УДК 51

ИЗУЧЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С2 ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

Меньшикова О.Е.

научный руководитель Меньших Л.Л.

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение «Лицей № 174»

Задания части «С2» Единого Государственного Экзамена по стереометрии в большинстве случаев включают в себя нахождение: углов между прямыми в пространстве, прямой и плоскостью, двумя плоскостями; нахождение расстояний от точки до прямой, от точки до плоскости, между двумя прямыми.

В 2010 году процент приступивших школьников к выполнению данного задания составил всего 30%. А в 2012 году процент выполняющих задание части «С2» снизился до 29%. Задание С2 оценивается в 2 балла. В 2010 году от 1 до 2 баллов за задачу С2 смогли получить 11,6% участников экзамена, в 2011 – 13,9%, а в 2012 –5,53%. Для решения предлагаемых задач требуется знание определений геометрических фигур, формул для нахождения элементов треугольника, теоремы Пифагора, теоремы косинусов, умение проводить дополнительные построения, владение координатным и векторным методами геометрии.

Следует отметить, что при решении задачи координатным методом выпускник должен получить правильный ответ, и только тогда его решение будет оценено в 2 балла. В противном случае его решение не соответствует приведенным критериям и будет оценено в 0 баллов.

Актуальностью данной работы заключается в том, что в настоящий момент у выпускников 11 класса возникают большие трудности с выполнением задания «С2», и поэтому очень важно научиться решать задачи части «С2», для того чтобы набрать максимальное количество баллов на Едином Государственном Экзамене.

Проблема исследовательской работы заключается в том, что для решения задач по стереометрии отводится всего 1,5-2 академических часа в неделю.

Объектом исследования являются геометрические задачи единого государственного экзамена (С2), а ***предметом исследования*** являются задачи на нахождение расстояний и углов между прямыми и плоскостями. В ходе исследования мною была выдвинута ***гипотеза***: координатный метод решения задач рациональнее поэтапно-вычислительного.

Цель работы: проанализировать два метода решения задач «С2» и выявить наиболее рациональный.

Задачи:

1. Изучение теоретического материала по теме работы.
2. Сравнение поэтапно-вычислительного и координатного методов.
3. Оценка проделанной работы и выявление дальнейших путей развития данной темы.

Методы исследования*:*

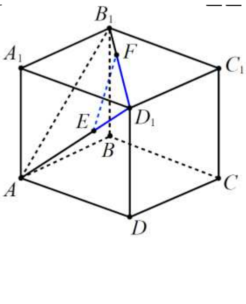
1. Изучение литературных источников.
2. Метод анализа, синтеза, обобщения.
3. Метод сравнения.
4. Метод эксперимента.

Методы нахождения расстояний и углов. Нахождение расстояния между двумя точками.

Для начала найдем расстояние между двумя точками ***поэтапно-вычислительным методом.***

Пример 1. В единичном кубе ABCD$A_1B_1C_1D_1$ на диагоналях граней AD_1 и D_1B_1 взяты точки E и F так, что$D_1E = \frac{1}{3}AD_1$, D_1F=$\frac{2}{3}D_1B_1$. Найти длину отрезка EF.

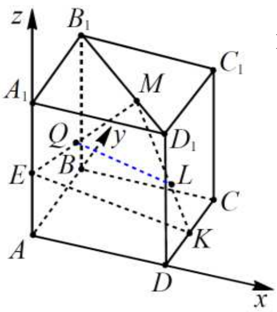
Решение. Г найдем по теореме косинусов из треугольника D_1EF , в котором D_1F=$\frac{2}{3}\sqrt{2}$, D ИмеемEF^2=D_1E^2+D_1F^2-2D_1E * D_1F *cos$\frac{\pi}{3}$ $=\frac{2}{9}+\frac{8}{9}-2\frac{\sqrt{2}}{3}*\frac{2\sqrt{2}}{3}*\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$. Откуда EF=$\frac{\sqrt{6}}{3}$.



Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Координатный метод.

Пример 2: В единичном кубе ABCD$A_1B_1C_1D_1$ точки E и K –середины ребер AA$_1$ и CDcсоответственно, а точка M расположена на диагонали B_1D_1 так, что B_1M= 2MD_1. Найти расстояние между точками Q и L, где Q- середина отрезка EM, aL –точка отрезка MK такая, что ML=2LK.



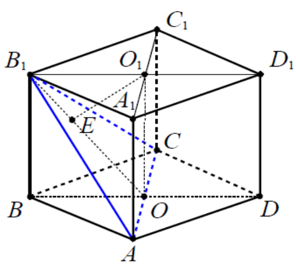
прямоугольную систему координат.

Тогда E(0,0 ,$\frac{1}{2}$), K(1, $\frac{1}{2}$, 0), B_1(0,1,1), D_1(1,0,1). Для нахождения координат точки M используем формулу координат точки, делящей отрезок B_1D_1 в отношении 2:1. Имеем M($\frac{2}{3}$,$\frac{1}{3}$,1). Аналогично получим координаты точки L, делящей отрезокMK в отношении 2:1. Имеем L($\frac{8}{9}$,$\frac{4}{9}$,$\frac{1}{3}$). Координаты точки Q равны полусуммам соотвествующих координат точек E и M, поэтому Q($\frac{1}{3}$,$\frac{1}{6}$,$\frac{3}{4}$). Применим формулу для расстояния между точками с заданными координатами. LQ=$\sqrt{(\frac{1}{3}-\frac{8}{9})^2+(\frac{1}{6}-\frac{4}{9})^2+(\frac{3}{4}-\frac{1}{3})^2}$=$\frac{5\sqrt{29}}{36}$

Ответ: $\frac{5\sqrt{29}}{36}$

Вывод: Найдя расстояния между двумя точками двумя способами, мы увидели, что поэтапно-вычислительный способ гораздо лаконичнее и проще. В координатном методе нахождения расстояния от точки до точки требуется найти координаты точек, что достаточно непросто. В поэтапно- вычислительном методе достаччно знать теорему косинусов, которая проходится в школьной программе.

Нахождение расстояния от точки до плоскости



...мся ***поэтапно-вычислительным методом.***

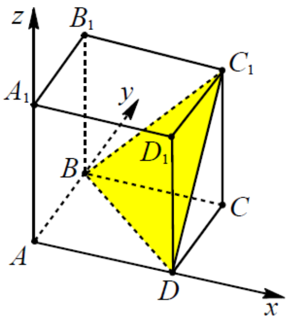
...м кубе ABCD$A_1B_1C_1D_1$ найти расстояние от точки C_1 до плоскости ABC_1.

Решение. Так как прямая A_1C_1 параллельна AC, то прямая A_1C_1 параллельна плоскости ABC_1. Поэтому искомое расстояние h равно расстоянию от произвольной точки прямой A_1C_1 до плоскости ABC_1. Например, расстояние от центра O_1 квадрата $A_1B_1C_1D_1$ до плоскости ABC_1 равно h. Пусть E-основание перпендикуляра, опущенного из точки O_1 на прямую O_1B, где O- центр квадрата ABCD. Прямая OE_1 лежит в плоскости BB_1DD_1, а прямая AC перпендикулярна этой плоскости. Поэтому O_1EперпендикулярнаAC и O_1E – перпендикуляр к плоскости AB_1C, а O_1E=h. Так как B_1O_1=$\frac{\sqrt{2}}{2}$,

O_1O=1, то OB_1=$\sqrt{\frac{1}{2}+1}$=$\sqrt{\frac{3}{2}}$. Выражая двумя способами площадь треугольника B_1O_1O, получим h*$\sqrt{\frac{3}{2}}$=$\frac{\sqrt{2}}{2}$*1, откуда h=$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Пример 2. В единичном кубе ABCD$A_1B_1C_1D_1$ найти расстояние от точки A_1 до плоскости BDC_1.



Решение. Составим уравнение плоскости, проходящей через точки B(0,1,0), D(1,0,0) и C_1(1,1,1).Для этого подставим координаты этих точек в общее уравнение плоскости ax+by+cz+d=0. Получим систему уравнений

$$\begin{cases} b+d=0 \\ a+d=0 \\ a+b+c+d=0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b=-d \\ a=-d \\ c=d \end{cases}$$

Отсюда находим уравнение –dx-dy+dz+d=0 или x+y-z-1=0. По формуле $\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ находим расстояние от точки A_1(0,0,1) до плоскости BDC_1: p(A_1,BDC_1)=$\frac{|0+0-1-1|}{\sqrt{1+1+1}}$=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Ответ:$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Вывод: поэтапно-вычислительный метод гораздо легче: проделывая несколько дополнительных построений и выражая площадь получившегося треугольника, находим расстояние от точки до прямой. При координатном методе требуется знание определенных формул.

Я проанализировала и сравнила решения геометрических задач двумя методами:

* Выводы по поэтапно-вычислительному методу : этот метод наиболее удобен и включает формулы школьной программы; на экзамене можно получить по критериям 0-1-2 балла.

* Выводы по координатному методу: координатный метод в некоторых случаях более лаконичен, но требует знания определенных формул, которым не уделяется внимание в школьной программе; на экзамене можно получить по критериям 0 или 2 балла, так как критерии оценивания при таком решении жесткие.

* Гипотеза исследования подтвердилась частично: преимущественно удобен поэтапно-вычислительный метод, но в некоторых случаях координатный метод наиболее рационален.

  Цель работы достигнута.