического моделирования электрических нагрузок, базирующиеся на идеях и принципах компонентного анализа, используя пример простейшей двухузловой электроэнергетической системы. Предлагаемый метод обладает свойством универсальности, а моделирующие факторы статистически устойчивы, что подтвердилось путём многократных исследований, проведёнными разными авторами [15, 47, 48, 49]. На основе дисперсионного анализа результатов экспериментальных расчётов в указанных работах отмечено наличие групповой и динамической устойчивости для суточных, недельных и месячных графиков, это позволяет сделать вывод о возможности применения рассматриваемого метода моделирования. Под динамической устойчивостью понимается сравнение различных временных реализаций факторной модели для графиков постоянной совокупности объектов, а под групповой – сравнение ОГН, относящихся к различным исходным совокупностям объектов.

Реальные ЭЭС объединяют до нескольких сотен узлов и электропотребителей. Объёмы информации о параметрах электрических режимов достигают очень значительной размерности. Значительно усложняет методы расчётов, моделирования и оптимизации более точный учёт многожизности ЭС за счёт расчёта всех характерных режимов. К примеру, при расчёте характерных суточных режимов и суммирование потерь во всех элементах ЭС требуется учесть до 25-30 характерных режимных суток, а при планировании и прогнозировании на год - до 48 характерных суток. Если рассчитывать режим для каждого часа таких суток, то необходимо произвести до $48 \cdot 24 = 1152$ расчётов установившихся режимов. Чему сопутствует огромный объём информации [50, с. 63]

Для нахождения статистических характеристик электроэнергетической системы необязательно проводить одновременный замер нагрузки в целом по ЭС. Вычисленные элементы МКМ характеризуют степень неравномерности графика нагрузок, остающуюся примерно постоянной в течение длительного периода, и могут определяться на основании суточных замеров, (суточные ведомости ЭН) проводимых в разные дни. Такие замеры периодически проводятся в узлах энергосистемы. Большинство электропотребителей можно отнести к какой-либо категории (группе) электропотребителей, для которых существуют составленные типовые графики электрических нагрузок (ГЭН). Фактические значения незначительно отличаются от справочных, в связи с устойчивым характером и строгостью режимов работы энергосистем. Следовательно, данные типовых ГЭН могут быть взяты за основу для производимых расчётов.

4.2. Типовые графики электрических нагрузок

В основе расчёта и анализа характерных электрических режимов ЭЭС (потребления и потерь электроэнергии, диапазонов изменения напряжений, реактивных мощностей и др.), решения задач оптимизации режимов и развития электроэнергетических систем лежит изменение электропотребления во времени. Оно определяется технологическими процессами производства и бытовым ритмом жизни населения. Изменение ЭН во времени может представляться графически, аналитически или в табличном виде. Графики нагрузок показывают изменение во времени тока или мощности для любого интервала времени — часа, суток, месяца, года и др. В связи с этим и классифицируются на годовые, недельные, суточные.

Графический вид отображения ЭН представляется в системе координат вида $S(t)$, $P(t)$, $Q(t)$, $I(t)$ и др., где t — время, с учетом которого анализируется нагрузка. Графики удобны при индивидуальных расчётах, инженерном анализе характерных режимов и многорежимности электропотребления, функционирования электрических сетей, выполняемых вручную.

В аналитическом виде графики нагрузок составляют как для отдельных (индивидуальных) электропотребителей, такая информация необходима для управления и регулирования энергопотреблением отдельного предприятия в условиях действующих электроустановок и электрических сетей, применяют, как правило, лишь для крупных электропотребителей. Так и групповых (обобщенных) электропотребителей путём математической обработки и моделирования заданных в табличном (матричном) или экспериментально-статистическом видах процессов изменения нагрузок или электропотребления. При анализе режимов электрических сетей и систем электроснабжения различного назначения чаще приходится иметь дело с групповыми графиками ЭН, относящимися к электропотребителям, объединенными одной питающей линией или шинами подстанции. Групповые графики представляют собой результат суммирования графиков отдельных электропотребителей, входящих в группу. При очень большом количестве электропотребителей, входящих в группу, например, в крупных цехах предприятий, в городском районе в целом, суточный график приобретает устойчивый характер. Длительные наблюдения за действующими предприятиями позволили составить характерные графики для различных отраслей промышленного и сельскохозяйственного производства, а также городов и поселков. Такие графики обычно называют типовыми и строят их в относительных единицах, выражая нагрузки в разные часы в процентах от максимальной.

Для составления графиков ЭН используют показания замеров с помощью счётчиков электроэнергии или регистрирующих устройств, которые производятся систематически в ЭЭС, либо по показаниям измерительных систем, что находит большее применение и развитие в современных условиях автоматизации.

Режим работы (электропотребления) нагрузок характеризуют рядом физических и относительных показателей:

- Максимальная и минимальная нагрузка P_{\max} , P_{\min} ;
- Средняя нагрузка за рассматриваемый период - $P_{cp} = \frac{\sum P_i \Delta t_i}{\sum \Delta t_i}$;
- Среднеквадратичная нагрузка - $P_{ck} = \sqrt{\frac{\sum P_i^2 \Delta t_i}{\sum \Delta t_i}}$
- Коэффициент заполнения – плотность графика нагрузки - $k_3 = \frac{P_{cp}}{P_{\max}}$,
- Коэффициент неравномерности, характеризующий неравномерность электропотребления - $k_{np} = \frac{P_{\min}}{P_{\max}}$
- Коэффициент формы графика нагрузки - $k_{\phi} = \frac{P_{ck}}{P_{cp}}$.

Чем равномернее, плотнее электропотребление, тем ближе эти коэффициенты к единице, соответствующей неизменной нагрузке. С ростом неравномерности графика, т. е. при его пиковом характере, значение k_3 уменьшается, а k_{ϕ} - возрастает.

Предприятия, имеющие непрерывный технологический процесс производства в течение всего года при круглосуточной работе обладают коэффициентом заполнения близким к единице: химическая промышленность, чёрная и цветная металлургия, целлюлозно-бумажная промышленность. Особенность графиков нагрузок предприятий цветной металлургии в том, что графики активной и реактивной нагрузки имеют близкий к единице коэффициент заполнения.

Для предприятий, работающих в одну-две смены характерно значение коэффициента заполнения значительно меньше единицы: коммунально-бытовой сфера, предприятия деревообрабатывающей, легкой промышленности и др.

Суточные графики изменения нагрузки в различные времена года могут существенно отличаться друг от друга. Поэтому для более полного представления о нагрузке электропотребителей пользуются суточными графиками изменения нагрузки для двух-трех характерных периодов (сезонов) потребителей: зимнего, летнего и весенне-осеннего. Существенно зависит от времени года осветительная нагрузка и имеет наибольшее значение в зимние вечерние часы, летом суточный максимум нагрузки снижается по значению и длительности и наступает в более позднее время. Нагрузка от электробытовых приборов и бытовых двигателей также характеризуется резко - выраженным максимумом в вечернее и утреннее время. [51, с. 24]

4.3. Статистический анализ и моделирование электропотребления набора типовых отраслевых графиков различных отраслей промышленности

4.3.1. Статистическое моделирование электрических нагрузок совокупности $n=22$ графиков

В связи с отмеченными преимуществами (п.4.1) рассмотрим процесс моделирования электрических нагрузок совокупности $n=22$ графиков, получив исходные данные по типовым графикам ЭН для различных электропотребителей [52]. Интервал времени $\Delta t=2$ ч, число интервалов времени $d=12$.

Математическое ожидание электрических нагрузок определены по формуле (1), центрированные величины нагрузок ΔP (2). (Таблица 4.1)

Таблица 4.1. Типовые суточные графики электрических нагрузок

Интервал времени	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	MP
Металлообработка	$P_{,o.e.}$	0,538	0,526	0,538	0,769	0,923	0,987	0,794
	ΔP	0,256	0,269	0,256	0,025	0,129	0,193	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	1,00	0,923	0,936	0,885	0,865	0,641	
	ΔP	0,206	0,129	0,142	0,090	0,071	0,153	
Автомобилестроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,775
	$P_{,o.e.}$	0,500	0,470	0,480	0,920	0,980	0,870	
	ΔP	0,275	0,305	0,295	0,145	0,205	0,095	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	1,00	0,780	0,830	0,810	0,870	0,790	
ΔP	0,225	$5 \cdot 10^{-3}$	0,055	0,035	0,095	0,015		
Торфопереработка	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,859
	$P_{,o.e.}$	0,723	0,772	0,802	0,931	0,950	0,812	
	ΔP	0,136	0,087	0,057	0,072	0,092	0,047	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	0,802	0,861	0,941	1,00	0,901	0,812	
ΔP	0,057	$2,47 \cdot 10^{-3}$	0,082	0,141	0,042	0,047		
Угледобыча	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,874
	$P_{,o.e.}$	0,800	0,800	0,829	0,829	0,929	0,929	
	ΔP	0,074	0,074	0,045	0,045	0,055	0,055	

	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,929	0,829	0,915	1,00	0,893	0,800	
	ΔP	0,055	0,045	0,041	0,126	0,019	0,074	
Прядильно-ткацкие фабрики	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,796
	P _{,о.е.}	0,600	0,600	0,560	0,900	1,00	0,805	
	ΔP	0,196	0,196	0,236	0,104	0,204	9,33·10⁻³	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,956	0,900	1,00	0,919	0,708	0,600	
	ΔP	0,160	0,104	0,204	0,123	0,088	0,196	
Пищевая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,827
	P _{,о.е.}	0,703	0,672	0,695	0,876	1,00	0,944	
	ΔP	0,124	0,155	0,132	0,049	0,173	0,117	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,940	0,876	0,891	0,860	0,780	0,691	
	ΔP	0,113	0,049	0,064	0,033	0,047	0,136	
С/х промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,547
	P _{,о.е.}	0,300	0,240	0,900	0,960	0,560	0,500	
	ΔP	0,247	0,307	0,353	0,413	0,013	0,047	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,900	0,700	0,400	0,400	0,400	0,300	
	ΔP	0,353	0,153	0,147	0,147	0,147	0,247	
Вагоноремонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,683
	P _{,о.е.}	0,350	0,350	0,350	0,560	1,00	0,900	
	ΔP	0,333	0,333	0,333	0,123	0,317	0,217	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,620	0,870	0,780	0,870	0,980	0,560	
	ΔP	0,063	0,187	0,097	0,187	0,297	0,123	
ЭО сельских жилых домов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,422
	P _{,о.е.}	0,250	0,250	0,300	0,550	0,350	0,320	
	ΔP	0,172	0,172	0,122	0,128	0,072	0,102	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,350	0,300	0,550	0,950	0,600	0,300	
	ΔP	0,072	0,122	0,128	0,528	0,178	0,122	

Локомотиворемонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,626
	P _{,о.е.}	0,490	0,330	0,300	0,410	0,900	0,770	
	ΔP	0,136	0,296	0,326	0,216	0,274	0,144	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,850	0,660	0,560	0,690	0,730	0,820	
	ΔP	0,224	0,034	0,066	0,064	0,104	0,194	
Стрелочный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,787
	P _{,о.е.}	0,730	0,730	0,700	0,850	0,830	0,820	
	ΔP	0,057	0,057	0,087	0,063	0,043	0,033	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,880	0,820	0,820	0,700	0,910	0,650	
	ΔP	0,093	0,033	0,033	0,087	0,123	0,137	
Щебёночный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,694
	P _{,о.е.}	0,700	0,840	0,800	0,820	0,400	0,740	
	ΔP	5,83·10⁻³	0,146	0,106	0,126	0,294	0,046	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,590	0,630	0,370	0,880	0,730	0,830	
	ΔP	0,104	0,064	0,324	0,186	0,036	0,136	
Железобетонный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,529
	P _{,о.е.}	0,420	0,080	0,080	0,080	0,510	0,840	
	ΔP	0,109	0,449	0,449	0,449	0,019	0,311	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,410	0,750	0,580	0,760	0,920	0,920	
	ΔP	0,119	0,221	0,051	0,231	0,391	0,391	
Бытовая нагрузка	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,586
	P _{,о.е.}	0,380	0,250	0,250	0,480	0,500	0,400	
	ΔP	0,206	0,336	0,336	0,106	0,086	0,186	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,350	0,980	1,00	0,650	0,970	0,820	
	ΔP	0,236	0,394	0,414	0,064	0,384	0,234	
Станкостроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,745
	P _{,о.е.}	0,460	0,460	0,630	0,852	1,00	0,800	

	ΔP	0,285	0,285	0,115	0,107	0,255	0,055	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	1,00	0,937	0,734	0,764	0,727	0,575	
	ΔP	0,255	0,192	0,011	0,019	0,018	0,170	
Шпалопропиточный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,676
	$P_{,o.e.}$	0,620	0,570	1,00	0,400	0,860	0,880	
	ΔP	0,056	0,106	0,324	0,276	0,184	0,204	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	0,770	0,720	0,250	0,825	0,750	0,470	
	ΔP	0,094	0,044	0,426	0,149	0,074	0,206	
Деревоперерабатывающая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,663
	$P_{,o.e.}$	0,332	0,309	0,368	0,798	1,00	0,750	
	ΔP	0,331	0,354	0,295	0,135	0,337	0,087	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	0,924	0,798	0,834	0,743	0,716	0,388	
	ΔP	0,261	0,135	0,171	0,080	0,053	0,275	
Тяжелое машиностроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,872
	$P_{,o.e.}$	0,727	0,837	0,815	0,841	0,882	1,00	
	ΔP	0,145	0,035	0,057	0,031	9,92 · 10⁻³	0,128	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	1,00	0,915	0,890	0,834	0,934	0,790	
	ΔP	0,128	0,043	0,018	0,038	0,062	0,082	
Машиностроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,723
	$P_{,o.e.}$	0,510	0,470	0,490	0,600	0,970	0,890	
	ΔP	0,213	0,253	0,233	0,123	0,247	0,167	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	0,890	0,870	0,860	0,790	0,760	0,580	
	ΔP	0,167	0,147	0,137	0,067	0,037	0,143	
Производство стройматериалов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,806
	$P_{,o.e.}$	0,510	0,470	0,760	0,780	0,790	0,770	
	ΔP	0,296	0,336	0,046	0,026	0,016	0,036	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	

	$P_{,o.e.}$	0,960	0,970	0,950	0,910	0,980	0,820	
	ΔP	0,154	0,164	0,144	0,104	0,174	0,014	
Ремонтно-механический завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,683
	$P_{,o.e.}$	0,334	0,334	0,334	0,915	1,00	0,645	
	ΔP	0,349	0,349	0,349	0,232	0,317	0,038	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	0,797	0,800	0,800	1,00	0,800	0,434	
	ΔP	0,114	0,117	0,117	0,317	0,117	0,249	
Чёрная металлургия	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,896
	$P_{,o.e.}$	0,830	0,830	0,860	1,00	1,00	0,897	
	ΔP	0,066	0,066	0,036	0,104	0,104	$1,42 \cdot 10^{-3}$	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	$P_{,o.e.}$	0,897	0,949	0,934	0,890	0,830	0,830	
	ΔP	$1,42 \cdot 10^{-3}$	0,053	0,038	$5,58 \cdot 10^{-3}$	0,066	0,066	

На основе вычислений корреляционных моментов (2.5) и дисперсий (2.3) составлена матрица корреляционных моментов (Приложение А)

Характеристическое уравнение относится к уравнению высших порядков с количеством неизвестных $n=22$ (п.2.2.6). Вычисления произведены в программном комплексе Mathcad (п.4.5)

Полученные собственные числа и собственные векторы (Приложение А) расположены в порядке убывания их значений:

$$\lambda_1=0,405, \lambda_2=0,156, \lambda_3=0,073, \lambda_4=0,049, \lambda_5=0,039, \lambda_6=0,021, \lambda_7=9,00 \cdot 10^{-3}, \lambda_8=9,00 \cdot 10^{-3}, \lambda_9=5,00 \cdot 10^{-3}, \lambda_{10}=3,00 \cdot 10^{-3}, \lambda_{11}=2,00 \cdot 10^{-3}, \lambda_{12} \div \lambda_{22}=0,00.$$

Таблица 4.2. Собственные векторы

\bar{W}_1	\bar{W}_2	\bar{W}_3	\bar{W}_4	\bar{W}_5	\bar{W}_6	\bar{W}_7	\bar{W}_8	\bar{W}_9	\bar{W}_{10}	\bar{W}_{11}	$\bar{W}_{12} \approx \bar{W}_{22}$	
0,262	0,063	-	-	-	-	-	0,334	0,345	0,130	0,077	0,036	0,267
0,254	0,086	0,006	-	-	-	0,130	0,013	0,330	0,208	-	0,231	0,047
0,091	0,015	0,122	0,151	0,072	0,075	0,122	0,131	0,001	0,105	0,423	0,295	
0,074	0,019	0,043	0,099	0,120	0,023	0,254	0,033	0,030	0,067	0,120	0,262	
0,217	0,153	0,148	0,073	0,183	0,017	0,161	0,074	0,398	0,196	0,075	0,191	
0,144	0,118	0,037	0,075	0,117	0,010	0,026	0,088	0,230	0,211	0,017	0,059	
0,060	0,521	0,011	0,073	0,637	0,103	0,001	0,030	0,122	0,355	0,076	0,012	
0,347	-	-	0,091	0,115	0,301	0,378	0,283	0,117	0,220	0,352	0,140	
0,149	0,048	0,269	0,660	0,193	0,042	0,343	0,131	0,128	0,165	0,114	0,068	
0,233	0,110	0,317	0,170	0,065	0,410	0,056	0,458	0,201	0,224	0,015	0,076	
0,075	0,069	0,020	0,079	0,021	0,046	0,043	0,352	0,474	0,032	0,509	0,521	
0,129	0,062	0,072	0,479	0,142	0,410	0,244	0,393	0,230	0,380	0,075	0,138	
0,297	0,561	0,311	0,040	0,179	0,195	0,087	0,070	0,295	0,350	0,232	0,061	
0,257	0,414	0,410	0,077	0,435	0,300	0,167	0,075	0,017	0,219	0,075	0,031	
0,233	0,233	0,072	0,066	0,119	0,023	0,156	0,070	0,149	0,325	0,006	0,096	
0,017	0,135	0,649	0,344	0,093	0,440	0,047	0,181	0,079	0,108	0,110	0,005	
0,338	0,223	0,051	0,092	0,109	0,017	0,006	0,070	0,074	0,028	0,139	0,204	
0,081	0,049	0,089	0,056	0,039	0,004	0,199	0,415	0,191	0,259	0,231	0,005	
0,254	0,045	0,126	0,148	0,108	0,142	0,207	0,053	0,183	0,113	0,064	0,288	
0,211	0,011	0,062	0,096	0,380	0,025	0,379	0,141	0,208	0,188	0,302	0,125	
0,348	0,159	0,191	0,244	0,193	0,031	0,338	0,123	0,015	0,158	0,286	0,064	
0,055	0,091	0,065	0,041	0,026	0,029	0,199	0,028	0,252	0,162	0,133	0,501	

По полученным результатам видно, что значение для последующих вычислений имеют первые восемь – девять собственных чисел λ и векторов \overline{W} . $\lambda_{12} \div \lambda_{22}$ равны нулю, следовательно, на процесс моделирования не влияют. Сумма одиннадцати собственных чисел равна общей дисперсии МКМ.

$$\sum_{j=1}^{11} \lambda_j = \sigma_{\Sigma}^2 = 0,711$$

Доля первого (наибольшего) собственного числа от общей дисперсии

$$\frac{\lambda_1}{\sigma_{\Sigma}^2} \cdot 100\% = 52,5\%$$

Высокая суммарная доля от общей дисперсии уже первых пяти собственных чисел и составляет

$$\frac{\sum_{j=1}^5 \lambda_j}{\sigma_{\Sigma}^2} \cdot 100\% = 93,7\%$$

Проверим выполнение свойств собственных чисел и собственных векторов рассматриваемой МКМ (п.2.2.5) :

- $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n k_{ii} = \sigma_{\Sigma}^2 = 0,711$

- $\prod_{i=1}^n \lambda_i = |\text{МКМ}| = 0,00$

- $K = [\overline{W}_1 \quad \overline{W}_2 \quad \dots \quad \overline{W}_n] \times \lambda \times [\overline{W}_1 \quad \overline{W}_2 \quad \dots \quad \overline{W}_n]^T$

- $K = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & \dots & V_{n1} \\ V_{12} & V_{22} & \dots & V_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{14} & V_{24} & \dots & V_{n4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & \dots & V_{n1} \\ V_{12} & V_{22} & \dots & V_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{14} & V_{24} & \dots & V_{n4} \end{bmatrix}^T = \text{МКМ}$

(Приложение А)

Выполнение свойств собственных векторов показаны в (Приложение А).

Для моделирования электрических нагрузок составлены ортогональные графики нагрузок ОГН (3.2)

Таблица 4.3. Ортогональные графики электрических нагрузок

$\overline{\Gamma_1}$	$\overline{\Gamma_2}$	$\overline{\Gamma_3}$	$\overline{\Gamma_4}$	$\overline{\Gamma_5}$	$\overline{\Gamma_6}$	$\overline{\Gamma_7}$	$\overline{\Gamma_8}$	$\overline{\Gamma_9}$	$\overline{\Gamma_{10}}$	$\overline{\Gamma_{11}}$	$\overline{\Gamma_{12}} \div \overline{\Gamma_{22}}$
-0,925	-0,240	-0,049	-0,131	-0,136	$9,0 \cdot 10^{-3}$	$-8,0 \cdot 10^{-3}$	-0,058	0,027	-0,051	0,106	0,00
-1,148	0,032	0,075	-0,051	-0,270	0,039	0,031	0,101	-0,028	0,096	-0,034	0,00
-0,967	0,422	-0,166	0,181	0,295	0,191	-0,056	-0,069	-0,014	-0,040	-0,043	0,00
-0,045	0,628	0,484	0,128	0,062	-0,193	0,128	0,070	0,009	-0,042	$9,0 \cdot 10^{-3}$	0,00
0,698	0,326	-0,214	-0,184	-0,275	0,107	0,152	-0,139	-0,030	-0,015	-0,025	0,00
0,303	-0,052	-0,472	-0,045	-0,091	-0,057	-0,037	0,194	0,064	-0,065	-0,027	0,00
0,400	0,577	-0,196	-0,159	0,076	-0,191	-0,159	-0,033	-0,057	0,061	0,031	0,00
0,513	-0,077	0,019	-0,129	0,312	0,169	0,080	0,038	0,117	0,070	0,032	0,00
0,467	-0,202	0,548	-0,252	-0,084	0,132	-0,159	$-1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	-0,037	-0,031	0,00
0,470	-0,173	0,027	0,581	-0,205	-0,017	-0,065	-0,073	0,069	0,027	$5,0 \cdot 10^{-3}$	0,00
0,490	-0,471	-0,025	0,177	0,132	0,079	0,047	0,078	-0,175	$-6,0 \cdot 10^{-3}$	0,029	0,00
-0,256	-0,707	-0,030	-0,116	0,184	-0,269	0,045	-0,108	0,014	$1,0 \cdot 10^{-3}$	-0,052	0,00

Нормирование и свойства ОГН в (Приложение А).

Значение электрических нагрузок получено (восстановлено) с помощью известных математических ожиданий MP_i и моделируемых отклонений от математических ожиданий в виде линейной комбинации M обобщённых графиков (3.3). Количество M подбиралось таким образом, чтобы модель соответствовала необходимым критериям точности. За оценку точности принимаем относительную погрешность, которая выражается как абсолютное среднее линейное отклонение расчётных $P^{расч}$ от эталонных $P^{эм}$ значений мощностей ЭН (3.5) и коэффициент корреляции (3.6), отражающий тесноту связи - близость моделируемых величин к эталонным значениям. Значение коэффициента корреляции $R > 0,7$ указывает на сильную взаимосвязь параметров. Согласно точности инженерных расчётов допустимое среднее линейное отклонение не должно превышать 5,0 %.

Таблица 4.4. Моделируемые и эталонные значения суточных графиков электрических нагрузок

Интервал времени	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	$\epsilon_{ср}, \%$	R
Металлообработка	$P_{,о.е.}^{исх}$	0,538	0,526	0,538	0,769	0,923	0,987	0,436	0,946
	$P_{,о.е.}^{мод}$	0,552	0,494	0,541	0,782	0,977	0,874		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,о.е.}^{исх}$	1,00	0,923	0,936	0,885	0,865	0,641		
	$P_{,о.е.}^{мод}$	0,899	0,929	0,917	0,918	0,923	0,727		
Автомобилестроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,20	0,893
	$P_{,о.е.}^{исх}$	0,500	0,470	0,480	0,920	0,980	0,870		
	$P_{,о.е.}^{мод}$	0,540	0,484	0,530	0,764	0,952	0,852		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,о.е.}^{исх}$	1,00	0,780	0,830	0,810	0,870	0,790		
$P_{,о.е.}^{мод}$	0,877	0,905	0,893	0,894	0,899	0,710			
Торфопереработка	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,421	0,715
	$P_{,о.е.}^{исх}$	0,723	0,772	0,802	0,931	0,950	0,812		
	$P_{,о.е.}^{мод}$	0,775	0,754	0,771	0,855	0,922	0,887		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,о.е.}^{исх}$	0,802	0,861	0,941	1,000	0,901	0,812		
$P_{,о.е.}^{мод}$	0,895	0,906	0,901	0,902	0,904	0,836			
Угледобыча	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,238	0,733
	$P_{,о.е.}^{исх}$	0,800	0,800	0,829	0,829	0,929	0,929		
	$P_{,о.е.}^{мод}$	0,805	0,789	0,802	0,870	0,925	0,896		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,о.е.}^{исх}$	0,929	0,829	0,915	1,00	0,893	0,800		
$P_{,о.е.}^{мод}$	0,903	0,911	0,908	0,908	0,910	0,855			

Прядильно-ткацкие фабрики	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,265	0,838
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,600	0,600	0,560	0,900	1,00	0,805		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,595	0,547	0,586	0,786	0,947	0,861		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,956	0,900	1,00	0,919	0,708	0,600		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,882	0,907	0,897	0,898	0,902	0,740		
Пищевая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,497	0,839
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,703	0,672	0,695	0,876	1,00	0,944		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,694	0,661	0,688	0,821	0,928	0,871		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,940	0,876	0,891	0,860	0,780	0,691		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,885	0,901	0,895	0,895	0,898	0,790		
С/Х промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,340	0,995
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,300	0,240	0,900	0,960	0,560	0,500		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,270	0,287	0,908	0,925	0,567	0,471		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,900	0,700	0,400	0,400	0,400	0,300		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,906	0,726	0,403	0,397	0,427	0,271		
Вагоноремонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,04	0,926
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,350	0,350	0,350	0,560	1,000	0,900		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,361	0,284	0,347	0,667	0,925	0,788		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,620	0,870	0,780	0,870	0,980	0,560		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,821	0,861	0,845	0,846	0,853	0,594		
ЭО сельских жилых домов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,887	0,995
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,250	0,250	0,300	0,550	0,350	0,320		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,197	0,240	0,333	0,600	0,332	0,313		

	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,350	0,300	0,550	0,950	0,600	0,300		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,297	0,423	0,483	0,891	0,628	0,333		
Локомотиворемонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	3,90	0,787
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,490	0,330	0,300	0,410	0,900	0,770		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,436	0,362	0,354	0,546	0,753	0,702		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,850	0,660	0,560	0,690	0,730	0,820		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,656	0,754	0,757	0,755	0,792	0,644		
Стрелочный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,651	0,609
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,730	0,730	0,700	0,850	0,830	0,820		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,717	0,701	0,714	0,783	0,839	0,809		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,880	0,820	0,820	0,700	0,910	0,650		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,817	0,825	0,822	0,822	0,823	0,767		
Щебёночный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,34	0,858
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,700	0,840	0,800	0,820	0,400	0,740		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,769	0,815	0,892	0,688	0,511	0,670		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,590	0,630	0,370	0,880	0,730	0,830		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,545	0,569	0,486	0,921	0,747	0,717		
Железобетонный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,67	0,984
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,420	0,080	0,080	0,080	0,510	0,840		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,404	0,183	0,057	0,013	0,620	0,795		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,410	0,750	0,580	0,760	0,920	0,920		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,385	0,719	0,611	0,757	0,946	0,859		

Бытовая нагрузка	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,49	0,932
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,380	0,250	0,250	0,480	0,500	0,400		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,427	0,335	0,094	0,513	0,542	0,491		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,350	0,980	1,00	0,650	0,970	0,820		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,369	0,757	1,01	0,789	0,896	0,800		
Станкостроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,82	0,825
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,460	0,460	0,630	0,852	1,00	0,800		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,529	0,478	0,520	0,734	0,907	0,815		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	1,00	0,937	0,734	0,764	0,727	0,575		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,838	0,864	0,854	0,854	0,859	0,685		
Шпалопропиточный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	3,07	0,872
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,620	0,570	1,00	0,400	0,860	0,880		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,660	0,603	0,824	0,446	0,871	0,981		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,770	0,720	0,250	0,825	0,750	0,470		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,888	0,662	0,302	0,644	0,637	0,596		
Деревоперерабатывающая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,03	0,915
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,332	0,309	0,368	0,798	1,000	0,750		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,351	0,276	0,337	0,648	0,899	0,766		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,924	0,798	0,834	0,743	0,716	0,388		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,799	0,837	0,821	0,822	0,829	0,577		
Тяжелое машиностроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,451	0,656
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,727	0,837	0,815	0,841	0,882	1,00		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,797	0,779	0,794	0,868	0,928	0,897		

	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	1,00	0,915	0,890	0,834	0,934	0,790		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,904	0,913	0,910	0,910	0,912	0,851		
Машиностроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,581	0,930
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,510	0,470	0,490	0,600	0,970	0,890		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,488	0,432	0,478	0,712	0,901	0,800		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,890	0,870	0,860	0,790	0,760	0,580		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,825	0,854	0,842	0,843	0,848	0,658		
Производство стройматериалов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,710	0,827
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,510	0,470	0,760	0,780	0,790	0,770		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,610	0,563	0,601	0,796	0,953	0,870		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,960	0,970	0,950	0,910	0,980	0,820		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,890	0,914	0,905	0,905	0,909	0,752		
Ремонтно-механ. завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,39	0,893
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,334	0,334	0,334	0,915	1,00	0,645		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,961	0,283	0,346	0,667	0,926	0,788		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,797	0,800	0,800	1,00	0,800	0,434		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,822	0,861	0,845	0,846	0,853	0,594		
Чёрная металлургия	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,299	0,573
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,830	0,830	0,860	1,00	1,00	0,897		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,845	0,830	0,842	0,893	0,934	0,912		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,897	0,949	0,934	0,890	0,830	0,830		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,918	0,924	0,921	0,921	0,922	0,882		

Таблица 4.5. Рекомендуемое количество факторов для моделирования при статистической обработке выборки графиков электрических нагрузок размерностью $n=22$

	$k_3 = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	$\varepsilon, \%$	R
С/Х промышленность	0,569	0,250	5	0,312	0,995
ЭО сельских жилых домов	0,445	0,263	4	0,887	0,962
Щебёночный завод	0,789	0,420	4	2,34	0,858
Железобетонный завод	0,575	0,087	3	1,63	0,984
Бытовая нагрузка	0,586	0,250	3	1,49	0,932
Шпалопропиточный завод	0,676	0,250	3	3,066	0,872
Локомотивремонтный завод	0,695	0,333	2	3,90	0,787
Чёрная металлургия	0,896	0,830	2	0,143	0,820
Стрелочный завод	0,864	0,714	2	0,515	0,702
Тяжелое машиностроение	0,872	0,727	2	0,399	0,700
Деревоперерабат.промышлен.	0,663	0,309	1	2,029	0,915
Ремонтно-механическ. завод	0,683	0,334	1	2,390	0,893
Вагоноремонтный завод	0,683	0,350	1	1,043	0,926
Станкостроение	0,745	0,460	1	1,821	0,825
Автомобилестроение	0,775	0,470	1	1,199	0,893
Производство стройматериал.	0,822	0,480	1	1,710	0,827
Машиностроение	0,746	0,485	1	0,591	0,930
Металлообработка	0,794	0,526	1	0,436	0,946
Прядильно-ткацкие фабрики	0,796	0,560	1	1,265	0,838
Пищевая промышленность	0,827	0,672	1	0,497	0,839
Торфопереработка	0,859	0,723	1	0,421	0,715
Угледобыча	0,874	0,800	1	0,238	0,733

В таблице 4.5 прослеживается зависимость рекомендуемого числа моделирующих факторов от конфигурации графика электрических нагрузок (ГЭН). Для моделирования электропотребления с высокой неравномерностью ($k_{np} < 0,30$ и $k_3 < 0,680$) необходимо от 3 до 5 ОГН. В большинстве других случаев для реконструкции графиков нагрузок достаточно 1-2 фактора. [19] Исключения из общего правила проявились для потребителей: щебёночный завод, деревоперерабатывающая промышленность, ремонтно-механический завод.

ГЭН щебёночного завода характерны частые резкие «скачки» между значениями ЭН последовательности интервалов (таблица 4.4). Ступени графика отличаются в 1,70 – 2,40 раза, и для реконструкции параметров требуется от 3-5 моделирующих факторов, в зависимости от свойств исходной выборки.

Напротив, несмотря на низкий коэффициент неравномерности, для моделирования параметров ЭН деревоперерабатывающей промышленности и ремонтно-механического завода требуется меньшее количество \bar{G} (таблица 4.4, 4.5). Графики хотя и обладают сильным отличием между минимальными и максимальными значениями, но частота скачков небольшая. Однако, в итоге

отметим в сопоставлении с исходными ГЭН поинтервальное высокое качество восстановления указанных графиков (таблица 4.5): небольшая погрешность и высокий коэффициент корреляции.[20]

4.3.2. Статистическое моделирования электрических нагрузок, обладающих высокой неравномерностью

Исходя из установленного выше соответствия о зависимости процесса реконструкции параметров электрических нагрузок, а именно, количества моделирующих факторов в зависимости от конфигурации графика, можно предположить, что если рассмотреть совокупность графиков, обладающих только высокой неравномерностью, то число моделирующих факторов ≥ 3 . Рассмотрим процесс моделирования совокупности графиков, коэффициент неравномерности каждого электропотребителя $k_{нр} < 0,35$ (таблица 4.6).

Таблица 4.6. Характерные суточные графики электрических нагрузок высокой неравномерности

ЭО общественных зданий	ЭО сельских жилых домов	Железобетонный завод	Освещение улиц	ЭО городских зданий	Бытовая нагрузка	Локомотиворемонтный завод	С/Х промышленность
P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
0,125	0,250	0,420	0,800	0,257	0,380	0,490	0,300
0,100	0,250	0,080	0,300	0,257	0,250	0,330	0,240
0,200	0,300	0,080	0,300	0,329	0,250	0,300	0,900
0,400	0,550	0,080	0,300	0,550	0,480	0,410	0,960
0,500	0,350	0,510	0,000	0,450	0,500	0,900	0,560
0,300	0,320	0,840	0,000	0,350	0,400	0,770	0,500
0,600	0,350	0,410	0,000	0,400	0,350	0,850	0,900
1,00	0,300	0,750	0,000	0,750	0,980	0,660	0,700
1,00	0,550	0,580	1,00	1,00	1,00	0,560	0,400
0,850	0,950	0,760	1,00	1,00	0,650	0,690	0,400
0,700	0,600	0,920	1,00	0,850	0,970	0,730	0,400
0,300	0,300	0,920	1,00	0,500	0,820	0,820	0,300
MP_1	MP_2	MP_3	MP_4	MP_5	MP_6	MP_7	MP_8
0,506	0,422	0,529	0,475	0,558	0,586	0,626	0,547
$\sigma^2 P_1$	$\sigma^2 P_2$	$\sigma^2 P_3$	$\sigma^2 P_4$	$\sigma^2 P_5$	$\sigma^2 P_6$	$\sigma^2 P_7$	$\sigma^2 P_8$
0,096	0,039	0,095	0,184	0,069	0,076	0,039	0,061

Числовые характеристики показаны в (Приложение Б)

Для данной выборки, матрица корреляционных моментов характеризуется следующими собственными числами: $\lambda_1=0,353$, $\lambda_2=0,153$, $\lambda_3=0,090$, $\lambda_4=0,029$, $\lambda_5=0,021$, $\lambda_6=8,26 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_7=3,66 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_8=2,63 \cdot 10^{-4}$.

На основе значений собственных векторов и центрированных составляющих электрических нагрузок получим ортогональные графики по формуле (3.2)

Таблица 4.7. Векторы ортогональных графиков нагрузок

$\overline{\Gamma}_1$	$\overline{\Gamma}_2$	$\overline{\Gamma}_3$	$\overline{\Gamma}_4$	$\overline{\Gamma}_5$	$\overline{\Gamma}_6$	$\overline{\Gamma}_7$	$\overline{\Gamma}_8$
-0,207	-0,656	0,140	-0,056	0,021	0,045	-0,071	-0,029
-0,683	-0,477	-0,026	-0,179	-0,290	$-3,00 \cdot 10^{-3}$	0,036	0,00
-0,737	-0,179	-0,353	$-3,00 \cdot 10^{-3}$	0,168	-0,069	-0,065	0,026
-0,429	0,067	-0,513	0,063	0,132	-0,055	0,112	-0,015
-0,337	0,341	0,237	0,066	-0,104	0,125	0,094	0,012
-0,374	0,203	0,498	0,126	-0,063	-0,160	-0,028	0,013
-0,489	0,446	0,006	0,179	0,080	0,167	-0,069	$-9,00 \cdot 10^{-3}$
0,183	0,781	0,051	-0,311	$-5,00 \cdot 10^{-3}$	-0,076	-0,032	-0,018
0,880	0,012	-0,315	-0,211	-0,059	0,091	-0,031	0,023
0,854	-0,059	-0,245	0,342	-0,194	-0,046	-0,031	$-5,00 \cdot 10^{-3}$
0,859	-0,076	0,075	0,014	0,091	-0,053	0,042	-0,007
0,480	-0,402	0,443	-0,029	0,225	0,034	0,043	0,009

Таблица 4.8. Характеристики графиков электрических нагрузок и минимальное количество ортогональных графиков для моделирования

	$k_s = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	ε , %	R
Освещение улиц	0,475	$1,00 \cdot 10^{-4}$	7	2,17	1,00
С/Х промышленность	0,569	0,250	5	0,091	0,999
ЭО общественных зданий	0,506	0,1	4	3,06	0,983
ЭО сельских жилых домов	0,445	0,263	4	0,596	0,964
Локомотиворемонтный завод	0,695	0,333	3	2,57	0,870
Железобетонный завод	0,575	0,087	3	0,165	0,977
Бытовая нагрузка	0,586	0,250	2	2,58	0,916
ЭО городских зданий	0,558	0,257	2	2,308	0,931

Полученные результаты (таблица 4.8) подтверждают выдвинутое выше предположение: для достаточно точного моделирования электрических нагрузок (Приложение Б) с высокой неравномерностью требуется бо́льший учёт ($M > 2$) моделирующих факторов.

4.3.3. Статистическое моделирование электрических нагрузок совокупности n=10 графиков

Основные свойства исходных значений объединяет и отражает матрица корреляционных моментов. При изменении в совокупности рассматриваемых векторов, изменяются и их числовые характеристики. Ниже показано как изменения в МКМ, а именно, размерность матрицы влияет и на процесс моделирования (таблица 4.9). Произведён статистический анализ выборки размерностью n=10. Набор графиков включает ГЭН электропотребителей, моделирование которых рассматривалось при статистическом анализе выборки большего размера (таблица 4.5).

Определены числовые характеристики и реконструкция параметров (Приложение В).

Таблица 4.9. Рекомендуемое количество факторов для моделирования при статистической обработке выборки графиков электрических нагрузок размерностью n=10

	$k_z = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	$\varepsilon, \%$	R
ЭО сельских жилых домов	0,445	0,263	3	0,533	0,981
Щебёночный завод	0,789	0,420	3	2,75	0,834
Железобетонный завод	0,575	0,087	3	3,43	0,994
Деревоперерабат.пром.	0,663	0,309	2	0,370	0,995
Локомотиворемонтный завод	0,695	0,333	1	2,96	0,848
Вагоноремонтный завод	0,683	0,350	1	0,68	0,944
Автомобилестроение	0,775	0,470	1	1,42	0,883
Прядильно-ткацкие фабрики	0,796	0,560	1	1,86	0,759
Пищевая промышленность	0,827	0,672	1	0,636	0,797
Угледобыча	0,874	0,800	1	0,231	0,743

По результатам, приведённым в таблице 4.9, видно, что более чувствительны к изменениям графики электрических нагрузок электропотребителей с низким коэффициентом неравномерности. Количество M изменилось для потребителей: ЭО сельских жилых домов, щебёночный завод, деревоперерабатывающая промышленность, локомотиворемонтный завод. Таким образом, полученные рекомендации по количеству M не являются жёстко установленными и могут изменяться в зависимости от размерности и свойств исходной МКМ.

Для статистического подтверждения полученных результатов были рассмотрены выборки ГЭН разной размерности n (Приложение Г, Д)

4.4. Рекомендуемое число моделирующих факторов для интервалов высокой и низкой неравномерности графиков электрических нагрузок

Из результатов вычислений (п.4.3.1, п.4.3.2, п.4.3.3) установлено, что количество моделирующих факторов зависит от особенностей матрицы корреляционных моментов и характеристик графика: неравномерности и заполнения.

Учитывая изменение исследуемых параметров как случайных величин согласно нормальному закону [53] выделим в соответствии с распределением Стьюдента интервалы значений коэффициентов k_3 и $k_{нр}$, характеризующих неравномерность графиков и сложность реконструкции параметров многорежимности (таблица 4.10).

Интервалы, характеризующие неравномерность графика определим как доверительные интервалы [54, 55].

$$\left[k_{cp} - t_{\beta} \cdot \left(\sqrt{D/n} \right); k_{cp} + t_{\beta} \cdot \left(\sqrt{D/n} \right) \right],$$

$$\text{где } D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - Mx)^2}{n-1} - \text{оценка дисперсии;}$$

$$Mx = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - \text{оценка математического ожидания } (k_{cp}).$$

Границы интервала, а именно коэффициент t_{β} , зависят от двух величин: уровня достоверности β и от числа степеней свободы $f = n - 1$. [54]

Определение диапазонов произведено с принятым уровнем достоверности $\beta = 0,95$ при статистически представительном количестве проведённых исследований для различных размерностей и комбинаций типовых суточных графиков ЭН ($n > 20$). Из результатов установлена зависимость рекомендуемого числа моделирующих факторов (M) от конфигурации графика электрических нагрузок (ГЭН).

Статистический анализ и выделенное необходимое количество моделирующих факторов некоторых опытов приведены в (Приложение Е).

Таблица 4.10. Необходимое число моделирующих факторов для интервалов высокой и низкой неравномерности

графики высокой неравномерности		Количество моделирующих факторов $\bar{Г}$
	границы интервала	
$k_{нр} = 0,226 \pm 0,038$	$k_{нр}^{гран} = 0,266 \rightarrow 0,00$	$M \geq 3$
$k_3 = 0,461 \pm 0,164$	$k_3^{гран} = 0,626 \rightarrow 0,00$	
графики низкой неравномерности		$M=1 \div 2$
$k_{нр} = 0,412 \pm 0,070$	$k_{нр}^{гран} = 0,342 \rightarrow 1,00$	
$k_3 = 0,741 \pm 0,048$	$k_3^{гран} = 0,693 \rightarrow 1,00$	

Графики, коэффициенты которых находятся в интервале $k_{нр} \in [0,00 \div 0,266]$ и $k_3 \in [0,00 \div 0,626]$ характеризуются как графики высокой неравномерности, отличаются заметной ступенчатостью, для их реконструкции необходимо от 3 и более моделирующих фактора. Графики, коэффициенты которых находятся в интервале $k_{нр} \in [0,342 \div 1,00]$ и $k_3 \in [0,693 \div 1,00]$ - графики низкой неравномерности. Для их реконструкции достаточно 1÷2 фактора $\bar{Г}$. Восстановление графиков, с коэффициентами $k_{нр} \in [0,250 \div 0,353]$ и $k_3 \in [0,558 \div 0,695]$ сильно зависит от условий моделирования: корреляции графиков и размерности МКМ. Для реконструкции таких параметров требуется $M = 1 \div 3$ моделирующих фактора. [20]

Стоит подчеркнуть, что при вероятностно-статистическом моделировании параметров ЭН возможны случайные отклонения величин, интервал неравномерности и рекомендуемое количество факторов не является жёстко-установленным и зависят от особенностей графика электропотребления и условий моделирования. Таким образом, могут быть отдельные реализации как исключение из общего правила (таблица 4.5, щебёночный завод и др.) [21] Проверка полученных результатов по методу Смирнова-Граббса [57] показала, что отклонения не являются ошибкой.

4.5. Реализация процесса моделирования электрических нагрузок в программном вычислительном комплексе Mathcad

Вычисление числовых характеристик и параметров, необходимых для расчётов электрических режимов и моделирования значений - трудоёмкий процесс (п.2.2). Для расчётов используют вычислительные комплексы и программное обеспечение (математические редакторы) Fortran, Matlab, MathCAD, СТАТИСТИКА и др.

В ходе проводимого исследования данной работы применялся программно-вычислительный комплекс MathCad. MathCad - это математический редактор, сочетающий в себе визуально ориентированный входной язык, удобный редактор текста и формул, численный и символьный процессоры, позволяющий проводить разнообразные научные и инженерные расчёты, начиная от элементарных арифметических и заканчивая численными вычислениями. Для реконструкции параметров электрических нагрузок был получен алгоритмический программный модуль:

В начале процесса моделирования и вычислений обозначаются количество векторов исходных данных n и число рассматриваемых интервалов времени d . Индексы $i=1, \overline{d}$, $j=1, n$. Начальный номер индексации принимаем равным 1 ($ORIGIN \equiv 1$). Исходные данные вводят в виде векторов, образующих матрицу через автоматизированную функцию «augment(A, B, C, ...)». При необходимости возможно обращение к каждому элементу, для этого в строке нижний индекс вводится адрес (i, j) необходимого элемента

$$S_{1,1} = 40 \quad S_{2,3} = 95$$

Характеристики графиков – коэффициент неравномерности и коэффициент заполнения определяют через заданные выражения, вычисляя средние, максимальные и минимальные значения графиков через встроенные функции

$$k_{HP_j} := \frac{\min(P^{(j)})}{\max(P^{(j)})}; \quad k_{3_j} := \frac{\text{mean}(P^{(j)})}{\max(P^{(j)})}$$

Вычисление математического ожидания организовано в виде программного модуля, что наиболее удобно при рассмотрении матриц большой размерности (рис. 4.1).

```

MX := for j ∈ 1..n
    sum ← 0
    for i ∈ 1..d
        for j ∈ j
            sum ← sum + Pi,j
            MP ←  $\frac{\text{sum}}{d}$ 
        MP
    MXj ← MP

```

Рис. 4.1. Вычисление математического ожидания в программе MathCad

При рассмотрении отдельных нагрузок, либо матриц небольшой размерности, вычисление возможно через автоматизированные функции суммирования, обращаясь к векторам заданных величин

$$MP1 := \frac{1 \cdot \sum P1}{d} = 62.333$$

Вычисление корреляционных моментов и дисперсий формирует матрицу корреляционных моментов

```

for j ∈ 1..n
  for n ∈ 1..n
    sum ← 0
    for i ∈ 1..d
      for j ∈ j
        for n ∈ n
          sum ← sum + (Pi,j - MXj)·(Pi,n - MXn)
          K(j,n) ←  $\frac{sum}{d}$ 
        M(j,n) ← K(j,n)
    M

```

Рис. 4.2. Вычисление корреляционных моментов и дисперсий в программе MathCad

По главной диагонали матрицы располагается дисперсия, которую также можно вычислить через автоматизированную функцию

$$\text{var}(P^{(j)}) =$$

	1
1	0.033
2	0.027
3	0.012
4	0.057
5	0.039
6	0.026
7	0.095
8	0.055
9	0.039
10	$4.124 \cdot 10^{-3}$

Рис. 4.3. Вычисление дисперсий ЭН в программе MathCad

Для получения собственных значений МКМ получают характеристическое уравнение. При небольшой размерности, возможно пошаговое вычисление:

$$\begin{pmatrix} 460.889 - \lambda & 421.722 & 215.167 & 317.667 \\ 421.722 & 411.139 - \lambda & 195.833 & 278.583 \\ 215.167 & 195.833 & 106.333 - \lambda & 148 \\ 317.667 & 278.583 & 148 & 225.917 - \lambda \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1.0\lambda^4 - 1204.278\lambda^3 + 40321.52009\lambda^2 - 203612.12592114\lambda + 72615.7387360351$$

Рис. 4.4. Решение характеристического уравнения в программе MathCad

Для нахождения корней уравнения нужно приравнять уравнение к нулю и найти корни через встроенную функцию «Символика» -> «Переменная»-> «Решить».

При высокой степени характеристического уравнения удобнее найти корни через встроенную функцию в пакете «Векторы и матрицы» - «eigenvals(M)», которая выдаёт вектор собственных значений матрицы.

	1	
1	0.231	
2	0.081	
3	0.042	
4	0.015	
$\lambda := \text{reverse}(\text{sort}(\text{eigenvals}(\hat{M}))) =$	5	$8.207 \cdot 10^{-3}$
	6	$4.027 \cdot 10^{-3}$
	7	$2.897 \cdot 10^{-3}$
	8	$9.191 \cdot 10^{-4}$
	9	$4.734 \cdot 10^{-4}$
	10	$1.335 \cdot 10^{-4}$

Рис.4.5. Вычисление собственных чисел матрицы в программе MathCad

Собственные векторы вычисляются через встроенную функцию в пакете «Векторы и матрицы» - «eigenvec(M)». Результат формируется в виде матрицы векторов либо таблицы (рис.4.6) , в зависимости от размерности характеристического уравнения

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0.328	-0.173	0.031	0.507	0.042	-0.332	-0.536	0.169	-0.381	-0.175	
2	0.259	-0.342	-0.052	-0.076	0.207	-0.297	0.519	-0.499	-0.255	-0.306	
3	0.181	-0.201	0.061	0.05	-0.12	$8.85 \cdot 10^{-4}$	0.418	0.412	-0.393	0.638	
4	0.468	0.033	-0.083	-0.334	-0.654	0.32	-0.185	-0.214	-0.212	-0.083	
W =	5	0.344	0.154	0.298	0.463	0.3	0.594	0.083	-0.288	0.081	0.123
	6	-0.16	0.247	-0.414	0.611	-0.481	-0.089	0.327	-0.105	0.08	-0.074
	7	0.463	0.736	0.042	-0.156	0.138	-0.39	0.138	0.144	$0.084 \cdot 10^{-3}$	$1.513 \cdot 10^{-3}$
	8	0.414	-0.427	0.017	0.066	-0.15	-0.163	0.034	0.145	0.753	0.061
	9	0.183	-0.036	-0.844	-0.081	0.378	0.159	-0.161	-0.03	$8.94 \cdot 10^{-3}$	0.226
	10	0.099	-0.044	-0.107	-0.013	0.09	0.366	0.272	0.609	-0.058	-0.622

Рис.4.6. Вычисление собственных векторов матрицы в программе MathCad

Автоматизированно через задание равенства вычисляются центрированные величины

$$\Delta \langle j \rangle := \overrightarrow{P \langle j \rangle} - MX_j$$

Ортогональные графики нагрузок определяются как результат векторного произведения центрированных величин и компонент собственных векторов

$$\Gamma := \Delta \cdot W$$

Процесс моделирование значений электрических нагрузок осуществляется через программированную функцию

```

for i ∈ 1..d
  for j ∈ 1..n
    for i ∈ i
      pi,j ← MXj + ∑b=1M (Wj,b ·  $\tilde{A}_{i,b}$ )
    p
  p

```

Рис. 4.7. Моделирование значений электрических нагрузок в программе MathCad

На (рис.4.7.) M – число моделирующих факторов, задаётся в соответствии с интервалом неравномерности и заполненности и требуемой точности (п.4.4).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.553	0.574	0.691	0.401	0.486	0.783	0.392	0.343	0.205
2	0.502	0.588	0.68	0.282	0.326	0.822	0.105	0.327	0.269
3	0.517	0.609	0.691	0.297	0.32	0.822	0.091	0.354	0.304
4	0.783	0.915	0.871	0.591	0.418	0.704	0.082	0.776	0.591
5	1.023	1.038	1.008	0.916	0.844	0.424	0.567	1.037	0.331
6	0.865	0.819	0.862	0.851	0.814	0.637	0.843	0.735	0.389
7	0.914	0.956	0.944	0.773	0.715	0.506	0.423	0.9	0.33
8	0.86	0.84	0.874	0.803	0.772	0.607	0.709	0.755	0.354
9	0.905	0.944	0.922	0.806	0.686	0.597	0.496	0.873	0.486
10	0.862	0.88	0.84	0.907	0.618	0.88	0.769	0.76	0.93
11	0.849	0.8	0.829	0.894	0.773	0.764	0.944	0.694	0.602
12	0.667	0.584	0.714	0.668	0.738	0.784	0.929	0.406	...

Рис.4.8. Моделируемые значения электрических нагрузок в программе MathCad

Моделирование возможно как в целом всей матрицы (рис.4.8), так и отдельных нагрузок.

Погрешность моделирования вычисляется для каждого элемента и средняя погрешность для вектора ЭН через встроенную функцию «mean (ε)», коэффициент корреляции моделируемых и исходных значений через функцию «corr(P^j, P^j)».

```

ε :=
for i ∈ 1..d
  for j ∈ 1..n
    εi,j ←  $\frac{(P_{i,j} - P_{i,j}^{i\ddot{a}})}{P_{i,j}} \cdot 100$ 
  ε
ε

```

$$cp_j = \text{mean } \epsilon^j$$

corr(P^j, P^j)

	1
1	0.915
2	0.965
3	0.96
4	0.948
5	0.926
6	0.834
7	0.994
8	0.994
9	0.981
10	0.84

Рис.4.9. Вычисление погрешности моделирования и коэффициента корреляции в программе MathCad

По полученным результатам вычислений можно построить графики в системе MathCad и путём экспорта в программе Microsoft Excel (рис. 4.10).

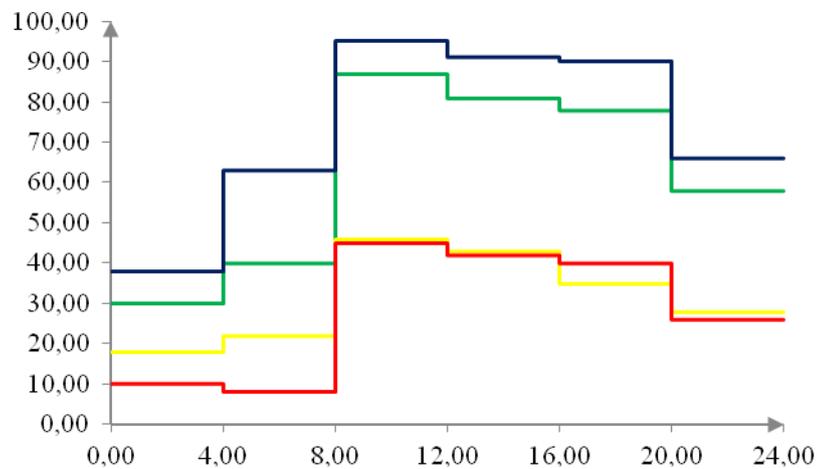


Рис. 4.10. График электрических нагрузок

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения работы получены следующие результаты:

1. Изучено состояние задачи сжатого вероятностно-статистического моделирования электрических нагрузок и предложен вариант решения проблемы учёта многорежимности.

2. При анализе типовых графиков электрических нагрузок различных отраслей разработан математический аппарат обработки матрицы корреляционных моментов и выделения ортогональных графиков нагрузок, позволяющий значительно снизить вычислительную трудоёмкость и объём анализируемой и хранимой информации.

3. Впервые была установлена взаимосвязь между степенью заполнения графика электрических нагрузок, его неравномерностью и количеством моделирующих ортогональных графиков (факторов).

Перспектива дальнейшего развития темы диссертации: для получения более полной адресной отмеченной взаимосвязи неравномерности графика и необходимым числом моделирующих факторов необходимо обработать статистически-представительную совокупность графиков электрических нагрузок по отраслям и для различных типов потребителей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Герасименко, А.А. Статистические методы получения и использования интегральных характеристик режимов электрических систем / А.А. Герасименко, А. В. Липес. – М.: Информэнерго, №1048 ЭН-Д82, 1982, - 53 с.
2. Арзамасцев, Д. А. Снижение технологического расхода энергии в электрических сетях / Д. А. Арзамасцев, А. В. Липес.- М.: Высшая школа, 1989, - 127с.
3. Герасименко, А.А. Оптимальная компенсация реактивной мощности в системах распределения электрической энергии: монография / А.А. Герасименко, В.Б. Нешатаев. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012. – 218 с.
4. Белоусов, А.В. Перспективы применения современных статистических и детерминированных методов прогнозирования в системах мониторинга энергопотребления / А.В. Белоусов, А.Б. Быстров, Ю.А. Кошлич // Вестник БГТУ им. В.Г.Шухова. - 2012. - № 4. - С. 192-196.
5. Болоев, Е.В. Использование методов вероятностного потокораспределения для решения задач в электроэнергетике / Е.В. Болоев, И.И. Голуб // Вестник СГТУ. - 2012. - №1. – Вып.2. – С. 110-119.
6. Жилина, Н.А. Расчёт нагрузочных потерь электрической энергии вероятностно-статистическим методом / Н.А. Жилина // Научный вестник НГТУ. - 2014. - № 2 - С. 176-182.
7. Низовой, А.Н. Статистический подход к моделированию и анализу потерь электроэнергии в региональных системах электроснабжения / А.Н. Низовой, Т.В. Чернавина // Электротехнические комплексы и системы управления: науч.-техн. журнал. - Воронеж: Кварта, 2007. - №1(7). - С. 45-46.
8. Надтока, И.И. Краткосрочное прогнозирование нагрузки с помощью теории наименьших квадратов опорных векторов / И.И. Надтока, Баласим М. Аль-Зихери // Современные проблемы науки и образования. – 2013. - № 6.
9. Hashmi, A. Discovering cortical algorithms / A. Hashmi, M. Lipasti. // Proceedings of the International Conference on Neural Computation. - 2010. – pp. 196-204.
10. Carreira-Perpiñán, M.A. A Review of Dimension Reduction Techniques / M. Á. Carreira-Perpiñán, M. Alizadeh // Technical Report CS-96-09, Dept. of Computer Science, University of Sheffield January 27. - 1997.
11. Olguin, G. Voltage Dip (Sag) Estimation in Power Systems based on Stochastic Assessment and Optimal Monitoring: Doctoral Dissertation / G. Olguin. — Department of Electric Power Engineering, Chalmers University Of Technology. – Sweden. - 2005.

12. Weron, R. Modeling and forecasting electrical loads: a comparison / R. Weron, H. Steinhaus // International Conference «The European Electricity Market EEM-04» 20-22 September. — Lodz, Poland. - 2004. — pp. 135-142.
13. Singh, R. Statistical Representation of Distribution System Loads Using / R. Singh, B.C. Pal // IEEE Transactions on Power Systems. – Feb. 2010. - № 1. — pp. 29-37.
14. Neimane, V. Distribution Network Planning Based on Statistical Load Modeling Applying Genetic Algorithms and Monte-Carlo Simulations / V. Neimane // Power Tech Proceedings. - September 2001. — pp. 10-13.
15. Герасименко, А.А. Статистическое моделирование электрических нагрузок в задаче определения интегральных характеристик систем распределения электрической энергии: монография / А.А. Герасименко, И.В. Шульгин. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2014. – 208 с.
16. Рыбалко, В.В. Параметрическое диагностирование энергетических объектов на основе факторного анализа в среде STATISTICA / В.В. Рыбалко // Научно - Практический журнал Exponenta Pro. - 2004. - № 2 - С. 78-83.
17. Hussain, M. FastICA techniques for Load Profiles Estimation / M. Hussain, Z. Zakaria, S. Serwan // International Conference on System Engineering and Technology, September 11-12. — Bandung, Indonesia, 2012. — С. 161- 166.
18. Герасименко, А. А. Статистическое моделирование графиков электрических нагрузок / А. А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева, М.А. Пушмин // Энергетика: Эффективность, надежность, безопасность: материалы XXI всероссийской научно-технической конференции / Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во «Скан», 2015. – 1 Т. — С. 117-120.
19. Герасименко, А.А. Применение факторной модели электрических нагрузок для избирательного учёта неравномерности электропотребления / А.А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева // Энергоэффективность и энергобезопасность производственных процессов: сборник трудов IV Всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов, аспирантов 12-14 апреля 2016 г. — Тольятти: ТГУ, 2016. — С.53-57
20. Герасименко, А.А. Статистическое моделирование графиков электрических нагрузок высокой неравномерности / А.А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева // Электронный сборник материалов международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Перспективны-2016», посвящённой Году образования в Содружестве Независимых Государств. - Красноярск, 2016.
21. Герасименко, А.А. Применение факторной модели электрических нагрузок для избирательного учёта их неравномерности / А.А. Герасименко, Н.Ю. Кугушева // Электроэнергетика глазами молодежи: труды VII

- международной научно-технической конференции 19-23 сентября 2016 года. - Казань: КГЭУ, 2016.
22. ГОСТ 32144-2013 Межгосударственный стандарт. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – Введ. 01.07.2014. – М.: Стандартиформ, 2012. – 20 с.
 23. Герасименко, А.А. Передача и распределение электрической энергии / А.А. Герасименко, В.Т. Федин. – Красноярск: ИПЦ КГТУ; Минск: БНТУ, 2006. – 808 с.
 24. Теряев, Е.Д. Цифровые системы и поэтапное адаптивное управление / Е.Д. Теряев, Б.М. Шамриков. - М.: Наука, 1999. – 330 с.
 25. Бэнн, Д. В. Сравнительные модели прогнозирования электрической нагрузки: пер. с англ. / Д. В. Бэнн, Е. Д. Фармер ; под ред. В. Ф. Тимченко. М.: Энергоатомиздат, 1987. - 200 с.
 26. Беляев, Л.С. Применимость вероятностных методов в энергетических расчётах / Л.С. Беляев, Л.А. Крумм // Известие АН СССР. Энергетика и транспорт, 1983. - № 2. - С. 3-11.
 27. Седов, А.В. Системы контроля, распознавания и прогнозирования электропотребления: модели, методы, алгоритмы и средства / А.В. Седов, И.И. Надтока. - Ростов-н/Д.: Изд-во Рост.ун-т, 2002. – 318 с.
 28. Советов, Б. Я. Моделирование систем: Учеб. для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 2001. - 343 с.
 29. Остыловская, Л. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Л. А. Остыловская, О. А. Остыловская. — Красноярск: ИПЦ, 2006. – 224 с.
 30. Липес, А. В. Применение методов математической статистики для решения электроэнергетических задач: учеб. пособие / А. В. Липес. - Свердловск: Изд-во УПИ им. С. М. Кирова, 1983. — 88 с.
 31. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. - М: Высшая школа, 2003. – 479 с.
 32. Амосов, А.А. Вычислительные методы: учеб. пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. - СПб: Изд-во Лань, 2014. – 672 с.
 33. Численные методы: учебник для техникумов / Н.И. Данилина, Н.С. Дубровская, О.П. Кваша, Г.Л. Смирнов, Г.И. Феклисов. — М.: Высшая школа, 1976. – 386 с.
 34. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие для педагогических институтов / Л.Я. Куликов. - М.: Высш. школа, 1979. - 559 с.
 35. Алексеев, В.Б. Теорема Абеля в задачах и решениях / В.Б. Алексеев. - М.: МЦНМО, 2001. - 192 с.
 36. Постников, М.М. Теория Галу / М.М. Постников. - М.: Изд.-во Физ-мат. литературы, 1963. - 220 с.

37. Иберла, К. Факторный анализ / К. Иберла, Пер. с нем. В. М. Ивановой. Предисловие А. М. Дуброва. - М.: Статистика, 1980. - 398 с.
38. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ: Пер. с англ. / Дж.-О. Ким, Ч. У. Мьюллер, У. Р. Клекка и др.; Под ред. И. С. Енюкова. — М.: Финансы и статистика, 1989.— 215 с.
39. Снижение размерности в данных. Метод главных компонент: спецкурс «Структурные методы анализа изображений и сигналов» / А. С. Конушин, Д. П. Ветров, Д. А. Кропотов, В. С. Конушин, О. В. Барина. — М.: Изд-во МГУ, 2009.
40. Jolliffe, I.T. Principal Component Analysis. Series: Springer Series in Statistics / I.T Jolliffe. - 2nd ed.б Springer. - NY, 2002, XXIX. - 487 p.
41. Pearson, K. On lines and planes of closest fit to systems of points in space / K. Pearson // Philosophical Magazine 2, 1901. — pp. 559-572.
42. Sylvester, J.J. On the reduction of a bilinear quantic of the nth order to the form of a sum of n products by a double orthogonal substitution / J.J. Sylvester // Messenger of Mathematics, 1889. - №19. - С. 42-46.
43. Горькова, К.А. Факторный анализ (метод главных компонент): учеб.пособие / К.А. Горькова, Ю.Ш. Абрамов. - Ленинград: ЛФЭИ, 1981. — 65 с.
44. Лоули, Д. Факторный анализ как статистический метод / Д. Лоули, А. Максвелл. - М.: Мир, 1967. - 144 с.
45. Тихонович, А. В. Расчёт потерь электроэнергии в распределительных электрических сетях на основе объединения детерминированного и стохастического методов и алгоритмов: дис. ... канд. техн. наук : 05.14.02 : защищена 25.09.2008 / Андрей Васильевич Тихонович; науч. рук. работы А. А. Герасименко; Сиб. федер. ун-т. - Красноярск, 2008. - 196 с.
46. Аверьянова, К.С. Применение метода вероятностного моделирования для уточненной оценки расчётных потерь электроэнергии по ступенчатым графикам электрической нагрузки / К.С. Аверьянова, Н.В. Безменова, Д.А. Гнетова, В.П. Степанов; ФГБОУВПО "Самарский государственный технический университет", Самара // Электроэнергетика глазами молодежи: труды VI международной научно-технической конференции, 9 – 13 ноября 2015, Иваново. - В 2 т. - Т 1. - Иваново: ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина», 2015. - С.23-26.
47. Нешатаев, В.Б. Оптимальный выбор источников реактивной мощности в системах распределения электрической энергии: автореф.дис. канд. техн. наук: 05.14.02 / Владимир Борисович Нешатаев; науч. рук. работы А. А. Герасименко ; Сиб. федерал. ун-т. - Красноярск, 2012. - 21 с.
48. Герасименко, А.А. Факторное моделирование нагрузок распределительных сетей / А. А. Герасименко, А. В. Тихонович // 11-й междунар.науч.-практ. конф. студентов и молодых учёных СТТ. — Томск, 2005. - С. 84 - 86.

49. Герасименко, А. А. Статистическое моделирование и анализ электрических нагрузок распределительных сетей / А. А. Герасименко, А. В. Тихонович // Материалы межрегиональной научно-практической конференции «Инновационное развитие регионов Сибири». - Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. - С.171- 174
50. Герасименко, А. А. Применение ЭЦВМ в электроэнергетических расчётах: учебное пособие / А. А. Герасименко. – Красноярск: КрПИ, 1983. – 116 с.
51. Фёдоров А.А. Электроснабжение промышленных предприятий / А.А. Фёдоров. - 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Госэнергоиздат, 1961. - 744 с.
52. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / В.В. Ершевич, А.Н. Зейлигер, Г.А. Илларионов [и др.]; Под редакцией С.С.Рокотяна и И.М.Шапиро. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Энергоатомиздат, 1985. - 352 с.
53. Мирошник, А.А. Статистическое моделирование несимметрично нагруженной сети 0,38/0,22 кВ / А.А. Мирошник // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова. , 2011. - С. 122–129.
54. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. - 5-е изд. / Е.С., Вентцель. — М.: Высшая школа, 1998. - 576 с.
55. Hald, A. Statistical theory with engineering applications. (Математическая статистика с техническими приложениями) / А. Hald. - NY, London, 1952; М.: Изд.-во Иностранной литературы, 1956. - 664 с.
56. Герасименко, А.А. Оптимизация режимов электрических систем на основе метода приведённого градиента / А.А. Герасименко, А.В. Липес // Электричество, 1989. - № 9 - С. 1-7.
57. Дубров, А.М. Многомерные статистические методы: учебник / А.М. Дубров, В.С. Мхитарян, Л.И. Трошин. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 352 с.
58. Мартко, Е.О. Сингулярный спектральный анализ как метод моделирования электрической нагрузки / Е.О. Мартко, И.В. Белицын // Ползуновский вестник, 2009. —№4 - С.76-86.
59. Герасименко, А.А. Расчёт потерь электроэнергии в распределительных электрических сетях на основе вероятностно-статистического моделирования нагрузок / А.А. Герасименко, В.Б. Нешатаев, И.В. Шульгин // Изв.высш. учеб. заведений. Электромеханика, 2011. – № 1. — С. 71–77
60. Герасименко, А. А. Стохастический метод расчёта нагрузочных потерь электроэнергии в распределительных электрических сетях / А. А. Герасименко, И. В. Шульгин // Электрические станции. – 2013. – № 4. – С. 44–59.
61. Герасименко, А.А. Выбор компенсирующих устройств в распределительных сетях электроэнергетических систем / А.А. Герасименко, В.Б. Нешатаев // Электричество. – 2014. – № 4. – С. 4–17.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Статистическое моделирования электрических нагрузок совокупности n=22 графиков

Таблица А1. Типовые суточные графики электрических нагрузок

Интервал времени	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	MP
Металлообработка	P_{,о.е.}	0,538	0,526	0,538	0,769	0,923	0,987	0,794
	ΔP	0,256	0,269	0,256	0,025	0,129	0,193	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P_{,о.е.}	1,00	0,923	0,936	0,885	0,865	0,641	
	ΔP	0,206	0,129	0,142	0,090	0,071	0,153	
Автомобилестроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,775
	P_{,о.е.}	0,500	0,470	0,480	0,920	0,980	0,870	
	ΔP	0,275	0,305	0,295	0,145	0,205	0,095	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P_{,о.е.}	1,000	0,780	0,830	0,810	0,870	0,790	
ΔP	0,225	5·10⁻³	0,055	0,035	0,095	0,015		
Торфопереработка	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,859
	P_{,о.е.}	0,723	0,772	0,802	0,931	0,950	0,812	
	ΔP	0,136	0,087	0,057	0,072	0,092	0,047	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P_{,о.е.}	0,802	0,861	0,941	1,000	0,901	0,812	
ΔP	0,057	2,47·10⁻³	0,082	0,141	0,042	0,047		
Угледобыча	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,874
	P_{,о.е.}	0,800	0,800	0,829	0,829	0,929	0,929	
	ΔP	0,074	0,074	0,045	0,045	0,055	0,055	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P_{,о.е.}	0,929	0,829	0,915	1,000	0,893	0,800	
ΔP	0,055	0,045	0,041	0,126	0,019	0,074		
Прядильно-ткацкие фабрики	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,796
	P_{,о.е.}	0,600	0,600	0,560	0,900	1,000	0,805	
	ΔP	0,196	0,196	0,236	0,104	0,204	9,33·10⁻³	

	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,956	0,900	1,000	0,919	0,708	0,600	
	ΔP	0,160	0,104	0,204	0,123	0,088	0,196	
Пищевая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,827
	P _{,о.е.}	0,703	0,672	0,695	0,876	1,000	0,944	
	ΔP	0,124	0,155	0,132	0,049	0,173	0,117	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,940	0,876	0,891	0,860	0,780	0,691	
	ΔP	0,113	0,049	0,064	0,033	0,047	0,136	
С/х промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,547
	P _{,о.е.}	0,300	0,240	0,900	0,960	0,560	0,500	
	ΔP	0,247	0,307	0,353	0,413	0,013	0,047	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,900	0,700	0,400	0,400	0,400	0,300	
	ΔP	0,353	0,153	0,147	0,147	0,147	0,247	
Вагоноремонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,683
	P _{,о.е.}	0,350	0,350	0,350	0,560	1,000	0,900	
	ΔP	0,333	0,333	0,333	0,123	0,317	0,217	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,620	0,870	0,780	0,870	0,980	0,560	
	ΔP	0,063	0,187	0,097	0,187	0,297	0,123	
ЭО сельских жилых домов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,422
	P _{,о.е.}	0,250	0,250	0,300	0,550	0,350	0,320	
	ΔP	0,172	0,172	0,122	0,128	0,072	0,102	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,350	0,300	0,550	0,950	0,600	0,300	
	ΔP	0,072	0,122	0,128	0,528	0,178	0,122	
Локомотиворемонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,626
	P _{,о.е.}	0,490	0,330	0,300	0,410	0,900	0,770	
	ΔP	0,136	0,296	0,326	0,216	0,274	0,144	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,850	0,660	0,560	0,690	0,730	0,820	
	ΔP	0,224	0,034	0,066	0,064	0,104	0,194	

Стрелочный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,787
	P _{,о.е.}	0,730	0,730	0,700	0,850	0,830	0,820	
	ΔP	0,057	0,057	0,087	0,063	0,043	0,033	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,880	0,820	0,820	0,700	0,910	0,650	
	ΔP	0,093	0,033	0,033	0,087	0,123	0,137	
Щебёночный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,694
	P _{,о.е.}	0,700	0,840	0,800	0,820	0,400	0,740	
	ΔP	5,83·10⁻³	0,146	0,106	0,126	0,294	0,046	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,590	0,630	0,370	0,880	0,730	0,830	
	ΔP	0,104	0,064	0,324	0,186	0,036	0,136	
Железобетонный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,529
	P _{,о.е.}	0,420	0,080	0,080	0,080	0,510	0,840	
	ΔP	0,109	0,449	0,449	0,449	0,019	0,311	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,410	0,750	0,580	0,760	0,920	0,920	
	ΔP	0,119	0,221	0,051	0,231	0,391	0,391	
Бытовая нагрузка	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,586
	P _{,о.е.}	0,380	0,250	0,250	0,480	0,500	0,400	
	ΔP	0,206	0,336	0,336	0,106	0,086	0,186	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,350	0,980	1,00	0,650	0,970	0,820	
	ΔP	0,236	0,394	0,414	0,064	0,384	0,234	
Станкостроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,745
	P _{,о.е.}	0,460	0,460	0,630	0,852	1,00	0,800	
	ΔP	0,285	0,285	0,115	0,107	0,255	0,055	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	1,00	0,937	0,734	0,764	0,727	0,575	
	ΔP	0,255	0,192	0,011	0,019	0,018	0,170	

Шпалопропиточный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,676
	P _{,о.е.}	0,620	0,570	1,00	0,400	0,860	0,880	
	ΔP	0,056	0,106	0,324	0,276	0,184	0,204	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,770	0,720	0,250	0,825	0,750	0,470	
	ΔP	0,094	0,044	0,426	0,149	0,074	0,206	
Деревоперерабатывающая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,663
	P _{,о.е.}	0,332	0,309	0,368	0,798	1,000	0,750	
	ΔP	0,331	0,354	0,295	0,135	0,337	0,087	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,924	0,798	0,834	0,743	0,716	0,388	
	ΔP	0,261	0,135	0,171	0,080	0,053	0,275	
Тяжелое машиностроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,872
	P _{,о.е.}	0,727	0,837	0,815	0,841	0,882	1,00	
	ΔP	0,145	0,035	0,057	0,031	9,92·10⁻³	0,128	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	1,00	0,915	0,890	0,834	0,934	0,790	
	ΔP	0,128	0,043	0,018	0,038	0,062	0,082	
Машиностроение	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,723
	P _{,о.е.}	0,510	0,470	0,490	0,600	0,970	0,890	
	ΔP	0,213	0,253	0,233	0,123	0,247	0,167	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,890	0,870	0,860	0,790	0,760	0,580	
	ΔP	0,167	0,147	0,137	0,067	0,037	0,143	
Производство стройматериалов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,806
	P _{,о.е.}	0,510	0,470	0,760	0,780	0,790	0,770	
	ΔP	0,296	0,336	0,046	0,026	0,016	0,036	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,960	0,970	0,950	0,910	0,980	0,820	
	ΔP	0,154	0,164	0,144	0,104	0,174	0,014	
Ремонтно-механический завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,683
	P _{,о.е.}	0,334	0,334	0,334	0,915	1,00	0,645	
	ΔP	0,349	0,349	0,349	0,232	0,317	0,038	

	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,797	0,800	0,800	1,00	0,800	0,434	
	ΔP	0,114	0,117	0,117	0,317	0,117	0,249	
Чёрная металлургия	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,896
	P _{,о.е.}	0,830	0,830	0,860	1,00	1,00	0,897	
	ΔP	0,066	0,066	0,036	0,104	0,104	1,42·10⁻³	
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	
	P _{,о.е.}	0,897	0,949	0,934	0,890	0,830	0,830	
	ΔP	1,42·10⁻³	0,053	0,038	5,58·10⁻³	0,066	0,066	

Таблица А2. Матрица корреляционных моментов мощностей электрических нагрузок

	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁
P ₁	0,0311	0,0276	0,0081	0,0087	0,0249	0,0175	0,0103	0,0356	0,0130	0,0242	0,0094
P ₂	0,0276	0,0327	0,0088	0,0071	0,0235	0,0165	0,0137	0,0320	0,0128	0,0270	0,0091
P ₃	0,0081	0,0088	0,0066	0,0034	0,0095	0,0050	0,0022	0,0133	0,0129	0,0043	0,0018
P ₄	0,0087	0,0071	0,0034	0,0041	0,0073	0,0050	7,00·10 ⁻⁴	0,0108	0,0084	0,0069	0,0017
P ₅	0,0249	0,0235	0,0095	0,0073	0,0270	0,0165	0,0130	0,0261	0,0141	0,0152	0,0074
P ₆	0,0175	0,0165	0,0050	0,0050	0,0165	0,0120	0,0102	0,0190	0,0055	0,0128	0,0055
P ₇	0,0103	0,0137	0,0022	7,00·10 ⁻⁴	0,0130	0,0102	0,0606	-	-	-	0,0073
P ₈	0,0356	0,0320	0,0133	0,0108	0,0261	0,0190	0,0032	0,0568	0,0213	0,0335	0,0101
P ₉	0,0130	0,0128	0,0129	0,0084	0,0141	0,0055	-	0,0213	0,0390	0,0043	0,0015
P ₁₀	0,0242	0,0270	0,0043	0,0069	0,0152	0,0128	-	0,0335	0,0043	0,0386	0,0047
P ₁₁	0,0094	0,0091	0,0018	0,0017	0,0074	0,0055	0,0073	0,0101	0,0015	0,0047	0,0061
P ₁₂	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
P ₁₂	0,0148	0,0121	0,0032	0,0031	0,0165	0,0105	0,0023	0,0161	0,0046	0,0118	0,0062
P ₁₃	0,0277	0,0240	0,0061	0,0076	0,0083	0,0075	0,0331	0,0514	0,0162	0,0450	0,0020
P ₁₄	0,0202	0,0185	0,0110	0,0024	0,0143	0,0043	-	0,0386	0,0201	0,0193	0,0048
P ₁₅	0,0268	0,0272	0,0078	0,0066	0,0249	0,0177	0,0271	0,0288	0,0072	0,0205	0,0093
P ₁₆	0,0037	-	-	0,0044	0,0041	0,0031	0,0134	0,0099	-	0,0084	0,0001
P ₁₇	0,0384	0,0380	0,0129	0,0107	0,0364	0,0245	0,0232	0,0438	0,0175	0,0276	0,0135
P ₁₈	0,0113	0,0092	0,0012	0,0028	0,0069	0,0059	0,0061	0,0114	7,00·10 ⁻⁴	0,0078	0,0045
P ₁₉	0,0294	0,0252	0,0075	0,0084	0,0240	0,0173	0,0062	0,0362	0,0088	0,0260	0,0082

P ₂₀	0,0219	0,0209	0,0079	0,0058	0,0162	0,0096	0,0137	0,0267	0,0156	0,0174	0,0060
P ₂₁	0,0359	0,0376	0,0175	0,0116	0,0366	0,0225	0,0175	0,0469	0,0320	0,0251	0,0114
P ₂₂	0,0060	0,0067	0,0030	0,0012	0,0082	0,0053	0,0082	0,0064	0,0020	0,0022	0,0022
P ₁₂	P ₁₃	P ₁₄	P ₁₅	P ₁₆	P ₁₇	P ₁₈	P ₁₉	P ₂₀	P ₂₁	P ₂₂	
-											
0,0148	0,0277	0,0202	0,0268	0,0037	0,0384	0,0113	0,0294	0,0219	0,0359	0,0060	P ₁
-				-							
0,0121	0,0240	0,0185	0,0272	0,0020	0,0380	0,0092	0,0252	0,0209	0,0376	0,0067	P ₂
-				-							
0,0032	0,0061	0,0110	0,0078	0,0017	0,0129	0,0012	0,0075	0,0079	0,0175	0,0030	P ₃
-				-							
0,0031	0,0076	0,0024	0,0066	0,0044	0,0107	0,0028	0,0084	0,0058	0,0116	0,0012	P ₄
-				-							
0,0165	0,0083	0,0143	0,0249	0,0041	0,0364	0,0069	0,0240	0,0162	0,0366	0,0082	P ₅
-				-							
0,0105	0,0075	0,0043	0,0177	0,0031	0,0245	0,0059	0,0173	0,0096	0,0225	0,0053	P ₆
-	-	-		-							
0,0023	0,0331	0,0174	0,0271	0,0134	0,0232	0,0061	0,0062	0,0137	0,0175	0,0082	P ₇
-				-							
0,0161	0,0514	0,0386	0,0288	0,0099	0,0438	0,0114	0,0362	0,0267	0,0469	0,0064	P ₈
-				-							
0,0046	0,0162	0,0201	0,0072	0,0026	0,0175	0,0007	0,0088	0,0156	0,0320	0,0020	P ₉
-				-							
0,0118	0,0450	0,0193	0,0205	0,0084	0,0276	0,0078	0,0260	0,0174	0,0251	0,0022	P ₁₀
-				-1,00·							
0,0062	0,0020	0,0048	0,0093	10 ⁻⁴	0,0135	0,0045	0,0082	0,0060	0,0114	0,0022	P ₁₁
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,0259	0,0049	0,0133	0,0142	0,0056	0,0229	0,0042	0,0183	0,0085	0,0153	0,0050	P ₁₂
-				-							
0,0049	0,0949	0,0590	0,0098	0,0043	0,0189	0,0074	0,0281	0,0273	0,0224	0,0029	P ₁₃
-				-							
0,0133	0,0590	0,0758	0,0096	0,0231	0,0209	0,0030	0,0190	0,0304	0,0280	0,0019	P ₁₄
-				-							
0,0142	0,0098	0,0096	0,0322	0,0093	0,0394	0,0097	0,0261	0,0202	0,0366	0,0085	P ₁₅
-		-		-						-	
0,0056	0,0043	0,0231	0,0093	0,0444	0,0028	0,0043	0,0069	0,0017	0,0003	0,0014	P ₁₆
-				-							
0,0229	0,0189	0,0209	0,0394	0,0028	0,0551	0,0127	0,0370	0,0266	0,0535	0,0111	P ₁₇
-				-							
0,0042	0,0074	0,0030	0,0097	0,0043	0,0127	0,0061	0,0102	0,0074	0,0093	0,0014	P ₁₈
-				-							
0,0183	0,0281	0,0190	0,0261	0,0069	0,0370	0,0102	0,0302	0,0194	0,0334	0,0060	P ₁₉
-				-							
0,0085	0,0273	0,0304	0,0202	0,0017	0,0266	0,0074	0,0194	0,0265	0,0275	0,0034	P ₂₀
-				-							
0,0153	0,0224	0,0280	0,0366	0,0003	0,0535	0,0093	0,0334	0,0275	0,0615	0,0111	P ₂₁
-	-			-							
0,0050	0,0029	0,0019	0,0085	0,0014	0,0111	0,0014	0,0060	0,0034	0,0111	0,0037	P ₂₂

Собственные числа:

$\lambda_1=0,405$, $\lambda_2=0,156$, $\lambda_3=0,073$, $\lambda_4=0,049$, $\lambda_5=0,039$, $\lambda_6=0,021$, $\lambda_7=9,00 \cdot 10^{-3}$,
 $\lambda_8=9,00 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_9=5,00 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_{10}=3,00 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_{11}=2,00 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_{12} \div \lambda_{22} \approx 0,00$.

Таблица А3. Собственные векторы

W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8	W_9	W_{10}	W_{11}	$W_{12} \approx W_{22}$
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,262	0,063	0,058	0,062	0,035	0,030	0,334	0,345	0,130	0,077	0,036	0,267
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,254	0,086	0,006	0,067	0,003	0,454	0,130	0,013	0,330	0,208	0,231	0,047
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,091	0,015	0,122	0,151	0,072	0,075	0,122	0,131	0,001	0,105	0,423	0,295
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,074	0,019	0,043	0,099	0,120	0,023	0,254	0,033	0,030	0,067	0,120	0,262
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,217	0,153	0,148	0,073	0,183	0,017	0,161	0,074	0,398	0,196	0,075	0,191
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,144	0,118	0,037	0,075	0,117	0,010	0,026	0,088	0,230	0,211	0,017	0,059
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,060	0,521	0,011	0,073	0,637	0,103	0,001	0,030	0,122	0,355	0,076	0,012
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,347	0,102	0,128	0,091	0,115	0,301	0,378	0,283	0,117	0,220	0,352	0,140
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,149	0,048	0,269	0,660	0,193	0,042	0,343	0,131	0,128	0,165	0,114	0,068
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,233	0,110	0,317	0,170	0,065	0,410	0,056	0,458	0,201	0,224	0,015	0,076
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,075	0,069	0,020	0,079	0,021	0,046	0,043	0,352	0,474	0,032	0,509	0,521
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,129	0,062	0,072	0,479	0,142	0,410	0,244	0,393	0,230	0,380	0,075	0,138
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,297	0,561	0,311	0,040	0,179	0,195	0,087	0,070	0,295	0,350	0,232	0,061

Продолжение таблицы А3. Собственные векторы

W_{13}	W_{14}	W_{15}	W_{16}	W_{17}	W_{18}	W_{19}	W_{20}	W_{21}	W_{22}
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,267	0,267	0,267	0,267	0,267	0,267	0,267	0,267	0,267	0,267
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047	0,047
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295	0,295
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,262	0,262	0,262	0,262	0,262	0,262	0,262	0,262	0,262	0,262
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,068	0,068	0,068	0,068	0,068	0,068	0,068	0,068	0,068	0,068
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,521	0,521	0,521	0,521	0,521	0,521	0,521	0,521	0,521	0,521
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,061	0,061	0,061	0,061	0,061	0,061	0,061	0,061	0,061	0,061

Свойства собственных значений

$$K = \begin{bmatrix} \bar{W}_1 & \bar{W}_2 & \dots & \bar{W}_{22} \end{bmatrix} \times \bar{\lambda} \times \begin{bmatrix} \bar{W}_1 & \bar{W}_2 & \dots & \bar{W}_{22} \end{bmatrix}^T = \quad (A1)$$

0,0311	0,0276	0,0081	0,0087	0,0249	0,0175	0,0103	0,0356	0,0130	0,0242	0,0094
0,0276	0,0327	0,0088	0,0071	0,0235	0,0165	0,0137	0,0320	0,0128	0,0270	0,0091
0,0081	0,0088	0,0066	0,0034	0,0095	0,0050	0,0022	0,0133	0,0129	0,0043	0,0018
0,0087	0,0071	0,0034	0,0041	0,0073	0,0050	$7,00 \cdot 10^{-4}$	0,0108	0,0084	0,0069	0,0017
0,0249	0,0235	0,0095	0,0073	0,0270	0,0165	0,0130	0,0261	0,0141	0,0152	0,0074
0,0175	0,0165	0,0050	0,0050	0,0165	0,0120	0,0102	0,0190	0,0055	0,0128	0,0055
0,0103	0,0137	0,0022	$7,00 \cdot 10^{-4}$	0,0130	0,0102	0,0606	-0,0032	-0,0023	-0,0051	0,0073
0,0356	0,0320	0,0133	0,0108	0,0261	0,0190	-0,0032	0,0568	0,0213	0,0335	0,0101
0,0130	0,0128	0,0129	0,0084	0,0141	0,0055	-0,0023	0,0213	0,0390	0,0043	0,0015
0,0242	0,0270	0,0043	0,0069	0,0152	0,0128	-0,0051	0,0335	0,0043	0,0386	0,0047
0,0094	0,0091	0,0018	0,0017	0,0074	0,0055	0,0073	0,0101	0,0015	0,0047	0,0061
-0,0148	-0,0121	-0,0032	-0,0031	-0,0165	-0,0105	-0,0023	-0,0161	0,0046	-0,0118	-0,0062
0,0277	0,0240	0,0061	0,0076	0,0083	0,0075	-0,0331	0,0514	0,0162	0,0450	0,0020
0,0202	0,0185	0,0110	0,0024	0,0143	0,0043	-0,0174	0,0386	0,0201	0,0193	0,0048
0,0268	0,0272	0,0078	0,0066	0,0249	0,0177	0,0271	0,0288	0,0072	0,0205	0,0093
0,0037	-0,0020	-0,0017	0,0044	-0,0041	0,0031	0,0134	0,0099	-0,0026	0,0084	-0,0001
0,0384	0,0380	0,0129	0,0107	0,0364	0,0245	0,0232	0,0438	0,0175	0,0276	0,0135
0,0113	0,0092	0,0012	0,0028	0,0069	0,0059	0,0061	0,0114	$7,00 \cdot 10^{-4}$	0,0078	0,0045
0,0294	0,0252	0,0075	0,0084	0,0240	0,0173	0,0062	0,0362	0,0088	0,0260	0,0082
0,0219	0,0209	0,0079	0,0058	0,0162	0,0096	0,0137	0,0267	0,0156	0,0174	0,0060
0,0359	0,0376	0,0175	0,0116	0,0366	0,0225	0,0175	0,0469	0,0320	0,0251	0,0114
0,0060	0,0067	0,0030	0,0012	0,0082	0,0053	0,0082	0,0064	0,0020	0,0022	0,0022

Продолжение (A1)

-0,0148	0,0277	0,0202	0,0268	0,0037	0,0384	0,0113	0,0294	0,0219	0,0359	0,0060
-0,0121	0,0240	0,0185	0,0272	-0,0020	0,0380	0,0092	0,0252	0,0209	0,0376	0,0067
-0,0032	0,0061	0,0110	0,0078	-0,0017	0,0129	0,0012	0,0075	0,0079	0,0175	0,0030
-0,0031	0,0076	0,0024	0,0066	0,0044	0,0107	0,0028	0,0084	0,0058	0,0116	0,0012
-0,0165	0,0083	0,0143	0,0249	-0,0041	0,0364	0,0069	0,0240	0,0162	0,0366	0,0082
-0,0105	0,0075	0,0043	0,0177	0,0031	0,0245	0,0059	0,0173	0,0096	0,0225	0,0053
-0,0023	-0,0331	-0,0174	0,0271	0,0134	0,0232	0,0061	0,0062	0,0137	0,0175	0,0082
-0,0161	0,0514	0,0386	0,0288	0,0099	0,0438	0,0114	0,0362	0,0267	0,0469	0,0064
0,0046	0,0162	0,0201	0,0072	-0,0026	0,0175	0,0007	0,0088	0,0156	0,0320	0,0020
-0,0118	0,0450	0,0193	0,0205	0,0084	0,0276	0,0078	0,0260	0,0174	0,0251	0,0022
-0,0062	0,0020	0,0048	0,0093	$-1,00 \cdot 10^{-4}$	0,0135	0,0045	0,0082	0,0060	0,0114	0,0022
0,0259	-0,0049	-0,0133	-0,0142	0,0056	-0,0229	-0,0042	-0,0183	-0,0085	-0,0153	-0,0050
-0,0049	0,0949	0,0590	0,0098	0,0043	0,0189	0,0074	0,0281	0,0273	0,0224	-0,0029
-0,0133	0,0590	0,0758	0,0096	-0,0231	0,0209	0,0030	0,0190	0,0304	0,0280	0,0019
-0,0142	0,0098	0,0096	0,0322	0,0093	0,0394	0,0097	0,0261	0,0202	0,0366	0,0085
0,0056	0,0043	-0,0231	0,0093	0,0444	0,0028	0,0043	0,0069	0,0017	0,0003	-0,0014
-0,0229	0,0189	0,0209	0,0394	0,0028	0,0551	0,0127	0,0370	0,0266	0,0535	0,0111
-0,0042	0,0074	0,0030	0,0097	0,0043	0,0127	0,0061	0,0102	0,0074	0,0093	0,0014
-0,0183	0,0281	0,0190	0,0261	0,0069	0,0370	0,0102	0,0302	0,0194	0,0334	0,0060
-0,0085	0,0273	0,0304	0,0202	0,0017	0,0266	0,0074	0,0194	0,0265	0,0275	0,0034
-0,0153	0,0224	0,0280	0,0366	0,0003	0,0535	0,0093	0,0334	0,0275	0,0615	0,0111
-0,0050	-0,0029	0,0019	0,0085	-0,0014	0,0111	0,0014	0,0060	0,0034	0,0111	0,0037

Сумма квадратов составляющих каждого собственного вектора равна единице

$$W = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & \dots & V_{n1} \\ V_{12} & V_{22} & \dots & V_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{1n} & V_{2n} & \dots & V_{nn} \end{bmatrix}; \begin{matrix} V_{11}^2 + V_{12}^2 + V_{13}^2 + \dots + V_{1n}^2 = 1 \\ V_{21}^2 + V_{22}^2 + V_{23}^2 + \dots + V_{2n}^2 = 1; \\ \dots \\ V_{n1}^2 + V_{n2}^2 + V_{n3}^2 + \dots + V_{nn}^2 = 1 \end{matrix}; \quad \sum (w^{(j)})^2 = \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}$$

Таблица А 4. Центрированные величины электрических нагрузок

ΔP_1	ΔP_2	ΔP_3	ΔP_4	ΔP_5	ΔP_6	ΔP_7	ΔP_8	ΔP_9	ΔP_{10}	ΔP_{11}	ΔP_{12}
-0,256	-0,275	-0,136	-0,074	-0,196	-0,124	-0,247	-0,333	-0,173	-0,136	-0,057	0,006
-0,269	-0,305	-0,087	-0,074	-0,196	-0,155	-0,307	-0,333	-0,173	-0,296	-0,057	0,146
-0,256	-0,295	-0,057	-0,045	-0,236	-0,132	0,353	-0,333	-0,123	-0,326	-0,087	0,106
-0,025	0,145	0,072	-0,045	0,104	0,049	0,413	-0,123	0,128	-0,216	0,063	0,126
0,129	0,205	0,092	0,055	0,204	0,173	0,013	0,318	-0,073	0,274	0,043	-0,294
0,193	0,095	-0,047	0,055	0,009	0,117	-0,047	0,218	-0,103	0,144	0,033	0,046
0,206	0,225	-0,057	0,055	0,160	0,113	0,353	-0,063	-0,073	0,224	0,093	-0,104
0,129	0,005	0,002	-0,045	0,104	0,049	0,153	0,188	-0,123	0,034	0,033	-0,064
0,142	0,055	0,082	0,041	0,204	0,064	-0,147	0,097	0,128	-0,066	0,033	-0,324
0,090	0,035	0,141	0,127	0,123	0,033	-0,147	0,188	0,528	0,064	-0,087	0,186
0,071	0,095	0,042	0,019	-0,088	-0,047	-0,147	0,298	0,178	0,104	0,123	0,036
-0,153	0,015	-0,047	-0,074	-0,196	-0,136	-0,247	-0,123	-0,123	0,194	-0,137	0,136

Продолжение таблицы А 4. Центрированные величины электрических нагрузок

ΔP_{13}	ΔP_{14}	ΔP_{15}	ΔP_{16}	ΔP_{17}	ΔP_{18}	ΔP_{19}	ΔP_{20}	ΔP_{21}	ΔP_{22}
-0,109	-0,206	-0,285	-0,056	-0,331	-0,145	-0,213	-0,296	-0,349	-0,066
-0,449	-0,336	-0,285	-0,106	-0,354	-0,035	-0,253	-0,336	-0,349	-0,066
-0,449	-0,336	-0,115	0,324	-0,295	-0,057	-0,233	-0,046	-0,349	-0,036
-0,449	-0,106	0,107	-0,276	0,135	-0,031	-0,123	-0,026	0,232	0,104
-0,019	-0,086	0,255	0,184	0,337	0,010	0,247	-0,016	0,317	0,104
0,311	-0,186	0,055	0,204	0,087	0,128	0,167	-0,036	-0,038	0,001
-0,119	-0,236	0,255	0,094	0,261	0,128	0,167	0,154	0,114	0,001
0,221	0,394	0,192	0,044	0,135	0,043	0,147	0,164	0,117	0,053
0,051	0,414	-0,011	-0,426	0,171	0,018	0,137	0,144	0,117	0,038
0,231	0,064	0,019	0,149	0,080	-0,038	0,067	0,104	0,317	-0,006
0,391	0,384	-0,018	0,074	0,053	0,062	0,037	0,174	0,117	-0,066
0,391	0,234	-0,170	-0,206	-0,275	-0,082	-0,143	0,014	-0,249	-0,066

Таблица А 5. Ортогональные графики электрических нагрузок

$\overline{\Gamma}_1$	$\overline{\Gamma}_2$	$\overline{\Gamma}_3$	$\overline{\Gamma}_4$	$\overline{\Gamma}_5$	$\overline{\Gamma}_6$	$\overline{\Gamma}_7$	$\overline{\Gamma}_8$	$\overline{\Gamma}_9$	$\overline{\Gamma}_{10}$	$\overline{\Gamma}_{11}$	$\overline{\Gamma}_{12} \div \overline{\Gamma}_{22}$
-0,925	-0,240	-0,049	-0,131	-0,136	$9,0 \cdot 10^{-3}$	$-8,0 \cdot 10^{-3}$	-0,058	0,027	-0,051	0,106	0,00
-1,148	0,032	0,075	-0,051	-0,270	0,039	0,031	0,101	-0,028	0,096	-0,034	0,00
-0,967	0,422	-0,166	0,181	0,295	0,191	-0,056	-0,069	-0,014	-0,040	-0,043	0,00
-0,045	0,628	0,484	0,128	0,062	-0,193	0,128	0,070	0,009	-0,042	$9,0 \cdot 10^{-3}$	0,00
0,698	0,326	-0,214	-0,184	-0,275	0,107	0,152	-0,139	-0,030	-0,015	-0,025	0,00
0,303	-0,052	-0,472	-0,045	-0,091	-0,057	-0,037	0,194	0,064	-0,065	-0,027	0,00
0,400	0,577	-0,196	-0,159	0,076	-0,191	-0,159	-0,033	-0,057	0,061	0,031	0,00
0,513	-0,077	0,019	-0,129	0,312	0,169	0,080	0,038	0,117	0,070	0,032	0,00
0,467	-0,202	0,548	-0,252	-0,084	0,132	-0,159	$-1,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-3}$	-0,037	-0,031	0,00
0,470	0,173	0,027	0,581	0,205	-0,017	-0,065	-0,073	0,069	0,027	$5,0 \cdot 10^{-3}$	0,00
0,490	-0,471	-0,025	0,177	0,132	0,079	0,047	0,078	-0,175	$-6,0 \cdot 10^{-3}$	0,029	0,00
-0,256	-0,707	-0,030	-0,116	0,184	-0,269	0,045	-0,108	0,014	$1,0 \cdot 10^{-3}$	-0,052	0,00

Корреляционные моменты новых случайных величин (ортогональных графиков) равны нулю, т.е. векторы некоррелированные (несвязанные) (п.2.2.5).

Таблица А 6. Матрица корреляционных моментов ортогональных графиков нагрузок

МКМ=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,405	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0,156	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0,073	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0,049	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0,039	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0,021	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	9,202·10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	8,799·10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	4,955·10 ⁻³	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,532·10 ⁻³	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,839·10 ⁻³	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...

Таблица А 7. Дисперсия ортогональных графиков нагрузок

$\sigma^2 \bar{\Gamma}_1$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_2$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_3$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_4$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_5$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_6$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_7$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_8$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_9$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_{10}$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_{11}$	$\sigma^2 \bar{\Gamma}_{12} \div \sigma^2 \bar{\Gamma}_{22}$
0,405	0,156	0,073	0,049	0,039	0,021	9,20·10 ⁻³	8,80·10 ⁻³	4,96·10 ⁻³	2,53·10 ⁻³	1,84·10 ⁻³	0,00

Дисперсия ортогональных графиков нагрузок равна собственным числам МКМ, следовательно, главные ортогональные факторы $\bar{\Gamma}$ характеризуют поведение исследуемой системы случайных величин в пределах среднего.

Значение нормированных собственных ОГН к длине вектора

$$e_k = \sqrt{\sum_{j=1}^d G_{kj}^2}; G_{kn} = \frac{G_{kj}}{\sqrt{\sum_{j=1}^d G_{kj}^2}} = \frac{G_{kj}}{e_k};$$

Таблица А 8. Длина векторов ОГН

$e_{\bar{\Gamma}_1}$	$e_{\bar{\Gamma}_2}$	$e_{\bar{\Gamma}_3}$	$e_{\bar{\Gamma}_4}$	$e_{\bar{\Gamma}_5}$	$e_{\bar{\Gamma}_6}$	$e_{\bar{\Gamma}_7}$	$e_{\bar{\Gamma}_8}$	$e_{\bar{\Gamma}_9}$	$e_{\bar{\Gamma}_{10}}$	$e_{\bar{\Gamma}_{11}}$	$e_{\bar{\Gamma}_{12}} \div e_{\bar{\Gamma}_{22}}$
2,20	1,37	0,938	0,770	0,685	0,501	0,332	0,325	0,244	0,174	0,149	0,00

Таблица А 9. Нормированные ОГН

$\overline{\Gamma}_{н1}$	$\overline{\Gamma}_{н2}$	$\overline{\Gamma}_{н3}$	$\overline{\Gamma}_{н4}$	$\overline{\Gamma}_{н5}$	$\overline{\Gamma}_{н6}$	$\overline{\Gamma}_{н7}$	$\overline{\Gamma}_{н8}$	$\overline{\Gamma}_{н9}$	$\overline{\Gamma}_{н10}$	$\overline{\Gamma}_{н11}$	$\overline{\Gamma}_{н12}$
-0,420	-0,175	-0,052	-0,170	-0,199	0,018	-0,026	-0,177	0,109	-0,294	0,713	-0,021
-0,521	-0,023	0,080	-0,067	-0,393	0,078	0,093	0,311	-0,113	0,552	-0,226	-0,209
-0,439	0,309	-0,177	0,235	0,430	0,381	-0,168	-0,212	-0,056	-0,227	-0,290	-0,360
-0,021	0,459	0,516	0,166	0,091	-0,384	0,384	0,214	0,039	-0,240	0,059	-0,230
0,316	0,238	-0,228	-0,239	-0,402	0,214	0,458	-0,428	-0,122	-0,085	-0,169	-0,240
0,137	-0,038	-0,503	-0,059	-0,133	-0,113	-0,111	0,597	0,263	-0,373	-0,179	-0,344
0,182	0,422	-0,209	-0,206	0,111	-0,381	-0,479	-0,103	-0,233	0,353	0,208	-0,206
0,233	-0,056	0,020	-0,168	0,455	0,337	0,242	0,117	0,481	0,400	0,215	-0,282
0,212	-0,148	0,584	-0,328	-0,123	0,263	-0,478	-0,002	0,010	-0,210	-0,211	-0,376
0,213	-0,126	0,028	0,754	-0,299	-0,035	-0,194	-0,225	0,284	0,156	0,036	-0,185
0,222	-0,344	-0,026	0,231	0,193	0,158	0,142	0,239	-0,719	-0,036	0,192	-0,277
-0,116	-0,517	-0,032	-0,151	0,268	-0,537	0,137	-0,331	0,058	0,004	-0,347	-0,473

Продолжение таблицы А 9. Нормированные ОГН

$\overline{\Gamma}_{н13}$	$\overline{\Gamma}_{н14}$	$\overline{\Gamma}_{н15}$	$\overline{\Gamma}_{н16}$	$\overline{\Gamma}_{н17}$	$\overline{\Gamma}_{н18}$	$\overline{\Gamma}_{н19}$	$\overline{\Gamma}_{н20}$	$\overline{\Gamma}_{н21}$	$\overline{\Gamma}_{н22}$
-0,070	-0,070	-0,144	-0,157	-0,157	-0,079	-0,031	-0,031	-0,0608	-0,105
-0,212	-0,212	-0,154	-0,199	-0,199	-0,298	-0,248	-0,248	-0,2432	-0,273
-0,406	-0,406	-0,312	-0,370	-0,370	-0,414	-0,360	-0,360	-0,4332	-0,419
-0,227	-0,227	-0,201	-0,184	-0,184	-0,208	-0,202	-0,202	-0,1925	-0,152
-0,232	-0,232	-0,185	-0,199	-0,199	-0,308	-0,300	-0,300	-0,2533	-0,252
-0,403	-0,403	-0,515	-0,420	-0,420	-0,352	-0,341	-0,341	-0,3496	-0,346
-0,190	-0,190	-0,268	-0,304	-0,304	-0,236	-0,346	-0,346	-0,2558	-0,293
-0,181	-0,181	-0,196	-0,147	-0,147	-0,050	-0,134	-0,134	-0,1419	-0,189
-0,393	-0,393	-0,412	-0,409	-0,409	-0,357	-0,341	-0,341	-0,3952	-0,398
-0,193	-0,193	-0,268	-0,206	-0,206	-0,182	-0,215	-0,215	-0,1963	-0,212
-0,221	-0,221	-0,165	-0,215	-0,215	-0,238	-0,171	-0,171	-0,2533	-0,178
-0,455	-0,455	-0,374	-0,422	-0,422	-0,442	-0,480	-0,480	-0,4262	-0,418

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Статистическое моделирования электрических нагрузок, обладающих высокой неравномерностью

Таблица Б 1. Характерные суточные графики электрических нагрузок
высокой неравномерности

ЭО общественных зданий	ЭО сельских жилых домов	Железобетонный завод	Освещение улиц	ЭО городских зданий	Бытовая нагрузка	Локомотивремонт- ный завод	С/Х промышленность
P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
0,125	0,250	0,420	0,800	0,257	0,380	0,490	0,300
0,100	0,250	0,080	0,300	0,257	0,250	0,330	0,240
0,200	0,300	0,080	0,300	0,329	0,250	0,300	0,900
0,400	0,550	0,080	0,300	0,550	0,480	0,410	0,960
0,500	0,350	0,510	0,000	0,450	0,500	0,900	0,560
0,300	0,320	0,840	0,000	0,350	0,400	0,770	0,500
0,600	0,350	0,410	0,000	0,400	0,350	0,850	0,900
1,00	0,300	0,750	0,000	0,750	0,980	0,660	0,700
1,00	0,550	0,580	1,00	1,00	1,00	0,560	0,400
0,850	0,950	0,760	1,00	1,00	0,650	0,690	0,400
0,700	0,600	0,920	1,00	0,850	0,970	0,730	0,400
0,300	0,300	0,920	1,00	0,500	0,820	0,820	0,300
MP_1	MP_2	MP_3	MP_4	MP_5	MP_6	MP_7	MP_8
0,506	0,422	0,529	0,475	0,558	0,586	0,626	0,547

Числовые характеристики суточных графиков электрических нагрузок высокой неравномерности:

Матрица корреляционных моментов (5)

$$\begin{aligned}
 & \text{MKM=} \\
 = & \left(\begin{array}{cccccccc}
 0.096 & 0.035 & 0.045 & 0.023 & 0.073 & 0.066 & 0.023 & 7.042 \times 10^{-3} \\
 0.035 & 0.039 & 0.016 & 0.043 & 0.041 & 0.02 & 4.327 \times 10^{-3} & -2.3 \times 10^{-3} \\
 0.045 & 0.016 & 0.095 & 0.048 & 0.041 & 0.059 & 0.045 & -0.033 \\
 0.023 & 0.043 & 0.048 & 0.184 & 0.06 & 0.058 & -5.265 \times 10^{-3} & -0.062 \\
 0.073 & 0.041 & 0.041 & 0.06 & 0.069 & 0.059 & 0.011 & -7.83 \times 10^{-3} \\
 0.066 & 0.02 & 0.059 & 0.058 & 0.059 & 0.076 & 0.019 & -0.017 \\
 0.023 & 4.327 \times 10^{-3} & 0.045 & -5.265 \times 10^{-3} & 0.011 & 0.019 & 0.039 & -5.139 \times 10^{-3} \\
 7.042 \times 10^{-3} & -2.3 \times 10^{-3} & -0.033 & -0.062 & -7.83 \times 10^{-3} & -0.017 & -5.139 \times 10^{-3} & 0.061
 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

Собственные числа

$$\lambda_1=0,353, \lambda_2=0,153, \lambda_3=0,090, \lambda_4=0,029, \lambda_5=0,021, \lambda_6=8,26 \cdot 10^{-3}, \lambda_7=3,66 \cdot 10^{-3}, \lambda_8=2,63 \cdot 10^{-4}.$$

Собственные векторы

$$W = \left(\begin{array}{cccccccc}
 0.365 & 0.507 & -0.256 & -0.15 & -0.246 & 0.331 & -0.526 & -0.273 \\
 0.218 & 0.032 & -0.304 & 0.616 & -0.279 & -0.279 & 0.345 & -0.453 \\
 0.38 & 0.17 & 0.628 & 0.2 & 0.161 & -0.507 & -0.331 & 5.465 \times 10^{-3} \\
 0.556 & -0.67 & -0.182 & 0.1 & 0.325 & 0.235 & -0.195 & -0.016 \\
 0.391 & 0.197 & -0.298 & 0.038 & -0.185 & -0.157 & 0.171 & 0.794 \\
 0.404 & 0.197 & 0.042 & -0.555 & 0.291 & -0.078 & 0.566 & -0.276 \\
 0.116 & 0.236 & 0.421 & 0.415 & 0.096 & 0.681 & 0.31 & 0.112 \\
 -0.191 & 0.362 & -0.383 & 0.257 & 0.776 & -0.081 & -0.103 & 0.034
 \end{array} \right)$$

Свойства собственных значений

$$W^T \times W = \begin{bmatrix} 1,00 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1,00 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1,00 \end{bmatrix}$$

$$W^T W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6.944 \times 10^{-15} & -1.335 \times 10^{-15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.944 \times 10^{-15} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.335 \times 10^{-15} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Сумма квадратов составляющих каждого собственного вектора равна единице

$$W = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{21} & \dots & V_{n1} \\ V_{12} & V_{22} & \dots & V_{42} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{1n} & V_{2n} & \dots & V_{nn} \end{bmatrix}; \begin{matrix} V_{11}^2 + V_{12}^2 + V_{13}^2 + \dots + V_{1n}^2 = 1 \\ V_{21}^2 + V_{22}^2 + V_{23}^2 + \dots + V_{2n}^2 = 1 \\ \dots \\ V_{n1}^2 + V_{n2}^2 + V_{n3}^2 + \dots + V_{nn}^2 = 1 \end{matrix} \quad \sum (w_{ij})^2$$

1
1
1
1
1
1
1
1

Таблица Б 2 . Центрированные величины значений электрических нагрузок

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-0.381	-0.172	-0.109	0.325	-0.301	-0.206	-0.136	-0.247
2	-0.406	-0.172	-0.449	-0.175	-0.301	-0.336	-0.296	-0.307
3	-0.306	-0.122	-0.449	-0.175	-0.229	-0.336	-0.326	0.353
4	-0.106	0.128	-0.449	-0.175	$-7.75 \cdot 10^{-3}$	-0.106	-0.216	0.413
5	$-6.25 \cdot 10^{-3}$	-0.072	-0.019	-0.475	-0.108	-0.086	0.274	0.013
6	-0.206	-0.102	0.311	-0.475	-0.208	-0.186	0.144	-0.047
7	0.094	-0.072	-0.119	-0.475	-0.158	-0.236	0.224	0.353
8	0.494	-0.122	0.221	-0.475	0.192	0.394	0.034	0.153
9	0.494	0.128	0.051	0.525	0.442	0.414	-0.066	-0.147
10	0.344	0.528	0.231	0.525	0.442	0.064	0.064	-0.147
11	0.194	0.178	0.391	0.525	0.292	0.384	0.104	-0.147
12	-0.206	-0.122	0.391	0.525	-0.058	0.234	0.194	-0.247

Таблица Б 3. Векторы ортогональных графиков нагрузок

$\overline{\Gamma}_1$	$\overline{\Gamma}_2$	$\overline{\Gamma}_3$	$\overline{\Gamma}_4$	$\overline{\Gamma}_5$	$\overline{\Gamma}_6$	$\overline{\Gamma}_7$	$\overline{\Gamma}_8$
-0,207	-0,656	0,140	-0,056	0,021	0,045	-0,071	-0,029
-0,683	-0,477	-0,026	-0,179	-0,290	$-3,00 \cdot 10^{-3}$	0,036	0,00
-0,737	-0,179	-0,353	$-3,00 \cdot 10^{-3}$	0,168	-0,069	-0,065	0,026
-0,429	0,067	-0,513	0,063	0,132	-0,055	0,112	-0,015
-0,337	0,341	0,237	0,066	-0,104	0,125	0,094	0,012
-0,374	0,203	0,498	0,126	-0,063	-0,160	-0,028	0,013
-0,489	0,446	0,006	0,179	0,080	0,167	-0,069	$-9,00 \cdot 10^{-3}$
0,183	0,781	0,051	-0,311	$-5,00 \cdot 10^{-3}$	-0,076	-0,032	-0,018
0,880	0,012	-0,315	-0,211	-0,059	0,091	-0,031	0,023
0,854	-0,059	-0,245	0,342	-0,194	-0,046	-0,031	$-5,00 \cdot 10^{-3}$
0,859	-0,076	0,075	0,014	0,091	-0,053	0,042	-0,007
0,480	-0,402	0,443	-0,029	0,225	0,034	0,043	0,009

Таблица Б 4. Моделирование суточных графиков электрических нагрузок высокой неравномерности

Интервал времени	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	$\epsilon_{cp}, \%$	R
ЭО общественных зданий	$P_{,o.e.}^{исх}$	0,125	0,100	0,200	0,400	0,500	0,300	3,06	0,983
	$P_{,o.e.}^{мод}$	0,070	0,050	0,237	0,506	0,485	0,326		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,600	1,00	1,00	0,850	0,700	0,300		
	$P_{,o.e.}^{мод}$	0,525	1,00	0,946	0,800	0,760	0,369		
ЭО сельских жилых домов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,596	0,964
	$P_{,o.e.}$	0,250	0,250	0,300	0,550	0,350	0,320		
	$P_{,o.e.}^{мод}$	0,280	0,156	0,362	0,526	0,329	0,273		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,350	0,300	0,550	0,950	0,600	0,300		
	$P_{,o.e.}^{мод}$	0,439	0,280	0,580	0,892	0,593	0,361		
Железобетонный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,165	0,977
	$P_{,o.e.}$	0,420	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$	0,510	0,840		
	$P_{,o.e.}^{мод}$	0,416	0,137	$3,40 \cdot 10^{-3}$	0,068	0,621	0,760		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,410	0,750	0,580	0,760	0,920	0,920		
	$P_{,o.e.}^{мод}$	0,459	0,702	0,625	0,758	0,892	0,915		

. Освещение улиц	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,17	1,00
	$P_{,o.e.}$	0,800	0,300	0,300	0,300	10,0·10⁻³	10,0·10⁻³		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,801	0,300	0,299	0,300	2,86·10⁻⁴	3,12·10⁻⁴		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	10,0·10⁻³	10,0·10⁻³	1,00	1,00	1,00	1,00		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	3,92·10⁻⁵	1,84·10⁻⁴	1,00	1,00	1,00	1,00		
. ЭО городских зданий	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,308	0,931
	$P_{,o.e.}$	0,257	0,257	0,329	0,550	0,450	0,350		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,303	0,197	0,339	0,559	0,425	0,308		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,400	0,750	1,00	1,00	0,850	0,500		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,460	0,757	0,990	0,966	0,857	0,533		
. Бытовая нагрузка	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,58	0,916
	$P_{,o.e.}$	0,380	0,250	0,250	0,480	0,500	0,400		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,409	0,314	0,240	0,370	0,490	0,426		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,350	0,980	1,00	0,650	0,970	0,820		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,377	0,989	1,05	0,719	0,914	0,735		
. Локомотиворемонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,57	0,870
	$P_{,o.e.}$	0,490	0,330	0,300	0,410	0,900	0,770		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,483	0,349	0,348	0,402	0,794	0,892		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,850	0,660	0,560	0,690	0,730	0,820		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,751	0,724	0,511	0,750	0,745	0,761		
. С/Х промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,091	0,999
	$P_{,o.e.}$	0,300	0,240	0,900	0,960	0,560	0,500		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,297	0,243	0,887	0,968	0,579	0,484		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,900	0,700	0,400	0,400	0,400	0,300		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,907	0,691	0,403	0,393	0,400	0,307		

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Статистическое моделирование электрических нагрузок совокупности n=10 графиков

Числовые характеристики суточных графиков электрических нагрузок.

Таблица В1. Характерные суточные графики электрических нагрузок

Автомобилестроение	Прядильно-ткацкие фабрики	Пищевая промышленность	Вагонно-ремонтный завод	Локомотиворемонтный завод	Щебёночный завод	Железобетонный завод	Деревоперерабатывающая	ЭО сельских жилых домов	Угледобыча
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
0,500	0,600	0,703	0,350	0,490	0,700	0,420	0,332	0,250	0,800
0,470	0,600	0,672	0,350	0,330	0,840	0,080	0,309	0,250	0,800
0,480	0,560	0,695	0,350	0,300	0,800	0,080	0,368	0,300	0,829
0,920	0,900	0,876	0,560	0,410	0,820	0,080	0,798	0,550	0,829
0,980	1,000	1,000	1,000	0,900	0,400	0,510	1,000	0,350	0,929
0,870	0,805	0,944	0,900	0,770	0,740	0,840	0,750	0,320	0,929
1,000	0,956	0,940	0,620	0,850	0,590	0,410	0,924	0,350	0,929
0,780	0,900	0,876	0,870	0,660	0,630	0,750	0,798	0,300	0,829
0,830	1,000	0,891	0,780	0,560	0,370	0,580	0,834	0,550	0,915
0,810	0,919	0,860	0,870	0,690	0,880	0,760	0,743	0,950	1,000
0,870	0,708	0,780	0,980	0,730	0,730	0,920	0,716	0,600	0,893
0,790	0,600	0,691	0,560	0,820	0,830	0,920	0,388	0,300	0,800
MP ₁	MP ₂	MP ₃	MP ₄	MP ₅	MP ₆	MP ₇	MP ₈	MP ₉	MP ₁₀
0,775	0,796	0,827	0,683	0,626	0,694	0,529	0,663	0,422	0,874
$\sigma^2 P_1$	$\sigma^2 P_2$	$\sigma^2 P_3$	$\sigma^2 P_4$	$\sigma^2 P_5$	$\sigma^2 P_6$	$\sigma^2 P_7$	$\sigma^2 P_8$	$\sigma^2 P_9$	$\sigma^2 P_{10}$
0,033	0,027	0,012	0,057	0,039	0,026	0,095	0,055	0,039	4,12·10 ⁻³

МКМ

$$= \begin{pmatrix} 0.033 & 0.023 & 0.016 & 0.032 & 0.027 & -0.012 & 0.024 & 0.038 & 0.013 & 7.14 \times 10^{-3} \\ 0.023 & 0.027 & 0.017 & 0.026 & 0.015 & -0.016 & 8.273 \times 10^{-3} & 0.036 & 0.014 & 7.29 \times 10^{-3} \\ 0.016 & 0.017 & 0.012 & 0.019 & 0.013 & -0.011 & 7.516 \times 10^{-3} & 0.025 & 5.475 \times 10^{-3} & 5.025 \times 10^{-3} \\ 0.032 & 0.026 & 0.019 & 0.057 & 0.033 & -0.016 & 0.051 & 0.044 & 0.021 & 0.011 \\ 0.027 & 0.015 & 0.013 & 0.033 & 0.039 & -0.012 & 0.045 & 0.028 & 4.327 \times 10^{-3} & 6.926 \times 10^{-3} \\ -0.012 & -0.016 & -0.011 & -0.016 & -0.012 & 0.026 & -4.88 \times 10^{-3} & -0.023 & 4.615 \times 10^{-3} & -3.116 \times 10^{-3} \\ 0.024 & 8.273 \times 10^{-3} & 7.516 \times 10^{-3} & 0.051 & 0.045 & -4.88 \times 10^{-3} & 0.095 & 0.019 & 0.016 & 7.58 \times 10^{-3} \\ 0.038 & 0.036 & 0.025 & 0.044 & 0.028 & -0.023 & 0.019 & 0.055 & 0.017 & 0.011 \\ 0.013 & 0.014 & 5.475 \times 10^{-3} & 0.021 & 4.327 \times 10^{-3} & 4.615 \times 10^{-3} & 0.016 & 0.017 & 0.039 & 8.445 \times 10^{-3} \\ 7.14 \times 10^{-3} & 7.29 \times 10^{-3} & 5.025 \times 10^{-3} & 0.011 & 6.926 \times 10^{-3} & -3.116 \times 10^{-3} & 7.58 \times 10^{-3} & 0.011 & 8.445 \times 10^{-3} & 4.124 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

Собственные числа:

$$\lambda_1=0,231, \lambda_2=0,081, \lambda_3=0,042, \lambda_4=0,015, \lambda_5=8,21 \cdot 10^{-3}, \lambda_6=4,03 \cdot 10^{-3}, \\ \lambda_7=2,90 \cdot 10^{-3}, \lambda_8=9,19 \cdot 10^{-4}, \lambda_9=4,73 \cdot 10^{-4}, \lambda_{10}=1,33 \cdot 10^{-4}.$$

Таблица В2. Собственные векторы

W₁	W₂	W₃	W₄	W₅	W₆	W₇	W₈	W₉	W₁₀
0,328	-0,173	0,031	0,507	0,042	-0,332	-0,536	0,169	-0,381	-0,175
0,259	-0,342	-0,052	-0,076	0,207	-0,297	0,519	-0,499	-0,255	-0,306
0,181	-0,201	0,061	0,050	-0,120	0,001	0,418	0,412	-0,393	0,638
0,468	0,033	-0,083	-0,334	-0,654	0,320	-0,185	-0,214	-0,212	-0,083
0,344	0,154	0,298	0,463	0,300	0,594	0,083	-0,288	0,081	0,123
-0,160	0,247	-0,414	0,611	-0,481	-0,089	0,327	-0,105	0,080	-0,074
0,463	0,736	0,042	-0,156	0,138	-0,390	0,138	0,144	0,084	0,003
0,414	-0,427	0,017	0,066	-0,150	-0,163	0,034	0,145	0,753	0,061
0,183	-0,036	-0,844	-0,081	0,378	0,159	-0,161	-0,030	0,010	0,226
0,099	-0,044	-0,107	-0,013	0,090	0,366	0,272	0,609	-0,058	-0,622

Таблица В3. Центрированные величины электрических нагрузок

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-0.275	-0.196	-0.124	-0.333	-0.136	$8,833 \cdot 10^{-3}$	-0.109	-0.331	-0.172	-0.074
2	-0.305	-0.196	-0.155	-0.333	-0.296	0.146	-0.449	-0.354	-0.172	-0.074
3	-0.295	-0.236	-0.132	-0.333	-0.326	0.106	-0.449	-0.295	-0.122	-0.045
4	0.145	0.104	0.049	-0.123	-0.216	0.126	-0.449	0.135	0.128	-0.045
5	0.205	0.204	0.173	0.317	0.274	-0.294	-0.019	0.337	-0.072	0.055
6	0.095	$8,333 \cdot 10^{-3}$	0.117	0.217	0.144	0.046	0.311	0.087	-0.102	0.055
7	0.225	0.16	0.113	-0.063	0.224	-0.104	-0.119	0.261	-0.072	0.055
8	$5 \cdot 10^{-3}$	0.104	0.049	0.187	0.034	-0.064	0.221	0.135	-0.122	-0.045
9	0.055	0.204	0.064	0.097	-0.066	-0.324	0.051	0.171	0.128	0.041
10	0.035	0.123	0.033	0.187	0.064	0.186	0.231	0.08	0.528	0.126
11	0.095	-0.088	-0.047	0.297	0.104	0.036	0.391	0.053	0.178	0.019
12	0.015	-0.196	-0.136	-0.123	0.194	0.136	0.391	-0.275	-0.122	-0.074

Таблица В4. Ортогональные графики электрических нагрузок

$\overline{\Gamma}_1$	$\overline{\Gamma}_2$	$\overline{\Gamma}_3$	$\overline{\Gamma}_4$	$\overline{\Gamma}_5$	$\overline{\Gamma}_6$	$\overline{\Gamma}_7$	$\overline{\Gamma}_8$	$\overline{\Gamma}_9$	$\overline{\Gamma}_{10}$
-0,593	0,180	0,122	-0,069	0,099	$4,04 \cdot 10^{-3}$	0,027	$6,19 \cdot 10^{-3}$	$7,54 \cdot 10^{-3}$	0,026
-0,853	-0,039	$-1,46 \cdot 10^{-3}$	-0,023	-0,057	0,043	0,015	-0,033	-0,016	-0,021
-0,824	-0,075	-0,034	-0,052	-0,045	0,046	-0,015	0,036	0,018	$0,134 \cdot 10^{-3}$
-0,202	-0,467	-0,224	0,155	-0,061	-0,100	-0,047	$-8,36 \cdot 10^{-3}$	-0,015	0,012
0,564	-0,318	0,244	-0,031	-0,029	0,123	-0,028	-0,030	-0,019	0,010
0,365	0,191	0,111	0,040	-0,133	-0,015	0,067	0,061	-0,028	$-0,489 \cdot 10^{-3}$
0,245	-0,308	0,175	0,209	0,109	0,013	0,025	0,021	0,034	-0,012
0,279	0,061	0,139	-0,104	-0,106	-0,091	0,062	-0,046	0,032	$0,178 \cdot 10^{-3}$
0,279	-0,221	-0,006	-0,253	0,143	-0,070	-0,023	0,019	-0,019	-0,010
0,378	0,118	-0,524	0,016	0,061	0,061	0,074	-0,014	0,00	$1,61 \cdot 10^{-3}$
0,406	0,316	-0,138	-0,049	-0,074	0,023	-0,118	0,013	0,026	$-2,44 \cdot 10^{-3}$
-0,045	0,564	0,137	0,161	0,092	-0,037	-0,039	-0,025	-0,021	$-3,37 \cdot 10^{-3}$

Таблица В5. Моделируемые и эталонные значения суточных графиков электрических нагрузок

Интервал времени	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	ε_{cp} , %	R
Автомобилестроение	с	0,500	0,470	0,480	0,920	0,980	0,870	1,42	0,883
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,580	0,495	0,505	0,709	0,960	0,895		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	1,000	0,780	0,830	0,810	0,870	0,790		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,855	0,866	0,867	0,899	0,908	0,760		
Прядильно-ткацкие фабрики	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	1,86	0,759
	$P_{,o.e.}$	0,600	0,600	0,560	0,900	1,000	0,805		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,642	0,574	0,582	0,743	0,942	0,890		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,956	0,900	1,000	0,919	0,708	0,600		
$P_{,o.e.}^{mod}$	0,859	0,868	0,868	0,894	0,901	0,748			
Пищевая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,636	0,797
	$P_{,o.e.}$	0,703	0,672	0,695	0,876	1,000	0,944		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,720	0,673	0,678	0,791	0,930	0,894		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,940	0,876	0,891	0,860	0,780	0,691		
$P_{,o.e.}^{mod}$	0,872	0,878	0,878	0,896	0,901	0,819			
Вагонно-ремонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,680	0,944
	$P_{,o.e.}$	0,350	0,350	0,350	0,560	1,000	0,900		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,405	0,283	0,297	0,588	0,947	0,854		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,620	0,870	0,780	0,870	0,980	0,560		
$P_{,o.e.}^{mod}$	0,797	0,813	0,813	0,860	0,873	0,661			
Локомотиворемонтный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,960	0,848
	$P_{,o.e.}$	0,490	0,330	0,300	0,410	0,900	0,770		
	$P_{,o.e.}^{mod}$	0,422	0,332	0,342	0,556	0,820	0,752		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	$P_{,o.e.}$	0,850	0,660	0,560	0,690	0,730	0,820		
$P_{,o.e.}^{mod}$	0,710	0,722	0,722	0,756	0,766	0,610			

Щебёночный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	2,750	0,834
	P _{,о.е.}	0,700	0,840	0,800	0,820	0,400	0,740		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,783	0,822	0,822	0,704	0,424	0,637		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	P _{,о.е.}	0,590	0,630	0,370	0,880	0,730	0,830		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,506	0,607	0,597	0,880	0,764	0,784		
Железобетонный завод	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	3,43	0,994
	P _{,о.е.}	0,420	0,080	0,080	0,080	0,510	0,840		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,392	0,105	0,091	0,082	0,567	0,843		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	P _{,о.е.}	0,410	0,750	0,580	0,760	0,920	0,920		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,423	0,709	0,496	0,769	0,944	0,929		
Деревоперерабатывающая промышленность	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,370	0,995
	P _{,о.е.}	0,332	0,309	0,368	0,798	1,000	0,750		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,341	0,327	0,354	0,779	1,03	0,733		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	P _{,о.е.}	0,924	0,798	0,834	0,743	0,716	0,388		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,897	0,753	0,873	0,769	0,697	0,404		
ЭО сельских жилых домов	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,533	0,981
	P _{,о.е.}	0,250	0,250	0,300	0,550	0,350	0,320		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,205	0,269	0,304	0,591	0,331	0,389		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	P _{,о.е.}	0,350	0,300	0,550	0,950	0,600	0,300		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,330	0,354	0,486	0,930	0,602	0,278		
Угледобыча	t,ч	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	0,231	0,743
	P _{,о.е.}	0,800	0,800	0,829	0,829	0,929	0,929		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,815	0,789	0,792	0,853	0,929	0,910		
	t,ч	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24		
	P _{,о.е.}	0,929	0,829	0,915	1,000	0,893	0,800		
	P ^{mod} _{,о.е.}	0,898	0,901	0,901	0,911	0,914	0,869		

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Статистическое моделирование электрических нагрузок совокупности n=15 графиков

Числовые характеристики суточных графиков электрических нагрузок.

Таблица Г1. Характерные суточные графики электрических нагрузок

ЭО общественных зданий	Автомобилестроение	Торфопереработка	Угледобыча	Тяжеломашиностроение	Машиностроение	Производство строительных материалов	Вагоно-ремонтный завод	Этсельских жилых домов	Локомотиворемонтный завод	Стрелочный завод	Щебёночный завод	Железобетонный завод	Освещение улиц	Бытовая нагрузка
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₁₄	P ₁₅
0,125	0,500	0,723	0,800	0,727	0,510	0,510	0,350	0,250	0,490	0,730	0,700	0,420	0,800	0,380
0,100	0,470	0,772	0,800	0,837	0,470	0,470	0,350	0,250	0,330	0,730	0,840	0,080	0,300	0,250
0,200	0,480	0,802	0,829	0,815	0,490	0,760	0,350	0,300	0,300	0,700	0,800	0,080	0,300	0,250
0,400	0,920	0,931	0,829	0,841	0,600	0,780	0,560	0,550	0,410	0,850	0,820	0,080	0,300	0,480
0,500	0,980	0,950	0,929	0,882	0,970	0,790	1,000	0,350	0,900	0,830	0,400	0,510	0,000	0,500
0,300	0,870	0,812	0,929	1,000	0,890	0,770	0,900	0,320	0,770	0,820	0,740	0,840	0,000	0,400
0,600	1,000	0,802	0,929	1,000	0,890	0,960	0,620	0,350	0,850	0,880	0,590	0,410	0,000	0,350
1,000	0,780	0,861	0,829	0,915	0,870	0,970	0,870	0,300	0,660	0,820	0,630	0,750	0,000	0,980
1,000	0,830	0,941	0,915	0,890	0,860	0,950	0,780	0,550	0,560	0,820	0,370	0,580	1,000	1,000
0,850	0,810	1,000	1,000	0,834	0,790	0,910	0,870	0,950	0,690	0,700	0,880	0,760	1,000	0,650
0,700	0,870	0,901	0,893	0,934	0,760	0,980	0,980	0,600	0,730	0,910	0,730	0,920	1,000	0,970
0,300	0,790	0,812	0,800	0,790	0,580	0,820	0,560	0,300	0,820	0,650	0,830	0,920	1,000	0,820
Математическое ожидание МР														
0,506	0,775	0,859	0,874	0,872	0,723	0,806	0,683	0,422	0,626	0,787	0,694	0,529	0,475	0,586

Таблица Г 2. Матрица корреляционных моментов

МКМ=

0,096	0,030	0,01 7	0,01 1	0,010	0,037	0,042	0,051	0,03 5	0,023	0,010	- 0,023	0,04 5	0,023	0,066
0,030	0,033	9,00· 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	9,00· 10 ⁻³	0,025	0,021	0,032	0,01 3	0,027	9,00· 10 ⁻³	- 0,012	0,02 4	- 0,013	0,018
0,017	9,00· 10 ⁻³	9,00· 10 ⁻³	3,00· 10 ⁻³	1,00· 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	0,013	0,01 3	4,00· 10 ⁻³	2,00· 10 ⁻³	3,00· 10 ⁻³	6,00· 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	0,011
0,011	7,00· 10 ⁻³	3,00· 10 ⁻³	4,00· 10 ⁻³	3,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	6,00· 10 ⁻³	0,011	8,00 · 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	2,00· 10 ⁻³	3,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	1,00· 10 ⁻³	2,00· 10 ⁻³
0,010	9,00· 10 ⁻³	1,00· 10 ⁻³	3,00· 10 ⁻³	6,00· 10 ⁻³	0,010	7,00· 10 ⁻³	0,011	1,00 · 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	5,00· 10 ⁻³	- 4,00· 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	- 0,016	3,00· 10 ⁻³
0,037	0,025	7,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	0,010	0,030	0,019	0,036	9,00 · 10 ⁻³	0,026	8,00· 10 ⁻³	- 0,018	0,02 8	- 0,021	0,019
0,042	0,021	8,00· 10 ⁻³	6,00· 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	0,019	0,026	0,027	0,01 6	0,017	6,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	0,02 7	6,00· 10 ⁻³	0,030
0,051	0,032	0,01 3	0,01 1	0,011	0,036	0,027	0,057	0,02 1	0,033	0,010	- 0,016	0,05 1	- 0,004	0,039
0,035	0,013	0,01 3	8,00· 10 ⁻³	1,00· 10 ⁻³	9,00· 10 ⁻³	0,016	0,021	0,03 9	4,00· 10 ⁻³	2,00· 10 ⁻³	5,00· 10 ⁻³	0,01 6	0,043	0,020
0,023	0,027	4,00· 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	0,026	0,017	0,033	4,00 · 10 ⁻³	0,039	5,00· 10 ⁻³	- 0,012	0,04 5	- 5,00· 10 ⁻³	0,019
0,010	9,00· 10 ⁻³	2,00· 10 ⁻³	2,00· 10 ⁻³	5,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	6,00· 10 ⁻³	0,010	2,00 · 10 ⁻³	5,00· 10 ⁻³	6,00· 10 ⁻³	6,00· 10 ⁻³	2,00· 10 ⁻³	- 0,011	5,00· 10 ⁻³
- 0,023	- 0,012	- 3,00· 10 ⁻³	- 3,00· 10 ⁻³	- 4,00· 10 ⁻³	- 0,018	- 0,008	- 0,016	5,00 · 10 ⁻³	- 0,012	- 6,00· 10 ⁻³	- 0,026	- 5,00· 10 ⁻³	- 0,013	- 0,013
0,045	0,024	6,00· 10 ⁻³	8,00· 10 ⁻³	7,00· 10 ⁻³	0,028	0,027	0,051	0,01 6	0,045	2,00· 10 ⁻³	5,00· 10 ⁻³	0,09 5	0,048	0,059
0,023	- 0,013	7,00· 10 ⁻³	1,00· 10 ⁻³	- 0,016	- 0,021	6,00· 10 ⁻³	4,00· 10 ⁻³	0,04 3	5,00· 10 ⁻³	- 0,011	- 0,013	0,04 8	0,184	0,058
0,066	0,018	0,01 1	2,00· 10 ⁻³	3,00· 10 ⁻³	0,019	0,030	0,039	0,02 0	0,019	5,00· 10 ⁻³	- 0,013	0,05 9	0,058	0,076

Собственные числа:

$$\lambda_1=0,345, \lambda_2=0,209, \lambda_3=0,069, \lambda_4=0,041, \lambda_5=0,024, \lambda_6=0,014, \lambda_7=0,011, \lambda_8=5,28 \cdot 10^{-3}, \lambda_9=2,89 \cdot 10^{-3}, \lambda_{10}=6,51 \cdot 10^{-4}, \lambda_{11} \div \lambda_{15} \approx 0,00.$$

Таблица Г 3. Собственные векторы

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.442	-0.151	0.53	-0.19	-0.155	-0.067	-0.433	-0.118
2	0.186	-0.221	-0.011	0.284	0.255	0.553	0.293	-0.087
3	0.09	-0.021	0.143	0.16	0.015	-0.065	0.212	-0.285
4	0.061	-0.047	0.028	0.196	0.06	-0.133	-0.162	0.112
5	0.045	-0.126	$8.491 \cdot 10^{-3}$	0.041	-0.037	0.066	-0.033	0.536
6	0.193	-0.268	$9.915 \cdot 10^{-4}$	0.087	0.204	-0.196	-0.162	0.08
7	0.222	-0.109	0.136	0.015	-0.107	0.467	-0.195	0.316
8	0.325	-0.244	-0.078	0.207	-0.04	-0.455	0.473	0.073
9	0.203	0.112	0.308	0.6	-0.176	-0.11	0.011	-0.09
10	0.208	-0.192	-0.387	0.162	0.283	0.243	-0.248	-0.373
11	0.04	-0.099	0.067	$8.567 \cdot 10^{-3}$	0.094	0.087	0.252	0.517

	9	10	11	12	13	14	15
	-0.285	0.127	$9.225 \cdot 10^{-3}$	-0.115	$1.884i \cdot 10^{-6}$	$1.884i \cdot 10^{-6}$	-0.115
	-0.264	-0.409	-0.09	-0.226	$3.689i \cdot 10^{-6}$	$3.689i \cdot 10^{-6}$	-0.226
	0.254	-0.129	0.185	0.678	$1.109i \cdot 10^{-5}$	$1.109i \cdot 10^{-5}$	0.678
	0.073	-0.112	0.175	0.287	$4.698i \cdot 10^{-6}$	$4.698i \cdot 10^{-6}$	0.287
	-0.131	-0.089	0.732	-0.058	$9.473i \cdot 10^{-7}$	$9.473i \cdot 10^{-7}$	-0.058
	-0.087	-0.294	0.03	0.204	$-3.34i \cdot 10^{-6}$	$-3.34i \cdot 10^{-6}$	0.204
	0.713	0.061	-0.179	$4.371 \cdot 10^{-3}$	$7.149i \cdot 10^{-8}$	$7.149i \cdot 10^{-8}$	$4.371 \cdot 10^{-3}$
	0.26	0.272	0.067	-0.368	$5.025i \cdot 10^{-6}$	$5.025i \cdot 10^{-6}$	-0.368
	-0.086	-0.033	-0.172	-0.031	$31-5i \cdot 10^{-7}$	$31+5i \cdot 10^{-7}$	-0.031
	-0.043	0.565	0.222	0.074	$1.209i \cdot 10^{-6}$	$1.209i \cdot 10^{-6}$	0.074
	-0.368	0.436	-0.368	0.417	$5.819i \cdot 10^{-6}$	$5.819i \cdot 10^{-6}$...

Таблица Г 4. Ортогональные графики электрических нагрузок

$\overline{\Gamma}_1$	$\overline{\Gamma}_2$	$\overline{\Gamma}_3$	$\overline{\Gamma}_4$	$\overline{\Gamma}_5$	$\overline{\Gamma}_6$	$\overline{\Gamma}_7$	$\overline{\Gamma}_8$	$\overline{\Gamma}_9$	$\overline{\Gamma}_{10}$	$\overline{\Gamma}_{11}$	$\overline{\Gamma}_{12} \div \overline{\Gamma}_{22}$
-0,546	0,578	-0,192	-0,111	0,143	-0,095	-0,057	-0,005	-0,062	0,013	-0,054	0,000
-0,985	0,221	0,057	-0,053	-0,061	-0,098	0,035	-0,007	-0,060	0,023	0,058	0,000
-0,861	0,176	0,184	-0,040	-0,089	0,000	-0,064	0,050	0,141	0,001	-0,010	0,000
-0,411	-0,027	0,350	0,174	-0,043	0,172	0,199	-0,033	-0,036	-0,031	-0,022	0,000
0,061	-0,701	-0,095	0,085	0,262	-0,116	0,094	-0,105	0,053	0,029	0,001	0,000
-0,071	-0,543	-0,432	0,133	-0,108	-0,102	0,022	0,094	-0,012	-0,068	-0,001	0,000
-0,131	-0,614	0,040	0,103	0,133	0,205	-0,193	0,056	-0,039	0,027	0,006	0,000
0,432	-0,574	0,128	-0,409	-0,278	-0,022	-0,028	-0,059	-0,021	0,014	-0,015	0,000
0,742	0,268	0,381	-0,215	0,240	-0,057	-0,020	0,047	0,000	-0,056	0,017	0,000
0,677	0,382	0,163	0,422	-0,156	-0,100	-0,125	-0,074	-0,005	0,002	0,000	0,000
0,817	0,293	-0,101	0,030	-0,043	0,018	0,139	0,130	0,010	0,068	-0,001	0,000
0,275	0,543	-0,483	-0,120	0,000	0,194	-0,003	-0,093	0,032	-0,021	0,019	0,000

Таблица Г 5. Характеристики графиков электрических нагрузок и минимальное количество ортогональных графиков для моделирования

	$k_z = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	$\varepsilon, \%$	R
Щебёночный завод	0,789	0,420	5	0,408	0,820
ЭО сельских жилых домов	0,445	0,263	4	0,135	0,987
ЭО общественных зданий	0,506	0,100	3	2,883	0,976
Торфопереработка	0,859	0,723	3	0,298	0,881
Угледобыча	0,874	0,800	3	0,289	0,664
Локомотиворемонтный завод	0,695	0,333	3	1,600	0,923
Стрелочный завод	0,864	0,714	3	0,517	0,694
Железобетонный завод	0,575	0,087	3	0,978	0,983
Вагоно-ремонтный завод	0,683	0,350	2	1,175	0,929
Автомобилестроение	0,775	0,470	2	2,12	0,823
Машиностроение	0,746	0,485	2	0,402	0,961
Тяжелое машиностроение	0,872	0,727	2	0,272	0,810
Бытовая нагрузка	0,586	0,250	1	3,251	0,883
Производство стройматериалов	0,822	0,480	1	2,136	0,801

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Статистическое моделирование электрических нагрузок совокупности n=20 графиков

Таблица Д 1. Значения суточных графиков электрических нагрузок

Машиностроение	ЭО общественных зданий	Производство стройматериалов	Автомобилестроение	Тяжелое машиностроение	ЭО жилых домов	С/Х промышленность	Ремонтно-механический завод	ЭО городских зданий	Шпалопродит.завод	Стрелочный завод	ЭО жилых домов	Железобетонный завод	ЭО сельских промышленных потребителей	Угледобыча	Торфопереработка	Прядильно-ткацкие фабрики	Вагоно-ремонтный завод	Пищевая промышленность	Черная металлургия
P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₃	P ₁₄	P ₁₅	P ₁₆	P ₁₇	P ₁₈	P ₁₉	P ₂₀
0,5 10	0,1 25	0,5 10	0,5 00	0,7 27	0,2 50	0,3 00	0,3 34	0,2 57	0,6 20	0,7 30	0,2 00	0,4 20	0,3 50	0,8 00	0,7 23	0,6 00	0,3 50	0,7 03	0,8 30
0,4 70	0,1 00	0,4 70	0,4 70	0,8 37	0,2 50	0,2 40	0,3 34	0,2 57	0,5 70	0,7 30	0,2 00	0,0 80	0,3 50	0,8 00	0,7 72	0,6 00	0,3 50	0,6 72	0,8 30
0,4 90	0,2 00	0,7 60	0,4 80	0,8 15	0,3 00	0,9 00	0,3 34	0,3 29	1,0 00	0,7 00	0,3 00	0,0 80	0,4 50	0,8 29	0,8 02	0,5 60	0,3 50	0,6 95	0,8 60
0,6 00	0,4 00	0,7 80	0,9 20	0,8 41	0,5 50	0,9 60	0,9 15	0,5 50	0,4 00	0,8 50	0,8 00	0,0 80	0,6 50	0,8 29	0,9 31	0,9 00	0,5 60	0,8 76	1,0 00
0,9 70	0,5 00	0,7 90	0,9 80	0,8 82	0,3 50	0,5 60	1,0 00	0,4 50	0,8 60	0,8 30	0,2 50	0,5 10	0,8 50	0,9 29	0,9 50	1,0 00	1,0 00	1,0 00	1,0 00
0,8 90	0,3 00	0,7 70	0,8 70	1,0 00	0,3 20	0,5 00	0,6 45	0,3 50	0,8 80	0,8 20	0,1 00	0,8 40	0,9 00	0,9 29	0,8 12	0,8 05	0,9 00	0,9 44	0,8 97
0,8 90	0,6 00	0,9 60	1,0 00	1,0 00	0,3 50	0,9 00	0,7 97	0,4 00	0,7 70	0,8 80	0,1 00	0,4 10	0,5 50	0,9 29	0,8 02	0,9 56	0,6 20	0,9 40	0,8 97
0,8 70	1,0 00	0,9 70	0,7 80	0,9 15	0,3 00	0,7 00	0,8 00	0,7 50	0,7 20	0,8 20	1,0 00	0,7 50	0,7 00	0,8 29	0,8 61	0,9 00	0,8 70	0,8 76	0,9 49
0,8 60	1,0 00	0,9 50	0,8 30	0,8 90	0,5 50	0,4 00	0,8 00	1,0 00	0,2 50	0,8 20	1,0 00	0,5 80	0,6 50	0,9 15	0,9 41	1,0 00	0,7 80	0,8 91	0,9 34
0,7 90	0,8 50	0,9 10	0,8 10	0,8 34	0,9 50	0,4 00	1,0 00	1,0 00	0,8 25	0,7 00	0,8 50	0,7 60	0,6 00	1,0 00	1,0 00	0,9 19	0,8 70	0,8 60	0,8 90
0,7 60	0,7 00	0,9 80	0,8 70	0,9 34	0,6 00	0,4 00	0,8 00	0,8 50	0,7 50	0,9 10	0,6 50	0,9 20	0,5 00	0,8 93	0,9 01	0,7 08	0,9 80	0,7 80	0,8 30
0,5 80	0,3 00	0,8 20	0,7 90	0,7 90	0,3 00	0,3 00	0,4 34	0,5 00	0,4 70	0,6 50	0,2 50	0,9 20	0,4 00	0,8 00	0,8 12	0,6 00	0,5 60	0,6 91	0,8 30
Математическое ожидание МР																			
0,7 23	0,5 06	0,8 06	0,7 75	0,8 72	0,4 22	0,5 47	0,6 83	0,5 58	0,6 76	0,7 87	0,4 75	0,5 29	0,5 79	0,8 74	0,8 59	0,7 96	0,6 83	0,8 27	0,8 96

Собственные числа:

$$\lambda_1=0,437 \lambda_2=0,135, \lambda_3=0,120, \lambda_4=0,042, \lambda_5=0,035, \lambda_6=0,023, \lambda_7=0,016, \\ \lambda_8=6,50 \cdot 10^{-3}, \lambda_9=5,05 \cdot 10^{-3}, \lambda_{10}=2,86 \cdot 10^{-4}, \lambda_{11}=7,37 \cdot 10^{-4}, \lambda_{12} \div \lambda_{20}=0,00.$$

Таблица Д 2. Собственные векторы

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.03	0.037	0.019	0.025	0.01	$8.75 \cdot 10^{-3}$	$6.161 \cdot 10^{-3}$	0.033	0.02	$6.892 \cdot 10^{-3}$
2	0.037	0.096	0.042	0.03	0.01	0.035	$7.042 \cdot 10^{-3}$	0.056	0.073	-0.01
3	0.019	0.042	0.026	0.021	$7.365 \cdot 10^{-3}$	0.016	0.014	0.028	0.031	$1.668 \cdot 10^{-3}$
4	0.025	0.03	0.021	0.033	$9.201 \cdot 10^{-3}$	0.013	0.014	0.038	0.019	$1.973 \cdot 10^{-3}$
5	0.01	0.01	$7.365 \cdot 10^{-3}$	$9.201 \cdot 10^{-3}$	$6.126 \cdot 10^{-3}$	$7.49 \cdot 10^{-4}$	$6.133 \cdot 10^{-3}$	$9.265 \cdot 10^{-3}$	$3.486 \cdot 10^{-3}$	$4.329 \cdot 10^{-3}$
6	$8.75 \cdot 10^{-3}$	0.035	0.016	0.013	$7.49 \cdot 10^{-4}$	0.039	$-2.3 \cdot 10^{-3}$	0.032	0.041	$2.561 \cdot 10^{-3}$
7	$6.161 \cdot 10^{-3}$	$7.042 \cdot 10^{-3}$	0.014	0.014	$6.133 \cdot 10^{-3}$	$-2.3 \cdot 10^{-3}$	0.061	0.018	$-7.83 \cdot 10^{-3}$	0.013
8	0.033	0.056	0.028	0.038	$9.265 \cdot 10^{-3}$	0.032	0.018	0.061	0.042	$2.678 \cdot 10^{-4}$
9	0.02	0.073	0.031	0.019	$3.486 \cdot 10^{-3}$	0.041	$-7.83 \cdot 10^{-3}$	0.042	0.069	-0.015
10	$6.892 \cdot 10^{-3}$	-0.01	$1.668 \cdot 10^{-3}$	$1.973 \cdot 10^{-3}$	$4.329 \cdot 10^{-3}$	$2.561 \cdot 10^{-3}$	0.013	$2.678 \cdot 10^{-4}$	-0.015	0.044
11	$8.203 \cdot 10^{-3}$	0.01	$5.953 \cdot 10^{-3}$	$9.108 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$7.289 \cdot 10^{-3}$	0.011	$4.488 \cdot 10^{-3}$	$-1 \cdot 10^{-4}$
12	0.013	0.084	0.03	0.013	$1.479 \cdot 10^{-4}$	0.042	$7.083 \cdot 10^{-3}$	0.046	0.077	-0.028
13	0.028	0.045	0.027	0.024	$7.437 \cdot 10^{-3}$	0.016	-0.033	0.022	0.041	$4.309 \cdot 10^{-3}$
14	0.025	0.022	0.012	0.021	$8.493 \cdot 10^{-3}$	$5.552 \cdot 10^{-3}$	0.012	0.03	0.011	$8.13 \cdot 10^{-3}$
15	$8.433 \cdot 10^{-3}$	0.011	$5.793 \cdot 10^{-3}$	$7.14 \cdot 10^{-3}$	$2.764 \cdot 10^{-3}$	$8.445 \cdot 10^{-3}$	$6.767 \cdot 10^{-4}$	0.012	$8.68 \cdot 10^{-3}$	$4.36 \cdot 10^{-3}$
16	$7.492 \cdot 10^{-3}$	0.017	$7.927 \cdot 10^{-3}$	$8.775 \cdot 10^{-3}$	$1.173 \cdot 10^{-3}$	0.013	$2.178 \cdot 10^{-3}$	0.017	0.017	$1.701 \cdot 10^{-3}$
17	0.024	0.037	0.016	0.023	$6.939 \cdot 10^{-3}$	0.014	0.013	0.037	0.023	$4.095 \cdot 10^{-3}$
18	0.036	0.051	0.027	0.032	0.011	0.021	$3.217 \cdot 10^{-3}$	0.047	0.039	$9.897 \cdot 10^{-3}$
19	0.017	0.018	$9.551 \cdot 10^{-3}$	0.016	$5.902 \cdot 10^{-3}$	$5.475 \cdot 10^{-3}$	0.01	0.023	$8.282 \cdot 10^{-3}$	$3.146 \cdot 10^{-3}$
20	$5.997 \cdot 10^{-3}$	$7.907 \cdot 10^{-3}$	$3.354 \cdot 10^{-3}$	$6.709 \cdot 10^{-3}$	$1.376 \cdot 10^{-3}$	$2.024 \cdot 10^{-3}$	$8.156 \cdot 10^{-3}$	0.011	$3.702 \cdot 10^{-3}$	$1.357 \cdot 10^{-3}$

Продолжение таблица Д 2. Собственные векторы

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$8.203 \cdot 10^{-3}$	0.013	0.028	0.025	$8.433 \cdot 10^{-3}$	$7.492 \cdot 10^{-3}$	0.024	0.036	0.017	$5.997 \cdot 10^{-3}$
0.01	0.084	0.045	0.022	0.011	0.017	0.037	0.051	0.018	$7.907 \cdot 10^{-3}$
$5.953 \cdot 10^{-3}$	0.03	0.027	0.012	$5.793 \cdot 10^{-3}$	$7.927 \cdot 10^{-3}$	0.016	0.027	$9.551 \cdot 10^{-3}$	$3.354 \cdot 10^{-3}$
$9.108 \cdot 10^{-3}$	0.013	0.024	0.021	$7.14 \cdot 10^{-3}$	$8.775 \cdot 10^{-3}$	0.023	0.032	0.016	$6.709 \cdot 10^{-3}$
$4.5 \cdot 10^{-3}$	$1.479 \cdot 10^{-4}$	$7.437 \cdot 10^{-3}$	$8.493 \cdot 10^{-3}$	$2.764 \cdot 10^{-3}$	$1.173 \cdot 10^{-3}$	$6.939 \cdot 10^{-3}$	0.011	$5.902 \cdot 10^{-3}$	$1.376 \cdot 10^{-3}$
$1.5 \cdot 10^{-3}$	0.042	0.016	$5.552 \cdot 10^{-3}$	$8.445 \cdot 10^{-3}$	0.013	0.014	0.021	$5.475 \cdot 10^{-3}$	$2.024 \cdot 10^{-3}$
$7.289 \cdot 10^{-3}$	$7.083 \cdot 10^{-3}$	-0.033	0.012	$6.767 \cdot 10^{-4}$	$2.178 \cdot 10^{-3}$	0.013	$3.217 \cdot 10^{-3}$	0.01	$8.156 \cdot 10^{-3}$
0.011	0.046	0.022	0.03	0.012	0.017	0.037	0.047	0.023	0.011
$4.488 \cdot 10^{-3}$	0.077	0.041	0.011	$8.68 \cdot 10^{-3}$	0.017	0.023	0.039	$8.282 \cdot 10^{-3}$	$3.702 \cdot 10^{-3}$
$-1 \cdot 10^{-4}$	-0.028	$4.309 \cdot 10^{-3}$	$8.13 \cdot 10^{-3}$	$4.36 \cdot 10^{-3}$	$1.701 \cdot 10^{-3}$	$4.095 \cdot 10^{-3}$	$9.897 \cdot 10^{-3}$	$3.146 \cdot 10^{-3}$	$1.357 \cdot 10^{-3}$
$6.106 \cdot 10^{-3}$	$5.375 \cdot 10^{-3}$	$2.031 \cdot 10^{-3}$	$6.722 \cdot 10^{-3}$	$1.682 \cdot 10^{-3}$	$1.782 \cdot 10^{-3}$	$7.406 \cdot 10^{-3}$	0.01	$5.499 \cdot 10^{-3}$	$2.188 \cdot 10^{-3}$
$5.375 \cdot 10^{-3}$	0.116	0.019	0.011	$3.787 \cdot 10^{-3}$	0.019	0.026	0.031	$7.054 \cdot 10^{-3}$	$8.423 \cdot 10^{-3}$
$2.031 \cdot 10^{-3}$	0.019	0.095	0.016	$7.58 \cdot 10^{-3}$	$6.071 \cdot 10^{-3}$	$8.273 \cdot 10^{-3}$	0.051	$7.516 \cdot 10^{-3}$	$2.903 \cdot 10^{-3}$
$6.722 \cdot 10^{-3}$	0.011	0.016	0.03	$6.61 \cdot 10^{-3}$	$7.415 \cdot 10^{-3}$	0.021	0.031	0.017	$8.062 \cdot 10^{-3}$
$1.682 \cdot 10^{-3}$	$3.787 \cdot 10^{-3}$	$7.58 \cdot 10^{-3}$	$6.61 \cdot 10^{-3}$	$4.124 \cdot 10^{-3}$	$3.369 \cdot 10^{-3}$	$7.29 \cdot 10^{-3}$	0.011	$5.025 \cdot 10^{-3}$	$1.215 \cdot 10^{-3}$
$1.782 \cdot 10^{-3}$	0.019	$6.071 \cdot 10^{-3}$	$7.415 \cdot 10^{-3}$	$3.369 \cdot 10^{-3}$	$6.57 \cdot 10^{-3}$	$9.459 \cdot 10^{-3}$	0.013	$4.973 \cdot 10^{-3}$	$3.029 \cdot 10^{-3}$
$7.406 \cdot 10^{-3}$	0.026	$8.273 \cdot 10^{-3}$	0.021	$7.29 \cdot 10^{-3}$	$9.459 \cdot 10^{-3}$	0.027	0.026	0.017	$8.153 \cdot 10^{-3}$
0.01	0.031	0.051	0.031	0.011	0.013	0.026	0.057	0.019	$6.439 \cdot 10^{-3}$
$5.499 \cdot 10^{-3}$	$7.054 \cdot 10^{-3}$	$7.516 \cdot 10^{-3}$	0.017	$5.025 \cdot 10^{-3}$	$4.973 \cdot 10^{-3}$	0.017	0.019	0.012	$5.283 \cdot 10^{-3}$
$2.188 \cdot 10^{-3}$	$8.423 \cdot 10^{-3}$	$2.903 \cdot 10^{-3}$	$8.062 \cdot 10^{-3}$	$1.215 \cdot 10^{-3}$	$3.029 \cdot 10^{-3}$	$8.153 \cdot 10^{-3}$	$6.439 \cdot 10^{-3}$	$5.283 \cdot 10^{-3}$	$3.72 \cdot 10^{-3}$

Таблица Д 3. Ортогональные графики электрических нагрузок

$\overline{\Gamma}_1$	$\overline{\Gamma}_2$	$\overline{\Gamma}_3$	$\overline{\Gamma}_4$	$\overline{\Gamma}_5$	$\overline{\Gamma}_6$	$\overline{\Gamma}_7$	$\overline{\Gamma}_8$	$\overline{\Gamma}_9$	$\overline{\Gamma}_{10}$	$\overline{\Gamma}_{11}$	$\overline{\Gamma}_{12} \div \overline{\Gamma}_{22}$
-0,943	-0,210	-0,239	0,069	-0,018	-0,058	-0,017	-0,027	-0,082	0,081	0,055	0,000
-1,057	-0,311	-0,049	0,163	-0,136	-0,143	-0,117	0,083	0,029	0,001	-0,051	0,000
-0,854	-0,088	0,381	-0,460	0,042	-0,037	0,015	-0,037	0,057	-0,071	0,016	0,000
0,094	-0,242	0,730	0,203	-0,080	0,145	0,242	0,021	-0,005	0,029	-0,004	0,000
0,252	0,627	0,119	0,177	-0,177	-0,153	-0,008	0,036	-0,091	-0,092	0,017	0,000
-0,091	0,681	-0,274	0,043	-0,003	-0,104	0,139	-0,070	0,129	0,055	-0,008	0,000
-0,023	0,494	0,344	0,002	0,156	0,247	-0,258	0,000	-0,011	0,043	-0,008	0,000
0,734	-0,116	0,071	-0,156	0,356	-0,242	0,045	0,008	-0,087	0,034	-0,025	0,000
0,839	-0,485	0,011	0,273	0,118	-0,063	-0,128	-0,053	0,106	-0,041	0,027	0,000
0,861	-0,220	-0,147	-0,226	-0,403	0,049	-0,058	-0,104	-0,037	0,026	-0,018	0,000
0,557	-0,034	-0,379	-0,180	-0,033	0,113	0,040	0,210	0,043	0,007	0,018	0,000
-0,369	-0,096	-0,567	0,092	0,177	0,246	0,106	-0,065	-0,052	-0,071	-0,020	0,000

Таблица Д 4. Характеристики графиков электрических нагрузок и минимальное количество ортогональных графиков для моделирования

	$k_s = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	$\varepsilon, \%$	R
ЭО сельских жилых домов	0,445	0,263	5	1,932	0,951
Железобетонный завод	0,575	0,087	5	1,136	0,983
С/Х промышленность	0,569	0,250	4	2,47	0,940
Шпалопропиточный завод	0,676	0,250	4	1,47	0,952
Стрелочный завод	0,864	0,714	4	0,500	0,709
ЭО жилых домов	0,475	0,100	4	5,11	0,976
Черная металлургия	0,896	0,830	3	0,115	0,856
ЭО сельских промышленных потребителей	0,644	0,389	2	2,42	0,832
Пищевая промышленность	0,827	0,672	2	0,371	0,889
Тяжелое машиностроение	0,872	0,727	2	0,337	0,766
Угледобыча	0,874	0,800	2	0,199	0,780
ЭО общественных зданий	0,506	0,100	1	2,245	0,940
ЭО городских зданий	0,558	0,257	1	2,372	0,895
Ремонтно-механический завод	0,683	0,334	1	3,64	0,87
Вагоно-ремонтный завод	0,683	0,350	1	3,64	0,841
Автомобилестроение	0,775	0,470	1	3,226	0,844
Производство стройматериалов	0,822	0,480	1	1,688	0,844
Машиностроение	0,746	0,485	1	2,384	0,764
Прядильно-ткацкие фабрики	0,796	0,560	1	1,682	0,787
Торфопереработка	0,859	0,723	1	0,261	0,834

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Характеристики графиков электрических нагрузок и минимальное количество ортогональных графиков для моделирования

Таблица Е1. Статистический анализ выборки размерностью $n = 12$

	$k_3 = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	$\varepsilon, \%$	R
Шпалопродит. завод	0,676	0,250	4	0,633	0,985
Стрелочный завод	0,864	0,714	4	0,463	0,744
ЭО сельских жилых домов	0,445	0,263	4	0,235	0,980
Тяжелое машиностроение	0,872	0,727	3	0,324	0,774
С/Х промышленность	0,569	0,250	3	0,045	0,994
ЭО жилых домов	0,475	0,100	3	3,23	0,988
Ремонтно-механический завод	0,683	0,334	2	2,02	0,921
Автомобилестроение	0,775	0,470	2	2,09	0,745
Машиностроение	0,746	0,485	2	1,687	0,845
ЭО общественных зданий	0,506	0,100	1	1,05	0,954
ЭО городских зданий	0,558	0,257	1	1,02	0,940
Производство стройматериалов	0,822	0,480	1	2,02	0,815

Таблица Е2. Статистический анализ выборки размерностью $n = 19$

	$k_3 = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	$\varepsilon, \%$	R
ЭО сельских жилых домов	0,445	0,263	4	5,40	0,805
ЭО жилых домов	0,475	0,100	4	5,19	0,980
Шпалопродит. завод	0,676	0,250	4	0,245	0,991
С/Х промышленность	0,569	0,250	3	1,839	0,969
ЭО городских зданий	0,558	0,257	2	1,319	0,975
Вагоно-ремонтный завод	0,683	0,350	2	3,70	0,836
Черная металлургия	0,896	0,830	2	0,177	0,770
ЭО общественных зданий	0,506	0,100	1	1,56	0,890
Деревоперерабатывающая промышленность	0,663	0,309	1	2,29	0,904
Ремонтно-механический завод	0,683	0,334	1	1,33	0,942
Легкая промышленность	0,733	0,350	1	2,56	0,907
ЭО сельских пром. потребителей	0,644	0,389	1	3,675	0,705
Станкостроение	0,745	0,460	1	2,03	0,801
Автомобилестроение	0,775	0,470	1	2,506	0,786
Металлообработка	0,794	0,526	1	1,146	0,878
Прядильно-ткацкие фабрики	0,796	0,560	1	0,762	0,903
Пищевая промышленность	0,827	0,672	1	0,575	0,806
Печатные фабрики	0,839	0,700	1	0,632	0,792
Торфопереработка	0,859	0,723	1	0,255	0,837

Таблица Е3. Статистический анализ выборки размерностью n = 12

	$k_3 = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	ε, %	R
С/Х промышленность	0,569	0,250	3	0,567	0,994
Локомотиворемонтный завод	0,695	0,333	3	2,30	0,899
ЭО городских зданий	0,558	0,257	2	2,77	0,949
ЭО общественных зданий	0,506	0,100	1	0,097	0,876
Ремонтно-механический завод	0,683	0,334	1	1,887	0,914
Вагоно-ремонтный завод	0,683	0,350	1	1,995	0,895
ЭО сельских промышленных потребителей	0,644	0,389	1	3,679	0,710
Станкостроение	0,745	0,460	1	1,777	0,826
Автомобилестроение	0,775	0,470	1	1,846	0,840
Производство стройматериалов	0,822	0,480	1	1,41	0,865
Машиностроение	0,746	0,485	1	0,952	0,899
Металлообработка	0,794	0,526	1	0,626	0,928

Таблица Е4. Статистический анализ выборки размерностью n = 5

	$k_3 = \frac{P_{cp}}{P_{max}}$	$k_{np} = \frac{P_{min}}{P_{max}}$	количество ОГН	ε, %	R
ЭО общественных зданий	0,506	0,100	1	0,890	0,894
Ремонтно-механический завод	0,683	0,334	1	1,804	0,923
Вагоно-ремонтный завод	0,683	0,350	1	2,395	0,888
Станкостроение	0,745	0,460	1	1,916	0,816
Металлообработка	0,794	0,526	1	0,802	0,914