

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ГАЗОГИДРАТА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ

Доровская М.С.

Научный руководитель канд.физ.-мат. наук Хасанов М.К.

СФ «Башкирский государственный университет»

Многие технологические процессы в нефтегазовой отрасли сопровождаются образованием и отложением газовых гидратов, как в пласте, так и в системах подземного и наземного оборудования нефтяных и газовых месторождений [1]. Газовые гидраты представляют собой твердые кристаллические вещества, образующиеся при определенных термобарических условиях из газа и воды и напоминающие своим внешним видом снег или рыхлый лед. К настоящему моменту отсутствует полное понимание картины физических процессов, сопровождающих образование газовых гидратов в пористой среде. Это в первую очередь объясняется значительными трудностями, которые возникают как при математическом моделировании данных процессов, так и их экспериментальном исследовании [3].

Некоторые аспекты образования и разложения газовых гидратов в пористой среде рассмотрены в работах Хасанова М.К., Гималтдинова И.К., Доровской М.С., Столповского М.В.[1-4].

Рассмотрим математическую модель образования газогидрата в природной среде при охлаждении пласта. Предположим, что пористый пласт длиной L в начальный момент времени насыщен газом и водой, давление P_0 и температура T_0 , которых в исходном состоянии соответствуют термодинамическим условиям существования их в свободном состоянии и изначально одинаковы во всем пласте. Границы пласта непроницаемы для газа и давление в пласте будем считать постоянным во всех точках. В начальный момент времени на левой границе пласта устанавливается некоторая температура T_c , которая ниже температуры образования газогидрата T_s , соответствующая данному давлению. В результате в пласте образуются две области: ближняя (первая) где поры насыщены газом и гидратом и вторая (дальняя) насыщенная газом и водой. Соответственно возникает подвижная граница, $\xi = f(t)$ разделяющая эти области. На этой границе происходит образование газогидрата, что сопровождается выделением теплоты перехода Q_ϕ . Кроме того, предполагается, что перенос тепла в пласте происходит только вследствие теплопроводности.

Уравнение теплопроводности для каждой области имеет вид 1, а условие на границе фазовых переходов, вытекающее из условия баланса тепла, имеет вид 2.

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, & 0 < x < \xi(t), \quad t > 0; \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}, & \xi(t) < x < L, \quad t > 0. \end{cases} \quad (1)$$

$$x = \xi(t) : \begin{cases} T_1 = T_2 = T_3; \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = Q_\phi \rho_w \frac{d\xi}{dt}, \end{cases} \quad (2)$$

Где ρ - плотность пласта; w - влажность пласта (масса влаги в единице массы абсолютно сухого грунта).

Для решения полученной краевой задачи был применен метод конечных разностей. Координата подвижной границы фазового перехода была определена методом ловли фронта в узел пространственной сетки. Для этого была введена равномерная пространственная сетка 3 и неравномерная временная сетка 4. Шаг по времени выбирается так, чтобы за этот временной промежуток граница фазового перехода сдвигалась ровно на один шаг пространственной сетки.

$$\begin{aligned} x_j &= (i-1) * h, & i &= 1, \dots, N; \\ x_1 &= 0, \dots, x_N = L; \\ h &= \frac{L}{N-1}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} t_{n+1} &= t_n + \tau_{n+1}, & n &= 0, 1, \dots, M-1; \\ t_0 &= 0, \dots, t_M = t_{\text{конечное}}; \\ \tau_{n+1} &> 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Где τ_{n+1} - шаг по времени, $n = 0, 1, \dots, M-1$.

В результате аппроксимации частных производных с соответствующими конечными разностями, получим уравнения 5, 6, 7 и 8. Полученная система алгебраических уравнений решается методом прогонки.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial t} &= a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, & 0 < x < \xi(t), & t > 0; \\ \frac{T_{1,i}^{n+1} - T_{1,i}^n}{\tau_n + 1} &= a_1 \frac{T_{1,i+1}^{n+1} - 2T_{1,i}^{n+1} + T_{1,i-1}^{n+1}}{h^2}, & i &= 2, \dots, i^* - 1; \\ T_1|_{i=1} &= T_c; \\ T_1|_{i=i^*} &= T_3. \end{aligned} \quad (5)$$

Где $i = i^*$ - граница фазового перехода.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_2}{\partial t} &= a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}, & \xi(t) < x < L, & t > 0; \\ \frac{T_{2,i}^{n+1} - T_{2,i}^n}{\tau_{n+1}} &= a_2 \frac{T_{2,i+1}^{n+1} - 2T_{2,i}^{n+1} + T_{2,i-1}^{n+1}}{h^2}, & i &= i^* + 1, \dots, N-1; \\ T_2|_{i=i^*} &= T_3; \\ \frac{\partial T_2}{\partial x}|_{i=N} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

$x = \xi(t)$:

$$\lambda_1 \frac{T_{1,i^*} - T_{1,i^*-1}}{h} - \lambda_2 \frac{T_{2,i^*+1} - T_{2,i^*}}{h} = Q_\phi \rho w \frac{h}{\tau_{n+1}}. \quad (7)$$

$$\tau_{n+1} = \frac{Q_{\phi} \rho w h^2}{\lambda_1 (T_3 - T_{i-1}^*) - \lambda_2 (T_{i+1}^* - T_3)}. \quad (8)$$

Длина пористого пласта $L = 0.3 \text{ м}$. Теплофизические свойства гидратонасыщенной зоны пласта – $\lambda_1 = 2.3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $\rho_1 = 917 \text{ кг}/\text{м}^3$, $c_1 = 2090 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Теплофизические свойства водонасыщенной зоны пласта – $\lambda_2 = 0.6 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $\rho_2 = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, $c_2 = 4220 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Характерные температуры $T_0 = 280 \text{ К}$, $T_3 = 276 \text{ К}$, $T_c = 273 \text{ К}$. Теплота фазового перехода $Q_{\phi} = 3.32 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$. Влажность пласта $w = 0.5$.

На рисунке 1 изображен график распределения температуры по глубине грунта. График показывает изменение температуры для различных значений температуры на границе грунта. Из график видно, что с увеличением данной температуры интенсивность гидратообразования уменьшается.

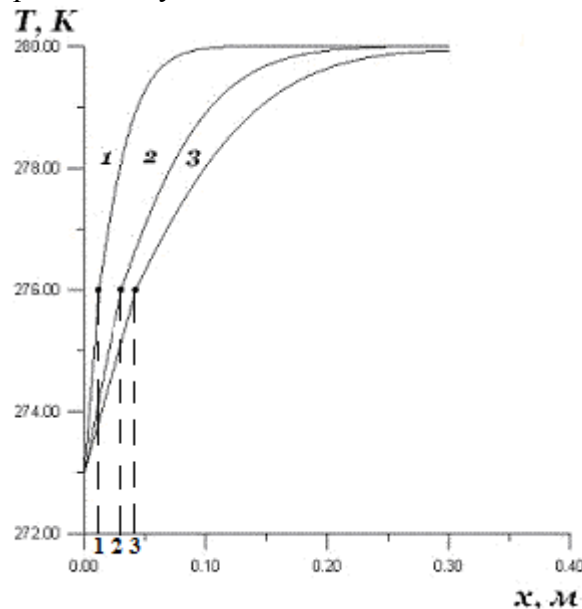


Рисунок 1. График распределения температуры по глубине грунта.
 $T_c = 273 \text{ К}$ (1), $T_c = 274 \text{ К}$ (2), $T_c = 275 \text{ К}$ (3).

Список используемой литературы

- Шагапов В. Ш., Хасанов М. К., Мусакаев Н. Г. Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инъекции холодного газа // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т 49, № 3. – С.462–472.
- Гималтдинов И.К., Мусакаев Н.Г., Хасанов М.К., Столповский М.В. Особенности разложения газовых гидратов при тепловом и депрессионном воздействиях в пластах конечной протяженности // Вестник Тюменского государственного университета. – 2011.– №7. – С. 6 – 13.
- Хасанов М.К., Столповский М.В., Кильдибаева С.Р. Численное моделирование образования газогидрата в пористой среде при инъекции газа // Вестник Башкирского университета. – 2013. – Т. 18. №4. – С. 969 – 972.
- Доровская М.С., Хасанов М.К. Динамика разложения газогидрата в пористой среде // Сборник научных трудов Sworld. – 2013. – Т. 4. №4. – С. 4–6.