

На правах рукописи



Пустошилов Александр Сергеевич

**Повышение точности обработки данных ГНСС  
с использованием полиномиальных и адаптивных методов**

2.2.16 – Радиолокация и радионавигация

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Красноярск – 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Сибирский федеральный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор  
**Царев Сергей Петрович**

Официальные оппоненты: **Толстиков Александр Сергеевич**, доктор технических наук, профессор, Западно-Сибирский филиал Федерального государственного унитарного предприятия «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений», отдел «Государственная служба времени, частоты и определения параметров вращения Земли», начальник отдела.

Ведущая организация: **Болкунов Алексей Игоревич**, кандидат технических наук, Акционерное общество «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», Информационно-аналитический центр координатно-временного и навигационного обеспечения, лаборатория «Развитие контрольно-регламентирующего сегмента координатно-временного и навигационного обеспечения», начальник лаборатории.

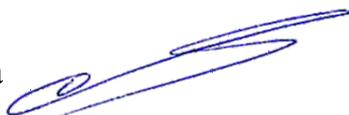
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Защита состоится « 16 » декабря 2021 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета 24.2.404.03, созданного на базе Сибирского федерального университета, по адресу: г. Красноярск, ул. Академгородок, д. 13а, ауд. Б1-07.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» <http://www.sfu-kras.ru>.

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Дмитриев Дмитрий Дмитриевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Повышение точности решения навигационной задачи является одним из приоритетных направлений развития глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). В постобработке для точного решения задачи навигации используются кодовые и фазовые измерения навигационного приемника (НП). Одной из известных проблем использования фазовых измерений является фазовая неоднозначность, для нахождения которой существует множество подходов. В фазовых измерениях НП встречаются «скачки» (проскоки счета циклов) различного характера, которые затрудняют решение задачи определения фазовой неоднозначности. В настоящее время на рынке появилось множество недорогих (в англоязычной литературе «low-cost») одночастотных НП, в которых доступны фазовые измерения, но применение наиболее распространенных алгоритмов поиска скачков в фазовых измерениях не применимо из-за отсутствия измерений на второй частоте.

Основной вклад в измерения вносит геометрическая дальность между НП и навигационным спутником (НС), изменение которой обусловлено движением НС по его орбите и вращением Земли. Для решения задач на этапе постобработки измерительной информации используются уточненные орбиты НС, полученные в результате решения задач эфемеридно-временного обеспечения (ЭВО) в виде SP3-данных. Диссертационная работа посвящена разработке методов поиска аномалий, интерполяции и экстраполяции орбит НС по SP3-данным (информации об эфемеридах НС) и исследованию методов обнаружения скачков в фазовых измерениях одночастотного НП.

Актуальность данного исследования определяется недостаточной проработкой в известной литературе способов обнаружения малых (порядка одного цикла) скачков в фазовых измерениях одночастотных НП без привлечения дополнительной информации. Необходимость разработки новых алгоритмов поиска аномалий в SP3-данных без привлечения дополнительной информации и определения кинематических параметров движения НС по ограниченному набору данных определяется отсутствием в известной литературе таких методов.

Способы поиска аномалий и определения кинематических параметров движения НС, с одной стороны, имеют самостоятельный интерес, с другой стороны, существенно развивают аппарат для решения задач обнаружения малых скачков в фазовых измерениях.

**Степень разработанности темы исследования.** Решением задач ЭВО занимаются ведущие мировые центры: международная служба ГНСС (IGS); информационно-аналитический центр координатно-временного и навигационного обеспечения (ИАЦ КВНО) ЦНИИмаш. ГЛОНАСС; Center for Orbit Determination in Europe (CODE); European Space Agency (ESA) и другие. Такие центры выдают решение задач ЭВО в виде табулированных данных. Анализ и методам использования данных аналитических центров посвящено множество работ как зарубежных авторов, таких как O. Montenbruck, M. Schenewerk, J. Griffiths, J. R.

Рау, так и российских: А.К. Гречкосеев, А.В. Забокрицкий, В.В. Митрикас, В.В. Пасынков, С.Л. Пасынок.

Для определения кинематических параметров движения НС по SP3-данным в известных работах предлагается использовать полиномиальную или тригонометрическую интерполяцию. Кинематические параметры движения НС определяются этими методами по 9–12 SP3-точкам, при уменьшении числа SP3-точек ошибка определения параметров увеличивается в разы.

Классификации и способам обнаружения скачков в фазовых измерениях посвящено множество работ, в частности, таких авторов, как К.М. Антонович, А.И. Перов, Л. Рапопорт, А.С. Толстикова, В.Н. Харисов, G. Blewitt, P.J.G. Teunissen и др. В большинстве случаев задачу поиска скачков в фазовых измерениях решают по набору кодовых и фазовых измерений на двух частотах, используя комбинацию Мельбурна – Вуббена. Для одночастотных приемников задача обнаружения скачков в фазовых измерениях решается либо с использованием доплеровских измерений, нескольких НС, временными разностями высоких порядков (при этом детектируются лишь большие скачки), либо в режимах относительного позиционирования.

В известных работах не рассмотрены такие вопросы, как:

- использование полиномиальных аппроксимаций высоких степеней для поиска и определения типа аномалий в орбитах НС;
- использование адаптивных базисов для интерполяции и экстраполяции орбит НС;
- использование адаптивных и полиномиальных базисов для обнаружения скачков в фазовых измерениях одночастотного НП.

Существующие методы поиска аномалий в SP3-данных и обнаружения разрывов в фазовых измерениях требуют наличия большого объема дополнительной информации. Методы интерполяции требуют не менее 9 SP3-точек, а при меньшем количестве имеют большую погрешность. Таким образом, существует актуальность разработки алгоритмов, которые с высокой точностью решают задачи поиска аномалий, интерполяции и экстраполяции орбит по SP3-данным, а также обнаружения скачков в фазовых измерениях в условиях ограниченных исходных данных.

**Целью работы** является повышение точности решения задач обработки измерительной и эфемеридной информации ГНСС за счет использования полиномиальных и адаптивных аппроксимаций.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Анализ существующих методов оценки качества и обнаружения аномалий в таблицах высокоточных эфемерид.
2. Разработка методики оценки качества и обнаружения аномалий в таблицах высокоточных эфемерид.
3. Оценка качества и обнаружение аномалий в таблицах высокоточных эфемерид, рассчитанных аналитическими центрами из сети IGS.

4. Анализ существующих методов интерполяции и экстраполяции кинематических параметров движения НС по таблицам высокоточных эфемерид.
5. Разработка новых алгоритмов интерполяции (экстраполяции) кинематических параметров движения НС по таблицам высокоточных эфемерид.
6. Анализ существующих алгоритмов поиска скачков в фазовых измерениях одночастотных НП.
7. Разработка новых алгоритмов поиска скачков фазовых измерений для одночастотных НП.
8. Апробация разработанных алгоритмов на модельных и реальных измерениях.

**Объектом** исследования являются кодовые и фазовые измерения НП, а также высокоточные эфемериды НС, представленные в виде SP3-данных аналитических центров ГНСС.

**Предметом** исследования являются полиномиальные и адаптивные аппроксимации для оценки качества и обнаружения аномалий в таблицах высокоточных эфемерид НС, интерполяции и экстраполяции кинематических параметров движения НС и поиска скачков в фазовых измерениях одночастотных НП.

**Научная новизна** полученных в диссертации результатов состоит в том, что впервые показаны:

1. Возможность определения типа аномалии по невязкам полиномиальной аппроксимации;
2. Возможность линейной интерполяции орбиты навигационного спутника по 6 значениям SP3-данных с шагом 15 минут с миллиметровой точностью;
3. Возможность интерполяции орбиты НС по двум SP3-точкам путем применения нелинейной интерполяции с учетом информации о векторе лунно-солнечных ускорений с миллиметровой точностью;
4. Возможность обнаружения скачков в одночастотных фазовых измерениях без использования дополнительной информации;
5. Возможность использования адаптивной фильтрации для исключения медленно меняющегося тренда в фазовых измерениях.

#### **Теоретическая значимость работы:**

1. Усовершенствована методика применения аппроксимации полиномами высоких степеней к таблицам эфемерид с целью обнаружения аномалий в данных;
2. Разработаны алгоритмы вычисления свободных коэффициентов интерполяции (экстраполяции) орбиты по таблицам эфемерид – как по одной координате, так и по совокупности координат (X, Y, Z) линейным и нелинейным методами;

3. Разработана методика построения полиномиального и адаптивного фильтра, исключающего медленно меняющийся тренд в измерениях НП;
4. Модифицированы алгоритмы оценки кусочно-постоянной функции для применения их к фазовым измерениям НП.

#### **Практическая значимость работы:**

1. Проведен анализ аномалий в данных аналитических центров для навигационных спутников ГЛОНАСС и GPS за 2010–2018 годы; приведена статистика аномалий и возможность обнаружения аномалий в предварительной обработке данных об орбитах с использованием аппроксимации полиномами высоких степеней;
2. Разработанные алгоритмы свободной интерполяции, реализованные в виде программ на языке программирования Julia, позволяют выполнять высокоточное определение кинематических параметров движения НС по таблицам эфемерид;
3. Разработанные программы по оценке SP3-данных позволяют обнаруживать малые (несколько миллиметров) аномалии в орбитах НС, что может быть применено для предварительной обработки данных в задачах ГНСС;
4. Разработанные алгоритмы поиска скачков в фазовых измерениях на основе полиномиальных и адаптивных фильтров, реализованные на языке программирования Julia, могут быть использованы во вторичной обработке одночастотных фазовых измерений;
5. Разработанные теоретические и практические материалы могут быть использованы в учебных целях.

**Методология и методы исследования.** Применены методы математической статистики, математического моделирования и машинного обучения.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Аппроксимация SP3-данных полиномами высоких степеней позволяет обнаруживать аномалии величиной более 5 миллиметров и определять их тип;
2. Нелинейная свободная интерполяция позволяет по двум SP3-точкам определять кинематические параметры движения навигационных спутников со среднеквадратическим отклонением в несколько миллиметров;
3. Линейная фильтрация медленно меняющегося тренда позволяет обнаруживать скачки величиной от 1 фазового цикла в фазовых измерениях одночастотного навигационного приемника с высокостабильными опорными генераторами без использования дополнительной информации;
4. Алгоритм SFATV-LP позволяет обнаруживать скачки величиной от 1 фазового цикла в фазовых измерениях одночастотного навигационного приемника с низкостабильным опорным генератором по разности кодовых и фазовых измерений с вероятностью 80 % правильного обнаружения положений скачков при отношении величины скачка к СКО шума измерений, равном 1.

**Достоверность полученных результатов** обеспечивается правильным применением математического аппарата. Эффективность предложенных решений подтверждена результатами сравнения с существующими методами. Устойчивость решения подтверждена экспериментально.

**Апробация работы.** Материалы работы докладывались на шести научных конференциях: XIII Международная IEEE-Сибирская конференция по управлению и связи SIBCON, 29–30 июня 2017 г. в г. Астана, Казахстан; IV Всероссийская научно-техническая конференция «Системы связи и радионавигации», 12–13 октября 2017 г., г. Красноярск; XXI Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием, посвященная 123-й годовщине Дня радио «Современные проблемы радиоэлектроники», 3–4 мая 2018 г., г. Красноярск; V Всероссийская научно-техническая конференция «Системы связи и радионавигации», 25–26 октября 2018 г., г. Красноярск; VI Всероссийская научно-техническая конференция «СИСТЕМЫ СВЯЗИ И РАДИОНАВИГАЦИИ», посвященная 100-летию образования Войск связи Вооруженных сил РФ, 28–29 ноября 2019 г., г. Красноярск; XXIV Международная научно-практическая конференция, посвященная памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика Михаила Федоровича Решетнева «РЕШЕТНЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ», 10–13 ноября 2020 г., г. Красноярск.

**Внедрение результатов исследования.** Результаты диссертации используются при выполнении ОКР и НИОКР с участием автора в СФУ по заказу АО «ИСС», что подтверждается соответствующими актами.

**Публикации.** По результатам работы опубликовано: четыре статьи в журналах из перечня ВАК, пять тезисов в сборниках трудов конференций, два свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**Личный вклад автора.** Экспериментальная часть работы была выполнена автором лично. Все результаты диссертации, выносимые на защиту, получены автором лично, опубликованы в журналах, включенных в перечень ВАК России.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Основная часть работы изложена на 147 страницах, содержит 28 таблиц, 66 рисунков и список литературы из 93 наименований.

Основные научные результаты были получены в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (научная тема FSRZ-2020-0011).

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2021-1388).

## Содержание работы

**Во введении** дается обоснование актуальности исследования, сформулирована цель работы, изложены: научная новизна работы, научная и практическая значимость проведенного исследования, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** диссертационного исследования разрабатываются полиномиальные методы аппроксимации орбит НС. В качестве данных для исследования полиномиальных методов выступают орбиты НС, которые, с одной стороны, имеют важность в задачах постобработки ГНСС, с другой стороны, непосредственно связаны с геометрической дальностью между НП и НС, которая, в свою очередь, входит в состав фазовых измерений НП. Разработанная в рамках главы методика позволяет обнаруживать аномалии в орбитах НС более 5 мм, а также определять их тип. Исследованные в данной главе полиномиальные методы используются для построения линейного фильтра медленно меняющегося тренда измерений в третьей главе.

**В разделе 1.1** дается описание формата SP3, который используется IGS для передачи информации об орбитах НС.

**В разделе 1.2** описывается методика обработки SP3-данных с целью выявления аномалий. Выделяется три этапа обработки:

Этап подготовки данных. На данном этапе анализируемые SP3-данные, представленные в виде набора последовательно идущих суточных SP3-файлов, содержащих SP3-данные за одни сутки, доступных на сайтах аналитических центров, дополняются SP3-файлами за сутки до начала и на сутки после набора данных.

Этап аппроксимации данных. Вычисляются невязки аппроксимации на каждом двухсуточном интервале.

Этап анализа невязок результатов аппроксимации. По результатам анализа невязок можно сделать заключение о присутствии аномалии в переданной в SP3-данных орбите, а также определить тип такой аномалии.

Далее в разделе описывается способ выполнения аппроксимации двухсуточного интервала. Для этого автором диссертации по методике, предложенной Царевым С.П., был реализован программный комплекс, в дальнейшем адаптированный к задаче аппроксимации орбит навигационных спутников. Описываются результаты аппроксимации модельных аномалий вида «скачок» (модель разрыва в расчетной орбите НС) и «выброс» (аномальный выброс в орбите НС).

**В разделе 1.3** показаны результаты применения предложенной методики к данным четырех аналитических центров (ИАЦ КВНО, IGS, ESA, CODE) на интервале с 1 января 2010 по 31 декабря 2018 года. Самая распространенная аномалия, наблюдаемая у всех аналитических центров, это «скачок» в орбите на стыке суток. Второй часто наблюдаемой аномалией был «выброс». Предложенная методика также позволяет выявлять маневры НС GPS и теневые участки. Приводится статистический анализ обнаруженных аномалий по критерию максимума невязки аппроксимации. Выделяется два случая, когда максимум невязки превышает и не превышает 10 см.

Для случая величин аномалий менее 10 см можно отметить, что финальные орбиты определенных НС (R01, R05, R11, R12, R14) характеризуются высоким разбросом максимума модуля невязки в диапазоне от 0 до 10 см. Кроме того, необходимо отметить, что финальные орбиты аналитического центра CODE имеют минимальный разброс максимума модуля невязки и сосредоточены в районе 2 см. Наибольший разброс максимума модуля невязки наблюдается у аналитического центра ESA.

Наиболее значимые аномалии, имеющие массовый характер (почти на всех НС), наблюдались у ИАЦ КВНО в апреле, июле, августе 2014 года (величиной от 10 см до 1 метра) и в ноябре 2016 года величиной более 1 метра. У всех остальных аналитических центров такие массовые аномалии отсутствуют. Исходя из количества наблюдаемых аномалий, превышающих 10 см, можно сделать следующие выводы: наименьшее число аномалий наблюдается у аналитического центра CODE: не более 5 аномалий на НС в год. Наибольшее число аномалий наблюдается у аналитического центра ESA: порядка 50 аномалий на НС в год. Необходимо отметить, что бывают ситуации, когда несколько аналитических центров не рассчитывают орбиту НС на сутки, в которых у других аналитических центров наблюдаются аномалии по результатам аппроксимации.

Был выполнен анализ положения максимума модуля невязки в окне аппроксиматора. Чаще всего максимум приходился на стык суточных интервалов, однако наблюдались ситуации у НС GPS, когда такой стык приходился не на стык суточного интервала, что почти всегда было связано с маневрами НС GPS.

**В разделе 1.4** даются основные выводы по данной главе. Данная методика поиска аномалий в орбитах НС позволяет обнаруживать аномалии величиной более 5 мм, а также определять тип аномалии, наблюдаемой в орбите. В описании методики показаны возможные аномалии и их влияние на результат аппроксимации, дается оценка величины аномалии по результатам оценки невязки аппроксимации.

Предложенная методика может быть применена в предварительном анализе SP3-данных, предоставляемых аналитическими центрами с целью выявления аномалий и принятия решения о возможности использования таких данных для дальнейшей обработки.

**Во второй главе** работы разрабатывается новая концепция свободной (адаптивной) интерполяции и экстраполяции орбит НС, которая позволяет сократить количество интерполяционных функций. С помощью данной концепции разработаны методы интерполяции кинематических параметров НС: *линейный* по 6 SP3-точкам и *нелинейный* по 2 SP3-точкам с точностью в несколько миллиметров. Разработанная в данной главе концепция используется в третьей главе для построения линейного фильтра медленно меняющегося тренда измерений на основе адаптивного базиса, что позволяет сократить его размер по сравнению с полиномиальным базисом. Концепция свободной интерполяции, разработанная в данной главе, имеет большой спектр применения во многих задачах обработки данных ГНСС, в частности, уже нашла применение в задачах моделирования ионосферы, о чем написано в выводах по главе.

**В разделе 2.1** описывается подход определения кинематических параметров движения НС на основе интегрирования дифференциальных уравнений движения.

**В разделе 2.2** описываются стандартные предлагаемые IGS и описанные в последних научных работах способы интерполяции кинематических параметров движения НС, а также приводятся погрешности таких методов.

**В разделе 2.3** описывается предлагаемый новый подход к определению кинематических параметров движения НС. Общий вид формулы интерполяции таков:

$$L(\hat{t}) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \alpha_i(\hat{t}), \quad (1)$$

где  $L(\hat{t})$  – значение интерполируемой координаты на момент времени  $\hat{t}$ ;  $x_i$  – значение интерполируемой координаты в  $i$ -ой SP3-точке;  $\alpha_i(\hat{t})$  – интерполяционная функция (в классических способах полиномиальная или тригонометрическая).

Предлагаемый метод (линейная свободная интерполяция) основывается на замене стандартных полиномиальных или гармонических функций адаптивными. Для этого вводится понятие шаблона интерполяции (Рисунок 1), а именно фиксируется:

- 1) число  $n$  последовательных SP3-точек  $t_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , с 15-минутным временным шагом (нумерация SP3-точек показана на схеме ниже временной оси);
- 2) положение целевой точки  $\hat{t}$  относительно  $n$  эпох  $t_i$ .

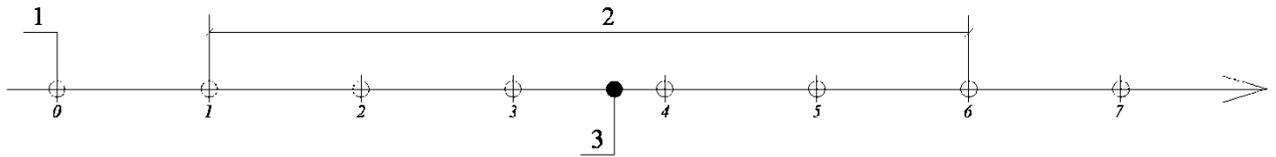


Рисунок 1 – Интерполяционный шаблон на временной оси для 6 SP3-точек  
 (1 – SP3-точки с шагом 15 минут;  
 2 – SP3-точки интерполяционного шаблона для  $n = 6$ ; 3 – целевая точка  $\hat{t}$ ).

Таким образом, зависимость  $\alpha_i$  от  $\hat{t}$  не важна, и если сдвигать такой шаблон по SP3-точкам, можно получить следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} \underline{x}(\hat{t}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot x_i + \varepsilon_0 \\ \dots \\ \underline{x}(\hat{t} + 15m) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot x_{i+m} + \varepsilon_m \end{cases} \quad (2)$$

В данной системе в качестве значений координат  $x_i$  выступают значения из SP3-данных, в качестве значений  $\underline{x}(\hat{t})$  – значения, полученные в ходе выполнения расчета согласованной орбиты НС с SP3-данным, при учете всех сил описаны в

конвенции IERS. Нахождение коэффициентов  $\alpha_i$  выполняется путем решения системы уравнений (2) методом наименьших квадратов (МНК).

Далее экспериментально показывается, что применение способа линейной свободной интерполяции позволяет сократить необходимое число точек в шаблоне интерполяции до 6 при миллиметровой погрешности метода.

Дискретные интерполяционные функции  $\alpha_i(\hat{t})$  образуют *адаптивный базис*, который используется для интерполяции орбиты.

Для линейной свободной интерполяции показывается возможность использования в формуле интерполяции как одной координаты, так и всех трех:

$$\underline{x}(\hat{t}) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i \cdot x_i + \beta_i \cdot y_i + \gamma_i \cdot z_i) + \varepsilon. \quad (3)$$

Показывается возможность использования формулы (3) для экстраполяции орбиты НС.

В Таблице 1 показаны результаты применения трехкоординатной линейной свободной экстраполяции для различного количества SP3-точек, используемых в шаблоне.

Таблица 1 – Результаты трехкоординатной линейной свободной экстраполяции

Сдвиг целевой точки относительно последней точки шаблона, $(\hat{t} - t_n)$ , сек	Количество точек $n$ , которые составляют шаблон экстраполяции с использованием метода линейной свободной экстраполяции (3)								
	8	10	12	14	16	18	20	22	24
	СКО отклонения вычисленной координаты X от исходных данных, мм								
300	0,35	0,25	0,22	0,21	0,21	0,20	0,18	0,17	0,17
600	1,24	0,84	0,75	0,71	0,70	0,65	0,58	0,56	0,54
900	3,07	2,05	1,83	1,74	1,70	1,56	1,38	1,34	1,28
1200	6,45	4,29	3,83	3,64	3,54	3,23	2,84	2,74	2,61

Для дальнейшего сокращения числа точек введем в интерполяционную формулу (3) слагаемые вида:  $\sum_{p \leq q} \kappa_{p,q} \cdot w_p \cdot w_q$ , где набор  $\{w_p\}$  – объединение наборов  $\{x_i, y_i, z_i\}$  во всех слагаемых из правой части (3); получаем формулу для нелинейной интерполяции второго порядка с пока неизвестными коэффициентами  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \kappa_{p,q}$ :

$$\underline{x}(\hat{t}) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i \cdot x_i + \beta_i \cdot y_i + \gamma_i \cdot z_i) + \sum_{p \leq q} \kappa_{p,q} \cdot w_p \cdot w_q + \varepsilon. \quad (4)$$

Аналогично вводятся слагаемые более высоких порядков.

После этого в формулу (5) вводятся лунно-солнечные ускорения:

$$\begin{aligned} \underline{x}(\hat{t}) = & \sum_{i=1}^n (\alpha_i \cdot x_i + \beta_i \cdot y_i + \gamma_i \cdot z_i) + \sum_{p \leq q} \kappa_{p,q} \cdot w_p \cdot w_q + \\ & + \eta_x \cdot J_x(\hat{t}) + \eta_y \cdot J_y(\hat{t}) + \eta_z \cdot J_z(\hat{t}) + \varepsilon. \end{aligned} \quad (5)$$

В левой части формулы (5) могут быть как координаты, так и скорости НС:

$$V_x = \dot{x}(\hat{t}) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i \cdot x_i + \beta_i \cdot y_i + \gamma_i \cdot z_i) + \sum_{p \leq q} \kappa_{p,q} \cdot w_p \cdot w_q + \eta_x \cdot J_x(\hat{t}) + \eta_y \cdot J_y(\hat{t}) + \eta_z \cdot J_z(\hat{t}) + \varepsilon. \quad (6)$$

Использование формул (5) и (6) позволяет выполнять интерполяцию кинематических параметров движения НС по двум SP3-точкам с СКО для координат 2 мм, для проекций скоростей – 0,0016 мм/с.

Проводится оценка устойчивости предложенного метода свободной интерполяции к данным ограниченной точности (ограниченное число значащих знаков) и стабильности коэффициентов свободной интерполяции в течение как минимум пяти лет.

**В разделе 2.4** делаются выводы по полученным результатам и возможности применения свободной интерполяции. Концепция, заложенная в основу метода свободной интерполяции, может найти применение не только для интерполяции или экстраполяции кинематических параметров движения НС, но и в других задачах, где число данных, по которым нужно восстановить значение функции, ограничено.

**В третьей главе** диссертации разрабатываются методы поиска скачков в фазовых измерениях одночастотного НП с применением алгоритмов из семейства sparse recovery, а также полиномиальных (исследованных в первой главе) и адаптивных (исследованных во второй главе) методов. В данной главе был разработан простой метод обнаружения скачков в фазовых измерениях одночастотного НП в случае высокостабильного опорного генератора на основе применения линейного фильтра медленно меняющегося тренда. В случае низкостабильного опорного генератора применяются модифицированные алгоритмы из семейства sparse recovery также с использованием линейного фильтра медленно меняющегося тренда. Разработанные алгоритмы позволяют с высокой точностью обнаруживать величины и положение разрывов в фазовых измерениях одночастотных НП.

**В разделе 3.1** описываются модели измерений для одночастотных НП и разности этих измерений, которые будут использоваться для формализации задачи поиска скачков в фазовых измерениях.

**В разделе 3.2** формализуется задача поиска скачков в фазовых измерениях одночастотного НП. Фазовые измерения или разности кодовых и фазовых измерений представляются в виде:

$$y(t_i) = s(t_i) + x(t_i) + n(t_i), \quad (7)$$

где  $y(t_i)$  – фазовые измерения или разность кодовых и фазовых измерений одночастотного НП на моменты времени  $t_i$ ;  $s(t_i)$  – медленно меняющийся тренд в измерениях;  $x(t_i)$  – кусочно-постоянная функция скачков в фазовых измерениях;  $n(t_i)$  – шумовая составляющая измерений;  $t_i$  – временной ряд, соответствующий моментам времени измерений (измерения идут с одинаковым шагом по времени, однако в таком ряду могут присутствовать пропуски). В работе предлагается рассматривать решение задачи восстановления кусочно-постоянной функции  $x(t_i)$  в

**двух ситуациях:** для НП с высокостабильными опорными генераторами и для НП с низкостабильными опорными генераторами.

Для решения задачи восстановления кусочно-постоянной функции скачков в фазовых измерениях рассматриваются описанные ниже задачи.

*Восстановление кусочно-постоянной функции в смеси с шумом.*

Одним из наиболее частых методов решения задачи восстановления кусочно-постоянной функции является минимизация полной вариации ее оценки. Описывается постановка задачи минимизации полной вариации оценки кусочно-постоянной функции.

*Аппроксимация медленно меняющегося тренда, выделяемого в измерениях НП.* Для этого используется ортонормированный базис  $\mathbf{M}$ :

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T \cdot \mathbf{y}. \quad (8)$$

Приводится два способа построения базиса  $\mathbf{M}$ :

**Первый** – полиномиальный, описывался в первой главе с использованием полиномов Хана – Чебышева  $ph_k(t_i)$ :

$$\mathbf{M}_P = \begin{bmatrix} ph_0(t_0) \cdots ph_d(t_0) \\ \cdots \cdots \cdots \\ ph_0(t_n) \cdots ph_d(t_n) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

**Второй** – адаптивный, для чего строится адаптивный базис (отметим, что используются ортонормированные, но не полные системы векторов, которые называются для краткости *базисами*) следующим образом:

1. Формируется матрица  $\mathbf{G}$ , в столбцы которой записываются фазовые измерения некоторого НП (например, для НС R01) отрезками длительностью  $w+1$  со сдвигом по времени на величину  $\Delta$  из некоторого достаточно длинного интервала наблюдений  $[t_a, t_b]$ , на котором отсутствовали скачки в фазовых измерениях:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} Y_{R01}(t_a) & \cdots & Y_{R01}(t_{a+\Delta}) & \cdots & Y_{R01}(t_{b-w}) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{R01}(t_{a+w}) & \cdots & Y_{R01}(t_{a+w+\Delta}) & \cdots & Y_{R01}(t_b) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

2. Находим сингулярное разложение  $\mathbf{G}$ :

$$\mathbf{U}, \mathbf{S}, \mathbf{V} = SVD(\mathbf{G}). \quad (11)$$

3. Ортонормированный адаптивный базис и основная матрица  $\mathbf{M}$  формируются из столбцов  $\mathbf{U}$ :

$$\mathbf{M}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{U}[1,1] & \cdots & \mathbf{U}[1,d] \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{U}[w+1,1] & \cdots & \mathbf{U}[w+1,d] \end{bmatrix}. \quad (12)$$

*Линейная фильтрация медленно меняющегося тренда.* Используя полиномиальные или адаптивные аппроксимации, описанные выше, получим матрицу фильтра:

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} - \mathbf{M} \cdot \mathbf{M}^T, \quad (13)$$

где  $\mathbf{M}$  – матрица (9) или (12) ортонормированного базиса;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица. Матрица  $\mathbf{M}$  будет играть основную роль в случае использования для поиска алгоритмов на основе sparse recovery.

Задача оценки нормы реализации шума для использования такой оценки в алгоритмах поиска скачков.

Описывается способ оценки нормы шума в измерениях  $y(t_i)$ .

В разделе 3.3 рассматриваются алгоритмы поиска скачков в фазовых измерениях. Поиск скачков в фазовых измерениях выполняется в двух ситуациях:

- СКО шумовой составляющей фазовых измерений имеет значения существенно меньше, чем величина предполагаемых скачков;
- СКО шумовой составляющей фазовых измерений имеет значения, сравнимые с величиной скачка.

Для первой ситуации предлагается использование линейной фильтрации для обнаружения скачков в фазовых измерениях.

Для второй ситуации предлагается два способа решения задачи.

Первый на основе алгоритмов *скользящего окна* с предполагаемым скачком в середине. Для учета медленно меняющегося тренда вводится базис аппроксимации для этого тренда, для чего формируется матрица  $C$ :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & ph_1(t_1) & \cdots & ph_d(t_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & ph_1(t_q) & \cdots & ph_d(t_q) \\ 0 & 1 & ph_1(t_{q+1}) & \cdots & ph_d(t_{q+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & ph_1(t_N) & \cdots & ph_d(t_N) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где  $q$  – половина длины скользящего окна (момент предполагаемого скачка);  $N = 2q$  – длина скользящего окна;  $d$  – максимальная степень аппроксимирующего полинома в окне;  $ph_k(t_i)$  – значения дискретного полинома Хана – Чебышева;  $k$  – его степень и  $t_i$  – моменты времени измерений. Аналогично строится  $C$  при использовании адаптивных базисов. Для матрицы  $C$  вычисляется псевдообратная матрица Мура – Пенроуза  $C^+$ .

Скользящее по вектору измерений  $y$  окно  $y[j : j + N - 1]$  умножаем на матрицу  $C^+$ :

$$\hat{c}_j = C^+ \cdot y[j : j + N - 1], \quad (15)$$

где  $\hat{c}_j$  – вектор коэффициентов аппроксимации;  $y[j : j + N - 1]$  – скользящее окно;  $j$  – положение начального отсчета в скользящем окне.

Оценки величины скачка в середине окна записываем в вектор  $\hat{d}$ :

$$\hat{d}_{j+q} = \hat{c}_j[2] - \hat{c}_j[1], \quad (16)$$

где  $j$  – положение начального отсчета окна.

Выполняется поиск положений и величин экстремумов в векторе  $\hat{d}$ .

Далее описывается второй способ обнаружения скачков в фазовых измерениях на основе известных алгоритмов sparse recovery.

Для сведения рассматриваемой задачи к задаче нелинейной оптимизации, сформулированной в работе [Selesnick I. W., Arnold S., Dantham V. R. Polynomial smoothing of time series with additive step discontinuities // IEEE Transactions on

Signal Processing. – 2012. – Т. 60. – №. 12. – С. 6305–6318.], использовалась регуляризованная норма в  $\ell_p$  полной вариации (Total Variation) оцениваемой кусочно-постоянной функции  $\mathbf{x}$ :

$$TV(\mathbf{x}, p, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N-1} (|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}| + \varepsilon)^p \quad (17)$$

где  $\varepsilon$  – положительное число порядка  $10^{-6}$ . Тогда задача нахождения кусочно-постоянной функции скачков  $\mathbf{x}$  в смеси  $\mathbf{y}$  минимизацией полной вариации формулируется следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{argmin}} TV(\mathbf{x}, p, \varepsilon) \\ \text{при условии } \|\mathbf{F} \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{x}})\|_2 \leq r \end{cases}, \quad (18)$$

где  $\mathbf{y}$  – вектор разности кодовых и фазовых измерений;  $\mathbf{F}$  – линейный фильтр, задуляющий медленно меняющийся тренд;  $r$  – остаточный уровень шума.

Усовершенствование предложенного Selesnick I. W. алгоритма CPATV-LP (Constrained Polynomial Approximation – Total Variation в метрике  $\ell_p$ ) решающего задачу (18) заключается в замене способа фильтрации тренда (матрица фильтра  $\mathbf{F}$ ): алгоритм CPNATV-LP (Constrained Polynomial Hahn Approximation – Total Variation – в метрике  $\ell_p$ ) использует для построения  $\mathbf{F}$  базис полиномов Хана (что повысило точность и устойчивость алгоритма); второй новый алгоритм CFATV-LP (Constrained Free Approximation – Total Variation – в метрике  $\ell_p$ ) использует для построения  $\mathbf{F}$  описанный выше ортонормированный адаптивный базис аппроксимации, что позволяет уменьшить размер базиса линейного фильтра.

**В разделе 3.4** проводятся серия модельных экспериментов для второй рассматриваемой ситуации (СКО шумовой составляющей сопоставимо с величиной скачка). Выполняется оценка размера полиномиального и адаптивного базиса для аппроксимации геометрической дальности. Приводятся модели, которые будут использоваться в модельных экспериментах. Описываются эксперименты по оценке точности, предложенного способа оценки нормы реализации шума. Описываются эксперименты по определению СКО ошибки оценки алгоритмом величины скачка кусочно-постоянной функции при известном положении скачка. Проводятся серии экспериментов по оценке точности алгоритмов *ATV (Approximation – Total Variation)*, в которых обосновываются преимущества использования адаптивных базисов в сравнении с полиномиальными.

Для набора статистики генерировалось 500 различных реализаций аддитивной смеси, длина одной реализации составляла 10 800 секунд (3 часа). Эксперимент проводился для данных с шагом в 1 секунду. **Критерий «правильного» обнаружения скачка был выбран следующий: обнаружение положения скачка с отклонением от истинного не более  $\pm 10$  секунд и оцененной алгоритмами величиной скачка от 0,5 до 1,5 цикла.** Результаты экспериментов показаны в Таблице 2.

Таблица 2 – Вероятность правильного обнаружения (в процентах) одиночного скачка (1-секундные модельные измерения)

СКО шума	SFATV-LP	Алгоритмы скользящего окна					
		Полином. 300 с	Адапт. 300 с	Полином. 600 с	Адапт. 600 с	Полином. 900 с	Адапт. 900 с
0,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
0,5	100,0	99,8	99,8	100,0	100,0	100,0	100,0
1,0	99,4	47,6	46,8	92,4	92,4	93,4	94,2
1,5	97,6	17,6	18,2	49,6	50,4	54,2	54,4
2,0	87,6	6,6	6,6	25,0	24,6	23,2	24,2
2,5	74,8	5,2	5,4	14,2	14,2	15,6	15,6
3,0	53,6	3,4	3,2	10,2	9,6	8,8	9,0

В разделе 3.5 проводятся эксперименты по применению алгоритмов, рассмотренных в рамках данной главы, к реальным данным (измерительной информации, взятой со станций сети IGS). Приводится описание станций, измерительная информация которых была обработана в данном разделе. Приводятся результаты применения линейной фильтрации к фазовым измерениям НП с водородным стандартом частоты (Рисунок 2) и кварцевым стандартом частоты (Рисунок 3).

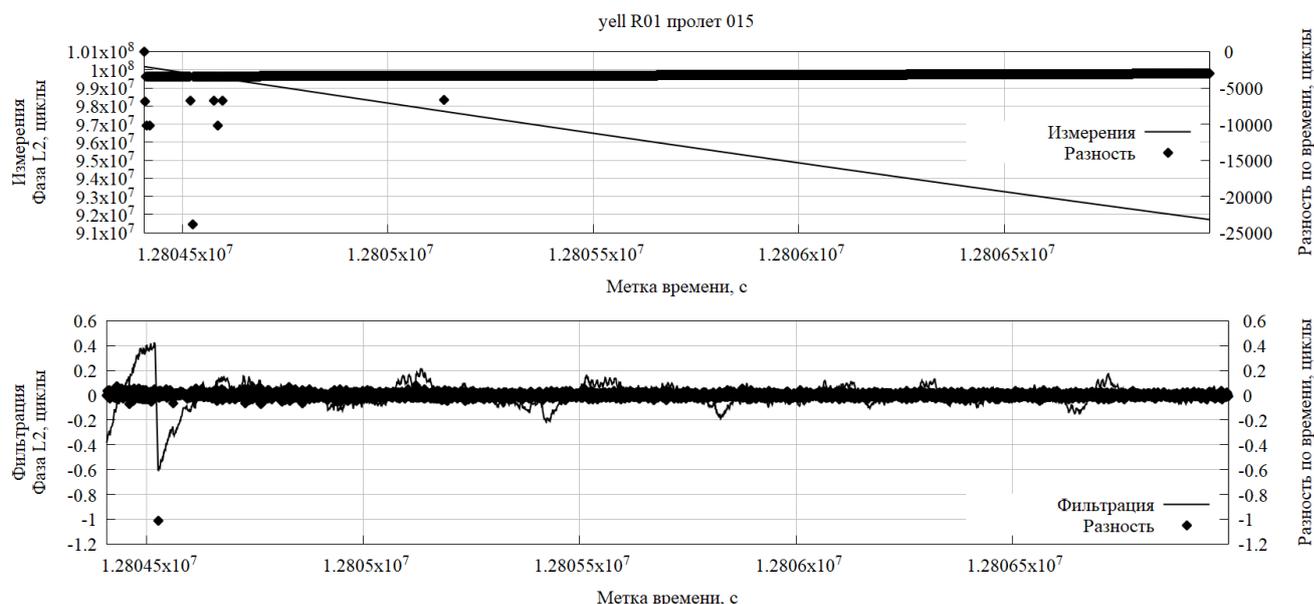


Рисунок 2 – Фазовые измерения для станции YELL и результаты их фильтрации.

На графике (Рисунок 2, верхний график) линией показаны фазовые измерения и точками показана разность по времени этих измерений для станции YELL с водородным стандартом частоты. На графике (Рисунок 2, нижний график) линией показаны результаты фильтрации этих измерений (шумовая составляющая + кусочно-постоянная функция) и точками показана разность по времени результатов фильтрации, в результатах фильтрации наблюдается скачок величиной в 1 цикл. Нужно также отметить, что вычисление разностей после применения линейной

фильтрации позволяет обнаруживать скачки в фазовых измерениях, даже в случае присутствия в измерениях пропусков.

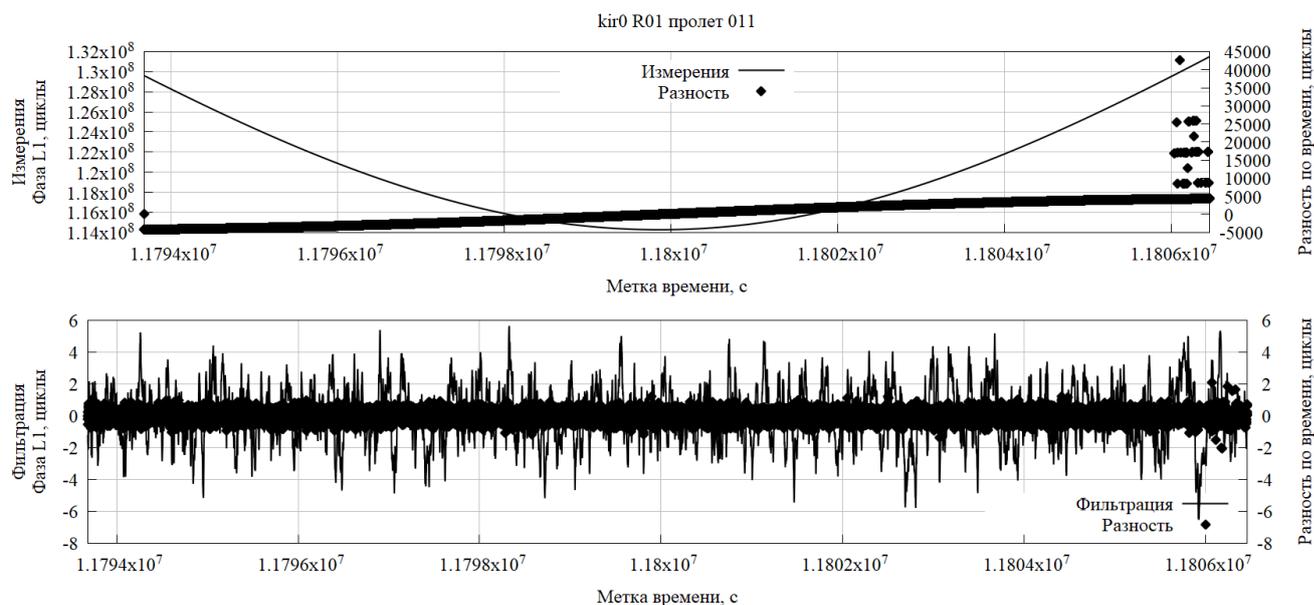


Рисунок 3 – Фазовые измерения для станции KIRO и результаты их фильтрации.

На графике (Рисунок 3, верхний график) линией показаны фазовые измерения и точками показана разность по времени этих измерений для станции KIRO с внутренним (кварцевым) стандартом частоты. На графике (Рисунок 3, нижний график) линией показаны результаты фильтрации (шумовая составляющая + кусочно-постоянная функция) этих измерений и точками показана разность по времени результатов фильтрации. В ходе исследования было выявлено, что для большинства НП сети IGS с внутренними опорными генераторами наблюдается такое поведение шумовой составляющей, что связывается с поведением шкалы времени НП.

Для НП с высокостабильными опорными генераторами показана эффективность применения линейной фильтрации медленно меняющегося тренда и взятие разности между соседними измерениями для обнаружения скачков в фазовых измерениях.

Для НП с низкостабильными опорными генераторами выполнение поиска скачков в фазовых измерениях не работает, поэтому предлагается использовать разность кодовых и фазовых измерений.

Описываются результаты экспериментов по обнаружению модельных скачков в реальных измерениях алгоритмом SRNATV-LP.

Алгоритм SRNATV-LP позволяет по разности фазовых и кодовых измерений с вероятностью более 0,8 обнаруживать одиночные скачки фазовых измерений в шуме, соизмеримом с величиной скачка.

В реальных измерениях встречаются не только одиночные скачки, но также и множественные скачки фазовых измерений. На интервалах, отобранных для проведения моделирования одиночных скачков фазовых измерений, выделялись интервалы длительностью 2000 секунд со сдвигом 150 секунд. На каждом интер-

вале формировалось от 2 до 5 скачков величинами от -6 до 6 циклов, выраженных в метрах. Было сформировано 1000 интервалов с модельными скачками фазы. Для поиска скачков был применен алгоритм CPNATV-LP, по результатам которого была проведена оценка достоверности результатов и вычислена вероятность правильной идентификации скачков. Пример аддитивной смеси (линией) и моделируемых скачков (точками) показан на графике (Рисунок 4, верхний график). Результат восстановления (линией) и моделируемые скачки (точками) показаны на графике (Рисунок 4, нижний график).

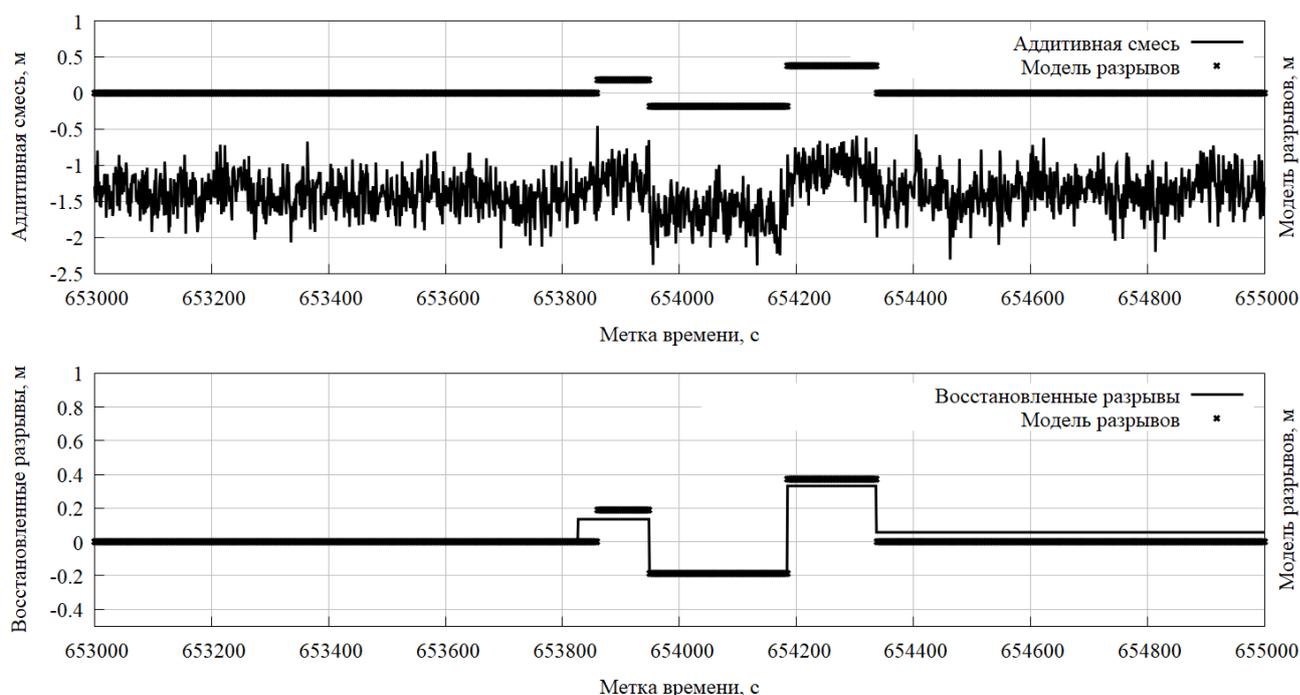


Рисунок 4 – Модель скачков на интервале и результаты восстановления кусочно-постоянной функции алгоритмом CPNATV-LP

Как видно из графиков (Рисунок 4), алгоритм CPNATV-LP позволяет восстанавливать множество скачков в фазовых измерениях, однако при этом может быть ошибка с положением и величинами обнаруженных скачков.

Общее число успешно обнаруженных множественных скачков составляет приблизительно 70 % на 1000 экспериментов обнаружения.

**В разделе 3.6** сформулированы основные выводы по третьей главе.

Для одночастотных навигационных приемников с высокостабильным опорным генератором поиск скачков фазовых измерений может выполняться непосредственно по фазовым измерениям с исключением медленно меняющегося тренда линейным адаптивным фильтром. Скачки в фазовых измерениях в таком случае непосредственно видны в разностях по времени в фильтрованных фазовых измерениях, данный алгоритм устойчив к пропускам в измерениях.

Для одночастотных навигационных приемников с низкостабильным опорным генератором было показано, что на шумовую составляющую фазовых измерений большое влияние оказывает шкала времени НП, для исключения которой предлагается использовать разность фазовых и кодовых измерений. Поиск

скачков в фазовых измерениях в таком случае может выполняться разработанными алгоритмами CPNAV-LP или CFATV-LP с вероятностью не менее 80 % при отношении величины скачка к СКО остаточного шума измерений, равным 1.

**В заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертационном исследовании:

1. Разработан линейный метод свободной интерполяции, позволяющий с СКО не более 5 мм восстанавливать орбиту НС по 6 SP3-точкам без использования дополнительной информации;
2. Разработан нелинейный метод свободной интерполяции, который по двум SP3-точкам (используя все три координаты) и с привлечением дополнительной информации о векторе лунно-солнечных ускорений позволяет восстанавливать орбиту НС с СКО не более 2 мм;
3. Разработана методика применения ортогональных полиномов высокой степени для обнаружения и идентификации аномалий в SP3-данных путем аппроксимации этих данных. Настоящая методика позволяет обнаруживать аномалии величиной 5 мм и более в SP3-данных;
4. Выполнен поиск аномалий в орбитах, рассчитанных аналитическими центрами IGS, CODE, ESA, ИАЦ ГЛОНАСС с использованием разработанной в рамках диссертации методики. Показаны результаты анализа обнаруженных в орбитах аномалий, приведена статистика таких аномалий с 2010 по 2018 годы. Наименьшее количество аномалий было обнаружено в SP3-данных, предоставляемых аналитическим центром CODE. Наибольшее число аномалий было обнаружено у аналитического центра ESA;
5. Разработан линейный фильтр для исключения медленно меняющегося тренда из измерений НП на основе полиномиального и адаптивного базиса;
6. Линейная фильтрация фазовых измерений позволяет обнаруживать скачки в фазовых измерениях НП с высокостабильным опорным генератором;
7. Разработан алгоритм CFATV-LP для поиска скачков в фазовых измерениях, который позволяет обнаруживать одиночные скачки с вероятностью 0,8 и множественные скачки с вероятностью 0,7 по разности кодовых и фазовых измерений, даже при низкостабильном опорном генераторе НП.

**В приложении** приведены акты внедрения.

**Список работ, опубликованных автором по теме диссертации:**

*Журналы из перечня ВАК:*

1. Пустошилов, А. С., Царев С.П. Высокоточное восстановление орбит спутников ГНСС методом обучения по расширенным SP3-данным / А.С. Пустошилов и С.П. Царев // Успехи современной радиоэлектроники. – 2017. – №12. – С. 48–52.
2. Пустошилов, А.С. Двухточечная свободная нелинейная интерполяция координат и скоростей навигационных спутников по SP3-данным / А.С. Пустошилов, Ю.Ю. Ушаков, С.П. Царев // Успехи современной радиоэлектроники. – 2018. – № 12. – С. 151–155.

3. Пустошилов, А.С. Метод обнаружения малых аномалий в финальных орбитах навигационных спутников ГЛОНАСС / А.С. Пустошилов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2019. – №12. – С. 142–147.
4. Пустошилов, А.С., Царев С.П. Обнаружение разрывов в фазовых измерениях одночастотных навигационных приемников при различной нестабильности опорных генераторов / А.С. Пустошилов и С.П. Царев // Ural Radio Engineering Journal. – 2021. – № 5(2). – С. 144–161.

*В трудах конференций:*

1. Pustoshilov A.S., Tsarev S.P. Universal coefficients for precise interpolation of GNSS orbits from final IGS SP3 data // 2017 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). – IEEE, 2017. – PP. 1–6.
2. Пустошилов, А. Высокоточное восстановление орбит спутников ГНСС методом обучения по расширенным SP3-данным / А.С. Пустошилов и С.П. Царев // Системы связи и радионавигации: сб. трудов. Красноярск: АО «НПП «Радиосвязь», 2017. – 416 с.
3. Пустошилов А.С., Царев С.П. Повышение точности интерполяции и экстраполяции орбит ГНСС // Современные проблемы радиоэлектроники: сб. науч. тр. Красноярск: СФУ. – 2018. – С. 91–94.
4. Пустошилов, А.С. Двухточечная свободная нелинейная интерполяция координат и скоростей навигационных спутников по SP3-данным / А.С. Пустошилов, Ю.Ю. Ушаков, С.П. Царев // Системы связи и радионавигации: сб. трудов. Красноярск: АО «НПП «Радиосвязь», 2018. – 272 с.
5. Пустошилов, А.С. Аномалии эфемеридных и временных продуктов IGS и метод их обнаружения // Решетневские чтения: сб. трудов. Красноярск: СибГУ им. М. Ф. Решетнева. – 2020. – С. 31–32.

*Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:*

1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018615384 «Программа вычисления универсальных коэффициентов для интерполяции орбит спутников» / С.П. Царев (RU) и А.С. Пустошилов (RU); правообладатель Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский Федеральный Университет» (СФУ) (RU) – заявка № 2018612832 от 22.03.2018 г.; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 08.05.2018 г.
2. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018664238 «Программа вычисления аппроксимации одномерного ряда данных полиномами высоких степеней» / С.П. Царев (RU) и А.С. Пустошилов (RU); правообладатель Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский Федеральный Университет» (СФУ) (RU) – заявка № 2018661293 от 16.10.2018 г.; дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 13.11.2018 г.