Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies 2024 17(4): 540–543
~ ~ ~

EDN: MUHSIYD

УДК 621.396

A Method for Processing Complex Broadband Signals in Digital Communication Systems Under the Influence of Noise and Interference

Grigory V. Dorofeev*, Pavel A. Starodubtsev, Sergey V. Shostak and Aleksander V. Bengard
Pacific Higher Naval School named after S. O. Makarov
Vladivostok, Russian Federation
Far Eastern Federal University
Vladivostok, Russian Federation

Received 23.01.2024, received in revised form 06.05.2024, accepted 06.06.2024

Abstract. This article presents the optimal way of code sequences processing under conditions of white noise and colored white noise. For each of these cases, expressions for optimal estimates are obtained. The criterion of minimum dispersion was chosen as the criterion for optimal estimation.

Keywords: code sequence, white noise, covariance matrix, dispersion.

Citation: Dorofeev G. V., Starodubtsev P. A., Shostak S. V., Bengard A. V. A method for processing complex broadband signals in digital communication systems under the influence of noise and interference. J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2024, 17(4), 540–543. EDN: MUHSIYD

* Corresponding author E-mail address: grigory_artem_007@mail.ru

Способ обработки сложных широкополосных сигналов в цифровых системах связи в условиях воздействия шумов и помех

Г. В. Дорофеев, П. А. Стародубцев, С. В. Шостак, А. В. Бенгард
Тихоокеанское высшее военно-морское училище им. С. О. Макарова
Российская Федерация, Владивосток
Дальневосточный федеральный университет
Российская Федерация, Владивосток

Аннотация. В данной статье представлен оптимальный способ обработки кодовых последовательностей в условиях белого шума и окрашенного белого шума. Для каждого из этих случаев получены выражения для оптимальных оценок. В качестве критерия оптимальной оценки выбран критерий минимума дисперсии.

Ключевые слова: кодовая последовательность, белый шум, ковариационная матрица, дисперсия.

Цитирование: Дорофеев Г. В. Способ обработки сложных широкополосных сигналов в цифровых системах связи в условиях воздействия шумов и помех / Г. В. Дорофеев, П. А. Стародубцев, С. В. Шостак, А. В. Бенгард // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2024, 17(4). С. 540–543. EDN: MUHSIYD

Известно, что в широкополосных системах связи каждый вид информации (нуль или единица) передается в виде последовательности закодированных символов [1, 2, 3]. При этом нуль и единица представляются конкретными последовательностями определенной длины. В приемнике вычисляются корреляционные функции последовательностей и, в зависимости от максимумов этих функций, декодируются последовательности в единицы и нули [1, 2, 3]. Кодовые последовательности единицы и нуля являются псевдослучайными и строятся так, чтобы они были ортогональными, и каждая имела автокорреляционные функции с максимальным значением при нулевом запаздывании и близким к нулю в остальных случаях. Такими свойствами обладают последовательности максимальной длины, которые широко используются для решения задач связи [2, 3, 4]. Такие последовательности имеют широкий спектр даже при регулярном чередовании нулей и единиц [1, 2, 3]. Считается, что системы такого вида являются эффективными при наличии широкополосной аддитивной помехи [2, 4]. Вместе с тем при увеличении мощности шума (его дисперсии), когда уменьшается отношение сигнал-шум, необходимо формировать более длинные кодовые последовательности нуля и единицы.

Рассмотрим способ декодирования нулей и единиц в условиях воздействия гауссовского белого шума и гауссовского окрашенного шума.

Представим измеренные входные данные, в составе которых может быть кодовая последовательность либо нуля, либо единицы в виде линейной модели

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{H\theta} + \boldsymbol{W}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{X} = [x(0)\ \ldots\ x(N-1)]^T$ – $(N \times 1)$ вектор измеренных данных; $\boldsymbol{H} = [\boldsymbol{s}_0\ \boldsymbol{s}_1]$ – матрица размером $N \times 2$; $\boldsymbol{s}_0 = [s_0(0)\ \ldots\ s_0(N-1)]^T$ – $(N \times 1)$ вектор последовательности нулей; $\boldsymbol{s}_1 = [s_1(0)\ \ldots\ s_1(N-1)]^T$ – $(N \times$

1) вектор последовательности единиц; «Т» – операция транспонирования; $\boldsymbol{\theta} = [\theta_0\ \theta_1]^T$ – вектор ($N \times 2$) параметров; θ_0 – параметр, определяющий наличие последовательности нуля; θ_1 – параметр, определяющий наличие последовательности единицы; $\boldsymbol{W} = [\omega(0)\ \ldots\ \omega(N-1)]^T$ – ($N \times 1$) вектор шума с функцией плотности распределения

$$\boldsymbol{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{C}_{\omega\omega}), \tag{2}$$

где $\boldsymbol{C}_{\omega\omega}$ – ковариационная матрица шума.

Теперь, как следует из (1), задача определения наличия нуля или единицы сводится к оценке вектора $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$

Для получения оценки вектора $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ воспользуемся теоремой [5, 6], в которой утверждается, что если данные наблюдения могут быть смоделированы в виде

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{W}, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{X}$ – ($N \times 1$) вектор наблюдений; $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1\ \ldots\ \theta_p]^T$ – ($p \times 1$) вектор оцениваемых параметров; $\boldsymbol{H}$ – известная ($N \times p$) матрица с ($N > p$) ранга p; $\boldsymbol{W}$ – ($N \times 1$) вектор шума с функцией плотности распределения $\boldsymbol{N}(\mathbf{0}, \sigma^2\boldsymbol{I})$ (здесь $\boldsymbol{C}_{\omega\omega} = \sigma^2\boldsymbol{I}$); $\boldsymbol{I}$ – ($N \times N$) единичная матрица.

Тогда наименьшая оценка с минимальной дисперсией дается выражением

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{X} \tag{4}$$

с ковариационной матрицей оценки

$$\boldsymbol{C}_{\widehat{\boldsymbol{\theta}}} = \sigma^2(\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H})^{-1}. \tag{5}$$

Соответственно, дисперсия оцениваемых параметров

$$var(\hat{\theta}_i) = [\sigma^2(\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H})^{-1}]_{ii}, \tag{6}$$

где $var(\hat{\theta}_i)$ – дисперсия параметра θ_i; i – номер параметра, $i = 1 \div p$; $[]_{ii}$ – выделение диагональных элементов.

При этом, как видно, оценка $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ находится линейным преобразованием гауссовского вектора X, поэтому статистические характеристики оценки $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ определяются полностью

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} \sim \boldsymbol{N}(\boldsymbol{\theta}, \sigma^2(\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H})^{-1}). \tag{7}$$

Применительно к нашему случаю, когда $\boldsymbol{C}_{\omega\omega} = \sigma^2\boldsymbol{I}$ и $p = 2$ ($p < N$), оценка вектора параметров $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ совпадает с выражением (4), и его статистические характеристики определяются выражением (7).

Теперь рассмотрим более общий случай, соответствующий реальной обстановке, когда шум в (1) является окрашенным, т.е.

$$\boldsymbol{W} \sim \boldsymbol{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{C}_{\omega\omega}), \tag{8}$$

где $\boldsymbol{C}_{\omega\omega} \neq \sigma^2\boldsymbol{I}$ – ковариационная матрица шум плюс помехи.

В этом случае оценка согласно [5, 6] имеет вид

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{C}_{\omega\omega}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{C}_{\omega\omega}^{-1}\boldsymbol{X} \tag{9}$$

с ковариационной матрицей оценки

$$\boldsymbol{C}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = (\boldsymbol{H}^T \boldsymbol{C}_{\omega\omega}^{-1} \boldsymbol{H})^{-1} \tag{10}$$

и дисперсией элементов вектора $\hat{\boldsymbol{\theta}}$

$$var(\hat{\theta}_i) = [(\boldsymbol{H}^T \boldsymbol{C}_{\omega\omega}^{-1} \boldsymbol{H})^{-1}]_{ii}. \tag{11}$$

Статистические характеристики оценки $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ для этого случая также определяются полностью

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} \sim \boldsymbol{N}(\boldsymbol{\theta}, (\boldsymbol{H}^T \boldsymbol{C}_{\omega\omega}^{-1} \boldsymbol{H})^{-1}). \tag{12}$$

Несложно показать, что если $\boldsymbol{C}_{\omega\omega} = \sigma^2 \boldsymbol{I}$, то (9) и (10) преобразуются в (4) и (7) соответственно. Поэтому для оценки параметров θ_0 и θ_1 в общем случае целесообразно пользоваться выражением (9).

Рассмотрен способ оптимальной обработки сигналов в приёмнике цифровой системы связи. Анализируемый входной сигнал представлен в векторно-матричной форме в виде линейной модели с аддитивным шумом. Такое представление сигнала позволяет свести задачу обнаружения к оценке двух параметров. В качестве критерия оптимальной оценки выбран критерий минимума дисперсии. В результате на основании известных теорем получен способ оценки параметров с минимальной дисперсией – наилучший в классе линейных моделей.

В работе рассмотрены два вида аддитивных шумовых составляющих – белый шум и окрашенный белый шум, в составе которого имеются помеховые составляющие. Для каждого из этих случаев получены выражения для оптимальных оценок. Указано также, что оценка для случая чисто белого шума есть частный случай оценки в присутствии окрашенного шума.

Представленный способ относится к адаптивным методам обработки сигналов, так как в процессе работы приёмника в зависимости от помеховой обстановки возможна корректировка ковариационной матрицы помех.

Список литературы / References

[1] Скляр Б. *Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение.* М.: Издательский дом «Вильямс», 2003, 1104 [Sklyar B., Digital communication. Theoretical basics and practical application. Moscow. Williams Publishing House, 2003, 1104. (in Rus.)]

[2] Proavis J. G. *Digital Communications*. New York: McGraw-Hill, 1995, 917.

[3] Уидроу Б., Стирнз С. *Адаптивная обработка сигналов*. М.: Радио и связь, 1988, 440 [Widrow B., Stearns S. *Adaptive signal processing*. Moscow. Radio and communication, 1988, 440. (in Rus.)]

[4] Варакин Л. Е. *Теория сложных сигналов*. М.: Сов. радио, 1970, 376 [Varakin L. E. *Theory of complex signals*. M.: Sov. radio, 1970, 376 (in Rus.)]

[5] Graybill F. A. *Theory and Application of Linear Model*, Duxbury Press, North Scituate, Mass. 1976, 716.

[6] Рао С. Р. *Линейные статистические методы и их применение*. Пер. с англ. / под ред. Линника Ю. В. М.: Наука, 1968, 548. [Rao S. R. *Linear statistical methods and their applications*. Moscow. Science, 1968, 548. (in Rus.)]