

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
/В.В. Шайдуров
« ___ » _____ 2022 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки

РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО КУРСА ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ ГАЛЕРКИНА

Руководитель	доцент, кандидат педагогических наук	М.М. Клунникова
Выпускник		Л.А. Кулигина
Нормоконтролер		Т.Н. Шипина

Красноярск 2022

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа (дипломная работа) по теме «Разработка обучающих элементов электронного курса по численным методам Галеркина» содержит 30 страниц текста, 5 приложений, 9 использованных источников.

МЕТОД ГАЛЕРКИНА, ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС, МЕНТАЛЬНАЯ КАРТА, ТЕСТ, ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА.

Цель работы – разработать электронные образовательные ресурсы по методу Галеркина для включения их в ЭУМК по дисциплине «Численные методы».

В рамках выпускной квалификационной работы разработан комплекс методических материалов для изучения метода Галеркина, включающий в себя описание метода для решения задач разных типов, протестированные лабораторные работы, ментальные карты, демонстрирующие связь метода Галеркина с другими численными методами, тестовые вопросы для контроля знаний студентов. Алгоритмы метода реализованы на языке SciLab для решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, краевых задач для уравнений Пуассона, теплопроводности, Бюргерса.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1 Метод Галёркина.....	6
2 Решение типовых задач. лабораторный практикум	9
2.1 Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения	9
2.2 Краевая задача для уравнения Пуассона	12
2.3 Краевая задача для уравнения теплопроводности.....	16
2.4 Краевая задача для уравнения Бюргерса	22
3 Тестовые задания	26
Заключение	28
Список использованных источников	29
Приложение А	31
Приложение Б.....	42
Приложение В	49
Приложение Г	62
Приложение Д	63

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время электронное обучение и дистанционные технологии широко вошли в практику современного вузовского образования, они законодательно закреплены в законе «Об образовании» и получили мощный толчок в своем развитии в связи с пандемией. В каждом вузе развернуты комплексные информационные системы, позволяющие реализовывать дистанционное обучение с разной степенью использования он-лайн технологий. Самым перспективным подходом во всем мире считается смешанное обучение, когда от 30 до 80% курса реализуется в электронной среде через *электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК)*, который на сегодняшний день является ключевым компонентом образовательного процесса.

В национальном стандарте Российской Федерации [2] дано определение ЭУМК. Это *«структурированная совокупность электронной учебно-методической документации, электронных образовательных ресурсов, средств обучения и контроля знаний, содержащих взаимосвязанный контент и предназначенных для совместного применения в целях эффективного изучения обучающимися учебных предметов, курсов, дисциплин и их компонентов.»*

Там же указано, что в обобщенном виде структура типового ЭУМК по предмету должна включать в себя следующие компоненты, представленные в электронной форме:

- 1) рабочую программу по предмету;
- 2) методические и дидактические рекомендации по изучению предмета и организации образовательного процесса и самостоятельной работы обучающихся;
- 3) требования к порядку проведения мероприятий по контролю знаний обучающихся;
- 4) основные виды ЭОР (электронный учебник, электронное учебное пособие, электронная презентация, электронный лабораторный

практикум, виртуальная лаборатория, учебные прикладные программные средства, электронные тренажеры и др.);

- 5) дополнительные ЭИР (нормативно-правовые и информационно-справочные системы, словари, хрестоматии, энциклопедии, атласы, научные издания, периодические издания, проектная документация, рефераты и др.);
- б) автоматизированную систему тестирования знаний обучающихся;
- 7) перечень и порядок использования средств обучения для изучения предмета.

Основу ЭУМК составляют *электронные образовательные ресурсы*, в которых должны быть учтены основные принципы дидактического, технического, организационного, эргономического, эстетического характера.

Электронным образовательным ресурсом (ЭОР) называется электронный продукт, который может содержать информацию разного типа: презентации, рисунки, схемы, диаграммы, аудио- и видеофайлы, тесты, тренажеры и т.д.

Основными ЭОР являются информационные материалы по темам курса, ресурсы для проведения промежуточного контроля знаний, методические рекомендации для выполнения самостоятельных и лабораторных работ, глоссарий и др.

Целью дипломной работы является разработка электронных образовательных ресурсов по методу Галёркина для включения их в ЭУМК по дисциплине «Численные методы».

Метод Галёркина применяется для решения разных типов задач механики, гидродинамики, теории тепло- и массообмена, акустики и т.д. С его помощью решают задачи Коши, краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, задачи на собственные значения. Он является основой для метода конечных элементов (МКЭ), который на сегодняшний день широко применяется для инженерного анализа и физических исследований.

ЭУМК по дисциплине «Численные методы» реализован на базе LMS Moodle, являющейся обучающей платформой, предназначенной для предоставления преподавателям и учащимся единой надежной, безопасной и интегрированной системы для создания персонализированной среды обучения [9].

В рамках выпускной квалификационной работы требуется решить следующие задачи:

- 1) Изучить метод Галеркина для решения задач различных типов.
- 2) Разработать комплект лабораторных работ, включающий описание метода Галеркина для различных типов задач. Протестировать лабораторные работы на некотором количестве вариантов.
- 3) Наполнить глоссарий курса терминологией, касающейся метода Галеркина.
- 4) Разработать банк тестовых вопросов для самостоятельной подготовки студентов и проведения промежуточной аттестации.
- 5) Для сохранения структурно-смыслового единства материалов ЭУМК по дисциплине «Численные методы» структурировать учебную информацию по методу Галеркина в формате ментальных схем.

1 Метод Галёркина

Данный метод приобрёл популярность после выхода в 1915 году статьи Бориса Григорьевича Галеркина «Стержни и пластины. Ряды в некоторых вопросах упругого равновесия». Но метод, который он излагал в своей работе, разработал не он, а Вальтер Ритц, которого упоминал Галеркин в своих публикациях. Также этот метод применял и Иван Бубнов, поэтому этот метод имеет ещё одно название метод Бубнова-Галёркина [8].

Главное отличие метода Галеркина от других заключается в том, что он не связан с вариационной задачей, поэтому он может применяться к разным уравнениям и не только дифференциальным. И, как уже было сказано выше, этот метод лежит в основе метода конечных элементов, который в наше время широко используется.

Сформулируем общий подход к реализации метода Галеркина. Требуется найти функцию $u(x, y)$, удовлетворяющую дифференциальному уравнению

$$L(u) = 0 \quad (1.1)$$

в области $D(x, y)$ при граничных условиях

$$S(u) = 0 \quad (1.2)$$

на линии ∂D – граница области D .

Приближенное решение по методу Галеркина ищется в виде

$$u_a = u_0(x, y) + \sum_{j=1}^N a_j \varphi_j(x, y), \quad (1.3)$$

где функция u_0 вводится так, чтобы удовлетворить граничным условиям, φ_i – базисные функции, а a_j – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Вид базисных функций определяется из специфики задачи. Они должны удовлетворять однородным граничным условиям и обладать свойством полноты, т.е. любую функцию из данного функционального пространства можно разложить по этому базису [1]. Чаще всего в качестве базисных функций используют степенные, тригонометрические функции, ортогональные полиномы (Лежандра, Чебышева, и др.).

Подстановка выражения (1.3) в уравнение (1.1) приводит к отличной от нуля невязке R , выражаемой в виде

$$R(a_0, a_1 \dots a_N, x, y) = L(u_a) = L(u_0) + \sum_{j=1}^N a_j L(\varphi_j). \quad (1.4)$$

Введем скалярное произведение следующим образом:


$$(f, g) = \iint_D f g \, dx \, dy. \quad (1.5)$$

По методу Галеркина неизвестные коэффициенты a_j , входящие в выражение (1.3), определяются из требования ортогональности невязки к базисным функциям $\varphi_1(x, y), \varphi_2(x, y), \dots, \varphi_N(x, y)$, т.е. требуется равенство нулю скалярного произведения:

$$(R, \varphi_k) = 0, \quad k = 1, \dots, N. \quad (1.6)$$

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
 /В.В. Шайдуrow
«16» 06 2022 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки

РАЗРАБОТКА ОБУЧАЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОННОГО КУРСА ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ ГАЛЕРКИНА


Руководитель  16.06.22 доцент, кандидат педагогических наук

М.М. Клунникова

Выпускник  16.06.22

Л.А. Кулигина

Нормоконтролер

 23.06.22

Т.Н. Шипина

Красноярск 2022