На правах рукописи

Дураков Борис Евгеньевич

ГРУППЫ С ЗАДАННЫМИ СИСТЕМАМИ КОНЕЧНЫХ ФРОБЕНИУСОВЫХ ПОДГРУПП С ИНВОЛЮЦИЯМИ

1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2023

Работа выполнена в ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет»

Научный руководитель:

д-р физ.-мат. наук, профессор **Созутов Анатолий Ильич**

Официальные оппоненты:

Журтов Арчил Хазешович, д-р физ.-мат. наук, профессор,
ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова», кафедра алгебры и дифференциальных уравнений, научный руководитель

Кондратьев Анатолий Семенович, д-р физ.-мат. наук, профессор,
ФГБУН «Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук», отдел алгебры и топологии, ведущий научный сотрудник, заведующий сектором

Ведущая организация:

ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет»

Защита состоится 30 июня 2023 года в 14:00 на заседании диссертационного совета 24.2.404.14 при ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» по адресу: 660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79/10, ауд. Р8-06.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» https://www.sfu-kras.ru

Автореферат разослан «___» мая 2023 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Кравцова Ольга Вадимовна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ [1]

Актуальность темы. Описание группы по строению ее подгрупп является одной из основных задач теории групп. В диссертации изучается строение бесконечных групп с различными системами конечных фробениусовых подгрупп с инволюциями. Особая роль инволюций в теории групп хорошо известна, теоремы Фробениуса, Бернсайда, Брауэра-Судзуки, Бэра-Судзуки, Томпсона и их обобщения являются важными инструментами локального анализа теории конечных групп [2], а их аналоги имеют большое значение и для бесконечных групп [11]. Однако уже в классе всех периодических групп аналоги этих ключевых результатов теории конечных групп либо неверны [1, 5, 9, 11], либо не доказаны (см. [6] и вопросы 4.75, 6.56, 11.52, 12.48, 13.54, 14.58, 15.54 и др. из Коуровской тетради [19]). С другой стороны, на классы периодических групп и групп с конечной инволюцией некоторые значимые результаты теории конечных групп переносятся без потерь, например, о группах с абелевыми централизаторами инволюций [4, 13].

Большинство результатов диссертации — аналоги теорем Фробениуса, Бэра-Судзуки и Бернсайда-Брауэра-Судзуки для групп с конечными элементами.

Неединичный элемент группы мы называем *конечным*, если он с любым своим сопряженным элементом порождает конечную подгруппу, и *обобщенно конечным*, если в группе есть второй элемент, порождающий со всяким сопряженным с первым конечную подгруппу. Группа, в которой каждый элемент простого порядка конечен, называется *слабо сопряженно бипримитивно конечной*. Группа, все сечения которой по конечным подгруппам слабо сопряженно бипримитивно конечны, называется *сопряженно бипримитивно конечной*, или *группой Шункова*. *Бинарно конечная группа* — это периодическая группа, в которой любые два элемента порождают конечную подгруппу. Говорят, что смешанная группа обладает *периодической частью*, если все элементы конечных порядков в ней составляют подгруппу.

В группе G максимальную нормальную p-подгруппу обозначаем $O_p(G)$, а максимальную нормальную периодическую подгруппу без инволюций — $O(G)$. *Нижним слоем* группы G будем называть множество всех ее элементов простых порядков, порожденную им подгруппу обозначим через $\Omega_1(G)$. Произвольную группу $G = F \leftthreetimes H$, в которой $\Omega_1(G) = F \leftthreetimes \Omega_1(H)$ — локально конечная группа Фробениуса с абелевым ядром F, назовем *ΩFA-группой.*

[1] Результаты § 2.1 – 2.2 исследования и их апробация поддержаны Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2023-936). Основные теоремы § 2.3 и главы 3 исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-10017).

К числу фундаментальных результатов о конечных группах 2-ранга 1 относятся теоремы Бернсайда (1911 г.) и Брауэра–Судзуки (1959 г.). При доказательстве этих теорем используется гомоморфизм перемещения и теория характеров, которые в нужном объеме не могут быть перенесены на бесконечные группы. Следуя Д. Горенстейну [2, теорема 4.88], теоремы Бернсайда и Брауэра–Судзуки можно сформулировать в виде единой теоремы (предложение 1.1.9). Справедлив ли ее аналог в классе всех периодических групп, неизвестно (вопрос 4.75 В. П. Шункова в Коуровской тетради [19] (1973 г.):

(A) *Пусть G — периодическая группа, содержащая инволюцию i, и пусть силовские 2-подгруппы группы G являются либо локально циклическими группами, либо обобщенными группами кватернионов. Будет ли инволюция $iO(G)$ центральным элементом в $G/O(G)$?*

Ответ на вопрос **(A)** неизвестен даже когда G точно дважды транзитивна или централизатор инволюции i — квазициклическая 2-группа (вопросы 11.52, 12.48, 15.54 В. Д. Мазурова из Коуровской тетради [19]. Вопрос 15.54 (2002 г.):

(B) *Предположим, что периодическая группа G содержит инволюцию i, централизатор которой — локально циклическая 2-группа. Верно ли, что множество всех элементов нечетного порядка из G, инвертируемых инволюцией i, составляет подгруппу?*

Частные случаи этого вопроса решались в работах [8], [12]. В главе 2 диссертации вопросы **(A)** и **(B)** решаются при дополнительных условиях.

Подгруппы, порожденные парами инволюций в группах из вопросов **(A)** и **(B)**, являются группами Фробениуса. Следуя В. П. Шункову [10], группу G мы называем *группой Фробениуса с дополнением H и ядром F*, если: 1) H обособлена в G, т. е. H — собственная подгруппа группы G и $H \cap H^g = 1$ для всех $g \in G \setminus H$, 2) все элементы группы, не сопряженные с элементами из H, вместе с единицей составляют нормальную подгруппу F, и 3) $G = F \rtimes H$.

По теореме Фробениуса (1901 г.) для конечных групп из условия 1) следуют условия 2) и 3), но в классе бесконечных групп все три условия независимы (см. примеры из § 1.3 диссертации). В конечной группе Фробениуса дополнения описаны в 1935 г. Г. Цассенхаузом [21], а Дж. Томпсон в 1959 г. доказал ([20], см. также [2, § 1.1], [11]) знаменитую гипотезу Фробениуса о нильпотентности ядра — разложимости ядра в прямое произведение его силовских подгрупп.

Бесконечная группа Фробениуса может иметь весьма сложное строение. Как доказал В. В. Блудов (1997 г.), любая группа может быть вложена в ядро подходящей группы Фробениуса с бесконечным циклическим дополнением (см. комментарии к вопросу 13.54 б) из [19]). В периодической группе Фробениуса дополнения не обязаны быть локально конечными, и есть не локально конечные группы Фробениуса конечного периода, удовлетворяющие условиям ряда теорем диссертации (см. [6], [3] и примеры в § 1.3 диссертации). С другой стороны, А. Х. Журтов доказал конечность группы Фробениуса, порожденной двумя элементами порядка 3 (см. комментарии к вопросу 14.58 б) из [19]). Ядро и множество дополнений группы Фробениуса составляют ее расщепление. В этом проявляется близость групп Фробениуса и таких хорошо известных объектов комбинаторной теории групп, как группы Новикова–Адяна, Ольшанского и др.

В § 2.3 и главе 3 диссертации исследуются бесконечные группы, в которых каждая конечная подгруппа содержится в конечной фробениусовой подгруппе (условие насыщенности). Группа G *насыщена* группами из множества конечных групп $\mathfrak{X}$, если любая конечная подгруппа из G содержится в подгруппе группы G, изоморфной некоторой группе из $\mathfrak{X}$; множество $\mathfrak{X}$ называют *насыщающим* для G.

Группы, насыщенные группами из различных множеств $\mathfrak{X}$ конечных групп, интенсивно изучаются более 25 лет; таким исследованиям посвящены работы многих авторов (А. А. Кузнецова, Д. В. Лыткиной, В. Д. Мазурова, А. И. Созутова, А. А. Шлепкина, А. К. Шлепкина, и других). Многие исследования посвящены решению вопроса 14.101 А. К. Шлепкина из Коуровской тетради [19]. В них, как правило, устанавливается либо локальная конечность исследуемой периодической группы, либо существование локально конечной периодической части в группе Шункова. В работах Б. Амберга и Л. С. Казарина [18], а также А. Франсмана [17], А. А. Шлепкина [14], А. К. Шлепкина и А. Г. Рубашкина [15] изучались группы, насыщенные конечными группами диэдра или обобщенно полудиэдральными группами. Рассматриваемые в этих статьях периодические группы с дополнительными условиями тоже оказывались локально конечными.

Среди изучаемых в диссертации насыщенных конечными группами Фробениуса групп есть смешанные и периодические не локально конечные группы (см. примеры в параграфе 1.3). Сложность исследования групп с данным условием насыщенности без дополнительных ограничений показывают вопросы 20.94 и 20.95 А. И. Созутова из Коуровской тетради [19] (2022 г.):

(C) *Существует ли бесконечная периодическая простая группа, насыщенная конечными группами Фробениуса?*

(D) *Будет ли группой Фробениуса периодическая группа, содержащая инволюцию и насыщенная конечными группами Фробениуса, если в ней нет четверных подгрупп Клейна?*

В диссертации вопрос **(D)** решается положительно при дополнительных условиях (теорема 2.3.1).

До сих пор неизвестно, существуют ли не локально конечные группы Фробениуса, совпадающие с нормальным замыканием своего конечного элемента (вопрос 6.56 В. П. Шункова из Коуровской тетради [19], 1978 г.):

(E) *Пусть $G = F \cdot \langle a \rangle$ — группа Фробениуса, причем дополнение $\langle a \rangle$ имеет простой порядок.*

а) Если G бинарно конечна, то будет ли она локально конечной?

б) Если группы $\langle a, a^g \rangle$ конечны для всех $g \in G$, то будет ли ядро F локально конечной группой?

В диссертации доказывается, что при условии насыщенности конечными группами Фробениуса ядро F группы G из пункта б) разложимо в прямое произведение своих силовских подгрупп (аналог теоремы Томпсона), а для элементов из ядра справедлива теорема Бэра–Судзуки [2, теорема 2.66], поскольку $\langle a^G \rangle \subseteq O_p(G)$ каждого p-элемента $a \in F$, где $p \in \pi(F)$.

Целью диссертации является получение частичных решений вопросов **(A)**, **(B)** и **(D)** при дополнительных условиях, накладываемых на группу, и выяснение свойств контрпримера к вопросам **(B)** и **(C)**.

Основные методы исследования. Использовались адаптированные для бесконечных групп методы локального анализа теории конечных групп, техника работы с фробениусовыми подгруппами, известные теоремы Бернсайда, Томпсона, Фробениуса, Цассенхауза о строении конечных групп Фробениуса и ряд результатов Амберга, Бусаркина, Горчакова, Журтова, Ито, Казарина, Мазурова, Созутова, Сысака, Шмидта, Шункова и др. о бесконечных группах.

Научная новизна. Основные результаты диссертации являются новыми.

Теоретическая и практическая ценность. Диссертация носит теоретический характер. Полученные результаты могут применяться в исследованиях групп с инволюциями, групп с условиями конечности и их приложений. Результаты диссертации могут использоваться в специальных курсах для бакалавров, магистрантов и аспирантов университетских математических кафедр.

Апробация диссертации. Результаты диссертации докладывались на заседаниях Красноярского алгебраического семинара (2021 – 2023), на научно-исследовательском семинаре кафедры алгебры и математической логики «Группы и алгебры с условием конечности» (2016 – 2023), Международном семинаре «Ural Seminar on Group Theory and Combinatorics» (2022) и апробировались на Международной конференции «Алгебра и логика: теория и приложения» (Красноярск, 2016), Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Проспект Свободный» (Красноярск, 2017 – 2020, 2022), Международной конференции «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 2017, 2020 – 2022), Международной молодежной школе-конференции «Современные проблемы математики и ее приложений» (Екатеринбург, 2017, 2023), Международной школе-конференции «Algorithmic problems in group theory and related areas» (Новосибирск, 2018), Международной конференции «Алгебра и математическая логика: теория и приложения» (Казань, 2019), IX Всероссийской с международным участием научно-методической конференции «Информационные технологии в математике и математическом образовании» (Красноярск, 2020), Конференции «Алгебра и ее приложения» (Пермь, 2020), Конференции международных математических центров мирового уровня (Сочи, 2021), Летней школе-конференции по алгебраической геометрии (Новосибирск, 2021), Международной школе-конференции по теории групп (Брянск, 2022), Международной конференции «Алгебра и динамические системы» (Нальчик, 2022), Второй конференции Математических центров России (Москва, 2022).

Основные публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в статьях [22] – [26] изданий перечня ВАК и материалах конференций [27] – [38].

Структура и объем работы. Диссертация изложена на 69 страницах. Она состоит из введения, трех глав и списка литературы из 79 наименований. Номер теоремы, леммы и др. включает номер главы, параграфа и порядковый номер.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Будем называть группу $\mathbb{G}$-*группой*, если она насыщена конечными группами Фробениуса, и $\mathbb{G}_2$-*группой*, если порядки дополнений указанных групп Фробениуса четны. К основным результатам относятся следующие.

1. Группа с обособленной не максимальной 2-подгруппой и конечной инволюцией локально конечна и является группой Фробениуса с абелевым ядром и локально циклическим или (обобщенно) кватернионным дополнением. Смешанная группа с обособленной не максимальной 2-подгруппой и совершенной инволюцией является группой Фробениуса с абелевым 2-полным ядром и локально циклическим или (обобщенно) кватернионным дополнением.

2. Установлена справедливость теоремы Бернсайда–Брауэра–Судзуки для периодических групп с условием конечности подгрупп, порождаемых инволюцией со всяким элементом порядка, не делящегося на 4. Вопрос **(A)** решен положительно в классах бинарно конечных и сопряженно бинарно конечных групп. Определена структура контрпримера (в предположении его существования) к вопросу **(B)**.

3. Периодическая $\mathbb{G}_2$-группа с парой обобщенно конечных элементов, один из которых не инволюция, является группой Фробениуса. Периодическая $\mathbb{G}_2$-группа Шункова является локально конечной группой Фробениуса. Периодическая слабо сопряженно бипримитивно конечная $\mathbb{G}$-группа с нетривиальным локально конечным радикалом является группой Фробениуса.

4. $\mathbb{G}$-группа 2-ранга 1 с конечным элементом четного порядка > 2 разложима в полупрямое произведение нормальной периодической абелевой подгруппы F и централизатора инволюции, при этом любая максимальная периодическая подгруппа группы является группой Фробениуса с ядром F. С использованием условия насыщенности в классе слабо сопряженно бипримитивно конечных групп 2-ранга 1 дана характеризация ΩFA-групп.

5. Слабо сопряженно бипримитивно конечная $\mathbb{G}$-группа 2-ранга > 1 разложима в полупрямое произведение нормальной периодической подгруппы F и подгруппы без инволюций, нижний слой группы порождает группу Фробениуса с ядром $F = O_2(F) \times O(F)$ и локально циклическим дополнением.

Глава 1 содержит, главным образом, основные определения и технические результаты, необходимые для дальнейшей работы, а также примеры групп, удовлетворяющих условиям теорем, и задающие границы наших исследований примеры групп, не допускающих исследования методами бинарно-локального анализа.

В **главе 2** исследуются бесконечные группы 2-ранга 1.

В § 2.1 исследуются группы с обособленной не максимальной 2-подгруппой. Напомним, что инволюция i группы G называется *конечной*, если для любого $g \in G$ подгруппа $\langle i, i^g \rangle$ конечна.

Теорема 2.1.1. *Группа G с обособленной, не максимальной в G 2-подгруппой T и конечной инволюцией i локально конечна и является группой Фробениуса с абелевым ядром $[i, G]$ и локально циклическим, или (обобщенно) кватернионным дополнением T.*

Из теоремы 2.1.1 следует частичное положительное решение вопроса **(A)**. Инволюция i группы G называется *совершенной*, если любые две инволюции из i^G сопряжены при помощи инволюции из i^G.

Теорема 2.1.3. *Пусть 2-подгруппа T в группе G обособлена, $T < B < G$, и в T есть инволюция i, совершенная в B и G. Тогда G — группа Фробениуса с 2-полным абелевым ядром $[i, G]$ и локально циклическим или (обобщенно) кватернионным дополнением T.*

В § 2.1 доказано, что теорема Бернсайда–Брауэра–Судзуки верна для периодических групп с условием конечности подгрупп, порождаемых инволюцией i со всяким элементом порядка $2 \cdot (2n+1)$ для всех $n \in \mathbb{N}$ (теорема 2.2.1). Таким образом, вопрос **(A)** решен положительно в классах бинарно конечных и сопряженно бинарно конечных групп (следствие 2.2.2). Определена структура контрпримера (в предположении его существования) к вопросу **(B)** (теорема 2.2.3).

В § 2.3 исследуются периодические группы с обобщенно конечными элементами, насыщенные конечными группами Фробениуса. Частичный положительный ответ на вопрос **(B)**:

Теорема 2.3.1. *Пусть G — периодическая группа, насыщенная конечными группами Фробениуса с дополнениями четных порядков, i — ее инволюция. Если для некоторых элементов $a, b \in G$ с условием $|a| \cdot |b| > 4$ все подгруппы $\langle a, b^g \rangle$, где $g \in G$, конечны, то $G = A \leftthreetimes C_G(i)$ — группа Фробениуса с абелевым ядром A.*

Следствие 2.3.2. *Периодическая группа Шункова, насыщенная конечными группами Фробениуса с дополнениями четных порядков, является локально конечной группой Фробениуса с абелевым ядром и дополнением с инволюцией.*

Результаты второй главы о бесконечных группах с обособленной 2-подгруппой опубликованы в совместной с научным руководителем А. И. Созутовым статье [22]. Идея доказательства теоремы 2.1.1 принадлежит А. И. Созутову, доказательство проведено автором. Следствие 2.1.2 и теорема 2.1.3 принадлежит автору лично. Теоремы 2.2.1 и 2.2.3 опубликованы в [23], результат о справедливости вопроса **(A)** для бинарно конечных и сопряженно бинарно конечных групп из статьи [23] сформулирован в виде следствия 2.2.2. Теорема 2.3.1 и следствие 2.3.2 опубликованы в [25].

В **главе 3** исследуются бесконечные группы, насыщенные конечными группами Фробениуса.

В § 3.1 приводятся результаты о бинарно конечных и периодических слабо сопряженно бинарно конечных группах с нетривиальным локально конечным радикалом, насыщенных конечными группами Фробениуса.

Класс нильпотентности (локально) конечной группы, допускающей регулярный автоморфизм простого порядка p, не превосходит некоторой константы $k(p)$ (Дж. Томпсон, Г. Хигман, В. А. Крекнин, А. И. Кострикин). Для дополнения H группы Фробениуса $G = F \leftthreetimes H$ обозначим через $k(H)$ минимум значений функции $k(p)$ по $p \in \pi(H)$.

Теорема 3.1.1. *Периодическая слабо сопряженно бипримитивно конечная группа G с нетривиальным локально конечным радикалом R, насыщенная ко-*

нечными группами Фробениуса, является группой Фробениуса с ядром F и дополнением H, при этом либо $F < R$, либо $F > R$. Если $F < R$, то R — группа Фробениуса с ядром F и дополнением $R \cap H$, содержащим подгруппу $\Omega_1(H)$. Если $F > R$, то $\Omega_1(H)$ — локально циклическая $\{2,3\}'$-группа, любая конечная подгруппа из фактор-группы F/R нильпотентна, для каждого $q \in \pi(F/R)$ периоды силовских q-подгрупп в F/R не превосходят числа $q^{k(H)}$ и для $q > k(H)$ силовские q-подгруппы имеют период q.

Этот результат на более узкие классы групп уточняют следующие теоремы.

Теорема 3.1.2. *Пусть группа G удовлетворяет условиям теоремы 3.1.1, и пусть ее ядро F не локально конечно, а фактор-группа G/R слабо сопряженно бипримитивно конечна. Тогда $\Omega_1(F/R)$ — прямое произведение своих не локально конечных силовских q-подгрупп периодов не превышающих $q^{k(H)}$, а для $q > k(H)$ силовские q-подгруппы в $\Omega_1(F/R)$ имеют период q.*

Теорема 3.1.3. *Бинарно конечная группа G с нетривиальным локально конечным радикалом R, насыщенная конечными группами Фробениуса, является группой Фробениуса с локально конечным дополнением H и ядром F, разложимым в прямое произведение силовских подгрупп. Если G не локально конечна, то $R < F$, для каждого $q \in \pi(F/R)$ периоды силовских q-подгрупп в F/R не превосходят числа $q^{k(H)}$ и для $q > k(H)$ силовские q-подгруппы имеют период q.*

Существование групп с условием $F > R$ из теорем 3.1.1–3.1.3 пока не доказано, но и не опровергнуто. В частности, даже с дополнительным условием насыщенности пока не удалось решить вопрос **(E)**.

В § 3.2 изучаются группы 2-ранга 1, насыщенные конечными группами Фробениуса.

Теорема 3.2.1. *Пусть в насыщенной конечными группами Фробениуса группе G 2-ранга один есть конечный элемент a четного порядка, большего двух. Тогда $G = F \leftthreetimes C_G(i)$, где i — инволюция из $\langle a \rangle$, F — периодическая абелева группа, инвертируемая инволюцией i, и для любой периодической подгруппы $T \leq C_G(i)$ произведение $F \leftthreetimes T$ является группой Фробениуса с ядром F и дополнением T.*

Теорема 3.2.2. *Группа G 2-ранга 1 с конечным элементом четного порядка > 2 и слабо сопряженно бипримитивно конечным централизатором инволюции тогда и только тогда является ΩFA-группой, когда она насыщена конечными группами Фробениуса.*

В § 3.3 исследуются группы G 2-ранга > 1, насыщенные конечными группами Фробениуса, и определяется строение подгруппы $\Omega_1(G)$.

Теорема 3.3.1. *Пусть слабо сопряженно бипримитивно конечная группа G содержит четверную группу Клейна и насыщена конечными группами Фробениуса. Тогда $G = F \leftthreetimes H$, где F — периодическая группа, $\Omega_1(H)$ — локально циклическая группа без инволюций, и $\Omega_1(G) = F \leftthreetimes \Omega_1(H)$ — группа Фробениуса с ядром F и дополнением $\Omega_1(H)$.*

Строение периодических групп из теоремы 3.3.1, обладающих нетривиальным локально конечным радикалом, изучалось в теоремах 3.1.1 – 3.1.3. Для групп без локально конечных нормальных подгрупп доказана следующая

Теорема 3.3.2. *Пусть группа G из теоремы 3.3.1 не содержит локально конечных нормальных подгрупп. Тогда силовская 2-подгруппа T нормальна в G, централизатор $C_G(T)$ содержит подгруппу Q, порожденную всеми элементами простых нечетных порядков из F, и Q является прямым произведением своих силовских p-подгрупп.*

Основные теоремы параграфа 3.1 опубликованы в совместной работе [24] (соавтор А. И. Созутов). Доказательство теоремы 3.1.1 для случая $F < R$ принадлежит А. И. Созутову (лемма 3.1.4 и, для случая $F < R$, леммы 3.1.5, 3.1.7), автор доказал леммы 3.1.8, 3.1.9, 3.1.11 и, для случая $F > R$, леммы 3.1.5, 3.1.7. Теорема 3.1.2 доказана в нераздельном соавторстве с А. И. Созутовым, теорема 3.1.3 принадлежит автору лично.

Результаты параграфов 3.2 и 3.3 опубликованы в совместной с А. И. Созутовым работе [26]. Теоремы 3.2.1 и 3.2.2 о насыщенных конечными группами Фробениуса группах 2-ранга 1 получены автором лично, результаты о группах 2-ранга > 2 (теоремы 3.3.1 и 3.3.2) получены в нераздельном соавторстве с А. И. Созутовым.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю Созутову Анатолию Ильичу за постановку задач, помощь в освоении методов исследований и внимание к работе. Автор благодарит Дуракова Бориса Константиновича и Дуракова Евгения Борисовича за советы при выборе направления исследований и всестороннюю поддержку. Признателен всем сотрудникам кафедры алгебры и математической логики Института математики и фундаментальной информатики СФУ за хорошие условия работы над диссертацией.

Список литературы

[1] Адян С. И. Проблема Бернсайда и тождества в группах. М.: Наука, 1975, 336 с.

[2] Горенстейн Д. Конечные простые группы. М.: Мир, 1985, 352 с.

[3] Журтов А. Х., Лыткина Д. В., Мазуров В. Д., Созутов А. И. О периодических группах, свободно действующих на абелевых группах // Труды ИММ УрО РАН, т. 19 (2013), №3, с. 136 – 143.

[4] Мазуров В. Д. О бесконечных группах с абелевыми централизаторами инволюций // Алгебра и логика, т. 39 (2000), с. 74 – 86.

[5] Мазуров В. Д., Ольшанский А. Ю., Созутов А. И. О бесконечных группах конечного периода // Алгебра и логика, т. 54 (2015), №2, с. 243 – 251.

[6] Попов А. М., Созутов А. И., Шунков В. П. Группы с системами фробениусовых подгрупп. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2004, 211 с.

[7] Созутов А. И. О группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Матем. заметки, т. 109 (2021), №2, с. 264 – 275.

[8] Созутов А. И. О группах с квазициклическим централизатором конечной инволюции // Сиб. матем. журн., т. 57 (2016), №5, с. 1127 – 1130.

[9] Созутов А. И., Дураков Е. Б. О двух вопросах из Коуровской тетради // Алгебра и логика, т. 52 (2013), №5, с. 632 – 637.

[10] Созутов А. И., Шунков В. П. Об одном обобщении теоремы Фробениуса на бесконечные группы // Матем. сб., т. 100 (1976), №4, с. 495 – 506.

[11] Старостин А. И. О группах Фробениуса // Укр. матем. журн., т. 23 (1971), №5, с. 629 – 639.

[12] Сучков Н. М. О конечности некоторых точно дважды транзитивных групп // Алгебра и логика, т. 40 (2001), №3, с. 344 – 351.

[13] Сучков Н. М. О периодических группах с абелевыми централизаторами инволюций // Матем. сб., т. 139 (2002), №2, с. 153 – 160.

[14] Шлепкин А. А. О группах, насыщенных группами диэдра и линейными группами степени 2 // Сиб. электрон. матем. изв., т. 15 (2018), с. 74 – 85.

[15] Шлепкин А. К., Рубашкин А. Г. Об одном классе периодических групп // Алгебра и логика, т. 44 (2005), №1, с. 114 – 125.

[16] Шмидт О. Ю. Локальная конечность одного класса бесконечных периодических групп // Избр. труды, М.: Изд-во АН СССР, 1959, с. 298 – 300.

[17] Amberg B., Fransman A., Kazarin L. Products of locally dihedral subgroups // Journal of Algebra, vol. 350 (2012), no. 1, pp. 308 – 317.

[18] Amberg B., Kazarin L. Periodic groups saturated with dihedral subgroups // Book of abstracts of the international algebraic conference dedicated to 70-th birthday of Anatoly Yakovlev, Saint-Petersburg, 2010, pp. 79 – 80.

[19] Khukhro E. I., Mazurov V. D. Unsolved Problems in Group Theory. The Kourovka Notebook. ArXiv e-prints (Dec 2022). arXiv: 1401.0300v26 [math.GR], 269 p.

[20] Thompson J. G. Finite groups with fixed-point free automorphisms of prime order // Proc. Nat. Amer. Sci. USA, vol. 45 (1959), pp. 578 – 581.

[21] Zassenhaus H. Uber endliche Fastkörper // Abn. Math. Sem. Univ. Hamburg, vol. 11 (1935), pp. 187 – 220.

Работы автора по теме диссертации

[22] Созутов А. И., Дураков Б. Е. О группах с обособленной 2-подгруппой // Матем. заметки, т. 105 (2019), №3, с. 428 – 432.

[23] Дураков Б. Е. О некоторых группах 2-ранга один // Труды ИММ УрО РАН, т. 25 (2019), №4, с. 64 – 68.

[24] Durakov B. E., Sozutov A. I. On Periodic Groups Saturated with Finite Frobenius Groups // The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics, vol. 35 (2021), pp. 73 – 86.

[25] Дураков Б. Е. О группах, насыщенных конечными группами Фробениуса с дополнениями четных порядков // Алгебра и логика, т. 60 (2021), №6, с. 560 – 574.

[26] Дураков Б. Е., Созутов А. И. О группах с инволюциями, насыщенных конечными группами Фробениуса // Сиб. матем. журн., т. 63 (2022), №6, с. 1256 – 1265.

[27] Созутов А. И., Дураков Б. Е. О группах с квазициклическим централизатором инволюции // Тезисы докладов Международной конференции Алгебра и логика: теория и приложения, посвященной 70-летию В. М. Левчука, Красноярск, 2016, с. 70 – 71.

[28] Дураков Б. Е. О некоторых группах 2-ранга 1 // Электронный сборник материалов Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Проспект Свободный 2017», посвященной году экологии в РФ. Фундаментальная математика, Красноярск: СФУ, 2017, с. 9 – 11.

[29] Дураков Б. Е., Дураков Е. Б., Созутов А. И. О группах два-ранга один // Мальцевские чтения: тезисы докладов международной конференции, Новосибирск, 2017, с. 68.

[30] Дураков Б. Е. О группах 2-ранга один // Материалы международной конференции «Алгебра и математическая логика: теория и приложения», Казань, 2019, с. 107 – 109.

[31] Дураков Б. Е., Созутов А. И. О группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Информационные технологии в математике и математическом образовании. Материалы IX Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, Красноярск, 2020, с. 12.

[32] Дураков Б. Е., Созутов А. И. О (слабо) сопряженно бипримитивно конечных группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Тезисы докладов конференции «Алгебра и ее приложения», посвященной 70-летию пермской алгебр. школы им. С. Н. Черникова, Пермь, 2020, с. 17 – 18.

[33] Дураков Б. Е., Созутов А. И. О группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Мальцевские чтения: тезисы докладов международной конференции, Новосибирск, 2020, с. 148.

[34] Дураков Б. Е. On periodic groups of 2-rank one // Тезисы докладов конференции международных математических центров мирового уровня, Сочи, 2021, с. 235 – 236.

[35] Дураков Б. Е. О периодических группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Мальцевские чтения: тезисы докладов международной конференции, Новосибирск, 2021, с. 91.

[36] Дураков Б. Е. О периодических группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Тезисы докладов XIV международной школы-конференции по теории групп, посвященной памяти В. А. Белоногова, В. А. Ведерникова и Л. А. Шеметкова, Брянск, 2022, с. 67.

[37] Дураков Б. Е. О периодических группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Мальцевские чтения: тезисы докладов международной конференции, Новосибирск, 2022, с. 100.

[38] Дураков Б. Е. О периодических группах, насыщенных конечными группами Фробениуса // Аннотации докладов Второй конференции Матем. центров России, Москва, 2022, с. 10.