

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УНИТАРНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО
ЗНАМЕНИ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ»

На правах рукописи

Карауш

Карауш Артем Андреевич

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ
ОЦЕНИВАНИЯ ТЕКУЩИХ НАВИГАЦИОННЫХ
ПАРАМЕТРОВ СПУТНИКОВ ГНСС ПО ДАННЫМ
БЕЗЗАПРОСНЫХ ТРАЕКТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

Специальность 05.12.14 — «Радиолокация и радионавигация»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук
Толстикова Александр Сергеевич

Новосибирск — 2016

Оглавление

| | Стр. |
|---|------|
| Введение | 5 |
| Глава 1. Постановка и обсуждение задачи оценивания текущих навигационных параметров (ТНП) спутников ГНСС | 12 |
| 1.1 Состояние дел в области оценивания ТНП для нужд ЭВО для задач контроля навигационных полей ГНСС | 12 |
| 1.1.1 Существующие требования для решения поставленных в исследовании задач | 13 |
| 1.1.2 ПО для решения задач оценивания ТНП | 14 |
| 1.2 Постановка задачи оценивания ТНП по данным траекторных измерений | 17 |
| 1.2.1 Описание возмущённого движения КА в ИСК в кинематических элементах | 18 |
| 1.2.2 Уравнение беззапросных траекторных измерений. Учёт влияющих факторов | 28 |
| 1.2.3 Методы оценивания ТНП | 31 |
| 1.2.4 Критерии точности оценивания ТНП | 34 |
| 1.3 Пути повышения точности оценивания ТНП | 35 |
| 1.4 Основные результаты и выводы | 37 |
| Глава 2. Использование кодовых и фазовых псевдодальномерных измерений для оценивания ТНП | 39 |
| 2.1 Учёт факторов, влияющих на точность кодовых и фазовых траекторных измерений | 39 |
| 2.2 Линейные комбинации кодовых и фазовых измерений | 47 |
| 2.2.1 Модель кодовых и фазовых измерений | 47 |
| 2.2.2 Линейные комбинации | 48 |
| 2.3 Сравнение подходов к оцениванию неоднозначности фазовых измерений | 49 |
| 2.3.1 Описание используемого метода разрешения фазовой неоднозначности | 51 |

| | | |
|---|---|----|
| 2.4 | Обнаружение и компенсация потерь фазовых циклов | 54 |
| 2.4.1 | Обнаружение потерь фазовых циклов по широкополосной комбинации | 59 |
| 2.4.2 | Обнаружение потерь фазовых циклов по узкополосной комбинации | 61 |
| 2.4.3 | Сравнительный анализ алгоритмов обнаружения потерь фазовых циклов | 64 |
| 2.5 | Основные результаты и выводы | 65 |
| Глава 3. Разработка и исследование эффективных алгоритмов оценивания ТНП | | |
| 3.1 | Улучшение обусловленности матрицы системы алгебраических уравнений на основе метода инструментальных переменных | 67 |
| 3.2 | Выбор численных методов | 71 |
| 3.2.1 | Методы численного решения дифференциальных уравнений | 71 |
| 3.3 | Вычисление производных по начальным условиям движения НС . | 76 |
| 3.3.1 | Вычисление элементов переходной матрицы | 78 |
| 3.3.2 | Вычисление элементов матрицы чувствительности | 79 |
| 3.4 | Алгоритм оценивания ТНП | 80 |
| 3.5 | Основные результаты и выводы | 82 |
| Глава 4. Модельные исследования алгоритма оценивания ТНП. | | |
| Применение алгоритма для контроля навигационного поля ГНСС | | |
| 4.1 | Сравнительный анализ численных методов | 83 |
| 4.1.1 | Описание модельного эксперимента. Плоская задача | 84 |
| 4.1.2 | Аналитическое решение | 85 |
| 4.1.3 | Численные схемы, оценки точности, параметры. Режимы моделирования | 85 |
| 4.1.4 | Сравнительная характеристика численных схем | 86 |
| 4.2 | Сравнительные характеристики инструментальных переменных . . | 91 |
| 4.2.1 | Модельные исследования | 91 |
| 4.2.2 | Выводы | 92 |
| 4.3 | Оценивание погрешностей восстановления ТНП на основе сравнения полученных оценок с апостериорными эфемеридами . . | 93 |
| 4.4 | Основные результаты и выводы | 98 |

| | |
|---|-----|
| Заключение | 100 |
| Список литературы | 102 |
| Список рисунков | 114 |
| Список таблиц | 115 |
| Приложение А. Сведения о внедрении результатов диссертационных исследований | 116 |
| Приложение Б. Системы координат, применяемые в спутниковых навигационных технологиях и связь между системами координат | 120 |
| Б.1 Геоцентрическая земная система координат | 120 |
| Б.2 Геоцентрическая инерциальная система координат | 121 |
| Б.3 Переход от земной к инерциальной системе координат | 122 |
| Б.4 Объектоцентрическая система координат | 124 |

Введение

В настоящее время перед учёными стоит задача повышения точности и надёжности координатно-временных определений на основе применения спутниковой навигационной системы (СНС) ГЛОНАСС. В связи с этим проводится работа по модернизации системы во всех её сегментах. В частности, для эффективного решения поставленной задачи требуется глубокая переработка технологии эфемеридно-временного обеспечения (ЭВО) системы. Одно из направлений модернизации ЭВО связано с переходом основного источника информации о состоянии орбитальной группировки навигационных спутников (НС) на принципиально новые беззапросные технологии траекторных измерений. Центральной задачей эфемеридно-временного обеспечения, которую необходимо решать на основе беззапросных технологий, является определение орбит навигационных спутников, входящих в состав ГЛОНАСС, то есть оценивание их текущих навигационных параметров.

Проблемами определения орбит спутников занимались отечественные учёные: Е. П. Аксенов, Г. Н. Дубошин, П. Е. Эльясберг, В. В. Малышев, В. В. Митрикас, М. Ф. Решетнев, А. К. Гречкосеев, В. А. Бартнев, Б. Ф. Жданюк, Т. В. Боровицина; а также зарубежные учёные: М. Ash, G. Blewitt, R. Dach, S. Schaer, D. Dong, Y. Bock, T. Herring, R. King, M. Ge, J. Kouba, S. Loyer, F. Mercier, D. Laurichesse, L. Mervart, O. Montenbruck, E. Gill, T. Springer, G. Beutler, G. Xu и другие.

Беззапросные технологии траекторных измерений обладают высокой производительностью, информативностью и потенциально высокой точностью. Однако, применение этих технологий приводит к необходимости решения ряда проблемных задач.

В частности, результаты траекторных измерений оказываются зависимыми от большого числа влияющих факторов, которые необходимо моделировать и прогнозировать. Это обстоятельство приводит к необходимости оценивания текущих значений этих факторов путём решения систем алгебраических уравнений большой размерности, которые в подавляющем числе случаев обладают плохой обусловленностью.

Для восстановления орбит навигационных спутников требуется тщательный учёт действующих на спутник возмущений, в том числе от несферичности

гравитационного поля Земли, гравитационных воздействий Луны и Солнца, а также радиационного давления солнечного излучения. Учёт этих возмущений требует привлечения адекватных математических моделей.

Важным элементом задачи восстановления орбит навигационных спутников является применение эффективных численных методов интегрирования уравнений движения спутников, обеспечивающих высокую точность интегрирования при наличии особенностей в правой части уравнений движения НС, порождённых действующими на НС возмущениями.

Решение перечисленных проблемных задач и составляет основное содержание диссертационных исследований.

Преодоление трудностей, порождённых перечисленными проблемными вопросами, позволило создать в ФГУП «СНИИМ» программно-аппаратный комплекс, обеспечивающий оценивание текущих навигационных параметров спутников ГЛОНАСС и GPS с характеристиками точности, удовлетворяющими требованиям Федеральной целевой программы «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2012–2020 годы».

Проведённые аналитические исследования позволили выбрать конструктивные параметры алгоритмов, обеспечивающие минимальные уровни погрешностей оценивания и погрешностей прогнозирования текущих навигационных параметров спутников ГНСС, что позволило применять полученные оценки и прогнозы в региональной системе дифференциальной коррекции и мониторинга эфемеридно-временной информации.

Всё это позволяет считать тему диссертационных исследований актуальной, а полученные результаты полезными для практики применения спутниковых навигационных технологий.

Целью является повышение точности оценивания текущих навигационных параметров спутников систем ГНСС по данным беззапросных траекторных измерений в целях контроля навигационного поля ГНСС, а также разработка алгоритмов и соответствующих им программных приложений и методик оценивания и прогнозирования навигационных параметров спутников.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Анализ методов описания движения космического аппарата ГНСС.

2. Анализ возмущений, действующих на навигационный спутник (НС), и факторов, влияющих на точность траекторных измерений радиотехническими методами.
3. Синтез математических моделей возмущений, действующих на НС, а также математических моделей факторов, влияющих на точность траекторных измерений радиотехническими методами.
4. Синтез алгоритмов оценивания начальных условий движения НС, алгоритмов оценивания орбит НС по данным беззапросных траекторных измерений.
5. Модельные исследования точности оценивания текущих навигационных параметров НС.
6. Разработка методики оценивания текущих навигационных параметров действующей орбитальной группировки НС по данным беззапросных траекторных измерений.

Объектом диссертационных исследований являются орбитальные группировки навигационных спутников ГНСС, математические модели, описывающие движение этих спутников, и математические модели каналов беззапросных траекторных измерений радиотехническими методами.

Предметом диссертационных исследований являются алгоритмы оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС по данным беззапросных псевдодальномерных кодовых и фазовых измерений.

Научная новизна:

1. Для улучшения обусловленности матрицы системы нормальных уравнений, подлежащей решению относительно начальных условий уравнений движения НС, *впервые* применён метод инструментальной переменной.
2. Проведённый сравнительный анализ численных методов интегрирования дифференциальных уравнений движения НС и дифференциальных уравнений в вариациях, применяемых для расчёта изохронных производных, в условиях скачкообразных возмущений в правой части уравнений, связанных с прохождением НС теневых участков орбиты, показал наилучшие оценки точности интегрирования для метода Эверхарта.

3. Разработаны методы и алгоритмы высокоточного оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС по данным беззапросных кодовых и *фазовых* псевдодальномерных измерений, исследованы метрологические характеристики алгоритмов.
4. Предложен оригинальный алгоритм обнаружения и компенсации потерь фазовых циклов в псевдодальномерных фазовых измерениях, позволивший на 20 % улучшить качество исходных данных для решения задачи оценивания параметров орбитального движения НС.

Теоретическая значимость работы

1. Разработана методика оценивания текущих навигационных параметров НС ГНСС по данным кодовых и фазовых траекторных измерений.
2. На основе исследования алгоритмов оценивания навигационных параметров НС построена математическая модель движения НС, учитывающая различные возмущающие движение факторы, в том числе релятивистской природы.
3. Созданы модели возмущений, действующих на дальномерный сигнал. Получены конструктивные оценки точности для навигационных параметров спутников и для расчёта прогнозов этих параметров.
4. Показана возможность существенно понизить обусловленность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с помощью метода инструментальной переменной. Применение данного метода может быть распространено на другие области науки и техники, в которых возникает необходимость решения плохо обусловленных СЛАУ.

Практическая значимость работы

Разработанные алгоритмы и программные приложения позволяют получить высокоточные оценки текущих навигационных параметров спутников ГЛОНАСС и GPS по данным беззапросных траекторных измерений. Достоверность и эффективность полученных оценок подтверждается численными экспериментами с реальными данными беззапросных траекторных измерений и последующим сравнением с апостериорными эфемеридами. Алгоритмы ориентированы

для использования в региональной системе дифференциальной коррекции и мониторинга (СДКМ) навигационного поля ГЛОНАСС и GPS в условиях применения государственного вторичного эталона времени и частоты ВЭТ 1-19. Применение этих поправок позволяет повысить уровень точности КВО потребителя.

Методология и методы исследования. Для решения поставленных в диссертационном исследовании задач были применены методы математического анализа, вычислительной математики, теории вероятности и математической статистики, теории сигналов, линейной алгебры, методы математического и имитационного моделирования. При экспериментальном исследовании разработанных алгоритмов были применены методы программирования и компьютерного моделирования.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Применение метода инструментальных переменных в сочетании с масштабированием в задаче оценивания параметров орбитального движения навигационных спутников ГНСС обеспечило повышение точности оценивания указанных параметров по сравнению с оцениванием на основе МНК на 20–30 %.
2. Предложенные математические модели движения спутников ГНСС с параметрическими моделями действующих на спутники возмущений от радиационного давления Солнца обеспечивают высокоточное позиционирование указанных спутников на орбитах с погрешностями, не превышающими единиц сантиметров.
3. Разработанные алгоритмы оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС по данным беззапросных кодовых и фазовых радиотехнических псевдодальномерных измерений, методики оценивания и соответствующие этим методикам программные приложения, а также результаты исследований метрологических характеристик разработанных алгоритмов показывают уменьшение погрешностей оценивания координат НС до уровней менее 6 см.

Достоверность полученных результатов обеспечена корректным и строгим применением математического аппарата, сравнением моделей влияющих факторов с априорными сведениями о них. Эффективность предложенных алгоритмов оценивания подтверждается результатами сравнения полученных оце-

нок параметров орбитального движения навигационных спутников ГЛОНАСС и GPS с апостериорными эфемеридами этих спутников, предоставляемых международными службами ГНСС.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на международных научных конгрессах «Интерэкспо ГЕО-Сибирь» в (г. Новосибирск, ФГБОУ ВПО «СГГА», 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016 гг.), на Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (г. Новосибирск, 2012, 2014, 2016 гг.), Международной научно-технической конференции «Навигационные спутниковые системы, их роль и значение в жизни современного человека» (г. Железногорск, 2012 г.), Всероссийской конференции «Малые Винеровские Чтения» (г. Иркутск, 2013, 2014, 2015 гг.), Всероссийской научно-технической конференции «Системы связи и радионавигации» (г. Красноярск, 2014, 2015, 2016 гг.), XLI научно-технической «Конференции молодых учёных и специалистов военных метрологов» (г. Мытищи, 2016 г.), международном научном семинаре «Relativistic Geodesy: Foundations and Applications» (г. Бад Хоннеф, Германия, 2016 г.).

Внедрение результатов работы. Результаты диссертационной работы:

1. Были использованы в ФГУП «СНИИМ» при выполнении составных частей ОКР «Шкалы» и ОКР «Совмещение» ФЦП «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2012-2020 годы».
2. Были внедрены в учебный процесс на кафедре Систем сбора и обработки данных НГТУ (г. Новосибирск).
3. Использовались в рабочем процессе «Центра навигационных и геоинформационных технологий Новосибирской области».

Использование результатов диссертационных исследований подтверждается соответствующими актами внедрения, находящимися в приложении А к диссертации.

В дальнейшем на основе проделанных исследований предполагается разработка комплекса специального программного обеспечения для непрерывного мониторинга навигационных полей спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS, а также новых систем, находящихся в стадии развёртывания: GALILEO и COMPASS.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 23 печатных изданиях, 6 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 7 — в тезисах докладов.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 125 страниц, включая 15 рисунков и 9 таблиц. Список литературы содержит 126 наименований.

Глава 1. Постановка и обсуждение задачи оценивания текущих навигационных параметров (ТНП) спутников ГНСС

1.1 Состояние дел в области оценивания ТНП для нужд ЭВО для задач контроля навигационных полей ГНСС

Применение спутниковых навигационных технологий обеспечивает решение широкого круга задач координатно-временных определений (КВО). Это задачи:

- навигации объектов потребителя, позволяющие определять текущие координаты потребителя и параметры его движения;
- геодезические задачи, обеспечивающие высокоточное измерение координат потребителя в той или иной системе координат (СК);
- частотно-временные определения, включающие синхронизацию пространственно-разнесённых часов.

Важным условием решения перечисленных задач является знание текущих навигационных параметров (ТНП) навигационных спутников и знание положения бортовых шкал времени. Получение этой информации является основным содержанием эфемеридно-временного обеспечения (ЭВО) ГНСС.

По видам ЭВО различают:

- бортовые эфемериды, транслируемые с космического аппарата (КА) потребителю в составе навигационного сигнала, которые являются результатом прогнозирования положения КА на орбите на момент выполнения КВО;
- эфемериды, полученные в режиме “ultra-rapid”, которые являются также результатом прогнозирования на момент измерений и предоставляются потребителю по наземным каналам связи;
- “on line” эфемериды, полученные в реальном времени по результатам траекторных измерений с сети наземных станций;

- высокоточные апостериорные эфемериды, представляющие собой результаты оценивания ТНП спутников по данным радиотехнических, лазерных и других траекторных измерений по этим спутникам.

Инструментом для решения задач оценивания ТНП по данным траекторных измерений являются специализированное программное обеспечение реализующее:

- алгоритмы сбора измерительной информации с сетей глобально распределённых базовых станций;
- предварительную обработку измерительной информации с целью отбраковки аномальных измерений, обнаружения и коррекции фазовых скачков и т.д.;
- оценивание ТНП навигационных КА;
- формирование оценок точности полученных результатов;
- интерпретация результатов оценивания;
- сервисные приложения СПО.

Подобные задачи оценивания ТНП навигационных КА также возникают при контроле навигационных полей ГНСС, для целей оценки на основе предоставляемой потребителю эфемеридно-временной информации и при реализации функциональных дополнений ГНСС в виде систем дифференциальной коррекции и мониторинга ГНСС (СДКМ) широкозонных и региональных [1].

1.1.1 Существующие требования для решения поставленных в исследовании задач

- Оперативность.
Знание текущих навигационных параметров является основой для функционирования систем коррекции и мониторинга [2], а также для решения задач частотно-временного обеспечения [3] выполняемых Государственной службы времени и частоты (ГСВЧ). Соответственно, требова-

ния к оперативности со стороны пользователей СДКМ и ГСВЧ определяют необходимость оперативного решения задачи оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС.

– Независимость.

Решение задач ГСВЧ и региональных систем коррекции не должно зависеть от действий сторонних, в особенности зарубежных, организаций. Поэтому необходимы собственные алгоритмы оценивания ТНП и их программные приложения.

– Достаточно высокая точность.

Требования к точности оценивания ТНП диктуются требованиями к точности частотно-временного обеспечения службой ГСВЧ.

– Возможность оценивания шкал времени одновременно с оцениванием орбитальных параметров.

Оценивание расхождений шкал времени [4] пространственно-разнесённых часов – важная задача ГСВЧ.

– Возможность совместной обработки как можно большего числа спутниковых систем (как минимум ГЛОНАСС и GPS).

Совместная обработка множества систем позволяет повысить точность и надёжность решения задач частотно-временного обеспечения и функционирования систем дифференциальной коррекции.

1.1.2 ПО для решения задач оценивания ТНП

Уточнение орбитальных параметров ИСЗ ГНСС - задача специфическая, поскольку широкому потребителю не требуется каким бы то ни было способом уточнять эти параметры. Широко используемое для задач позиционирования свободное ПО GPS Toolkit [5] и RTKLib [6] не содержит в своём составе подпрограмм для расчёта интересующих нас параметров. Кроме того, в данном ПО не предусмотрено решение по одновременно множеству базовых линий. То есть сетевую задачу позиционирования, в ходе которой будут получены оценки параметров группировки спутников или нескольких наземных станций, данные

комплексы решать не позволяют. Требуемой функциональностью обладают либо специализированные программы, предназначенные исключительно для расчёта орбит ИСЗ и параметров вращения земли, либо крупные наборы программ для решения широкого круга задач космической геодезии, разрабатываемыми некоторыми ведущими научными учреждениями мира.

К числу первой группы СПО относятся созданные, как правило, для внутреннего использования программы типа ОРБИТА-84 [7]. Такое ПО обычно не распространяется за пределами учреждения, его разработавшего и применяющего. Перечислим основные особенности ПО ОРБИТА-84. Входными данными являются измерения псевдодальности, скорости изменения псевдодальности и углы видимости спутников в неизвестном формате. Для решения полученной системы уравнений используется метод наименьших квадратов или метод максимального правдоподобия в случае привлечения априорных сведений о каких либо параметрах. Моделируется большое число факторов – несферичность гравитационного поля Земли, приливные деформации в твёрдом теле Земли, гравитационное влияние луны и солнца. В набор уточняемых параметров включаются навигационные параметры спутников, параметры тропосферы и ионосферы, а также параметры вращения Земли.

К числу второй группы относятся широко известные зарубежные GAMIT, GYPSY-OASIS и BERNESE и отечественный STARK, разработанный и применяемый во ФГУП «ЦНИИМАШ». Для уточнения навигационных параметров спутников данное СПО использует идентичный набор входных данных и сходную стратегию обработки измерений. Входными данными являются псевдодальномерные измерения в формате RINEX, возможно привлечения информации о точных эфемеридах и шкалах времени спутников, параметров вращения Земли и океанических приливов. В ходе обработки результатов измерений из псевдодальномерных измерений формируются двойные разности. Полученная система уравнений решается методом наименьших квадратов. В состав уточняемых параметров пользователь может включать параметры наземных станций, тропосферы, навигационных спутников и параметров вращения Земли. В таблице 1.1 представлены некоторые сравнительные характеристики пакетов. К сожалению, подробная информация о характеристиках и применяемых в СПО STARK алгоритмах не доступна.

Как видно из таблицы 1.1, ни один из существующих пакетов не удовлетворяет всем поставленным требованиям. Для сторонних потребителей доступ-

Таблица 1.1 — Сравнительные характеристики ПО

| | BERNESE | GAMIT | GIPSY |
|--------------------------|--|--|---|
| Модель распротранения | Коммерческая | Условно-свободная | Закрытое ПО |
| Система | GPS + ГЛОНАСС | GPS | GPS |
| Центры | CODE, GOP, PDR, SIR, USNO | MIT, SIO, ULR | JPL, EMR |
| Исходные данные (фаза) | Вторые разности ионосферно-свободной комбинации на частотах L1 и L2 | Вторые разности ионосферно-свободной комбинации на частотах L1 и L2 | Ионосферно-свободная комбинация L1 и L2 |
| Исходные данные (код) | Используется только для синхронизации и разрешения фазовой неоднозначности | Используется только для синхронизации и разрешения фазовой неоднозначности | Ионосферно-свободная комбинация P1 и P2 |
| Учёт ионосферы | Ионосферно-свободная комбинация + оценка эффектов более высокого порядка | Ионосферно-свободная комбинация | Ионосферно-свободная комбинация |
| Учёт тропосферы | Численная Венская Отображающая Функция (VMF1) | Аналитическая Глобальная Отображающая Функция (GMF) | Аналитическая Глобальная Отображающая Функция (GMF) |
| Численное интегрирование | Собственный алгоритм. Представление полиномом 10-го порядка | Алгоритм Адамса-Мультона 11 порядка | Алгоритм Адамса с изменяемым порядком |
| Метод оценки параметров | Взвешенный МНК | Взвешенный МНК | Стохастический фильтр Калмана |

ны только BERNESE (коммерчески) и GAMIT (для научных исследований). Оба этих пакета в качестве исходных данных используют двойные разности фазовых измерений, в которых отсутствует информация о шкале времени наземных станций и спутников. Кроме того, эти пакеты зависят от данных, предоставляемых разработчиками ПО. Таким образом, становится очевидной необходимость разработки собственного пакета ПО для решения задач контроля навигационных полей ГНСС. Также становятся актуальными исследования алгоритмов оценивания ТНП по данным беззапросных траекторных измерений, лежащие в основе такого ПО.

1.2 Постановка задачи оценивания ТНП по данным траекторных измерений

Формализованная постановка задачи оценивания текущих навигационных параметров (ТНП) навигационных спутников включает в себя следующие разделы:

1. Описание движения КА в инерциальной системе координат (ИСК) с учётом действующих на КА возмущений;
2. Описание исходных данных и уравнения измерений (учёт влияющих факторов);
3. Описание метода оценивания ТНП;
4. Критерии качества оценивания ТНП;
5. Пути повышения точности оценивания;
6. Направления исследований.

1.2.1 Описание возмущённого движения КА в ИСК в кинематических элементах

Движение КА в ИСК в гравитационном поле Земли описывается дифференциальным уравнением [8; 9]

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{r}}(t) &= -\frac{\mu \cdot M_e}{r^3(t)} \cdot \mathbf{r}(t) + \sum_{i=1}^5 \mathbf{f}_i(t), \\ \mathbf{r}(t_0) &= \mathbf{r}_0, \\ \dot{\mathbf{r}}(t_0) &= \dot{\mathbf{r}}_0\end{aligned}\quad (1.1)$$

где

$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))^T$ — вектор координат КА в ИСК,

μ — гравитационная постоянная,

M_e — масса Земли,

$r(t) = |\mathbf{r}(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)}$ — радиус орбиты,

$\mathbf{f}_i(t) = (f_{xi}(t), f_{yi}(t), f_{zi}(t))$ — вектор действующих на КА возмущений, приведённых к центру масс, в том числе:

$\mathbf{f}_1(t)$ — возмущения от несферичности геопотенциала Земли,

$\mathbf{f}_2(t)$ — возмущения от гравитационного воздействия на КА Луны и Солнца,

$\mathbf{f}_3(t)$ — возмущения от радиационного давления на КА солнечного излучения (РД, РР),

$\mathbf{f}_4(t)$ — возмущения релятивистской природы,

$\mathbf{f}_5(t) = (\xi_x(t), \xi_y(t), \xi_z(t))$ — возмущения случайной природы.

Факторы, влияющие на НС

Далее в качестве нижнего индекса используются обозначения:

O — Солнце,

M — Луна,

E — Земля,

P_i — планеты,

S — навигационный спутник.

Введём следующие обозначения:

M_O — масса Солнца,

M_M — масса Луны,

\mathbf{r}_O — координаты Солнца,

\mathbf{r}_M — координаты Луны,

$\mathbf{r}_{\alpha S}$ — координаты небесного тела α относительно спутника,

$r_{\alpha\beta}$ — расстояние между телами α и β ,

c — скорость света.

Все координаты задаются в ИСК.

Луна, Солнце и планеты

Возмущающая сила от гравитационного воздействия Луны, Солнца и планет солнечной системы записывается следующей формулой [10].

$$\mathbf{f}_2 = \mu \sum_{\alpha=O,M,P_i} M_\alpha \left(\frac{\mathbf{r}_{\alpha S}}{r_{\alpha S}^3} - \frac{\mathbf{r}_\alpha}{r_{\alpha E}^3} \right) \quad (1.2)$$

Для расчёта координат Луны и Солнца в разработанной программе имеется возможность использования эфемерид PEP из пакета GAMIT разработки MIT [11], либо эфемерид JPL DE421 разработки JPL NASA [12]. Последние эфемериды являются более точными и рекомендуются к применению.

Несферичность геопотенциала Земли

Для выражения геопотенциала Земли принято использовать его представление с помощью полиномов Лежандра и присоединённых функций Лежандра [13]. Стандартная форма, утверждённая МАС, имеет вид:

$$U = -\frac{\mu M_E}{r} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a_E}{r} \right)^n P_n(\sin \phi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{h=1}^n \left(\frac{a_E}{r} \right)^n [C_{nh} \cos(h\theta) + S_{nh} \sin(h\theta)] P_{nh}(\sin \phi) \right) \quad (1.3)$$

где

P_n — полином Лежандра порядка n ,

P_{nm} — присоединённая функция Лежандра порядка n и степени m ,

a_E — средний экваториальный радиус Земли,

J_n — коэффициенты зональной гармоники n ,

C_{nh} — косинусоидальные коэффициенты тессеральной гармоники,

S_{nh} — синусоидальные коэффициенты тессеральной гармоники,

r, ϕ, θ — сферические координаты КА в системе координат, связанной с вращающейся Землёй.

Получим выражения для расчёта $\sin \phi, \cos(h\theta), \sin(h\theta)$, входящих в уравнение (1.3).

$$\left. \begin{aligned} x_G &= r \cos \theta \cos \phi, & 0 \leq r < \infty \\ y_G &= r \sin \theta \cos \phi, & 0 \leq \theta < 2\pi \\ z_G &= r \sin \phi, & -\pi \leq \phi \leq \pi \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

Здесь $\mathbf{r}_G = (x_G, y_G, z_G)^T$ - положение КА в гринвичской системе координат, связанной с вращающейся Землёй. Из уравнения (1.4) получаем:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x_G^2(t) + y_G^2(t) + z_G^2(t)} = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)} \\ \left. \begin{aligned} \sin \phi &= \frac{z_G}{r} \\ \cos \phi &= \sqrt{1 - \sin^2 \phi} \end{aligned} \right\} \quad (1.5) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{x_G}{r \cos \phi} \\ \sin \theta &= \frac{y_G}{r \cos \phi} \\ \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ \vdots \\ \cos h\theta &= \cos(h-1)\theta \cos \theta - \sin(h-1)\theta \sin \theta \\ \sin h\theta &= \sin(h-1)\theta \cos \theta + \cos(h-1)\theta \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

В настоящее время существует несколько моделей геопотенциала Земли, задающих коэффициенты зональных и тессеральных гармоник вплоть до порядков и степеней, превышающих 2000. Наиболее точной и полной моделью является EGM2008, рекомендуемая МАС. Данная модель разработана до порядка и степени 2159. Для спутников с параметрами орбит ГЛОНАСС и GPS

достаточно усечённой версии EGM2008 до порядка и степени 12. Остаточная погрешность в положении спутников в случае такого усечения не превысит 0,5 мм [14]. Также необходимо учесть ряд факторов, влияющих на коэффициенты модели EGM2008: вековые возмущения, влияние положения полюса на геопотенциал, приливные возмущения. Расчёт влияния данных факторов представляет собой сложную математическую задачу, осуществляемую в несколько этапов с привлечением аппарата комплексного исчисления. Подробные формулы и инструкции для расчёта влияния перечисленных факторов на параметры модели геопотенциала можно найти в соглашениях Международной Службы Вращения Земли за 2010 год [15].

После получения коэффициентов модели геопотенциала становится возможным рассчитать влияние несферичности Земли на движение НС по следующей формуле [16]:

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_1 &= -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mu M_E \mathbf{r}}{r^3} = \\
&= \mu M_E \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_E}{r}\right)^n \left[\frac{J_n (n+1) \mathbf{r}}{r^2} P_n(\sin \phi) - P'_n(\sin \phi) r \frac{\partial \sin \phi}{\partial \mathbf{r}} \right] + \\
&\quad + \mu M_E \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{h=1}^n \left(\frac{a_E}{r}\right)^n \frac{1}{r^2} \left\{ [C_{nh} \cos h\theta + S_{nh} \sin h\theta] \cdot \right. \\
&\quad \cdot \left[-\frac{(n+1)}{r} \mathbf{r} P_{nh}(\sin \phi) + P'_{nh}(\sin \phi) r \frac{\partial \sin \phi}{\partial \mathbf{r}} \right] + \\
&\quad \left. + h [-C_{nh} \sin h\theta + S_{nh} \cos h\theta] \cdot P_{nh}(\sin \phi) \cdot r \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{u}} \right\}
\end{aligned} \tag{1.7}$$

где, учитывая уравнение (1.5),

$$r \frac{\partial \sin \phi}{\partial r_i} = T_{3i} - \frac{r_i}{r} \sin \phi, \quad i = 1 \dots 3 \tag{1.8}$$

и, учитывая уравнение (1.6),

$$\begin{aligned}
-\sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial r_i} &= \frac{1}{r \cos \phi} T_{1i} - \frac{1}{\cos \phi} \frac{\partial \cos \phi}{\partial r_i} \cos \theta - \frac{r_i}{r^2} \cos \theta, \quad i = 1 \dots 3 \\
\cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial r_i} &= \frac{1}{r \cos \phi} T_{2i} - \frac{1}{\cos \phi} \frac{\partial \cos \phi}{\partial r_i} \sin \theta - \frac{r_i}{r^2} \sin \theta, \quad i = 1 \dots 3
\end{aligned} \tag{1.9}$$

здесь

T — матрица перехода от инерциальной системы координат в гринвичскую (приложение Б),

r_i — i -ый элемент вектора положения спутника \mathbf{r} .

Умножив первое уравнение на $-\sin \theta$, а второе на $\cos \theta$ и сложив полученные уравнения, получаем:

$$r \frac{\partial \theta}{\partial r_i} = \frac{1}{\cos \phi} (T_{2i} \cos \theta - T_{1i} \sin \theta), \quad i = 1 \dots 3 \quad (1.10)$$

Давление солнечного излучения

Наиболее точной и полной моделью давления солнечной радиации на сегодняшний день является модель ЕСОМ [17], разработанная в европейском центре определения орбит. Данная модель выражена в объектоцентрической системе координат, связанной со спутником. Начало системы координат находится в центре масс КА. Ось Z_{RP} указывает на Солнце. Ось Y_{RP} является векторным произведением оси Z_{RP} и направления на центр Земли, направлена вдоль солнечных панелей НС. Ось X_{RP} — дополняет систему до правой. Модель ЕСОМ и другие модели, основанные на ней, используются в большинстве центров обработки международной службы IGS [18]. ЕСОМ представляется в следующем виде:

$$\mathbf{f}_{RP} = \Lambda \cdot d \cdot r_{OS}^{-2} \cdot [\mathbf{X}_{RP} \cdot (\beta_1 + \beta_2 \cos \kappa + \beta_3 \sin \kappa) + \mathbf{Y}_{RP} \cdot (\beta_4 + \beta_5 \cos \kappa + \beta_6 \sin \kappa) + \mathbf{Z}_{RP} \cdot (\beta_7 + \beta_8 \cos \kappa + \beta_9 \sin \kappa)] \quad (1.11)$$

где

κ — аргумент широты НС;

r_{OS} — расстояние между спутником и Солнцем;

d — фактор, зависящий от формы НС, его массы, отражательной и поглощательной способности материалов его поверхности. Имеет различные значения для разных типов спутников;

$\beta = (\beta_j, j = 1, \dots, 9)$ — вектор параметров РД подлежащих оцениванию;

Λ — фактор затмения, имеющий следующие значения:

$$\Lambda = \begin{cases} 1, & \text{если спутник освещён Солнцем} \\ (0 - 1), & \text{если спутник находится в полутени} \\ 0, & \text{если спутник в полной тени} \end{cases}$$

Остановимся подробнее на алгоритме расчёта доли Солнца не перекрытого затмевающим телом α (в качестве которого может выступать Земля или Луна) Λ для спутника, пользуясь обозначениями, введёнными ранее. Рассмотрим вычисления для Земли в качестве затмевающего тела, для Луны процедура аналогична. Если $r_{OS} < r_{ES}$, то Солнце полностью открыто и $\Lambda = 1$.

Пусть r_{PS} — длина проекции \mathbf{r} на \mathbf{r}_{OS} .

$$r_{PS} = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_{OS}}{|\mathbf{r}_{OS}|}$$

Тангенс углового радиуса (угол между направлением на центр и направлением на край объекта) видимого со спутника Солнца:

$$\chi_O = \frac{Rad_O}{r_{OS}}$$

Тангенс углового радиуса видимой со спутника Земли:

$$\chi_E = \frac{Rad_E}{r_{PS}}$$

Тангенс угла между \mathbf{r} и \mathbf{r}_{OS} :

$$\chi_D = \frac{|\mathbf{r}_{OS} \times \mathbf{r}|}{\mathbf{r}_{OS} \cdot \mathbf{r}}$$

Если $\chi_D > \chi_E + \chi_O$ то Солнце не перекрывается Землёй и $\Lambda = 1$. Иначе необходимо вычислить процент перекрытия. Если $\chi_O - \chi_E \geq \chi_D$, то затмевающее тело целиком лежит внутри диска Солнца и вычисление Λ не представляет трудностей:

$$\Lambda = \frac{\chi_O^2 - \chi_E^2}{\chi_O^2}$$

При частичном перекрытии процедура несколько сложнее. На рисунке 1.1 схематично показано частичное затмение.

$$\varphi_1 = \arccos \left(\frac{\chi_O^2 - \chi_E^2 + \chi_D^2}{2\chi_O\chi_D} \right)$$

$$\varphi_2 = \arccos \left(\frac{\chi_E^2 - \chi_O^2 + \chi_D^2}{2\chi_E\chi_D} \right)$$

Площади фигур:

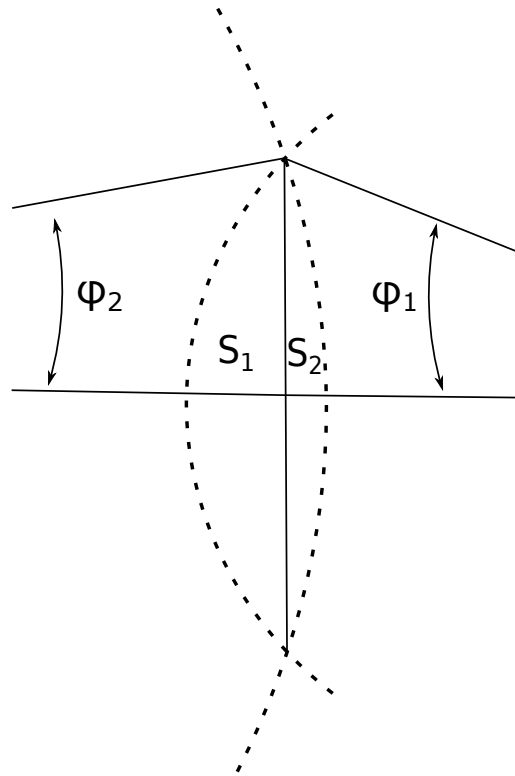


Рисунок 1.1 — Схема частичного затмения

$$S_1 = \frac{\chi_O^2 \cdot (\varphi_1 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_1)}{2}$$

$$S_2 = \frac{\chi_E^2 \cdot (\varphi_2 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_2)}{2}$$

Наконец:

$$\Lambda = \frac{\pi \chi_O^2 - 2(S_1 + S_2)}{\pi \chi_O^2}$$

Релятивистские эффекты

Релятивистские эффекты, воздействующие на НС, включают в себя три фактора [19], в порядке уменьшения их влияния:

1. Эффект Шварцшильда ($\sim 2 \div 3 \times 10^{-10} \text{ м/с}^2$)
2. Прецессия Лензе-Тирринга ($\sim 1 \div 2 \times 10^{-11} \text{ м/с}^2$)
3. Геодезическая прецессия (эффект де Ситтера) ($\sim 1 \div 2 \times 10^{-11} \text{ м/с}^2$)

Эффект Шварцшильда заключается в изменении метрики пространства-времени по сравнению с Ньютоновским пространством и выражается в вековом дрейфе

аргумента перигея орбиты. Геодезическая прецессия и прецессия Лензе-Тирринга вызваны искривлением пространства-времени вблизи массивных тел и выражаются в прецессии орбитальной плоскости. Их отличие заключается в том, что геодезическая прецессия вызвана просто наличием центральной массы, а Лензе-Тирринга - вращением массивного тела.

$$\mathbf{f}_4 = \mathbf{f}_{Sh} + \mathbf{f}_{LT} + \mathbf{f}_G \quad (1.12)$$

Эффект Шварцшильда [15]:

$$\mathbf{f}_{Sh} = \frac{\mu M_E}{c^2 r^3} \left\{ \left[4 \frac{\mu M_E}{r} - \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} \right] \mathbf{r} + 4 [\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}] \dot{\mathbf{r}} \right\} \quad (1.13)$$

Прецессия Лензе-Тирринга:

$$\mathbf{f}_{LT} = 2 \frac{\mu M_E}{c^2 r^3} \left[\frac{3}{r^2} (\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{J}) + (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{J}) \right] \quad (1.14)$$

Эффект де Ситтера:

$$\mathbf{f}_G = 3 \left[\dot{\mathbf{r}}_{ES} \times \left(\frac{\mu M_S \mathbf{r}_{ES}}{c |\mathbf{r}_{ES}|} \right) \right] \times \dot{\mathbf{r}} \quad (1.15)$$

Здесь

\mathbf{r}_{ES} — координаты Земли относительно Солнца,

\mathbf{J} — угловой момент вращения Земли для тела единичной массы ($|\mathbf{J}| \cong 9.8 \times 10^8 \text{ м}^2/\text{с}$).

В таблице 1.2 представлен перечень сил, действующих на КА, с примерными оценками величины воздействия [20].

Для последующего изложения уравнение движения КА (1.1) следует преобразовать в векторное уравнение первого порядка.

Для интегрирования уравнения (1.1) второго порядка оно представляется в виде системы из двух уравнений первого порядка

$$\dot{X}(t) = A(t) \cdot X(t) + \sum_{i=1}^4 F_i(t) \quad (1.16)$$

$$X(t_0) = X_0 \quad (1.17)$$

где

$X(t) = (r(t), \dot{r}(t))^T$ — вектор состояния КА,

Таблица 1.2 – Примерный порядок сил, действующих на КА

| Наименование силы | Действие силы, м/с ² |
|--|------------------------------------|
| Центральная сила притяжения Земли | 0,56 |
| Гармоника несферичности геопотенциала С2 | 5×10^{-5} |
| Прочие гармоники несферичности геопотенциала | 3×10^{-7} |
| Притяжение Луны | 5×10^{-6} |
| Притяжение Солнца | 2×10^{-6} |
| Приливные деформации геопотенциала | 2×10^{-9} |
| Давление солнечного излучения | 1×10^{-7} |
| Релятивистские эффекты | 3×10^{-10} |

$\dot{r}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))^T$ – вектор скоростей движения КА,
 $F_i(t) = (O_i, f_i(t))^T$ – вектор действующих на КА возмущений,
 $O_i = O$ – 3x1-мерный нулевой вектор,

$A(t) = \begin{vmatrix} 0 & E \\ -\frac{\mu}{r^3(t)} \cdot E & 0 \end{vmatrix}$ – блочная 6x6 мерная переходная матрица уравнения движения КА,

$E, 0$ – 3x3-мерные единичная и нулевая матрицы.

При известном начальном состоянии КА X_0 , уравнение (1.16) интегрируется выбранным численным методом для получения параметров движения на требуемые моменты времени.

Для решения задачи высокоточного оценивания ТНП вектор начального состояния КА X_0 дополняется параметрами математической модели РД возмущения β . Полученный вектор $Y_0 = (X_0, \beta)^T$, называемый вектором начальных условий, подлежит оцениванию.

Для решения задачи оценивания ТНП необходимо знать частные производные ТНП по начальным условиям движения КА.

$$\frac{\partial X}{\partial Y_0} = \frac{\partial X}{\partial (X_0, \beta)} \quad (1.18)$$

Частные производные X по Y_0 называются переходной матрицей, и имеет размерность $6 \times (6 + n)$, где n – размерность вектора β . Для расчёта данной матрицы обычно применяется метод вариационных уравнений. Для этого составляют уравнения, описывающие производные ТНП по начальным условиям, и интегрируют их вместе с уравнением движения. Вопрос вычисления переходной матрицы более подробно рассмотрен в разделе 3.3 диссертации.

Оценивание текущих навигационных параметров по данным беззапросных траекторных измерений

Как правило, орбиты навигационных спутников уточняются относительно некоторой опорной орбиты, близкой к истинной орбите. Первое приближение начальных условий для интегрирования орбиты получается путём прогноза орбиты от прошлых известных значений [21]. Наличие опорной орбиты и её близость к истинной позволяет более точно линеаризовать уравнения частных производных дальномерных измерений по начальным условиям движения навигационного спутника. На рисунке 1.2 представлена схема оценивания начальных условий при наличии опорной траектории и дальномерных измерений.

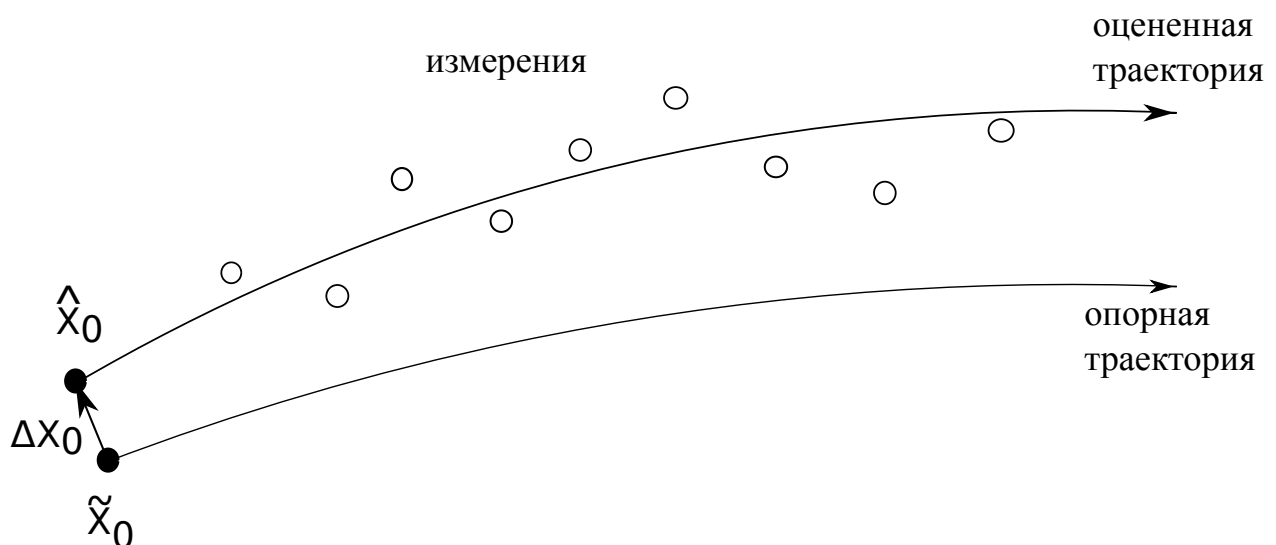


Рисунок 1.2 – Опорная траектория и оценённая орбита

Сначала необходимо вычислить частные производные дальномерных измерений D по начальным условиям движения Y_0 . Они представляют собой произведение частных производных дальномерных измерений по текущим навигационным параметрам и частных производных текущих навигационных параметров по начальным условиям.

$$\frac{\partial D}{\partial Y_0} = \frac{\partial D}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial Y_0} \quad (1.19)$$

Здесь $\partial D/\partial X$ - частные производные измеренной дальности по текущим навигационным параметрам;

$\partial X/\partial Y_0$ - переходная матрица из уравнения (1.18);

Вычисление частных производных дальности по текущим навигационным параметрам более подробно рассматривается во второй главе работы.

Затем, используя опорную траекторию, вычисляются невязки дальномерных измерений.

$$\Delta D = D - \rho_c \quad (1.20)$$

Где ρ_c - геометрическая дальность от приёмника до спутника на опорной орбите, скорректированная поправками на различные влияющие факторы.

Наконец, составляется уравнение, связывающее поправки к начальным условиям с невязками измерений.

$$\frac{\partial D}{\partial Y_0} \cdot \Delta Y_0 = \Delta D + \Delta q \quad (1.21)$$

$\begin{matrix} [m \times n] & [n \times 1] & [m \times 1] & [m \times 1] \end{matrix}$

Где m – количество измерений; n – количество параметров.

Решая полученное уравнение относительно Y_0 тем или иным методом, получаем поправки к начальным условиям, которые позволяют рассчитать новую уточнённую орбиту. Как правило, уточнённая орбита становится новой опорной орбитой, и процесс повторяется до достижения сходимости.

1.2.2 Уравнение беззапросных траекторных измерений. Учёт влияющих факторов

Исходными данными для решения задач оценивания ТНП навигационных спутников и для решения координатно-временных задач потребителя являются невязки дальномерных измерений ΔD относительно опорной траектории.

Необходимо отметить, что измерение дальностей до каждого НС производится в двух частотных диапазонах L1 и L2, причём в каждом диапазоне для представления псевдодальностей используются

1. кодовые измерения стандартной точности D_C ;
2. кодовые измерения повышенной точности D_P ;
3. фазовые измерения D_Φ .

Таким образом, по каждой радиотрассе выполняется шесть псевдодальномерных измерений.

Эти кодовые и фазовые псевдодальности связаны с геометрической дальностью уравнениями

$$D(t) = \rho_a[r_S(t), r_R(t)] + \sum_{i=1}^{14} q_{Di}(t), \quad (1.22)$$

$$D_\Phi(t) = \rho_a[r_S(t), r_R(t)] + N \cdot \lambda + \sum_{i=1}^{14} q_{\Phi i}(t) \quad (1.23)$$

в которых:

$\rho_a(r_S, r_R)$ — истинная геометрическая дальность между навигационным спутником и приёмником;

$q_{Di}(t), q_{\Phi i}(t)$ — факторы, влияющие на точность кодовых и фазовых измерений соответственно, выраженные в единицах длины (подробное описание факторов и моделей их компенсации приведено в разделе 2.1 диссертации);

N — неизвестное число фазовых циклов несущей;

λ — длина волны несущей.

Для расчёта невязок псевдодальностей, являющихся исходными данными для решения задач координатно-временных определений, рассчитывается опорная геометрическая дальность между приёмником и спутником на опорной орбите $\rho(r_S, r_R)$.

$$\rho(r_S, r_R) = \sqrt{[x_S(t_1) - x_R(t_2)]^2 + [y_S(t_1) - y_R(t_2)]^2 + [z_S(t_1) - z_R(t_2)]^2} \quad (1.24)$$

Здесь $r_S(t_1) = [x_S(t_1), y_S(t_1), z_S(t_1)]^T$ - вектор координат навигационного спутника на опорной орбите, определённый на момент выхода навигационного сигнала с передающей антенны спутника t_1 в инерциальной системе координат;

$r_R(t_2) = [x_R(t_2), y_R(t_2), z_R(t_2)]^T$ - вектор координат антенного модуля потребителя, определённый на момент прихода навигационного сигнала на антенну t_2 в инерциальной системе координат.

Для приведения координат приёмника r_S из Геоцентрической Земной системы координат (ГЗСК), связанной с вращающейся Землёй, в инерциальную систему координат ИСК, в которой интегрируются уравнения движения НС, используются матричные преобразования

$$r_R = T \cdot r_{RG}$$

где T - 3x3-мерная матрица перехода, являющаяся произведением матриц прецессии [22], нутации [23], звёздного времени и движения полюса Земли. Структуры и формализованные представления элементов этих матриц приведены в приложении Б диссертации.

Расчёт координат навигационного спутника $r_S(t_1)$ к моменту выхода навигационного сигнала выполняется путём интегрирования уравнения возмущённого движения спутника на момент t_1 .

Кроме того, требуется рассчитать с помощью моделей значения влияющих факторов $q_{Di}(t)$ и $q_{\Phi i}(t)$. Методы расчёта поправок за влияющие факторы приведены в главе 2 диссертации.

Используя рассчитанные выше величины, можно получить невязку псевдодальномерных измерений.

$$\Delta D = D - \rho(r_S, r_R) - \sum_{i=1}^{14} q_{Mi}(t) = \Delta \rho + \sum_{i=1}^{14} \Delta q_i \quad (1.25)$$

где $q_{Di}(t)$ - дальномерная невязка, содержащая информацию обо всех оцениваемых параметрах;

$q_{Mi}(t)$ - рассчитанные с помощью модели величины воздействия влияющих факторов;

Δq_i - остаточные погрешности моделирования влияющих факторов.

Следует отметить, что не все влияющие факторы поддаются априорному моделированию. Это в частности касается уходов шкал времени бортовых

и наземных часов, влияние тропосферной задержки, фазовая неоднозначность. Такие факторы дополняют вектор оцениваемых параметров.

Остаточные погрешности моделируемых факторов Δq_i считаются случайными величинами с нормальным законом распределения и нулевым математическим ожиданием.

Линеаризация невязок дальности

Для решения задачи оценивания ТНП необходимо линеаризованное представление функции $\rho(r_S, r_R)$. Как было отмечено выше, наличие опорной траектории позволяет провести такую линеаризацию. В результате линеаризованные уравнения траекторных измерений примут вид:

$$\Delta \rho = \frac{\partial D}{\partial X} \cdot \Delta X \quad (1.26)$$

Где $\frac{\partial D}{\partial X}$ - линеаризованные частные производные невязки дальности по текущим навигационным параметрам.

$$\frac{\partial D}{\partial X} = \begin{vmatrix} \frac{r_S - r_R}{\rho} \\ 0_{3 \times 1} \end{vmatrix} \quad (1.27)$$

А текущие навигационные параметры связаны с начальными условиями через переходную матрицу, уравнение (1.18).

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial X_0} \cdot \Delta X_0 \quad (1.28)$$

1.2.3 Методы оценивания ТНП

Методы [24—28] оценивания текущих навигационных параметров КА [29—31] по данным траекторных измерений можно объединить в три группы:

1. Методы оценивания из условий наблюдаемости динамической системы с расширенным вектором состояния [32]
2. Методы текущего оценивания ТНП на основе рекуррентных процедур калмановского типа [33]
3. Комбинированные методы [34]

Анализ литературы показывает, что в задачах высокоточного оценивания ТНП предпочтение отдаётся первой группе методов [11; 35–37].

Система земных координат

Для связи земной системы координат, в которой находятся измерительные станции, и инерциальной системы координат, в которой задаётся движение КА в уравнении (1.1), необходимо задать реализацию системы координат. Такая реализация представляет собой набор координат некоторого количества станций (предпочтительно глобально распределённых) в Гринвичской системе координат. В диссертации для решения поставленных задач было принято решение использовать реализацию системы координат (РСК) под названием IGb08, принятую в международной ГНСС службе (IGS).

Существует несколько методов применения систем координат на практике:

1. Фиксировать координаты всех станций, входящих в РСК. Оценивать координаты станций, не входящих в РСК.
2. Выбрать некоторый набор станций из РСК (больше 3) и фиксировать только значения координат этих станций. Координаты всех прочих станций оценивать.
3. Применить метод минимальных ограничений. В данном методе подразумевается, что координаты всех станций подвергаются оцениванию без каких-либо ограничений. Затем на полученную сеть накладывается т. н. минимальное ограничение.

Применение первого метода связано с существенным недостатком — если одна или несколько станций по какой-то причине сместились (изменение оборудования, перенос антенны, землетрясение и т. п.), это вызовет искажение всей обрабатываемой сети. По этой причине в настоящее время данный метод практически не используется.

Недостатком второго метода является необходимость постоянно следить за выбранным набором станций в части стабильности координат этих станций. Кроме того, если в какой-то день данные с выбранной станции недоступны — необходимо найти новую станцию взамен отсутствующей. Также необходимо отметить, что при использовании данного метода при комбинации решений от

разных аналитических центров возникают проблемы. Дело в том, что разные центры могут выбрать разный набор опорных станций, что приведёт к решениям в фактически разных системах координат. И привести их в одну систему будет практически невозможно.

Метод минимальных ограничений лишён недостатков первых двух методов. Ограничения на координаты станций не накладываются, поэтому каждая из них может свободно смещаться независимо от других. Также не вызывает проблем выпадание отдельных станций в решениях в разные дни. Кроме того, все реализации систем координат будут отличаться лишь параметрами преобразования Хельмерта — смещением, поворотом и масштабом. Это даёт возможность комбинировать решение с решениями других центров обработки.

Линеаризованное представление преобразования Хельмерта имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{z}_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\hat{z}_i & \hat{y}_i & \hat{x}_i \\ 0 & 1 & 0 & \hat{z}_i & 0 & -\hat{x}_i & \hat{y}_i \\ 0 & 0 & 1 & -\hat{y}_i & \hat{x}_i & 0 & \hat{z}_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \mu \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

где

$r_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ — опорные координаты станций в выбранной РСК,

$\hat{r}_i = (\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)^T$ — оценённые в ходе решения координаты станций,

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ — Хельмертовы параметры смещения,

α, β, γ — Хельмертовы параметры вращения,

μ — Хельмертов параметр масштаба.

Идея метода минимальных ограничений состоит в применении к решению условия, что какие-то из 7 параметров Хельмерта равны нулю. Если приравнять нулю параметры смещения — получаем условие «отсутствия смещения» (англ. NNT — No-Net-Translation). Накладывая ограничение на параметры вращения сети станций с оценёнными координатами по отношению к опорной системе координат, получаем условие «отсутствия вращения» (англ. NNR — No-Net-Rotation). Первое условие обычно накладывается на региональные сети станций, второе — на глобальные. Преимуществом метода минимальных ограничений является тот

факт, что даже при изменении положений одной или нескольких опорных станций, минимальные ограничения не вызывают искажения всей сети.

Учитывая вышеизложенные особенности методов использования опорных систем координат, в диссертационном исследовании было принято решение использовать метод минимальных ограничений как наиболее эффективный. Поскольку в диссертации предполагается использовать глобальную сеть измерительных станций, будет использоваться минимальное ограничение NNR. Таким образом, полученная в решении реализация системы координат будет иметь нулевой поворот относительно выбранной эталонной РСК. Поскольку в качестве эталонной РСК была выбрана IGb08, координаты всех станций и навигационных спутников также будут выражены в этой системе координат.

1.2.4 Критерии точности оценивания ТНП

Существует несколько критериев точности ТНП, широко используемых в исследуемой области. В качестве эталонной орбиты, как правило, используются финальные продукты службы IGS.

Для проведения сравнения производится интегрирование модели движения НС из оценённых начальных условий. Положение спутника $r(t_i)$ фиксируется на моменты задания эталонных эфемерид t_i .

Далее вычисляется абсолютная погрешность ТНП на моменты времени t_i в компонентах геоцентрической системы координат XYZ.

$$\Delta r(t_i) = r(t_i) - r_{ref}(t_i) \quad (1.30)$$

Здесь $r(t_i)$ - оценённые ТНП на момент t_i ; $r_{ref}(t_i)$ - эталонные ТНП на момент t_i .

Итоговая оценка вычисляется по одному из следующих критериев.

1. 3D - ошибка, ERR_{3D} ;

Вычисляется как среднее квадратическое абсолютной погрешности ТНП.

$$ERR_{3D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \|\Delta r(t_i)\|^2}{N}} \quad (1.31)$$

2. 1D - ошибка, ERR_{1D} [38];

$$ERR_{1D} = \frac{\Delta_{3D}}{\sqrt{3}} \quad (1.32)$$

3. Ошибка RAN, в компонентах:

R (англ. Radial - радиальный) - по радиус-вектору;

A (англ. Along - вдоль) - вдоль орбиты, по направлению скорости движения НС;

N (англ. Normal - по нормали) - по бинормали к орбите.

Для этого на каждый момент t_i рассчитывается матрица перехода от геоцентрической системы координат к локальной системе RAN.

$$\begin{vmatrix} \Delta_R(t_i) \\ \Delta_A(t_i) \\ \Delta_N(t_i) \end{vmatrix} = E_{RAN} \cdot r(t_i) \quad (1.33)$$

$$ERR_R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta R(t_i)}{N}} \quad (1.34)$$

Аналогично формуле (1.34) рассчитываются ошибки для компонентов A и N.

4. Ошибка SISRE [39] (англ. Signal In Space Range Error - погрешность дальности за счёт космического сегмента)

На каждый момент времени вычисляется Δ_{SISRE} .

$$\Delta_{SISRE}(t_i) = \sqrt{\Delta R(t_i)^2 + \frac{1}{49} \left(\Delta A(t_i)^2 + \Delta N(t_i)^2 \right)} \quad (1.35)$$

Общая ошибка SISRE вычисляется как среднее квадратическое индивидуальных Δ_{SISRE}

$$ERR_S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta_{SISRE}^2(t_i)}{N}} \quad (1.36)$$

1.3 Пути повышения точности оценивания ТНП

подавляющее большинство задач вычислительной математики сводятся к решению систем алгебраических уравнений с неточно заданной правой частью.

К таким задачам относится оценивание текущих навигационных параметров КА ГНСС по данным траекторных измерений, выполняемым по КА.

Как было показано ранее, в математическом плане задача оценивания вектора начальных условий X_0 сводится к решению системы алгебраических уравнений

$$U \cdot \Delta Y_0 = \Delta D + \Delta q \quad (1.37)$$

с неточно заданной правой частью.

Здесь матрица U состоит из комбинации векторов $\frac{\partial D_i}{\partial Y_0}$, уравнение (1.21); вектор Δq образован остаточными погрешностями моделирования факторов $\Delta q_i(t)$ из уравнения (1.25), влияющими на точность траекторных измерений (1.22).

Погрешности решения таких систем уравнений зависят от величины нормы неизмеримой составляющей в правой части решаемых уравнений и, в равной мере, от степени обусловленности матрицы системы.

Существует 3 пути повышения точности [40] решения системы (1.37):

1. Улучшение свойств матрицы U , а именно числа её обусловленности;
2. Уменьшение нормы неизмеримой части Δq ;
3. Повышение точности модели движения КА, что в свою очередь повышает точность расчёта матрицы U и уменьшает Δq .

В целях решения поставленных в диссертационном исследовании задач, было принято решение воспользоваться всеми тремя доступными путями повышения точности.

Для улучшения свойств матрицы U в задаче восстановления орбит был предложен и впервые применён метод инструментальной переменной [41]. Дополнительно применяется масштабирование результирующей системы уравнений. Подробное изложение методов, применяемых для уменьшения числа обусловленности, приведено в главе 3 работы. В четвёртой главе приводятся сравнительные численные характеристики различных инструментальных переменных в сочетании с масштабированием.

В целях уменьшения нормы неизмеримой части Δq в диссертации предлагается использование фазовых псевдодальномерных измерений наряду с широко используемыми кодовыми измерениями. Фазовые измерения имеют характеристики шума на два порядка меньше, чем кодовые. В диссертации решена задача

идентификации и исправления разрывов фазовых измерений и проблема разрешения фазовой неоднозначности. Подробное изложение алгоритмов приведено в третьей главе исследований. Помимо этого, в главе 2 приводятся модели для высокоточного учёта различных факторов, воздействующих на псевдодалномерные измерения. Все описываемые модели являются наиболее современными и рекомендуются к применению международными соглашениями [15].

Описание высокоточной модели движения НС, учитывающих ряд факторов, в том числе релятивистской природы, приведено ранее в настоящей главе. Особенностью разработанной модели является учёт большого количества факторов и представление начальных условий движения в виде расширенного вектора состояния, включающего помимо кинематических элементов также параметры модели давления солнечного излучения. Также в целях повышения точности вычисления ТНП проведены исследования различных численных схем интегрирования уравнения движения НС в условиях действия на правую часть скачкообразного возмущения, соответствующего входу и выходу КА в тень Земли. Результаты этих исследований позволили обоснованно выбрать метод численного интегрирования для решения поставленных в работе задач. Подробное описание проведённых исследований представлено в главе 4 диссертации.

1.4 Основные результаты и выводы

Знание высокоточных орбит навигационных спутников является фундаментальным условием функционирования систем дифференциальной коррекции и решения штатных задач ГСВЧ в части частотно-временного обеспечения. Таким образом, возникает проблема оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС. Для решения таких задач существуют комплексы ПО, разрабатываемые в основном зарубежными организациями. Однако, существующее ПО не удовлетворяет всем требованиям, выдвигаемым ГСВЧ и региональными СДКМ.

Движение НС в околоземном пространстве описывается дифференциальным уравнением второго порядка. Для высокоточного описания движения НС в инерциальной системе координат необходимо помимо притяжения центрального

тела (Земли) учитывать ряд факторов, влияющих его орбиту. К моделируемым факторам относятся:

1. несферичность геопотенциала Земли, а также вариации геопотенциала приливной и гравитационной природы;
2. гравитационное притяжение третьих тел, а именно Солнца, Луны и планет солнечной системы;
3. давление солнечного излучения;
4. возмущения релятивистской природы.

Для решения задачи оценивания ТНП по данным беззапросных траекторных измерений составляется система линейных алгебраических уравнений, состоящая из комбинаций производных невязок псевдодальностей по начальным условиям движения НС и решается тем или иным методом.

В качестве перспективных методов, позволяющих повысить точность оценивания ТНП, в исследовании предлагается:

1. использование фазовых псевдодальномерных измерений;
2. улучшение свойств матрицы нормальных уравнений с помощью метода инструментальной переменной и масштабирования;
3. повышение точности моделей сил, действующих на КА.

Глава 2. Использование кодовых и фазовых псевдодалномерных измерений для оценивания ГНП

В настоящей главе рассматриваются проблемы, возникающие при обработке кодовых и фазовых измерений в целях оценивания ГНП спутников ГНСС. В разделе 2.1 обсуждается влияние факторов различной природы, воздействующих на кодовые и фазовые псевдодалномерные измерения. Также приводятся модели для компенсации влияния данных факторов. В разделе 2.2 вводится понятие линейной комбинации измерений, приводятся используемые в диссертации линейные комбинации, описываются полезные особенности тех или иных комбинаций. В разделе 2.3 диссертации рассматривается задача оценивания неоднозначности фазовых измерений, обсуждаются существующие подходы и описывается используемый в работе метод разрешения фазовой неоднозначности. Раздел 2.4 посвящён алгоритмам обнаружения и компенсации скачков фазовых циклов, проявляющихся в фазовых измерениях, особенно на малых углах приёма. Описан подход, применяемый в работе для решения этой задачи.

2.1 Учёт факторов, влияющих на точность кодовых и фазовых траекторных измерений

Для решения задачи высокоточного оценивания ГНП необходимо как можно более точно компенсировать влияние факторов $q_{Di}(t)$, $q_{\Phi i}(t)$ из уравнения 1.22.

Факторы, влияющие на точность псевдодалномерных измерений:

$q_1(t)$ — фактор, порождённый уходом бортовых часов от момента шкалы времени центрального синхронизатора системы (системного времени);

$q_2(t)$ — фактор, порождённый уходом часов приёмной аппаратуры от системного времени;

$q_3(t)$ — задержка навигационного сигнала в ионосферном слое Земли в единицах длины;

$q_4(t)$ — задержка навигационного сигнала в тропосферном слое Земли в единицах длины;

- $q_5(t)$ — погрешности измерений, порождённые релятивистскими эффектами;
- $q_6(t)$ — смещение и вариация фазового центра передающей антенны НС относительно центра масс НС;
- $q_7(t)$ — смещение и вариация фазового центра приёмной антенны потребителя относительно геометрического центра приёмной антенны;
- $q_8(t)$ — смещение антенны потребителя из-за приливных эффектов;
- $q_9(t)$ — погрешности, связанные с неточным знанием эфемерид НС, погрешности приведения координат НС в Гринвичскую систему координат, погрешности приведения координат НС к моменту прихода навигационного сигнала на приёмную антенну потребителя;
- $q_{10}(t)$ — погрешности от многопутности распространения навигационного сигнала;
- $q_{11}(t)$ — wind-up эффект;
- $q_{12}(t)$ — задержки навигационного сигнала в радиотрактах передающей аппаратуры НС в единицах длины;
- $q_{13}(t)$ — задержки навигационного сигнала в радиотрактах приёмной аппаратуры в единицах длины;
- $q_{14}(t)$ — погрешности случайной природы, включающие шумы измерений.

Необходимо отметить, что перечисленные одноимённые факторы для кодовых измерений стандартной и повышенной точности и, особенно, для фазовых измерений имеют разный уровень.

В порядке сравнения характеристик кодовых и фазовых измерений необходимо отметить следующее:

1. Факторы $q_1, q_2, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9$ в одинаковой степени влияют на точность кодовых и фазовых измерений.
2. Задержки навигационного сигнала в ионосферном слое в $q_3(t) = c \cdot \tau(t)$ входят в уравнения кодовых и фазовых измерений с противоположными знаками.
3. Фактор q_{10} , связанный с проявлением многопутности распространения навигационного сигнала. В фазовых измерениях изменяется в пределах

периода несущей, а в кодовых измерениях может принимать существенно большие значения.

4. Фактор q_{11} действует только на фазовые измерения.
5. Факторы q_{14} , определяющие уровень шумовой составляющей в фазовых измерениях в сотни раз меньше, чем в кодовых измерениях [42—44] что создаёт существенные преимущества в применении именно фазовых измерений для решения различного рода задач координатно-временных определений.
6. Проблемным вопросом применения фазовых измерений является наличие составляющей $N \cdot \lambda$, где N — целое число неизвестных фазовых циклов несущей в результатах измерений. Алгоритмы оценивания N , применяемые в диссертации описаны в разделе 2.3.

Остановимся более подробно на методах учёта и компенсации различных влияющих факторов.

Тропосфера

Задержка, вызываемая атмосферой, разделяется на «сухую» и «влажную» компоненты. Величина зенитной атмосферной задержки достигает 2.3 метров. Гидростатическая (сухая) задержка вызвана преломляющей способностью сухих газов (в основном O_2 и N_2) в тропосфере основной частью недипольной компоненты рефракции водяного пара. Остаточная рефракция водяного пара составляет главную часть влажной тропосферной задержки. Гидростатическая задержка составляет примерно 90 % от полной задержки для любой станции, но может варьироваться от 80 % до 100 % в зависимости от расположения станции, времени года и условий приёма сигнала. Сухая зенитная задержка рассчитывается априорно с высокой точностью при известном атмосферном давлении с использованием формулы Саастамойнена [15]:

$$d_{hz} = \frac{0.0022768 \cdot P_0}{1 - 0.00266 \cdot \cos 2\phi - 0.00000028 \cdot H} \quad (2.1)$$

где

d_{hz} — зенитная гидростатическая задержка в метрах;

P_0 — атмосферное давление в паскалях в месте приёма сигнала;

ϕ — долгота станции;

H — высота станции над уровнем моря.

В настоящее время не известно простого метода для расчёта точного априорного значения влажной зенитной тропосферной задержки. Таким образом, в высокоточных приложениях, требующих субдециметровой точности, остаточная влажная задержка оценивается в ходе решения задачи оценивания текущих навигационных параметров спутников вместе с другими факторами. Оценивание строится на параметризации полной тропосферной задержки следующего вида:

$$q_4(t) = d_{hz} \cdot m_h(e) + d_{wz} \cdot m_w(e) \quad (2.2)$$

где

d_{hz} — зенитная гидростатическая задержка;

d_{wz} — зенитная влажная задержка;

m_h — гидростатическая отображающая функция;

m_w — влажная отображающая функция;

e — угол возвышения спутника над горизонтом.

Отображающие функции задают зависимость тропосферной задержки от угла возвышения спутника над горизонтом. Разработано большое количество различных функций отображения, таких как модели Блэка [44], Хопфилд [42], Саастамойнена [45], Ниэлля [46] и др. Широкое применение в задачах высокоточного местоопределения и оценивания навигационных параметров спутников в настоящее время находят модели Саастамойнена и Ниэлля. В настоящей работе предлагается применить в качестве отображающих функций модель GMF (Global Mapping Function) [47], которая является дальнейшим совершенствованием модели Ниэлля. Коэффициенты GMF рассчитываются с использованием долготы, широты и высоты над уровнем моря станции, а также времени года. GMF рекомендуется к использованию соглашениями IERS2010.

Релятивистские эффекты

Существует ряд релятивистских эффектов, которые вносят существенные искажения в измерения псевдодальности. Первая группа эффектов связана с разностью хода часов расположенных на поверхности Земли и на борту навига-

онного спутника. Это вызвано различием гравитационного потенциала в этих точках. Обсуждаемая группа содержит два компонента:

1. Постоянная составляющая, которая зависит только от номинального значения радиуса орбиты НС. Эта составляющая компенсируется соответствующим изменением частоты бортового генератора при его создании. Данный эффект никак не компенсируется при обработке данных беззапросных измерений и не будет более обсуждаться в работе.
2. Периодическая составляющая, возникающая из-за эксцентриситета реальной орбиты. Данный эффект должен учитываться при предварительной обработке данных GPS при помощи следующей формулы [48; 49]:

$$q_{relc}(t) = -2 \frac{\mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{v}_u(t)}{c^2} \quad (2.3)$$

При обработке данных системы ГЛОНАСС не требуется учёт периодической составляющей релятивистской поправки часов, так как данный эффект учтён в передаваемых эфемеридах [50].

Вторая группа релятивистских эффектов, требующих учёта при высокоточных приложениях, связана с влиянием разности гравитационных потенциалов на дальномерный сигнал в месте его излучения и приёма. Поправка, позволяющая исключить влияние данного релятивистского эффекта, рассчитывается по формуле [51]:

$$q_{relg}(t) = \frac{2\mu}{c^2} \ln \frac{\|\mathbf{u}_S\| + \|\mathbf{u}_R\| + \rho(\mathbf{u}_S, \mathbf{u}_R)}{\|\mathbf{u}_S\| + \|\mathbf{u}_R\| - \rho(\mathbf{u}_S, \mathbf{u}_R)} \quad (2.4)$$

Итоговая релятивистская поправка включает сумму описанных выше поправок:

$$q_5(t) = q_{relg}(t) + q_{relc}(t) \quad (2.5)$$

Приливные эффекты

Приливными эффектами принято называть периодические смещения земной коры и находящихся на ней станций из-за гравитационного воздействия небесных тел на геопотенциал Земли и центрифугальных эффектов, возникающих при изменении положения оси вращения в теле Земли [14]. Приливные

деформации достигают нескольких десятков сантиметров и разделяются на три группы факторов:

1. Твердотельные приливы (Solid Earth Tides) — $q_{stide}(t)$ [14]
 Это деформации твёрдого тела Земли, возникающие из-за гравитационного воздействия Солнца, Луны и других небесных тел. Исследования показывают [15; 52], что твёрдое тело Земли нельзя считать эластичным телом, что вносит дополнительные трудности в расчёт смещения от твердотельных приливов. Появляется фазовая задержка в реакции тела Земли на воздействующую силу.
2. Океаническое приливное давление (Ocean Tidal Loading) — $q_{otide}(t)$ [15]
 Океанические приливы вызывают периодическое перераспределение массы мирового океана. Смещение вызвано реакцией коры Земли на изменение давления, оказываемого таким перераспределением масс на прибрежные области.
3. Полярные приливы (Pole Tides) — $q_{ptide}(t)$ [15]
 Влияние заключается во вращательной деформации твёрдого тела Земли из-за движения полюсов (изменения положения оси вращения в теле Земли) благодаря действию центрифугальных сил.

Суммарный эффект приливных деформаций Земли и связанных с ним вариаций положения наземных станций выражается в форме:

$$q_8 = q_{stide}(t) + q_{otide}(t) + q_{ptide}(t) \quad (2.6)$$

Подробные данные для расчётов $q_{stide}(t)$, $q_{otide}(t)$, $q_{ptide}(t)$ даны в [15; 18].

Уход наземных и бортовых часов

Уходы бортовых часов $q_1(t) = c \cdot \Delta T_S(t)$ и часов приёмной аппаратуры $q_2(t) = c \cdot \Delta T_R(t)$, выраженные в единицах длины, непосредственно влияют на результаты псевдодальномерных измерений.

Уход бортовых часов НС подлежит оценке. Следует отметить, что бортовые часы являются высокостабильными стандартами частоты и уход таких часов представляется в виде линейной модели следующего вида:

$$q_2(t) = c \cdot (\tau_{offset} + t \cdot \tau_{drift})$$

где

τ_{offset} — постоянное смещение бортовых часов в с;

τ_{drift} — дрейф часов, в с/с;

Параметры τ_{offset} и τ_{drift} , как правило, дополняют расширенный вектор состояния НС и подлежат оценке в ходе решения задачи оценивания текущих навигационных параметров.

Поскольку оценивание уходов бортовых и наземных часов не является темой данного исследования, методы оценивания таких уходов [53—55] не рассматриваются здесь в подробностях. Предполагается что оценки уходов часов получены иными методами и известны с большой точностью.

Задержки навигационного сигнала в радиотрактах передающей и приёмной аппаратуры

Задержки сигналов близко связаны с уходами часов и действуют на результаты псевдодальномерных измерений аналогично.

В условиях решения поставленной задачи с использованием данных ГСВЧ, данные о задержках в приёмной аппаратуре получены с помощью независимой калибровки приёмников и известны с высокой точностью.

Задержки в радиотрактах передающего оборудования НС, учитывая их линейную зависимость с отклонениями бортовых часов, включены в оценки параметров нестабильности бортовых часов. При этом, главным условием справедливости такого подхода является стабильность аппаратурных задержек во времени. Данные исследований показывают, что данные задержки можно считать стабильными на интервалах около месяца [56; 57].

Смещения и вариации фазовых центров приёмных и передающих антенн

Уравнения движения НС задаются относительно его центра масс. Однако навигационный сигнал излучается передающей антенной, координаты которой отличаются от центра масс на величину до 3 метров. Смещение фазового центра передающей антенны относительно центра масс спутника зависит от конструк-

ции спутника. Информация о смещении передаётся пользователям создателями НС после его запуска. Смещение является трёхмерным вектором, постоянным в объектоцентрической системе координат. Но, поскольку система контроля ориентации НС постоянно поддерживает направление антенн на центр Земли, в системе координат, связанной с приёмником, направление этого вектора постоянно меняется и требует пересчёта. Кроме того, в зависимости угла надира между направлением антенны НС и приёмником, происходит вариация фазового центра передающей антенны. Для высокоточных приложений данный эффект становится существенным и требует коррекции.

Аналогично, существуют смещения и вариации фазового центра антенны приёмника. Смещение фазового центра относительно опорной точки антенны сообщается производителем антенны и является постоянным вектором в системе координат, связанной с Землёй. Вариация фазового центра приёмной антенны зависит от угла возвышения над горизонтом и азимута спутника, с которого принят дальномерный сигнал.

Международная служба IGS поддерживает базу данных о смещениях и вариациях фазовых центров передающих антенн НС и приёмных антенн основных мировых производителей в формате ANTEX [18].

Поскольку смещения фазовых центров антенн в ANTEX даны в объектоцентрических системах координат, необходимо рассчитать матрицы для перехода из объектоцентрической системы в земную. Поправка за смещения и вариации фазовых центров передающей и принимающей антенны рассчитывается следующим образом:

$$q_6(t) = \Omega_S(t) \cdot \Delta \mathbf{u}_{Soff} + \Delta \mathbf{u}_{Svar}(t)$$

$$q_7(t) = \Omega_R \cdot \Delta \mathbf{u}_{Roff} + \Delta \mathbf{u}_{Rvar}(t)$$

где

$\Omega_S(t)$ — матрица перехода из объектоцентрической системы координат навигационного спутника в земную;

Ω_R — матрица перехода из локальной системы координат NEU в земную;

$\Delta \mathbf{u}_{Soff}$ — постоянное смещение фазового центра передающей антенны;

$\Delta \mathbf{u}_{Svar}(t)$ — вариация фазового центра передающей антенны;

$\Delta \mathbf{u}_{Roff}$ — постоянное смещение фазового центра приёмной антенны;

$\Delta \mathbf{u}_{Rvar}(t)$ — вариация фазового центра приёмной антенны.

Wind-up эффект

Данный эффект воздействует только на фазовые измерения. Причина возникновения - круговая поляризация несущей навигационного сигнала ГНСС. Wind-up эффект зависит от взаимной ориентации приёмной и передающей антенны и направления на спутник.

Для стационарного приёмника описываемое воздействие на псевдофазовые измерения вызвано только движением НС. Спутнику при движении по орбите необходимо вращаться, для того чтобы солнечные панели всегда были направлены на Солнце. Такое вращение вызывает вариации в фазе несущей, которое приёмник воспринимает как изменение дальности.

В работах [18; 58] описаны формализмы для вычисления величины wind-up эффекта.

2.2 Линейные комбинации кодовых и фазовых измерений

2.2.1 Модель кодовых и фазовых измерений

Запишем уравнения кодовых и фазовых измерений (1.22) для соответствующих частотных диапазонов, полученных на приёмнике i от спутника k , в следующем виде:

$$\begin{aligned} D_{1k}^i &= \rho_k^i + I_k^i \cdot f_2^2 / (f_1^2 - f_2^2) + \sum q_k^i \\ D_{2k}^i &= \rho_k^i + I_k^i \cdot f_1^2 / (f_1^2 - f_2^2) + \sum q_k^i \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{1k}^i &= \rho_k^i - I_k^i \cdot f_2^2 / (f_1^2 - f_2^2) + b_{1k}^i \cdot \lambda_1 + \sum q_k^i \\ \Phi_{2k}^i &= \rho_k^i - I_k^i \cdot f_1^2 / (f_1^2 - f_2^2) + b_{2k}^i \cdot \lambda_2 + \sum q_k^i \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь первый нижний индекс означает частотный диапазон навигационного сигнала,

I_k^i — параметр ионосферной задержки между k приёмником и i спутником,

f — частота несущей соответствующего диапазона,

b_{1k}^i, b_{2k}^i — фазовые смещения, которые состоят из 3 составляющих:

$$\begin{aligned} b_{1k}^i &= N_{1k}^i + \delta\Phi_{1k} - \delta\Phi_1^i \\ b_{2k}^i &= N_{2k}^i + \delta\Phi_{2k} - \delta\Phi_2^i \end{aligned} \quad (2.9)$$

Здесь N_1 и N_2 — целочисленные значения фазовой неоднозначности, $\delta\Phi_{1k}$ и $\delta\Phi_{2k}$ — фазовые задержки, возникающие в аппаратуре приёмника, $\delta\Phi_1^i$ и $\delta\Phi_2^i$ — фазовые задержки в аппаратуре спутника.

2.2.2 Линейные комбинации

В установившейся мировой практике для решения задач оценивания фазовой неоднозначности, а также задач идентификации и исправления потери фазовых циклов принято использовать линейные комбинации навигационных наблюдений.

Широкополосная комбинация

Одна из таких комбинаций, широко применяемая в спутниковых навигационных технологиях, носит название «широкополосная» (англ. Wide-Lane) и выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} D_{WL} &= (f_1 D_1 + f_2 D_2) / (f_1 + f_2) = \rho + I \cdot f_1 f_2 / (f_1^2 - f_2^2) + \sum q_i \\ \Phi_{WL} &= (f_1 \Phi_1 - f_2 \Phi_2) / (f_1 - f_2) = \rho + I \cdot f_1 f_2 / (f_1^2 - f_2^2) + b_{WL} \lambda_{WL} + \sum q_i \end{aligned} \quad (2.10)$$

где $\lambda_{WL} = c / (f_1 - f_2) \approx 86$ см — длина волны широкополосной комбинации;

$b_{WL} = b_1 - b_2$ - фазовое смещение широкополосной комбинации.

Узкополосная комбинация

Ещё одна линейная комбинация, используемая в диссертации для обнаружения и исправления фазовых скачков - узкополосная (англ. Narrow-Lane), определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\Phi_{NL} &= \Phi_1 - \Phi_2 = I + \lambda_1 b_{WL} - \lambda_{NL} b_2 \\ D_{NL} &= D_2 - D_1 = I\end{aligned}\quad (2.11)$$

где $\lambda_{NL} = \lambda_2 - \lambda_1 \approx 10$ см — длина волны узкополосной комбинации.

Ионосферосвободная комбинация

Комбинация, широко применяемая для решения всего спектра задач высокоточных координатно-временных определений. Преимуществом данной комбинации является то, что в ней отсутствует влияние ионосферной рефракции за счёт подбора коэффициентов. Ионосферосвободная комбинация выражается следующим уравнением:

$$\begin{aligned}\Phi_c &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \Phi_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \Phi_2 = \rho + b_c + \sum q_i \\ D_c &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} D_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} D_2 = \rho + \sum q_i\end{aligned}\quad (2.12)$$

здесь b_c — фазовое смещение ионосферосвободной комбинации

$$b_c = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_1 b_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 b_2$$

2.3 Сравнение подходов к оцениванию неоднозначности фазовых измерений

Проблема разрешения фазовой неоднозначности измерений не один десяток лет привлекает интерес со стороны исследователей со всего мира.

Разрешение фазовой неоднозначности благотворно сказывается на точности оценок. Погрешность оценок снижается в 2-3 раза [57; 59] при правильно разрешённых неоднозначностях.

Существует несколько основных подходов к разрешению неоднозначности.

1. Во вторых разностях измерений с формированием широко- и узкополосной линейной комбинации [59—66];
2. Во вторых разностях измерений на исходных частотах [67—70];

3. В абсолютных измерениях с формированием широко- и узко-полосной линейной комбинации [71–77];

Разрешение неоднозначностей на исходных частотах имеет существенный недостаток - количество неизвестных в системе уравнений увеличивается примерно на 70–80 %, поскольку неоднозначности составляют большую часть неизвестных. В таблице 2.1 показано количество неизвестных для типичного сценария решения полной орбитальной задачи для различных подходов разрешения неоднозначности. Предполагается использование измерений с 80 станций и совместное оценивание параметров спутников GPS и ГЛОНАСС.

По причине существенно меньшего числа неизвестных было принято решение использовать первый, наиболее широко используемый метод разрешения фазовой неоднозначности.

Отдельным вопросом в настоящее время стоит разрешение фазовой неоднозначности для измерений системы ГЛОНАСС [78–80]. Дополнительная сложность заключается в наличии смещений [81–84] фазовых и кодовых измерений, также называемых межлитерными задержками. Природа этих задержек кроется в различных частотах, на которых излучают сигналы спутники ГЛОНАСС. В настоящее время задача разрешения фазовой неоднозначности для измерений ГЛОНАСС в полной мере не решена.

Таблица 2.1 — Количество неизвестных в полной орбитальной задаче

| Оцениваемые параметры | Подход 1 | Подход 2 | Подход 3 |
|-------------------------------|----------|----------|----------|
| Часы станций | 80 | | |
| Часы спутников | 56 | | |
| Тропосферные параметры | 80 | | |
| Начальные условия движения НС | 616 | | |
| Координаты станций | 240 | | |
| Неоднозначности | 8960 | 17920 | 8960 |
| Всего | 10032 | 18992 | 10032 |

2.3.1 Описание используемого метода разрешения фазовой неоднозначности

Как видно из уравнения (2.9), целочисленная природа неоднозначностей абсолютных фазовых измерений искажается наличием неизвестных по величине задержек, возникающих в трактах приёмной и передающей аппаратуры. Эмпирически известно [61], что эти задержки стабильны, но их наличие препятствует разрешению фазовой неоднозначности абсолютных фазовых измерений.

Формируя вторые разности [85] фазовых измерений между двумя приёмниками k, l и двумя спутниками i, j получаем возможность оценить целочисленную неоднозначность:

$$\begin{aligned}
 b_{kl}^{ij} &= (b_k^i - b_k^j) - (b_l^i - b_l^j) = \\
 &= (N_k^i + \delta\Phi_k - \delta\Phi^i) - (N_k^j + \delta\Phi_k - \delta\Phi^j) - \\
 &- (N_l^i + \delta\Phi_l - \delta\Phi^i) + (N_l^j + \delta\Phi_l - \delta\Phi^j) = \\
 &= (N_k^i - N_k^j) - (N_l^i - N_l^j) = N_{kl}^{ij}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Индексы частоты здесь опущены, поскольку уравнение (2.13) справедливо для всех частот и их линейных комбинаций.

Методика разрешения неоднозначности включает 2 шага:

1. Разрешение неоднозначности в широкополосной комбинации N_{WL} (2.10). Этот шаг не требует предварительного решения и точного знания каких-либо параметров и основывается на использовании только измерений.
2. Разрешение неоднозначности ионосферосвободной комбинации N_c (2.12).

Широкополосная неоднозначность

Из уравнения (2.8) можно сформировать линейную комбинацию фазовых измерений, называемую широкополосной, уравнение (2.10).

Фазовое смещение такой комбинации также является линейной комбинацией фазовых смещений на исходных частотах и сохраняет целочисленную природу неоднозначностей:

$$b_{WLk}^i = b_{1k}^i - b_{2k}^i$$

Из-за относительно большой длины волны комбинации (примерно 86 см), можно оценить b_{WLk}^i используя разность широкополосной фазовой и кодовой комбинации путём её осреднения. Из уравнения (2.10) получаем:

$$b_{WLk}^i = \frac{1}{\lambda_{WL}} (\Phi_{WLk}^i - D_{WLk}^i)$$

Усредняя это уравнение для двух станций k, l и двух спутников i, j и формируя вторую разность по (2.13), получаем целочисленную неоднозначность:

$$N_{WLkl}^{ij} = \langle b_{WLk}^i \rangle - \langle b_{WLl}^i \rangle - \langle b_{WLk}^j \rangle + \langle b_{WLl}^j \rangle = N_{1kl}^{ij} - N_{2kl}^{ij} \quad (2.14)$$

Вариация оценки N_{WLkl}^{ij} будет равна сумме вариаций индивидуальных оценок фазовых смещений. Данный метод позволяет получить оценку неоднозначности вне зависимости от информации об орбитах спутников, часах и других влияющих факторов. На оценку будут влиять лишь факторы шума и многопутности. Единственным условием работоспособности метода является отсутствие скачков фазовых циклов в обрабатываемом треке измерений. Вопросы идентификации и исправления фазовых скачков рассмотрены в параграфе 2.4 диссертации.

Неоднозначности ионосферосвободной комбинации

Фазовые смещения ионосферосвободной комбинации b_c из уравнения (2.12) дополняют вектор оцениваемых параметров. Формируя двойные разности фазовых смещений и используя уравнение (2.13) получаем следующую комбинацию целочисленных неоднозначностей исходных измерений:

$$b_{ckl}^{ij} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_1 N_{1kl}^{ij} - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 N_{2kl}^{ij}$$

Далее, используя соотношение (2.14), можно переписать это уравнение следующим образом:

$$\begin{aligned} b_{ckl}^{ij} &= \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 N_{WLkl}^{ij} + \frac{f_1^2 \lambda_1 - f_2^2 \lambda_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{1kl}^{ij} \\ &= \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 N_{WLkl}^{ij} + \lambda_c N_{1kl}^{ij} \end{aligned} \quad (2.15)$$

где λ_c — длина волны ионосферосвободной комбинации.

Как правило, решение с плавающими неоднозначностями позволяет оценить величину с достаточной точностью [86] для однозначного разрешения неоднозначности.

Разрешение неоднозначности

При известных $b_{c_{kl}}^{ij}$ и $N_{WL_{kl}}^{ij}$, используя уравнения (2.15) и (2.14), нетрудно вычислить оценки неоднозначностей $N_{1_{kl}}^{ij}$ и $N_{2_{kl}}^{ij}$. Для разрешения фазовой неоднозначности необходимо округлить полученные оценки к ближайшему целому числу.

Для того чтобы определить следует ли округлять неоднозначность и считать её разрешённой, необходимо выбрать некоторый критерий корректности округления. Предлагается избрать в качестве такого критерия функцию вероятности правильного округления вида

$$P_0 = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{m - (N - I)}{\sigma \cdot \sqrt{2}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{m + (N - I)}{\sigma \cdot \sqrt{2}} \right)$$

где

N — оцененная неоднозначность, в циклах;

I — ближайшее целое к оценке неоднозначности;

σ — СКО оцененной неоднозначности, в циклах;

erfc — широко используемая в статистике дополнительная функция ошибок

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$$

Из всех широкополосных и ионосферосвободных неоднозначностей кандидатами на разрешение становятся те, вероятность P_0 для которых превышает 0.995. Кандидаты пополняют общий список неоднозначностей.

Полученный список сортируется по вероятности разрешения P_0 . Поскольку число возможных вторых разностей превышает число неоднозначностей, не все из них являются линейно независимыми. Из списка последовательно выбираются линейно независимые неоднозначности с помощью модифицированного процесса Грэма-Шмидта [87; 88].

Описанный процесс разрешения неоднозначности повторяется итерационно. Уже разрешённые неоднозначности формируют новое значение $b_{c_{kl}}^{ij}$ и подставляются обратно в систему уравнений, что в свою очередь повышает точность определения остальных параметров, в том числе других неоднозначностей.

2.4 Обнаружение и компенсация потерь фазовых циклов

Для успешного разрешения неоднозначности фазовых измерений требуются продолжительные сеансы измерений, при которых приёмник удерживает захват навигационного сигнала и непрерывно следит за изменением фазы несущей. Тогда по всему сеансу измерений оценивается только одна величина - начальная неоднозначность фазовых измерений. Однако зачастую приёмник в ходе сеанса измерений теряет сигнал спутника по различным причинам — низкое соотношение сигнал/шум, перекрытие видимости спутника внешними объектами: домами, деревьями и т. п. Тогда при восстановлении слежения за несущей приёмник должен начать отсчёт фазовых циклов заново. Такая ситуация в литературе называется потерей фазовых циклов.

В ходе предварительной обработки [89] необходимо обнаружить такие потери и по возможности исправить. Если исправление невозможно - сеанс измерений разбивается на 2 части: до потери фазовых циклов и после. Далее параметры неоднозначности отдельно оцениваются для разных частей. Увеличение числа оцениваемых параметров ухудшает обусловленность системы уравнений и ослабляет решение. Поэтому большое внимание уделяется алгоритмам предварительной обработки для обнаружения и компенсации потерь фазовых циклов.

Для решения поставленных в диссертации задач к алгоритму обнаружения и компенсации потерь фазовых циклов предъявляются определённые требования, являющиеся следствиями требований, выдвигаемым к разрабатываемому алгоритму оценивания ТНП:

1. Использование в качестве исходных данных двухчастотных измерений по кодам высокой точности. Предполагается использовать для обработки беззапросные измерительные станции сетей IGS и СДКМ, которые

имеют в своём составе приёмники геодезического класса. Такие приёмники обязательно имеют возможность проводить двухчастотные измерения.

2. Возможность обработки данных каждой индивидуальной станции, без формирования разностей между станциями и спутниками.
3. Отсутствие необходимости привлекать высокоточные данные об орбитах и шкалах времени спутников, поскольку такие данные в момент решения задачи отсутствуют.
4. Интервал проведения дальномерных измерений — не менее 30 секунд. Большинство станций сетей IGS и СДКМ проводят измерения с интервалом 30 с.

Существует множество работ, посвящённых таким алгоритмам. [65; 90—98]. Почти все алгоритмы основаны на использовании тех или иных линейных комбинаций измеряемых параметров. Однако, большинство существующих алгоритмов требуют формирования вторых разностей измерений [93—95]. В некоторых алгоритмах в качестве исходных данных используются высокочастотные измерения с интервалом в 1 секунду [99]. Наиболее точные из существующих алгоритмов на основе применения PPP (англ. Precise Point Positioning) требуют наличия высокоточных эфемерид. Алгоритм, разработанный в диссертации является усовершенствованием известного и широко используемого алгоритма, описанного в работе [98].

Вернёмся к уравнению (2.8), в которое входят неоднозначности N_1 и N_2 , которые претерпевают целочисленный скачок при потере слежения за несущей сигнала. В данном разделе опускаются неизвестные фазовые задержки сигналов в трактах спутника и приёмника $\delta\Phi$, поскольку они не влияют на величину скачков фазы, которая всегда составляет целое число циклов. Скачки фазы на частотах $L1$ и $L2$ представляются в виде:

$$\Delta N_1 = N_1' - N_1$$

$$\Delta N_2 = N_2' - N_2$$

где

N_1' , N_2' — значение фазовой неоднозначности после потери фазовых циклов на

частотах $L1$ и $L2$ соответственно;

N_1, N_2 — значение фазовой неоднозначности до потери фазовых циклов.

Как правило, потеря фазовых циклов на различных частотных каналах происходит независимо и на неодинаковые величины. Таким образом, алгоритм должен обеспечивать независимую идентификацию и исправление фазовых скачков ΔN_1 и ΔN_2 . Чаще всего для решения этой задачи используется широкополосная и узкополосная комбинации измерений, определяемые уравнениями (2.10) и (2.11).

Нетрудно заметить, что неоднозначность N_{WL} не зависит от геометрической дальности, ионосферной рефракции и факторов, влияющих на точность дальномерных измерений, которые действуют на кодовые и фазовые измерения одинаково. Остаются лишь шумовые факторы и влияние многопутности. При хороших условиях приёма и качественном приёмнике с помощью данной комбинации возможно оценить значение фазовой неоднозначности широкополосной комбинации N_{WL} .

Далее на рисунках 2.1, 2.2 и 2.3 представлены примеры широкополосной комбинации в случае наличия фазовых скачков и при их отсутствии. Данные примеры получены с помощью приёмника Javad Sigma TRE-G3T на станции Новосибирск СНИИМ за 11.07.2016.

На рисунках видно характерное увеличение шумовой составляющей в начале и в конце дуги прохождения спутника. Данный эффект связан с многолучевостью сигнала. Также можно заметить, что для измерений ГЛОНАСС скачок менее выражен и его сложнее обнаружить.

В отличие от широкополосной комбинации, узкополосная не может напрямую быть использована для получения оценки значения фазовой неоднозначности N_2 поскольку длина волны λ_{NL} слишком мала по сравнению с шумом кодовых измерений и влиянием многопутности. Применяемый подход основывается на том, что ионосферный параметр I ведёт себя как достаточно гладкая функция.

На рисунке 2.4 показана узкополосная комбинация измерений по спутнику GPS6, соответствующая широкополосной комбинации, представленной на рисунке 2.2. Видны множественные скачки в середине дуги, частично совпадающие со скачками в широкополосной комбинации.

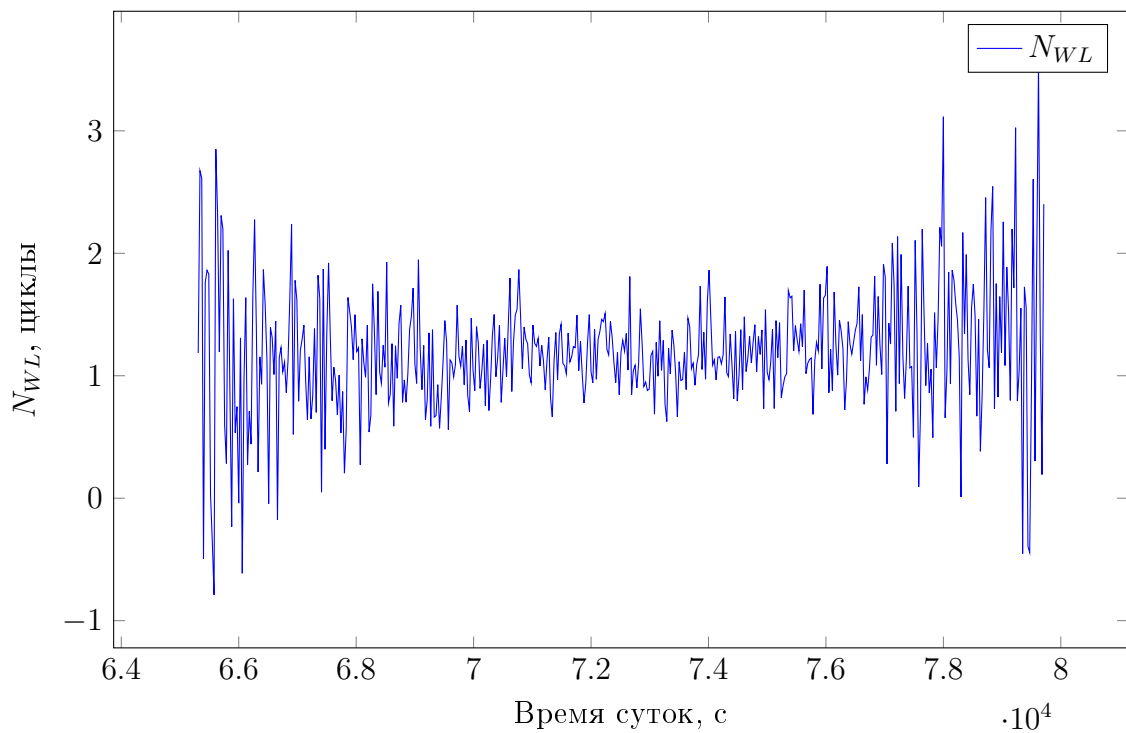


Рисунок 2.1 — Широкополосная комбинация для спутника GPS31. Скачки в комбинации отсутствуют

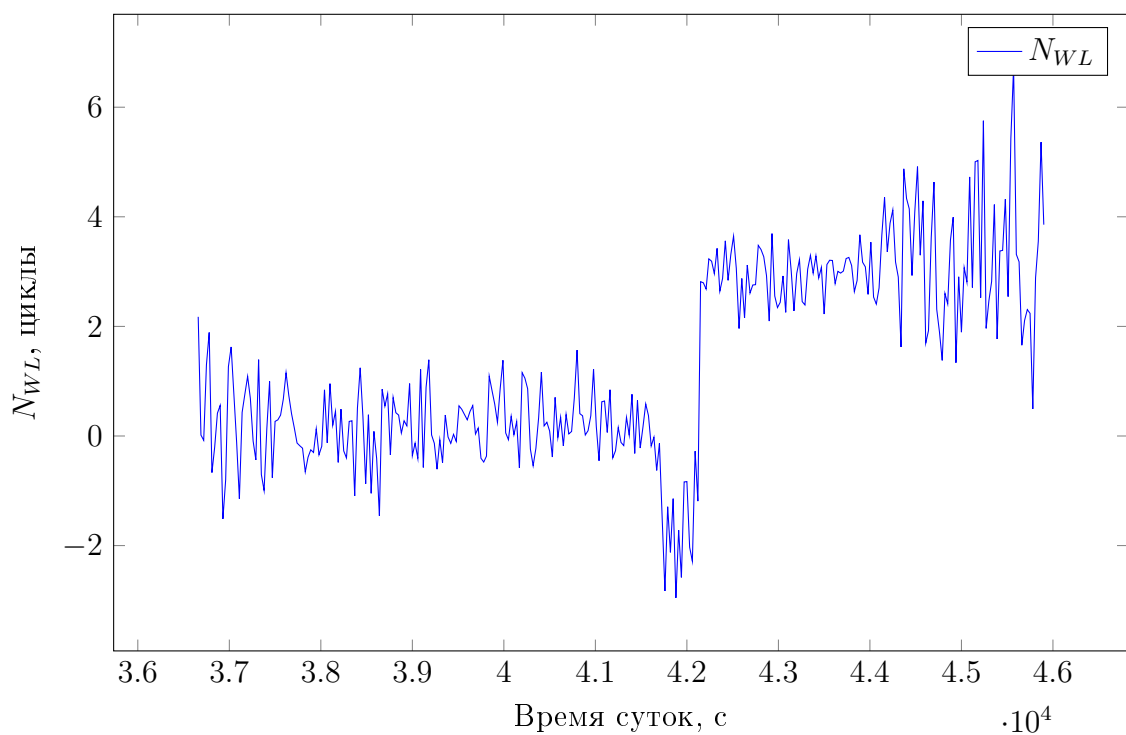


Рисунок 2.2 — Широкополосная комбинация для спутника GPS6. Два скачка на -2 и $+4$ цикла

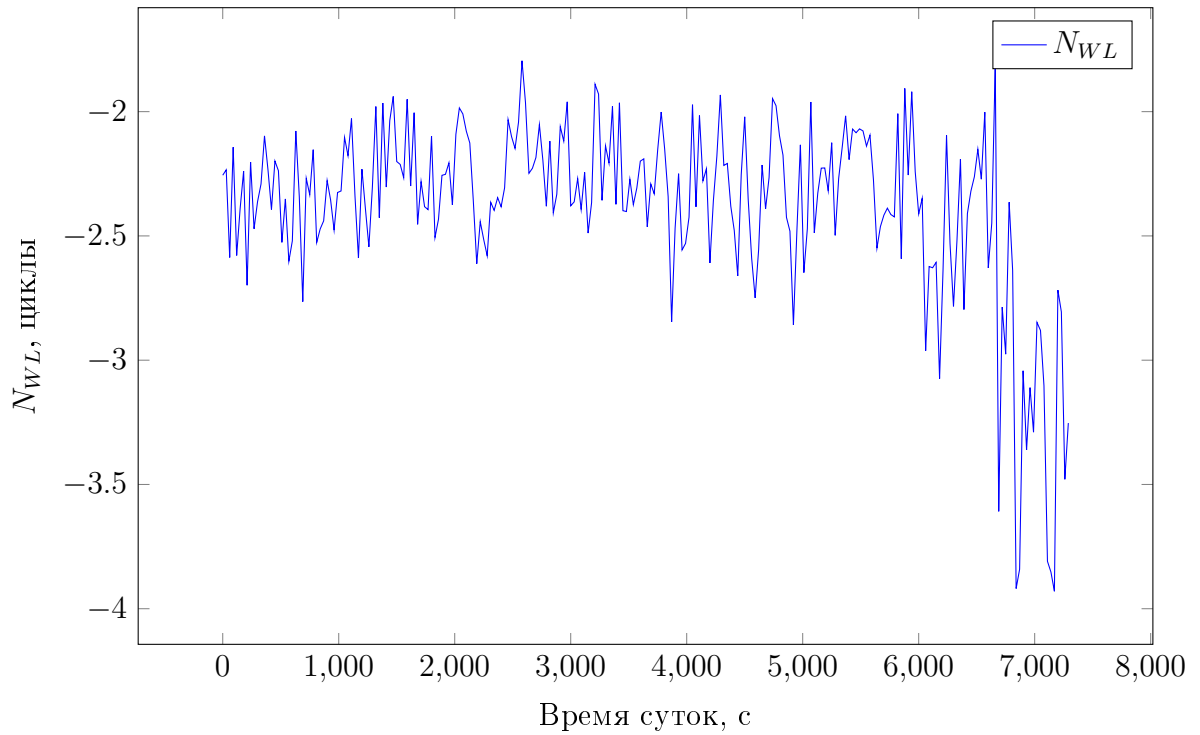


Рисунок 2.3 — Широкополосная комбинация для спутника GLONASS 1. Скачок в комбинации величиной 1 цикл

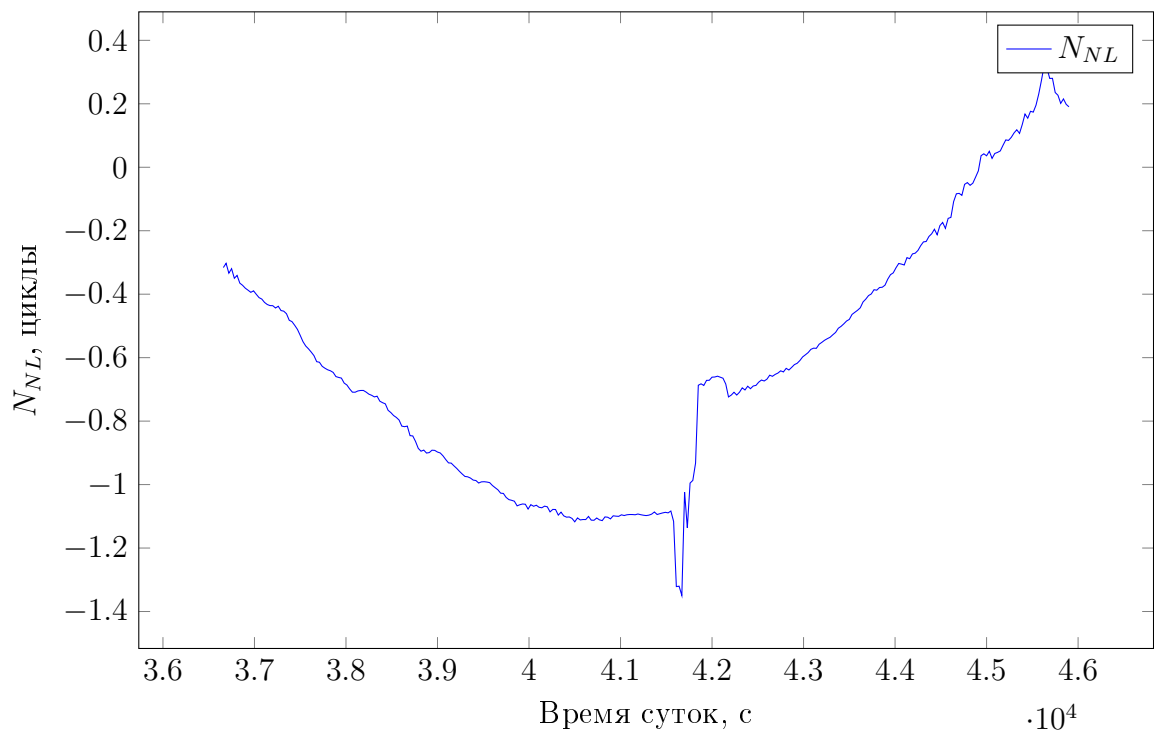


Рисунок 2.4 — Узкополосная комбинация для спутника GPS 6. Множественные разрывы в середине дуги

2.4.1 Обнаружение потерь фазовых циклов по широкополосной комбинации

Неоднозначность широкополосной комбинации с помощью уравнения оценивается независимо на каждую эпоху измерений. На каждом шаге итеративно пересчитываются оценки среднего значения $N_{WL} - \langle N_{WL} \rangle_i$ и СКО σ_{WL} с использованием следующих рекурсивных формул:

$$\begin{aligned} \langle N_{WL} \rangle_i &= \langle N_{WL} \rangle_{i-1} + \frac{1}{i} (N_{WL(i)} - \langle N_{WL} \rangle_{i-1}), \quad \langle N_{WL} \rangle_0 = N_{WL(0)} \\ \sigma_{WL(i)}^2 &= \sigma_{WL(i-1)}^2 + \frac{1}{i} \left[(N_{WL(i)} - \langle N_{WL} \rangle_{i-1})^2 - \sigma_{WL(i-1)}^2 \right], \quad \sigma_{WL(0)}^2 = 0,5 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Следующая оценка $N_{WL(i+1)}$ должна находиться в пределах $4\sigma_{WL}(i)$ от текущего среднего $\langle N_{WL} \rangle_i$. Отдельные выбросы, не соответствующие этому критерию запоминаются. Два выброса, идущих подряд и лежащих в пределах 1 цикла друг от друга, записываются как возможный фазовый скачок. Начиная с этих двух точек заново начинается расчёт среднего, и продолжается, пока снова не появляется возможный скачок фазовых циклов. Средние значения и СКО отрезков (дуг) сеанса измерений, разбитого описанным выше образом, сохраняются для дальнейшего анализа.

В отличие от существующих алгоритмов обнаружения, в работе предлагается начинать поиск не от первого измерения, а от измерения, соответствующего моменту наибольшего возвышения спутника над горизонтом. Чаще всего этот момент примерно соответствует середине трека измерений. Далее осуществляется перебор измерений от середины трека к краям, используя формулу (2.16). Преимуществом данного подхода является более точное обнаружение малых разрывов фазы в размере 1–2 циклов в условиях повышенного шума кодовых измерений. Такие ситуации возникают обычно при малых углах возвышения НС. При использовании существующего алгоритма в начале трека текущая оценка СКО σ_{WL} будет определяться первыми измерениями, которые из-за проявлений многолучёвости имеют большой шум. В усовершенствованном алгоритме рекуррентное значение σ_{WL} будет иметь, как правило, меньшую величину, поскольку определяется шумовыми характеристиками кодовых измерений, полученных при больших углах возвышения НС. Таким образом, при небольшой величине

скачка существующий алгоритм может пропустить его, тогда как усовершенствованный алгоритм позволит определить такой скачок.

Для иллюстрации описанной выше ситуации был проведён эксперимент по предварительной обработке измерений станции DGAV (остров Диего Гарсия, Великобритания; приёмник: JAVAD TRE G3TH DELTA) за 3 апреля 2016 года. На рисунке 2.5 представлена широкополосная комбинация N_{WL} для спутника GPS номер 7. Видно, что в начале трека между 1000 и 2000 секунд происходит скачок на -1 цикл. Если обрабатывать данные с начала трека, на момент возникновения скачка СКО комбинации $\sigma_{WL} = 0,68$ цикла, соответственно разрыв величиной 1 цикл не может быть обнаружен по критерию $4\sigma_{WL}$. Если же обработка трека начинается с середины, $\sigma_{WL} = 0,21$ цикла и скачок будет обнаружен.

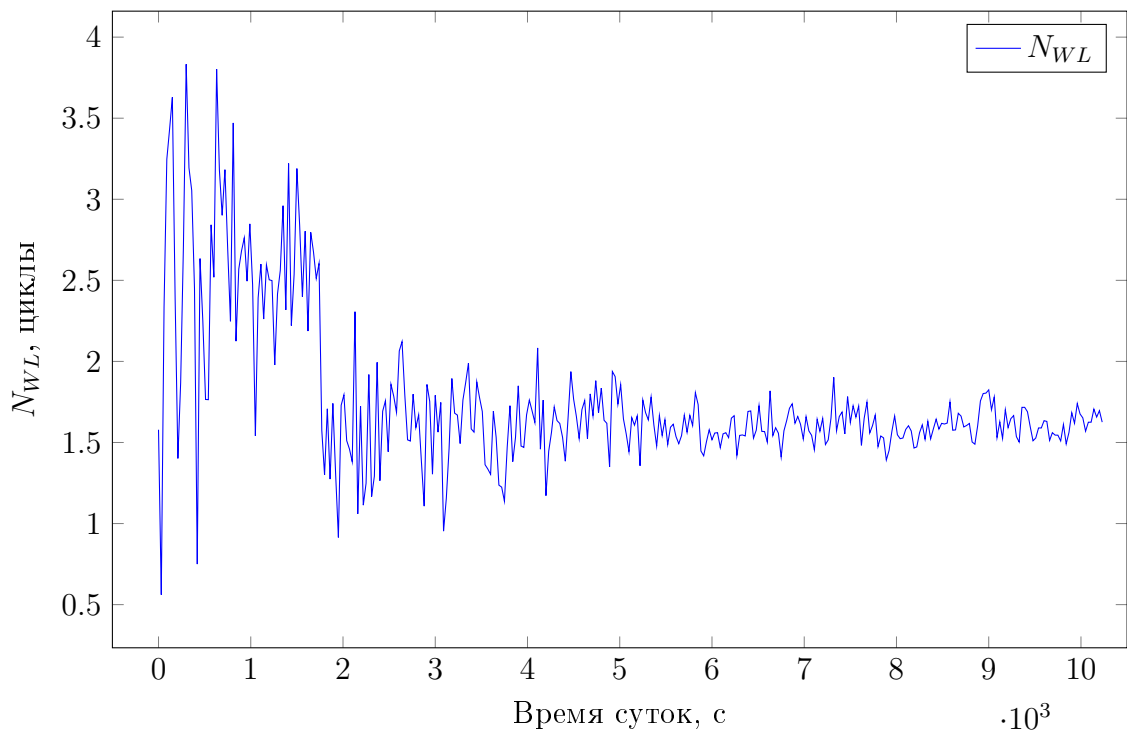


Рисунок 2.5 — Широкополосная комбинация станции DGAV для спутника GPS7

Далее для оценки величины фазового разрыва широкополосной комбинации и соединения дуг в одну проводятся следующие шаги. От сохранённых значений $\langle N_{WL} \rangle$ для каждой дуги отнимается значение, которому соответствует минимальная стандартная ошибка среднего σ_{WL}/N , где N — количество измерений в данной дуге. Целочисленный разрыв между двумя дугами определяется округлением полученной разности, если стандартная ошибка среднего меньше 0,15 цикла и дробная часть разности меньше 0,3 цикла (2 стандартных отклонения). Когда две дуги соединены таким образом, оценки среднего значения

фазовой неоднозначности объединённой дуги $\langle N_{WL} \rangle$ пересчитываются, чтобы статистически улучшить дальнейшее соединение дуг.

Для многочисленных случаев потери фазовых циклов идущих подряд в течение небольшого времени производится отбрасывание данных между первым и последним фазовым разрывом и дальнейшая попытка соединения полученных дуг.

2.4.2 Обнаружение потерь фазовых циклов по узкополосной комбинации

Для обнаружения скачков фазы в узкополосной комбинации (2.11) изначально делается предположение: везде, где произошёл скачок в широкополосной комбинации, он также произошёл в узкополосной. Необходимо, однако, учесть крайне маловероятное событие одновременного скачка фазы на обеих частотах на одну величину. Тогда скачка в широкополосной комбинации не произойдёт и разрыв не будет обнаружен. Чтобы идентифицировать такой скачок производится полиномиальное приближение Q к D_{NL} из уравнения (2.11) и разрывы ищутся в разности $\Phi_{NL} - Q$.

Стандартные статистические техники для определения степени приближающего полинома не применимы в данном случае из-за высокой корреляции ошибки многопутности с полиномами высокого порядка. Авторами статьи [98] эмпирически были получены оптимальные оценки для степени m такого полинома $m = \min[(N/100 + 1), 6]$.

В существующих методах, как правило, фазовые разрывы ищутся следующим образом. Контролируется величина

$$\Delta_{NL} = \Delta(\Phi_{NL} - Q) = (\Phi_{NL(i+1)} - Q_{i+1}) - (\Phi_{NL(i)} - Q_i),$$

где Q_i и $\Phi_{NL(i)}$ — значения соответствующих комбинаций в момент времени i .

Разрывом считается момент i , в который выполнены следующие условия

$$\begin{aligned} \Delta_{NL(i-1)} &= (\Phi_{NL(i)} - Q_i) - (\Phi_{NL(i-1)} - Q_{i-1}) > k\lambda_{NL} \\ \Delta_{NL(i)} &= (\Phi_{NL(i+1)} - Q_{i+1}) - (\Phi_{NL(i)} - Q_i) < \lambda_{NL} \end{aligned}$$

Значение k , как правило, выбирается равным 6 циклам, но может варьироваться в зависимости ионосферных условий.

Однако, подобный подход имеет ряд недостатков. Во-первых, не будут обнаружены скачки, меньшие чем априорно выбранное значение k , даже если характеристики шума фазовых измерений данного приёмника позволяют уверенно обнаруживать такие разрывы. Во-вторых, при малых углах места в некоторых приёмниках проявляется эффект, заключающийся в постепенном увеличении значения величины Δ_{NL} . Существующими методами проявление этого эффекта может быть ошибочно принято за фазовый скачок.

Для иллюстрации обсуждаемого эффекта были обработаны данные станции ARTI (г. Арти, Россия; приёмник JAVAD SIGMA) за 9 апреля 2016 года. На рисунке 2.6 представлена Δ_{NL} для измерений со спутника GPS номер 7. Видно, что абсолютное значение Δ_{NL} нарастает к краям трека. Как уже сказано выше, описанные в литературе методы ошибочно воспринимают такой эффект за разрыв либо за выброс. Это в свою очередь увеличивает число параметров, подлежащих оцениванию и ухудшает оценки остальных параметров.

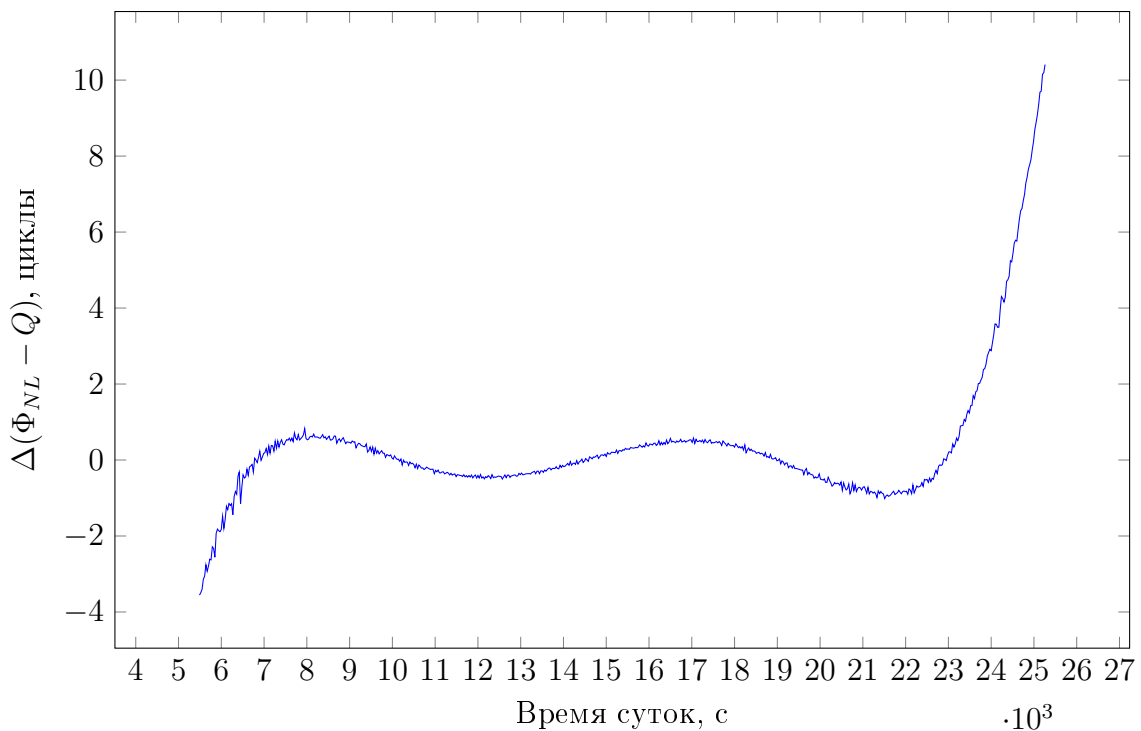


Рисунок 2.6 — Узкополосная комбинация станции ARTI для спутника GPS13

Для борьбы с вышеназванными недостатками существующих методов в исследовании предлагается применять адаптивный метод поиска фазовых разрывов, без априорного назначения минимально детектируемого узкополосного скачка k .

По аналогии с поиском скачков в широкополосной комбинации, будем итерационно рассчитывать скользящее среднее и СКО величины Δ_{NL} :

$$\langle \Delta_{NL} \rangle = \langle \Delta_{NL} \rangle_{i-1} + \frac{1}{i} (\Delta_{NL(i)} - \langle \Delta_{NL} \rangle_{i-1}),$$

$$\sigma_{NL(i)}^2 = \sigma_{NL(i-1)}^2 + \frac{1}{i} \left[(\Delta_{NL(i)} - \langle \Delta_{NL} \rangle_{i-1})^2 - \sigma_{NL(i-1)}^2 \right]$$

Скачок считается обнаруженным, когда

$$|\Delta_{NL(i)} - \langle \Delta_{NL} \rangle_{i-1}| > 4\sigma_{NL(i-1)}.$$

С момента обнаружения разрыва в узкополосной комбинации, величины $\langle \Delta_{NL} \rangle$ и σ_{NL} начинают рассчитываться заново.

Данный метод позволяет преодолеть оба отмеченных выше недостатка:

1. Если шум фазовых измерений имеет малую величину, благодаря оцениванию скользящего СКО, становится возможным обнаружить даже малые скачки в 1 цикл.
2. При проявлении граничных эффектов скользящее среднее «следит» за текущей величиной Δ_{NL} и ошибочно не определяет её увеличение как фазовый разрыв.

После соединения дуг широкополосной комбинации осуществляется аналогичная операция для дуг узкополосной комбинации. Квадратичное полиномиальное приближение к Φ_{NL} делается для дуги до фазового скачка и экстраполируется к моменту сразу после скачка. Зная N_{WL} с помощью уравнения (2.11) легко определить величину фазового скачка $\Delta N_2 = N'_2 - N_2$, отнимая экстраполированные значения от первых навигационных измерений после фазового разрыва.

До попытки соединения дуг узкополосной комбинации с помощью полиномиального приближения достоверность такого подхода проверяется на минимум 20 точках данных до рассматриваемого фазового разрыва. Считается достаточным, если для всех точек обратная экстраполяция даёт оценку величины фазового скачка менее 0,25 цикла.

После проверки оценивается величина ΔN_2 описанным выше способом. Если оценка $\Delta N_2 < 0.5$ — гипотеза о наличии потери фазовых циклов отвергается. Если оценка $\Delta N_2 > 0.5$ и отклонение от ближайшего целого менее 0,25 - в

качестве ΔN_2 принимается значение этого ближайшего целого. При известном ΔN_2 и ΔN_{WL} расчёт ΔN_1 не представляет трудностей.

В качестве финальной операции производится коррекция фазовых измерений на частотах $L1$ и $L2$ на целочисленное число циклов ΔN_1 и ΔN_2 , соответственно. Если невозможно соединить дуги по описанному алгоритму - неоднозначности каждой из дуг пополняют вектор оцениваемых параметров с полученными оценками в качестве начальных приближений.

2.4.3 Сравнительный анализ алгоритмов обнаружения потерь фазовых циклов

Для оценки эффективности разработанного алгоритма был проведён сравнительный анализ алгоритмов обнаружения потерь фазовых циклов. Для этого были обработаны данные 100 глобально распределённых станций сетей IGS и СДКМ за 1 июля 2016 года. Обрабатывались данные систем GPS и ГЛОНАСС. Правильность работы алгоритмов контролировалась с помощью анализа невязок фазовых измерений, получаемых после обработки по методу PPP [100] с использованием апостериорных высокоточных эфемерид международных служб. Если по результатам контроля оказывалось, что разрыва на самом деле не было — это засчитывалось как ложное срабатывание алгоритма. Не обнаруженные алгоритмом разрывы также фиксировались в ходе анализа.

В таблице 2.2 представлены результаты проведённого анализа. Алгоритмы сравнивались по характеристикам ложных срабатываний и не обнаруженных разрывов.

Из таблицы видно, что количество измерений и неоднозначностей практически не изменилось. Но существенно уменьшилось число ложных срабатываний по узкополосной комбинации, а также количество не обнаруженных разрывов в широкополосной и узкополосной комбинации.

Таким образом можно считать разработанный алгоритм обнаружения потерь фазовых циклов более эффективным, чем существующие. Его применение в конечном счёте приводит к повышению эффективности решения задачи оценивания ТНП.

Таблица 2.2 — Результаты сравнительного анализа алгоритмов обнаружения потерь фазовых циклов

| Параметр | Существующий алгоритм | Разработанный алгоритм | Изменение, % |
|---------------------------------|-----------------------|------------------------|--------------|
| Всего измерений | 4600988 | 4661560 | 0,2 % |
| Всего неоднозначностей | 14545 | 14541 | -0,02 % |
| Ложные срабатывания N_{WL} | 218 | 224 | 3 % |
| Ложные срабатывания N_{NL} | 212 | 174 | -18 % |
| Не обнаружено разрывов N_{WL} | 89 | 71 | -20 % |
| Не обнаружено разрывов N_{NL} | 43 | 33 | -23 % |

2.5 Основные результаты и выводы

Исходными данными для решения задачи оценивания ТНП спутников ГНСС являются псевдодальномерные кодовые и фазовые измерения. В уравнение измерений входят невязки измерений, избавленные от геометрических дальностей и влияния различных возмущающих факторов. Некоторые из факторов моделируются, используя априорно известные данные. Однако часть факторов не удаётся точно описать такими моделями, к числу таких факторов относятся влажная составляющая задержки сигнала в тропосферном слое. Параметры моделей этих факторов дополняют вектор неизвестных и подлежат уточнению.

Фазовые псевдодальномерные измерения имеют характеристики шума на 2 порядка меньше, чем кодовые. Однако использование фазовых измерений осложняется наличием в них не известной заранее фазовой неоднозначности.

Кроме того, иногда фазовые измерения претерпевают разрывы, называемые фазовыми скачками. Существуют методики идентификации и исправления таких фазовых скачков, описанные в разделе 2.4.

Фазовая неоднозначность дополняет вектор неизвестных и оценивается совместно с интересующими нас параметрами. Особняком стоит вопрос целочисленного разрешения фазовой неоднозначности. При определённых ограничениях и условиях такое разрешение возможно, что обсуждается в разделе 2.3. Для разрешения фазовой неоднозначности вводят понятие линейных комбинаций кодовых и фазовых измерений, используя особые свойства которых удаётся осуществить целочисленное разрешение.

Был разработан алгоритм обнаружения потерь фазовых циклов на основе применения широкополосной и узкополосной линейной комбинации. Разработанный алгоритм позволяет примерно на 20 % сократить количество ложных срабатываний и не обнаруженных фазовых разрывов. Это повышает эффективность решения задачи оценивания ТНП по данным беззапросных измерений.

Глава 3. Разработка и исследование эффективных алгоритмов оценивания ТНП

В настоящей главе рассматриваются вопросы повышения точности алгоритмов оценивания ТНП за счёт улучшения свойств матрицы результирующей системы уравнений и уменьшения погрешности численного интегрирования уравнений движения НС.

Для улучшения числа обусловленности матрицы в работе предлагается применение метода инструментальной переменной, заключающееся в интегральном преобразовании исходной матрицы. Дополнительной мерой улучшения свойств матрицы является масштабирование. Раздел 3.1 посвящён данным вопросам.

В разделе 3.2 рассмотрены существующие численные методы интегрирования дифференциальных уравнений для решения задачи выбора оптимального метода для интегрирования уравнений движения НС в условиях существования особенностей в правой части этих уравнений.

Раздел 3.3 посвящён вычислению элементов матрицы частных производных ТНП по начальным условиям движения. Эта матрица является основой решения задачи оценивания ТНП, помогая описать связь траекторных измерений с оцениваемыми параметрами.

Алгоритм оценивания текущих навигационных параметров пошагово описан в разделе 3.4. Он обобщает материал диссертационного исследования, изложенный в первых трёх главах.

3.1 Улучшение обусловленности матрицы системы алгебраических уравнений на основе метода инструментальных переменных

В основе задачи оценивания текущих навигационных параметров КА ГНСС лежат уравнения беззапросных траекторных измерений. Эти уравнения связывают вектор невязок измеренных кодовых и фазовых псевдодальностей ΔD с вектором поправок к начальным условиям уравнения движения КА — ΔY_0 , уравнение (1.21). Линеаризованное уравнение траекторных измерений по

одному КА с одной измерительной станции представляется в виде линейной формы

$$\Delta \mathbf{D} = U \cdot \Delta \mathbf{Y}_0 + \sum_{i=1}^{14} \Delta q_i(t) \quad (3.1)$$

матрицы $U = \left[\frac{\partial D_j}{\partial \mathbf{Y}_0}, j = 1 \dots m \right]$, размером $m \times n$ и состоящей из функций $\frac{\partial D_j}{\partial \mathbf{Y}_0}$, представляющих собой комбинации произведений направляющих косинусов по радиотрассе измерений и производных текущих параметров орбиты по начальным условиям уравнения движения КА \mathbf{Y}_0 [32]. Здесь m — количество измерений, n — размерность вектора \mathbf{Y}_0 , количество начальных условий движения НС. В уравнении (3.1) $\Delta q_i(t)$ — некомпенсированные факторы, влияющие на точность траекторных измерений.

Традиционно уравнение измерений (3.1) с n неизвестными параметрами \mathbf{Y}_0 доопределяется до системы m алгебраических уравнений путём фиксации этого уравнения в моменты времени t_k , $k = 1 \dots k$; $k > 6$ и решается относительно некоторого начального приближения $\tilde{\mathbf{Y}}_0$. Текущие навигационные параметры КА — $\hat{X}(t)$ восстанавливаются в результате интегрирования уравнений движения КА, в котором в качестве начальных условий используются полученный вектор оценок $\hat{\mathbf{Y}}_0 = \tilde{\mathbf{Y}}_0 + \Delta \mathbf{Y}_0$.

В математическом плане задача оценивания вектора начальных условий \mathbf{Y}_0 сводится к решению системы алгебраических уравнений

$$U \cdot \Delta \mathbf{Y}_0 = \Delta \mathbf{D} + \Delta \mathbf{q} \quad (3.2)$$

с неточно заданной правой частью. В уравнении (3.2) вектор $\Delta \mathbf{q}$ образован факторами $\Delta q_i(t)$, влияющими на точность траекторных измерений.

Система (3.2), как правило, является переопределённой, поскольку число измерений обычно существенно превышает число неизвестных. Такие системы традиционно решаются методом наименьших квадратов, путём фиксации функций $\frac{\partial D}{\partial \mathbf{Y}_0}$ в моменты имеющихся измерений и применения к обеим частям (3.2) трансформации Гаусса.

$$U^T U \cdot \Delta \mathbf{Y}_0 = U^T \cdot \Delta \mathbf{D} + U^T \cdot \Delta \mathbf{q} \quad (3.3)$$

Погрешность решения системы (3.3) зависит от нормы вектора неизмеримой составляющей в правой части решаемой системы $\|\Delta \mathbf{q}\|$ и, в равной мере, от степени обусловленности матрицы $U^T U$. Справедливо неравенство (3.4)

$$\|\bar{\mathbf{e}}\| \leq \frac{1}{\lambda_{\min}} \cdot \|\Delta \mathbf{q}\|, \quad (3.4)$$

в котором λ_{\min} — минимальное собственное значение матрицы $U^T U$.

Необходимо заметить, что способ доопределения уравнения измерений (3.1) до системы уравнений (3.2) путём фиксации функций $\frac{\partial D}{\partial \mathbf{Y}_0}$ в равноотстоящие моменты времени является не самым лучшим, поскольку обусловленность матрицы сформированной системы, определяемой числом $\eta = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$, остаётся плохой.

Применение метода инструментальной переменной

Предлагается доопределить уравнение измерений (3.1) до системы N линейно независимых уравнений путём интегральных преобразований

$$\int_{t_0}^T \gamma_j(t) \frac{\partial D}{\partial \mathbf{Y}_0}(t) dt \cdot \Delta \mathbf{Y}_0 = \int_{t_0}^T \gamma_j(t) \Delta \mathbf{D}(t) dt + \int_{t_0}^T \gamma_j(t) \sum_{i=1}^{14} q_i(t) dt \quad (3.5)$$

с помощью системы линейно-независимых функций $\gamma_j(t)$, $j = 1 \dots n$, именуемых в [101] инструментальными переменными [102–106].

Новые элементы матрицы $U - u_{ij}$ системы (3.2) после интегральных преобразований (3.5) можно трактовать, как результат пропуска исходных базисных функций $\phi_i(t)$ через формирующий фильтр, описываемый уравнением

$$u_{ij} = \int_{t_0}^T \gamma_j(t) \cdot \frac{\partial D_i}{\partial \mathbf{Y}_0}(t) dt$$

с весовой функцией $\gamma_j(t)$.

Выбор функций $\gamma_j(t)$ должен быть направлен на формирование матрицы U с наименьшим числом обусловленности η .

Заметим, что использование в качестве инструментальных переменных исходных базисных функций $\gamma_j(t) = \frac{\partial D_j}{\partial \mathbf{Y}_0}(t)$ приводит к методу наименьших квадратов.

Зафиксировав значения $\gamma_j(t_k)$ в моменты измерений t_k , составляем из них матрицу Γ , совпадающую по размерности с матрицей исходной системы U . Далее образуется система нормальных уравнений вида:

$$\Gamma^T U \cdot \Delta Y_0 = \Gamma^T \cdot \Delta D + \Gamma^T \cdot \Delta q \quad (3.6)$$

Система (3.6) совпадает по виду и размерности с системой (3.3), но подбором $\gamma_j(t)$ можно добиться существенно меньшего числа обусловленности матрицы $\Gamma^T U$, чем у исходной матрицы $U^T U$.

Были проведены модельные исследования с целью определения наилучшего вида инструментальных переменных. Численные результаты этих исследований представлены в разделе 4.2 диссертации.

Применение масштабирования

Дополнительные возможности улучшения обусловленности матрицы решаемой системы уравнений (3.2) появляются за счёт применения масштабирования вектора решений. В этом случае левая часть системы уравнений (3.2) представляется в виде произведения

$$[U \cdot M] \cdot M^{-1} \Delta Y_0$$

где

M — $n \times n$ -мерная диагональная масштабная матрица с элементами; $\mu_{i,i} = 1/d_i$ (d_i — максимальный элемент i -го столбца матрицы U).

Выражение для получения поправок начальных условий ΔY_0 в случае применения метода инструментальных переменных в сочетании с масштабированием приобретает вид:

$$\Delta Y_0 = M \cdot (\Gamma^T U \cdot M)^{-1} \cdot \Gamma^T \cdot \Delta D$$

3.2 Выбор численных методов

Существуют различные виды возмущений, действующих на спутник. Наиболее сильное влияние на орбиты спутников оказывают следующие возмущения: нецентральность гравитационного поля Земли, гравитационное воздействие Луны и Солнца и радиационное давление Солнца. Также существуют и более тонкие эффекты, связанные, например, с радиационным давлением солнечного света – воздействие на спутник света отражённого Землёй и Луной или вхождение спутника в тень Луны. Все перечисленные возмущения, так же как и ряд других, входят в правую часть уравнения движения, требующую интегрирования, и их необходимо учитывать при решении задачи восстановления орбит спутников. Тогда как возмущения гравитационного характера имеют гладкий вид и не представляют трудностей для интегрирования, радиационное давление Солнца претерпевает разрыв в точках вхождения спутника в тень Луны или Земли. Это является важной особенностью уравнений движения спутника, и при выборе [107] метода численного решения дифференциальных уравнений необходимо учитывать эту особенность.

3.2.1 Методы численного решения дифференциальных уравнений

Решение дифференциальных уравнений – классическая область применения численных методов. Цель метода – численное решение задачи Коши, удовлетворяющее начальным условиям, для уравнения вида:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

Рассматриваемые здесь методы известны как дискретные методы, т. е. такие методы, посредством которых вычисляется последовательность приближений $y_n \approx y(x_n)$ на множестве точек $x_{n+1} = x_n + h$, где h – шаг сетки.

Одношаговые методы:

В одношаговых методах для получения очередного приближения решения y_{n+1} используется информация о значении функции только в предыдущей точке - y_n

1. Метод Эйлера. Основан на простейшей замене производной разностным отношением:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y_{n+1} - y_n}{h},$$

где $h = t_{n+1} - t_n$ - временной шаг.

а) Прямой (явный):

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$$

Абсолютно устойчив на интервале $(-2, 0)$. Схема имеет первый порядок точности, т. е. $z = O(h)$.

б) Обратный (неявный):

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_{n+1}, y_{n+1})$$

Безусловно устойчив.

2. Схема Кранка-Николсона. Является комбинацией прямого и обратного методов Эйлера, записанных в точках t_{n+1} и t_n соответственно.

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} \cdot (f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1}))$$

Метод является неявным и безусловно устойчивым.

3. Методы Рунге-Кутты. Самый популярный класс методов численного решения дифференциальных уравнений. Общий вид:

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{k=0}^s b_k g_k$$

$$g_k = f \left(t_n + c_k, y_n + h \sum_{i=1}^k a_{ki} g_i \right), \quad k = 1, 2, \dots, s,$$

где s - порядок метода Рунге-Кутты.

Чаще всего используются явные методы Рунге-Кутты, они хорошо приспособлены для практических расчётов, не требуют вычисления дополнительных начальных условий и позволяют легко менять шаг интегрирования [23, 24].

Точность схемы зависит от порядка метода - $z = O(h^s)$. Границы устойчивости метода также зависят от порядка.

Для методов Рунге-Кутты существуют алгоритмы, позволяющие решить одну из основных проблем в использовании численных методов – выбор шага интегрирования. Один из них – алгоритм Фельберга.

а) *Алгоритм Фельберга* [108]

Рассматриваются две формулы Рунге-Кутты смежных порядков для определения главного члена погрешности интегрирования. Полученное значение главного члена ошибки метода затем используется для выбора шага интегрирования.

$$TE = y^{s+1} - y^s$$

$$A_i = \frac{TE_{y_i}}{TOL}, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

Где $TOL = \varepsilon y_i$ – абсолютная точность вычислений.

Затем проверяется условие

$$\frac{1}{2^{s+1}} \leq A_{max} \leq 1$$

Если $A_{max} > 1$, новый шаг интегрирования уменьшается вдвое, а если $A_{max} \leq 1/2^{s+1}$, то шаг увеличивается вдвое.

б) *Неявные алгоритмы Батчера*

Предложил алгоритм построения неявных процессов Рунге-Кутты, который сводится к следующим трём этапам:

1) Находим корни полинома $P_s(2c - 1)$, где P_s – полином Лежандра степени s .

2) Для каждого $k = 1, 2, \dots, s$ получаем a_{ki} ($i = 1, 2, \dots, s$), решая систему линейных уравнений:

$$\sum a_{ki} c_i^{j-1} = \frac{1}{j} c_i^j, \quad j = 1, 2, \dots, s$$

3) Определяем b_i как решение следующей системы линейных уравнений:

$$\sum b_i c_i^{j-1} = \frac{1}{j}$$

В результате все коэффициенты, однозначно определяющие процесс Рунге-Кутты, будут найдены. А функции можно получить с помощью итерационной процедуры:

$$g_k^n = f \left(y + h \sum_{i=1}^s g_i^n + h \sum_{i=1}^s a_{ki} g_i^{n-1} \right)$$

4. Метод Эверхарта. Используется для решения уравнений второго порядка без сведения их к системе уравнений первого порядка.

Представим интерполяционный многочлен функции f в окрестности $x_0 = 0$ в виде:

$$\frac{dy}{dt} = f_0 + A_1t + A_2t^2 + \dots + A_Nt^N$$

Интегрируя уравнение по независимой переменной, получаем

$$y = y_0 + f_0t + A_1t^2/2 + \dots + A_Nt^{N+1}/(N+1)$$

Коэффициенты A_i вычисляются из условий наилучшего приближения y при $t = t_0 + h$. Алгоритм подробно описан в [109].

Многошаговые методы:

В многошаговых методах для получения очередного приближения решения y_{n+1} используется информация о значении функции в нескольких предыдущих точках - $(y_n, y_{n-1}, \dots, y_{n-k})$, где k – порядок метода.

Выбор в качестве интерполяционной формулы функции Ньютона порождает самый популярный класс многошаговых методов – методы Адамса.

1. Метод Адамса-Башфорта

$$y_{n+1} - y_n = h \sum_{r=0}^k a_r f_{n-r}$$

2. Метод Адамса-Мульттона

$$y_n - y_{n-1} = h \sum_{r=0}^k a_r f_{n-r}$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} a_r t^r = -\frac{t}{\lg(1-t)}, \quad t \leq 1$$

На практике явные методы (Адамса-Башфорта) используются редко, т. к. для заданного k неявные методы (Адамса-Мульттона) являются более точными [110].

Также при численной реализации методов оказывается, что в явных методах значения шага h должны быть гораздо меньше, чем в неявных методах (вследствие абсолютной устойчивости последних).

Неявные многошаговые методы обычно реализуются в виде предсказывающе-исправляющего вычислительного процесса. Первый этап (предсказание) реализуется при помощи явной многошаговой формулы, далее происходит применение неявного метода (коррекция). Существует два способа реализации предсказывающе-исправляющего метода.

В первом случае итерации коррекции повторяются до тех пор, пока не будет достигнута сходимость (до тех пор, пока последовательные итерации не станут достаточно близки друг к другу). Этот метод называется исправлением до сходимости.

Во втором способе на каждом шаге исправляющая формула применяется фиксированное (наперёд заданное) количество раз, затем полученное приближение принимается за оценку решения в точке.

Одна из главных трудностей, связанных с использованием многошаговых методов состоит в изменении величины h . С другой стороны, при одинаковой точности многошаговые методы можно применять таким образом, что на одном шаге обычно требуется меньше вычислений функции f , чем в методах Рунге-Кутты.

а) Алгоритм Адамса-Штёрмера 5-го порядка для уравнения $y'' = f(t, y)$ [111]

Предсказывающая формула:

$$y_{n+1} - y_n = y_{n-4} - y_{n-5} + \frac{h^2}{48} (67 \cdot f_n - 8 \cdot f_{n-1} + 122 \cdot f_{n-2} - 8f_{n-3} + 67f_{n-4})$$

Исправляющая формула:

$$y_{n+1} - y_n = y_{n-2} - y_{n-3} + \frac{h^2}{240} \cdot (17 \cdot f_{n+1} + 232 \cdot f_n + 222 \cdot f_{n-1} - 232f_{n-2} + 17f_{n-3})$$

б) Алгоритм Адамса-Мультона-Коуэлла [112]

Этот алгоритм нашёл широкое применение в исследовании движения больших планет и в спутниковой геодезии [13]. Так же, как и метод Адамса-Штёрмера, предназначен для интегрирования дифференциальных уравнений второго порядка без сведения их к уравнениям первого порядка. Особенностью данного метода является то, что он самостартующий, то есть не требует предва-

рительного расчёта таблицы интегрирования. После получения начальной таблицы вычисления ведутся по стандартной предсказывающе-исправляющей схеме. Подробное описание метода можно найти в [112].

3.3 Вычисление производных по начальным условиям движения НС

Матрица производных текущих навигационных параметров по начальным условиям движения состоит из двух частей: переходной матрицы $\Phi(t, t_0)$, содержащей частные производные ТНП по начальному вектору состояния НС X_0 , а также матрицы чувствительности $S(t)$, которая задаёт частные производные ТНП по параметрам моделей возмущающих сил β , уравнение (1.18).

$$\frac{\partial X}{\partial Y_0} = \begin{vmatrix} \Phi \\ S \end{vmatrix} \quad (3.7)$$

$$\Phi(t, t_0) = \frac{\partial X(t)}{\partial X_0} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \frac{\partial x_2}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial x_6}{\partial y_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial y_2} & \dots & & \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial x_1}{\partial y_6} & & & \frac{\partial x_6}{\partial y_6} \end{vmatrix}_{[6 \times 6]} \quad (3.8)$$

$$S(t) = \left. \frac{\partial X(t)}{\partial \beta} \right|_{[n \times 6]} \quad (3.9)$$

Здесь x_i – i -ый элемент вектора навигационных параметров НС X , y_k – k -ый элемент начального вектора состояния X_0 , n – размерность вектора β , $\frac{\partial x_i}{\partial y_k}$ – частная производная i -го параметра по k -ому начальному условию, $Y_0 = \begin{vmatrix} X_0 & \beta \end{vmatrix}^T$ – расширенный вектор начальных условий.

В практике решения орбитальных задач для вычисления переходной матрицы и матрицы чувствительности нашли применение два метода.

Метод конечных разностей заключается в одновременном интегрировании $n + 1$ систем уравнений (1.16) со следующими начальными условиями:

$$\begin{aligned}
\text{Невозмущённая орбита: } Y_0 &= \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n \end{bmatrix} \\
\text{1-ая возмущённая орбита: } Y_0 &= \begin{bmatrix} y_1 + \delta y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n \end{bmatrix} \\
\text{2-ая возмущённая орбита: } Y_0 &= \begin{bmatrix} y_1 & y_2 + \delta y_2 & y_3 & \dots & y_n \end{bmatrix} \\
\text{n-ая возмущённая орбита: } Y_0 &= \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n + \delta y_n \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

После этого вычисляются частные приращения соответствующих элементов орбиты $X(Y_0, t)$, уравнение (1.16), например для первого элемента вектора расширенного состояния:

$$\delta x_i(\delta y_1) = X \left(\begin{bmatrix} y_1 + \delta y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n \end{bmatrix} \right) - X \left(\begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n \end{bmatrix} \right) \quad (3.10)$$

Далее рассчитываются частные производные методом конечных разностей:

$$\frac{\partial x_i}{\partial y_k} = \frac{\delta x_i(\delta y_k)}{\delta y_k} \quad (3.11)$$

Как показывают расчёты, а также известно из литературы [32], величины производных (3.11) практически постоянны при изменении приращений начальных условий δy_k в широких пределах.

Недостатком метода конечных разностей является существенные затраты машинного времени, необходимые для совместного интегрирования $n+1$ систем уравнений. Это особенно актуально при большой размерности вектора начальных условий Y_0 и сложных моделях действующих на КА возмущений.

Поэтому в работе для вычисления переходной матрицы было принято решение использовать *метод вариаций* [113]. Этот метод заключается в совместном численном интегрировании уравнений движения и шести систем уравнений в вариациях. Для того, чтобы получить выражения для дифференциальных уравнений в вариациях, представим правую часть уравнения (1.1) в виде некоторой функции

$$f(t, X, \beta) = -\frac{\mu \cdot M_E}{r^3(t)} r(t) + \sum_{i=1}^5 f_i(t) \quad (3.12)$$

Тогда (1.16) можно записать как

$$\dot{X}(t) = f(t, X, \beta) \quad (3.13)$$

И, соответственно, частная производная (3.13) по вектору X_0 [10]

$$\frac{\partial \dot{X}(t)}{\partial X_0} = \frac{\partial f(t, X(t), \beta)}{\partial X_0} = \frac{\partial f(t, X(t), \beta)}{\partial X} \cdot \frac{\partial X(t)}{\partial X_0} \quad (3.14)$$

Переходная матрица, используя уравнения (3.8) и (3.14), может быть представлена как

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\Phi(t, t_0) &= \frac{\partial f(t, X(t), \beta)}{\partial X} \cdot \Phi(t, t_0) \\ \Phi(t_0, t_0) &= E_{6 \times 6} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Численно интегрируя уравнение (3.15) совместно с уравнением движения НС (1.1), получаем переходную матрицу. Подробные формулы для вычисления частных производных функции правой части $f(t, X)$ по ТНП приведены далее.

В отличие от метода конечных разностей, правую часть уравнения (1.1) необходимо вычислять только единожды на каждом шагу интегрирования. Если вычисление функций $f_i(t)$ требует больших затрат машинного времени, это позволяет существенно сэкономить вычислительные ресурсы.

По аналогии с уравнением (3.15) получается выражение для вычисления матрицы чувствительности:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}S(t) &= \frac{\partial f(t, X(t), \beta)}{\partial X} \cdot S(t) + \frac{\partial f(t, X(t), \beta)}{\partial \beta} \\ S(t_0) &= 0_{n \times 6} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Уравнение (3.16) также дополняет уравнение движения и численно интегрируется совместно.

3.3.1 Вычисление элементов переходной матрицы

Притяжение центрального тела

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\mathbf{f}_0)_i}{\partial r_j} &= \frac{\partial^2 \ddot{r}}{\partial r_j^2} = 3 \frac{\mu \cdot M_e}{r^5} r_i r_j, & i \neq j \\ \frac{\partial(\mathbf{f}_0)_i}{\partial r_j} &= \frac{\partial^2 \ddot{r}}{\partial r_j^2} = 3 \frac{\mu \cdot M_e}{r^5} r_i^2 - \frac{\mu \cdot M_e}{r^3}, & i = j \end{aligned} \quad (3.17)$$

где r_j — компоненты радиус-вектора \mathbf{r} , а $(\mathbf{f}_0)_i$ — компоненты силы притяжения центрального тела Земли

$$\mathbf{f}_0 = -\frac{\mu \cdot M_e}{r^3} \cdot \mathbf{r}.$$

Поскольку притяжение Земли не зависит от скорости, компоненты производных \mathbf{f}_0 по скорости равны нулю:

$$\frac{\partial(\mathbf{f}_0)_i}{\partial \dot{r}_j} = 0.$$

Несферичность геопотенциала Земли

Необходимо рассчитать вторые частные производные потенциала U по компонентам вектора r по аналогии с первыми производными, уравнение (1.7). Можно воспользоваться симметрией матрицы вторых частных производных U для сокращения количества операций:

$$\frac{\partial(\mathbf{f}_1)_i}{\partial r_j} = \frac{\partial^2 U}{\partial r_i \partial r_j} = \frac{\partial^2 U}{\partial r_j \partial r_i}. \quad (3.18)$$

Выражения для расчёта $\frac{\partial^2 U}{\partial r_i \partial r_j}$ слишком громоздки для приведения их здесь и могут быть найдены в литературе, например [10; 16; 19; 20].

Как было отмечено выше, притяжение Земли не зависит от скорости поэтому

$$\frac{\partial(\mathbf{f}_1)_i}{\partial \dot{r}_j} = 0.$$

Притяжение третьих тел (Солнце, Луна, планеты)

Сила притяжения третьих тел задаётся формулой (1.2), частная производная по X которой равна:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \mathbf{r}} &= \mu \sum_{\alpha=O, M, P_i} M_\alpha \left(3 \frac{\mathbf{r}_{\alpha S}^T \mathbf{r}_{\alpha S}}{r_{\alpha S}^5} - \frac{1}{r_{\alpha S}^3} E \right) \\ \frac{\partial \mathbf{f}_2}{\partial \dot{\mathbf{r}}} &= \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.3.2 Вычисление элементов матрицы чувствительности

Матрица чувствительности задаётся дифференциальным уравнением (3.16). Поскольку вычисление производных $\partial f/\partial X$ рассмотрено в предыдущем разделе, рассчитаем только частные производные возмущающей силы по параметрам β .

Модели сил возмущающих воздействий притяжения центрального тела Земли, несферичности Земли, притяжения третьих тел и релятивистских эффектов не зависят от параметров β , следовательно их частные производные по этим параметрам равны нулю. Необходимо рассчитать лишь частные производные модели радиационного давления солнечного излучения \mathbf{f}_3 , что нетрудно сделать, рассмотрев уравнение (1.11). Итак,

$$\frac{\partial \mathbf{f}_3}{\partial \beta} = \frac{\Lambda \cdot d}{r_{OS}^2} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{RP}^T \\ \mathbf{Y}_{RP}^T \\ \mathbf{Z}_{RP}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \cos \kappa & \sin \kappa \end{pmatrix}.$$

3.4 Алгоритм оценивания ГНП

В качестве итога по материалу первых трёх глав диссертации приводится пошаговый алгоритм оценивания ГНП со ссылками на разделы работы, где обсуждается соответствующий вопрос.

1. Этап сбора данных

- a) Сбор файлов измерений в формате RINEX с международной сети станций службы IGS через Internet
- b) Отбраковка станций со слишком малым числом измерений и слишком большим количеством фазовых разрывов
- c) Составление списка станций для обработки с глобальным и равномерным покрытием

- d) Загрузка других необходимых данных: параметров вращения Земли, бортовых эфемерид спутников ГНСС и др.

2. Подготовительный этап

- a) Вычисление звёздных параметров и перевод координат НС первого приближения в инерциальную систему координат (приложение Б)
- b) Составление модели движения навигационных спутников (раздел 1.2.1)
- c) Интегрирование модели движения НС, вычисление текущих навигационных параметров (раздел 3.2)
- d) Вычисление матрицы производных по начальным условиям (раздел 3.3)

3. Предварительная обработка данных

- a) Обнаружение и исправление фазовых разрывов (раздел 2.4 диссертации)
- b) Отбраковка аномальных кодовых и фазовых измерений
- c) Разрешение широкополосной неоднозначности (раздел 2.3)

4. Формирование системы уравнений

- a) Вычисление на момент каждого измерения параметров моделей для компенсации факторов, влияющих на псевдодальномерные измерения (раздел 2.1)
- b) Вычисление невязок измерений (раздел 1.2.2)
- c) Расчёт частных производных невязок псевдодальностей по оцениваемым параметрам (раздел 1.2.2)
- d) Добавление полученных уравнений в систему

5. Решение системы уравнений

- a) Улучшение числа обусловленности матрицы с помощью метода инструментальной переменной и масштабирования (раздел 3.1)
- b) Обращение полученной матрицы, вычисление оценок с неразрешёнными неоднозначностями
- c) Разрешение фазовой неоднозначности (раздел 2.3), вычисление оценок с разрешёнными неоднозначностями
- d) Если поправки слишком большие, проводится повторная итерация оценивания, повторяются пункты 4 и 5
- e) Вычисление уточнённых ТНП, перевод их в земную систему координат

3.5 Основные результаты и выводы

Метод инструментальной переменной является перспективным методом для улучшения свойств матрицы нормальных уравнений, т. е. числа её обусловленности. В сочетании с масштабированием матрицы это позволяет повысить точность и эффективность оценивания ТНП.

В задачах небесной механики широко используется ряд методов численного интегрирования дифференциальных уравнений для расчёта орбит по начальным условиям движения, используя модель движения НС. Это метод Рунге-Кутты, семейство многошаговых методов Адамса, а также метод Эверхарта. С учётом особенностей в правой части уравнения разработанной модели движения, наиболее перспективным с точки зрения точности и эффективности видится метод Эверхарта.

Матрица частных производных ТНП по начальным условиям движения является основной при решении задачи оценивания ТНП. Для вычисления этой матрицы в диссертации предлагается использовать метод вариаций, заключающийся в совместном интегрировании уравнений движения НС и вариационных уравнений, содержащих информацию о частных производных ТНП по начальным условиям.

Глава 4. Модельные исследования алгоритма оценивания ТНП. Применение алгоритма для контроля навигационного поля ГНСС

Глава 4 посвящена модельным и натурным исследованиям разработанных алгоритмов и методов.

В разделе 4.1 проведён сравнительный анализ различных численных методов интегрирования дифференциальных уравнений. Показано, что оптимальным методом в поставленных условиях является метод Эверхарта. Данный метод даёт наилучший результат, как по точности, так и по эффективности интегрирования.

Раздел 4.2 посвящён сравнительному анализу инструментальных переменных по критерию коэффициента уменьшения числа обусловленности исходной матрицы.

Разработанный алгоритм контроля навигационного поля ГНСС является практической реализацией идей, изложенных в первых главах диссертации. Результаты натурных испытаний подтверждают на практике эффективность и точность разработанных моделей учёта факторов, воздействующих на КА и на результаты траекторных измерений, подходов к улучшению свойств матрицы и используемых численных методов интегрирования дифференциальных уравнений.

4.1 Сравнительный анализ численных методов

Уравнение движения НС (1.1) имеет особенность в правой части, заключающуюся в скачкообразном возмущении. Такое возмущение происходит в момент входа спутника в тень Земли и выхода из неё. При средней скорости НС, равной 4 км/с, такой переход осуществляется очень быстро, и выражается ступенчатым изменением действующей силы. Существующие методы численного интегрирования требуют в таких случаях сгущения сетки интегрирования. Такое сгущение относительно несложно сделать в случае с одношаговыми методами, но в случае использования многошагового метода, такого как метод Адамса, имеет большую трудоёмкость и является потенциальным источником возрастания погрешностей интегрирования. Для сгущения в многошаговых методах требуется осуществить

пересчёт стартовой сетки в моменты, предшествующие скачку в правой части уравнения движения и заново запустить интегрирование с момента разрыва.

С учётом описанных особенностей уравнений движения спутников, а также быстродействия наиболее эффективным практически во всех задачах небесной механики следует считать метод Эверхарта, на втором месте окажется метод Адамса-Мультона, на третьем – алгоритмы Рунге-Кутты [108]. Однако высокой точности вычисления орбит можно достичь любым из перечисленных методов. Также перспективным является исследование применения схемы Кранка-Николсона с экстраполяцией по Ричардсону [114].

4.1.1 Описание модельного эксперимента. Плоская задача

Для модельного исследования численных методов была выбрана задача восстановления компонента Z орбиты спутника по начальным условиям, т. е. плоская задача. Параметры орбиты спутника были выбраны так, чтобы максимально соответствовать движению спутников «ГЛОНАСС» и в тоже время сделать аналитическое решение модельно задачи было простым:

1. наклонение орбиты $i = 90^\circ$
2. эксцентриситет $e = 1$
3. момент прохождения через перицентр $\tau = 0$ с

Начальные условия подбирались такими, чтобы спутник начинал своё движение от экватора, т. е. $Z(t_0) = 0$.

Время интегрирования было выбрано равным 10^5 с., что соответствует чуть более двум оборотам КА «ГЛОНАСС» вокруг Земли.

В модельном эксперименте учитывалось влияние второй гармоники несферичности гравитационного поля Земли и радиационное давление Солнца, как эффекты, чьё влияние доминирует среди всех типов возмущений орбиты спутника. Численное значение второй гармоники было выбрано равным $G \cdot 10^{-6}$, радиационного давления – равным $G \cdot 10^{-7}$, где G – гравитационное воздействие Земли без учёта несферичности.

Для проведения эксперимента была выбрана среда MatLAB. Язык MatLAB был разработан специально для компьютерных вычислений и имеет большой набор стандартных функций и подходящий набор базовых типов, он эффективен как с точки зрения скорости вычислений, так и с точки зрения скорости написания вычислительных программ.

4.1.2 Аналитическое решение

Для плоской задачи с учётом только второй гармоники несферичности гравитационного поля Земли получается следующее аналитическое решение [111]:

$$y(t) = -\frac{a \cdot \cos(2\omega t)}{3\omega^2} + c_2 \sin(\omega t) + c_1 \cos(\omega t)$$

Если добавить учёт радиационного давления Солнца, получаем следующее решение:

$$\begin{aligned} y(t) = & \frac{a \cdot \sin^2(\omega t)}{2\omega^2} + \frac{a \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(3\omega t)}{6\omega^2} - \frac{a \cdot \cos^2(\omega t)}{2\omega^2} + \\ & + \frac{a \cdot \cos(3\omega t) \cdot \cos(\omega t)}{6\omega^2} + \frac{k \cdot \theta(t - T_1)}{\omega^2} - \\ & - \frac{k \cdot \theta(t - T_1) \cdot \sin(T_1\omega) \cdot \sin(\omega t)}{\omega^2} - \\ & - \frac{k \cdot \theta(t - T_1) \cdot \cos(T_1\omega) \cdot \cos(\omega t)}{\omega^2} - \frac{k \cdot \theta(t - T_2) \cdot \sin^2(\omega t)}{\omega^2} + \\ & + \frac{k \cdot \theta(t - T_2) \cdot \sin(T_2\omega) \cdot \sin(\omega t)}{\omega^2} - \frac{k \cdot \theta(t - T_2) \cdot \cos^2(\omega t)}{\omega^2} + \\ & + \frac{k \cdot \theta(t - T_2) \cdot \cos(T_2\omega) \cdot \cos(\omega t)}{\omega^2} + c_2 \sin(\omega t) + c_1 \cos(\omega t) \end{aligned}$$

4.1.3 Численные схемы, оценки точности, параметры. Режимы моделирования

Для модельного эксперимента были выбраны четыре численные схемы, нашедшие широкое применение в задачах небесной механики:

1. Одношаговый алгоритм Рунге-Кутты 4-го порядка.
2. Одношаговый алгоритм Эверхарта 15-го порядка.
3. Многошаговый алгоритм Адамса-Штёрмера 5 порядка.
4. Многошаговый алгоритм Адамса-Мультона-Коуэлла 16-го порядка.

Последние три алгоритма предназначены для решения уравнений второго порядка, без сведения их к системе уравнений второго порядка. Алгоритм Рунге-Кутты требует приведения уравнения второго порядка к системе уравнений первого порядка для получения решения.

Многошаговые алгоритмы требуют наличие т. н. разгонной сетки, то есть предвычисленных значений искомой функции в нескольких точках, кол-во которых соответствует порядку метода. Обычно разгонную сетку рассчитывают каким-либо одношаговым алгоритмом. Соответственно, в многошаговых алгоритмах изменение шага в процессе решения требует значительных усилий, т. к. для нового шага сетка должна быть рассчитана заново [115].

Одношаговые алгоритмы лишены такого недостатка, и их шаг интегрирования можно изменять свободно.

Начальные значения положения и скорости спутника для эксперимента получались из аналитического решения, в том числе разгонная сетка для многошаговых методов.

4.1.4 Сравнительная характеристика численных схем

Для сравнения методов численного интегрирования была проведена серия опытов: 2 опыта с шагом 100 с и 1000 с соответственно с учётом только 2-ой гармоники несферичности гравитационного потенциала Земли и один опыт с шагом 100 с с учётом дополнительно радиационного давления Солнца. Третий опыт был призван оценить чувствительность метода к скачкам в правой части уравнения.

Сравнение численного интегрирования уравнения (1.1) с его аналитическим решением на интервале времени 10^5 с проводилось для схем:

1. Рунге-Кутты 4-го порядка [116; 117];
2. Адамса-Штёрмера 5-го порядка [110];
3. Эверхарта 15-го порядка [109; 118; 119];
4. Адамса-Мультона-Коуэлла 16-го порядка [13].

Численные схемы 2, 3, 4 не требуют сведения уравнения (1.1) к системе уравнений 1-го порядка. Схемы 1, 3 одношаговые, Для схем 2, 4 разгонная сетка решений получена на основе аналитического решения уравнения (1.1).

При моделировании выбирались следующие значения параметров:

- радиус орбиты $\rho = 2.5 \cdot 10^7$ м,
- $\mu = 398600 \cdot 10^9$ м³/с²,
- $a = \mu \cdot 10^{-6}$,
- $b = \mu \cdot 10^{-7}$.

Начальные условия $z(t_0) = z_0, \dot{z}(t_0) = \dot{z}_0$ выбирались так, чтобы движение НС начиналось от экватора.

В качестве конструктивного параметра численной схемы рассматривался шаг интегрирования ($h = 100$ с., $h = 1000$ с.).

Результаты сравнительного анализа [120] численных схем для различных значений шага интегрирования приведены в таблицах 4.1, 4.2, 4.3. Для каждого из сравниваемых методов оценивалась погрешность интегрирования в метрах в виде:

- абсолютного значения погрешности на конец интервала интегрирования δ - конечное,
- среднего арифметического на интервале интегрирования δ - среднее арифм.,
- максимального значения на интервале интегрирования δ - max.,
- времени выполнения интегрирования,

Таблица 4.1 — $h = 100$ с, $b = 0$

| Метод | δ конечное | δ среднее арифм. | δ max | Время, сек | F_Eval |
|-------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|------------|--------|
| Рунге-Кутты | $1,20 \cdot 10^{-2}$ | $6,76 \cdot 10^{-2}$ | $7,56 \cdot 10^{-1}$ | 0,049 | 4000 |
| Адамса-Штёрмера | $2,67 \cdot 10^{-6}$ | $-4,27 \cdot 10^{-8}$ | $2,69 \cdot 10^{-6}$ | 0,053 | 6006 |
| Эверхарта | $2,79 \cdot 10^{-9}$ | $1,12 \cdot 10^{-9}$ | $3,16 \cdot 10^{-8}$ | 0,506 | 22051 |
| Адамса-Мультона-Коуэлла | $4,47 \cdot 10^{-6}$ | $8,86 \cdot 10^{-7}$ | $8,34 \cdot 10^{-6}$ | 0,204 | 1991 |

Таблица 4.2 — $h = 1000$ с, $b = 0$

| Метод | δ конечное | δ среднее арифм. | δ max | Время, сек | F_Eval |
|-------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|------------|--------|
| Рунге-Кутты | $1,83 \cdot 10^3$ | $1,31 \cdot 10^1$ | $1,83 \cdot 10^3$ | 0,005 | 400 |
| Адамса-Штёрмера | $1,89 \cdot 10^0$ | $-1,48 \cdot 10^{-1}$ | $2,56 \cdot 10^0$ | 0,005 | 606 |
| Эверхарта | $2,61 \cdot 10^{-8}$ | $-5,18 \cdot 10^{-10}$ | $4,84 \cdot 10^{-8}$ | 0,050 | 2251 |
| Адамса-Мультона-Коуэлла | $6,25 \cdot 10^2$ | $7,14 \cdot 10^1$ | $7,17 \cdot 10^2$ | 0,043 | 191 |

Таблица 4.3 — $h = 100$ с, с имитацией ступенчатого воздействия $b \neq 0$

| Метод | δ конечное | δ среднее арифм. | δ max | Время, сек | F_Eval |
|-------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|------------|--------|
| Рунге-Кутты | $3,19 \cdot 10^{-2}$ | $7,04 \cdot 10^{-2}$ | $8,03 \cdot 10^{-1}$ | 0,054 | 4000 |
| Адамса-Штёрмера | $1,01 \cdot 10^{-2}$ | $1,10 \cdot 10^{-3}$ | $2,05 \cdot 10^{-2}$ | 0,052 | 6006 |
| Эверхарта | $1,39 \cdot 10^{-8}$ | $-7,26 \cdot 10^{-10}$ | $5,22 \cdot 10^{-8}$ | 0,492 | 22051 |
| Адамса-Мультона-Коуэлла | $8,40 \cdot 10^{-3}$ | $1,20 \cdot 10^{-3}$ | $2,05 \cdot 10^{-2}$ | 0,276 | 1991 |

– количества вызовов функции вычисления правой части уравнения F_Eval.

Анализ характера изменения абсолютных погрешностей интегрирования исследуемых схем показывает, что для схемы Рунге-Кутты погрешности нарастают на интервале интегрирования до 3-х метров, погрешности схемы Адамса-Штёрмера имеют приемлемый уровень, но существенно увеличиваются в случае скачкообразного возмущения правой части уравнения движения НС. Схема Эверхарта обеспечивает минимальный уровень погрешностей интегрирования.

В частности, на рисунке 4.1 показан характер изменения абсолютных значений погрешностей интегрирования уравнений движения НС схемой Адамса-Штёрмера в режиме ступенчатого возмущения в правой части уравнения движения НС. Скачок возмущения происходит на 110 шаге интегрирования.

Выводы

1. Схема Рунге-Кутты показала свою работоспособность при малом шаге интегрирования 100 с и неприемлемую точность при шаге 1000 с. Как правило, одношаговые схемы применяются в сочетании с многошаговыми-

ми схемами для заполнения с малым шагом разгонной сетки решений с целью запуска многошаговых схем.

2. Многошаговые методы Адамса-Штёрмера и Адамса-Мультона-Коуэлла обеспечивают приемлемую точность интегрирования при шаге 100 с и шаге 1000 с и требуют знания решения в узлах разгонной сетки. Количество узлов зависит от порядка применяемой схемы. Это создаёт определённые неудобства, связанные с необходимостью сгущения сетки решений из за риска потери точности интегрирования на участках вхождения НС в теневые зоны Земли, где возникают скачкообразные изменения радиационного давления солнечного излучения на НС.
3. Наилучшие по точности результаты показала одношаговая схема Эверхарта в условиях интегрирования с шагом 100 с и с шагом 1000 с гладкой функции и при скачкообразных возмущениях в правой части уравнения (1.1).

Дополнительный положительный эффект применения схемы Эверхарта заключается в том, что погрешность интегрирования оказывается знакопеременной функцией времени и обеспечивает тенденцию не накапливаться на интерва-

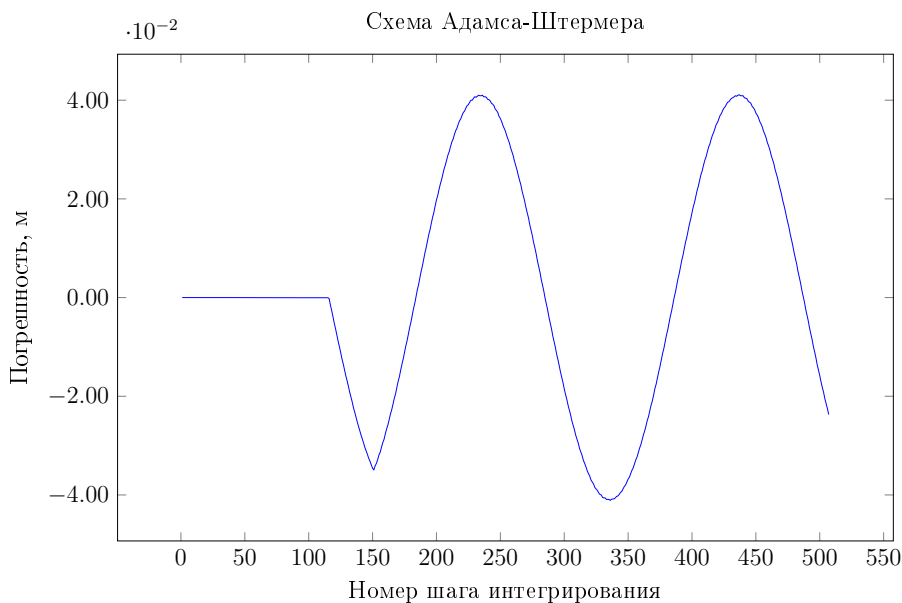


Рисунок 4.1 — Характер изменения абсолютных погрешностей интегрирования

ле интегрирования. Об этом свидетельствует малость среднего арифметического погрешности по сравнению с выборочными значениями этой погрешности.

Определённым неудобством применения схемы Эверхарта, по сравнению с рассмотренными схемами, является большое число обращений к вычислению правой части уравнения (1.1), характеризующееся числом F_Eval в таблицах 4.1, 4.2, 4.3.

4.2 Сравнительные характеристики инструментальных переменных

4.2.1 Модельные исследования

Авторами были проведены модельные исследования задачи оценивания начальных условий X_0 с параметрами орбит КА ГЛОНАСС. Для наглядности и упрощения эксперимента была исключена координата Z . Орбита спутника считалась невозмущённой, Земля представлялась материальной точкой. Это соответствует круговому движению спутника вокруг центра Земли в плоскости экватора. Станция также находится на экваторе. Считается, что Земля вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_E = 7.29211 \cdot 10^{-5}$ рад/с, вокруг оси, перпендикулярной экватору.

Моделировались псевдодальномерные измерения со станции, представляющие собой сумму вида

$$D_i = \rho_i + w_i,$$

где D_i — модельная псевдодальность, ρ_i — истинная геометрическая дальность, w_i — белый шумовой процесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_w = 1$ м.

Смещения часов станции и спутника считались известными. Параметрами, подлежащими оценке в модельной задаче, являлись компоненты вектора начальных условий движения КА $X_0 = [r_0, \dot{r}_0]$. Поскольку координата Z была исключена из задачи, количество неизвестных становится равным 4.

Интегрирование орбиты было произведено в имитаторе измерительной информации ГНСС ModBIS24 [121], в разработке которого автор принимал непосредственное участие. ModBIS24 был внедрён в учебный процесс на кафедре

«Систем сбора и обработки данных» Новосибирского государственного технического университета, что подтверждается актом внедрения в приложении А.

На рисунке 4.2 схематически изображены модельная орбита КА и определена станция на поверхности Земли, с которой выполняются траекторные измерения.

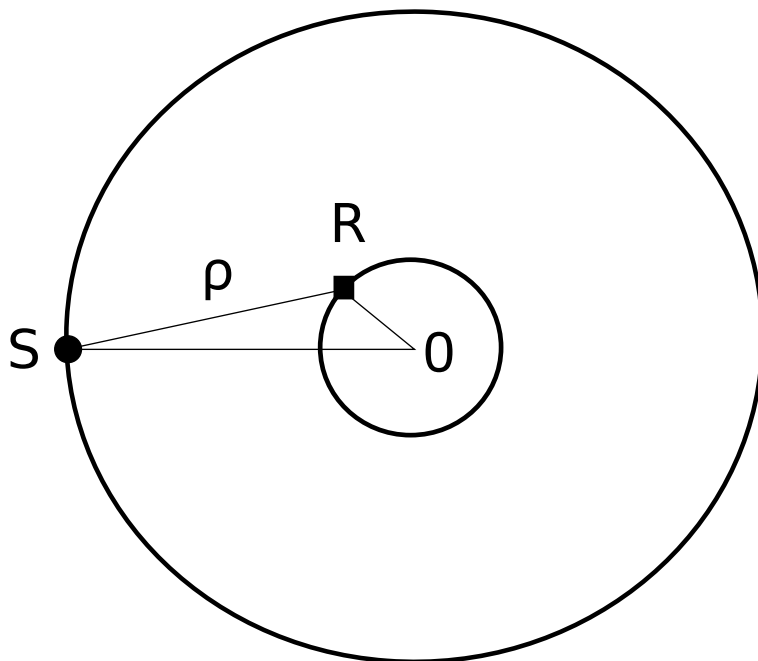


Рисунок 4.2 — Модельный эксперимент. S - спутник, O - центр Земли, R - наземная станция, ρ - наклонная дальность от станции до спутника

В ходе модельного эксперимента анализировалась величина числа обусловленности η матрицы системы (3.6) в зависимости от вида применяемых инструментальных переменных в сочетании с масштабированием векторов-столбцов матрицы U . В качестве инструментальных переменных предложены классические ортогональные полиномы [122], а также гармонические функции $\gamma_j(t) = \sin(jt)$. Результаты исследований приведены в таблице 4.4.

4.2.2 Выводы

Видно, что подбором инструментальных переменных в сочетании с масштабированием матрицы удаётся существенно понизить обусловленность матрицы. Применение гармонических функций и масштабирования понизило обу-

словленность для модельной задачи на 8 порядков. Использование метода инструментальных переменных повышает эффективность решения задачи оценивания текущих навигационных параметров КА.

Однако, следует отметить что модельная задача представляет собой наилучший возможный сценарий проведения измерений. Измерения проводятся лишь одной станцией, что негативно сказывается на изначальном числе обусловленности получаемой матрицы. В реальных условиях проведения измерений число станций, как правило, является большим (больше 50), и станции равномерно распределены по всему земному шару. Это улучшает наблюдаемость системы, что позитивно сказывается на числе обусловленности.

Таблица 4.4 — Результаты расчёта чисел обусловленности для различных инструментальных переменных

| N | Инструментальные переменные | η – число обусловленности |
|---|---|--------------------------------|
| 1 | $\gamma_j(t) = \varphi_j(t)$ | $5 \cdot 10^9$ |
| 2 | $\gamma_j(t)$ - полиномы Чебышёва | $8 \cdot 10^4$ |
| 3 | $\gamma_j(t) = \varphi_j(t)$ + масштабирование | $9 \cdot 10^4$ |
| 4 | $\gamma_j(t)$ - гармонические функции | $4 \cdot 10^4$ |
| 5 | $\gamma_j(t)$ - полиномы Чебышёва + масштабирование | 140 |
| 6 | $\gamma_j(t)$ - гармонические функции + масштабирование | 40 |

4.3 Оценивание погрешностей восстановления ТНП на основе сравнения полученных оценок с апостериорными эфемеридами

Для экспериментального подтверждения эффективности разработанного алгоритма оценивания ТНП автором было создано СПО обработки измеритель-

ной информации ГНСС для решения поставленных в исследовании задач. СПО представляет собой набор подпрограмм, реализующих описанные в диссертации алгоритмы и методы, а также множество вспомогательных функций, решающих не затронутые в работе задачи. Пакет программ выполнен в основном на языке MATLAB, на котором написана общая логика алгоритма, описанного в разделе 3.4. Самые требовательные к вычислительным ресурсам части алгоритма выполнены в виде специализированных модулей, написанных на языках программирования C++ и Fortran, для ускорения работы.

Для опробования разработанных в диссертации алгоритмов и моделей были проведены сеансы обработки натурных измерений с целью решения поставленных в исследовании задач. Исходными данными для решения задачи оценивания навигационных параметров в разработанном алгоритме являются ионосферосвободные комбинации кодовых и фазовых псевдодальномерных измерений с сети глобально распределённых базовых станций. Использовались данные базовых станций международной сети IGS и отечественной сети СДКМ.

Помимо начальных условий уравнения движения НС оценке подлежат следующие параметры:

1. координаты станций в Земной системе координат (3 параметра на каждую станцию);
2. зенитная тропосферная задержка влажной компоненты (1 параметр на каждую станцию);
3. отклонения часов станций (1 параметр на каждую станцию в каждый момент измерений);
4. отклонения часов НС (1 параметр на каждый НС в каждый момент измерений);
5. неоднозначности фазовых измерений (от 2 до 6 на каждый НС для каждой станции);
6. параметры вращения Земли (5 параметров).

Примерная размерность задачи при использовании сети из 100 станций — 13-14 тысяч параметров при совместной обработке всех систем ГНСС (в настоящее время обрабатываются данные измерений GPS и ГЛОНАСС).

Для формирования системы нормальных уравнений применялся метод инструментальной переменной.

Рассчитанные с помощью СПО координаты спутников ГНСС сравнивались с финальными оценками орбит информационно-аналитического центра ГЛОНАСС (ИАЦ) [123], который является одним из центров обработки данных международной службы IGS [124].

На рисунках 4.3 и 4.4 представлены абсолютные погрешности оценивания ТНП в Земной системе координат по всему радиовидимому созвездию спутников ГЛОНАСС и GPS, соответственно за 3 июня и 1 мая 2016 года. Видно, что погрешности для спутников ГЛОНАСС укладываются в коридор ± 15 см, а для спутников GPS — в коридор ± 10 см. Несколько лучшие результаты по спутника GPS объясняются целочисленным разрешением неоднозначностей фазовых измерений для КА этой системы, тогда как для аппаратов ГЛОНАСС неоднозначности оцениваются действительными числами.

Для проверки эффективности метода инструментальных переменных был проведена серия экспериментов по оцениванию текущих навигационных параметров НС с использованием обозначенного метода и с использованием МНК. На рисунке 4.5 представлены представлены 3D – ошибки оценивания ТНП за 1 июня 2016 года. В таблице 4.5 представлены средние, минимальные и максимальные погрешности оценивания ТНП для экспериментов с применением МНК и метода инструментальных переменных. Видно, что применение инструментальных переменных в сочетании с масштабированием уменьшает среднюю погрешность оценивания ТНП на величину около 20 %.

Также в целях подтверждения эффективности разработанного алгоритма оценивания ТНП были проведены долгосрочные сеансы обработки ГНСС-измерений длиной в месяц. Результаты этой обработки [125] представлены на рисунках 4.6 и 4.7 в виде средних по ансамблю спутников ГНСС погрешностей в компонентах RAN за май 2016 года. Видно, что у спутников ГЛОНАСС погрешность в радиальном направлении R существенно меньше, чем по направлениям вдоль орбиты A и по нормали к орбите N. Погрешность в радиальном направлении в среднем за месяц составляет 2 см, по другим компонентам она примерно равна и составляет в среднем 4.5 см. Иная картина погрешностей для спутников GPS. На рисунке 4.7 показано, что погрешность по всем компонентам примерно одинаковая и составляет в среднем по месяцу 2 см. Таким образом, можно сделать вывод, что целочисленное разрешение неоднозначности, применяемое

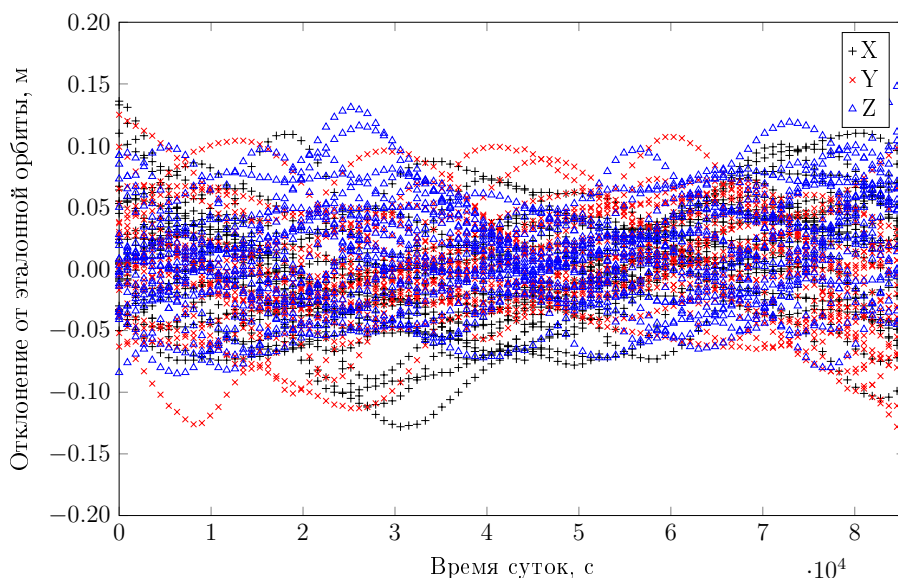


Рисунок 4.3 — Абсолютная погрешность оценивания ТНП (ГЛОНАСС)

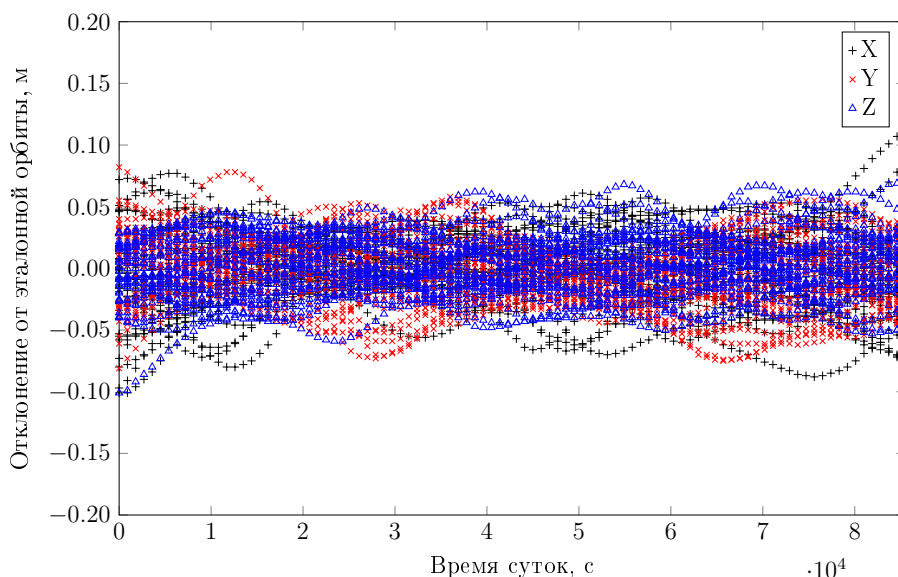


Рисунок 4.4 — Абсолютная погрешность оценивания ТНП (GPS)

для спутников GPS, уменьшает как среднее значение погрешности ТНП, так и разброс этой погрешности, примерно на 50 %. Выброс на 6 день объясняется одним сбойным спутником GPS номер 21, который совершал маневры в этот день.

Сравнение вычисленных ТНП с эталонными показывает высокий уровень согласованности. Полученные результаты позволяют заявить о высокой эффективности разработанного алгоритма, в том числе метода инструментальных переменных, входящего в его состав.

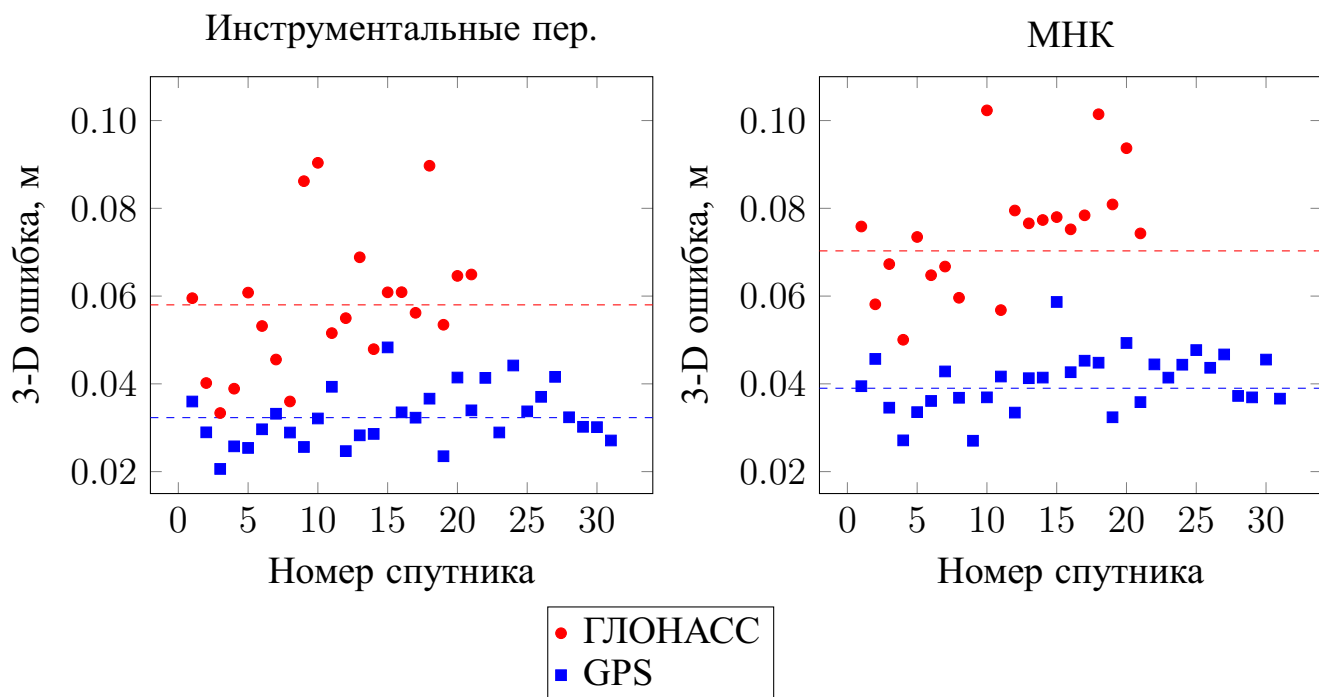


Рисунок 4.5 — 3-D ошибка оценивания ТНП для спутников GPS и ГЛОНАСС, при использовании инструментальных переменных и МНК

Таблица 4.5 — Погрешность оценивания ТНП исследуемых алгоритмов (МНК — метод наименьших квадратов, МИП — метод инструментальных переменных)

| Параметр | МНК, см | МИП, см | Изменение, % |
|----------------------------------|---------|---------|--------------|
| Средняя погрешность GPS | 4 | 3,23 | -20 % |
| Средняя погрешность ГЛОНАСС | 7,63 | 5,8 | -24 % |
| Минимальная погрешность GPS | 2,7 | 2 | -27 % |
| Минимальная погрешность ГЛОНАСС | 5 | 3,3 | -33 % |
| Максимальная погрешность GPS | 5,86 | 4,83 | -17 % |
| Максимальная погрешность ГЛОНАСС | 11,2 | 9 | -19 % |

Разработанные алгоритмы были внедрены во ФГУП «СНИИМ» для контроля параметров навигационного поля ГЛОНАСС на базе Государственной службы измерения времени, частоты и определения параметров вращения Земли.. Также результаты исследований используются в региональной системе дифференциальной коррекции и мониторинга Новосибирской области. Соответствующие акты внедрений приведены в приложении А к диссертации.

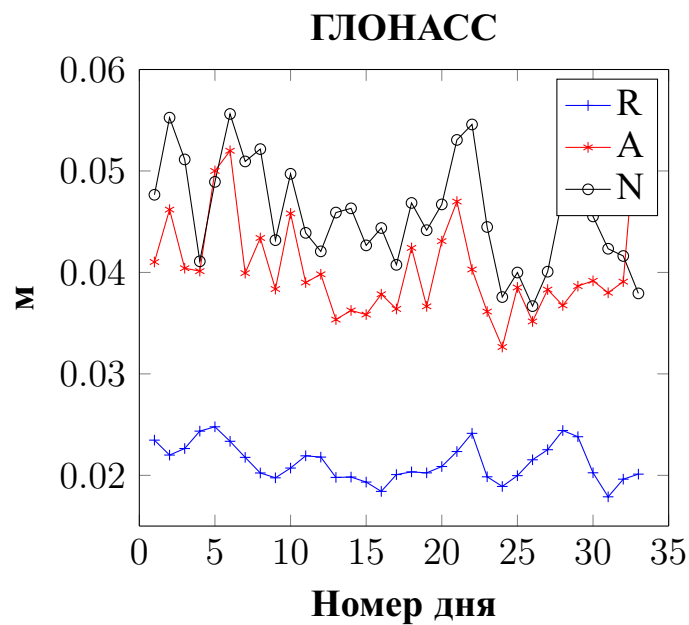


Рисунок 4.6 — Среднесуточная погрешность по ансамблю спутников ГЛОНАСС в компонентах RAN (данные за май 2016 г)

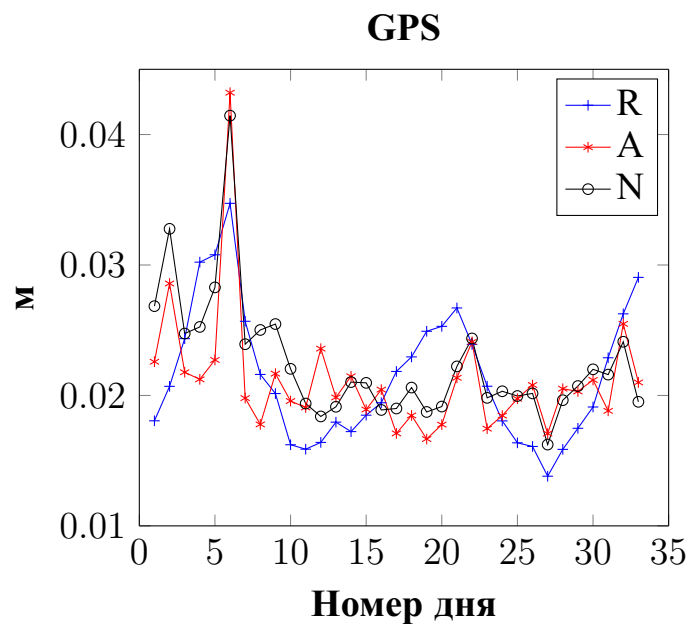


Рисунок 4.7 — Среднесуточная погрешность по ансамблю спутников GPS в компонентах RAN (данные за май 2016 г)

4.4 Основные результаты и выводы

Глава 4 посвящена модельным и натурным исследованиям разработанных алгоритмов и методов.

В разделе 4.1 проведён сравнительный анализ различных численных методов интегрирования дифференциальных уравнений. Показано, что оптимальным методом в поставленных условиях является метод Эверхарта. Данный метод даёт наилучший результат, как по точности, так и по эффективности интегрирования. Многошаговые методы Адамса обеспечивают приемлемую точность интегрирования при шаге 100 с, тогда как схема Рунге –Кутты продемонстрировала неприемлемую точность.

Раздел 4.2 посвящён сравнительному анализу инструментальных переменных по критерию коэффициента уменьшения числа обусловленности исходной матрицы. Из проведённого анализа следует, что подбором инструментальных переменных $\gamma_j(t)$ в сочетании с масштабированием удаётся существенно улучшить свойства решаемой системы алгебраических уравнений. Для модельной задачи показана возможность уменьшить число обусловленности вплоть до 8 порядков. Использование метода инструментальных переменных повышает эффективность решения задачи оценивания текущих навигационных параметров КА.

Разработанный алгоритм контроля навигационного поля ГНСС является практической реализацией идей, изложенных в первых главах диссертации. Результаты натурных испытаний подтверждают на практике эффективность и точность разработанных моделей учёта факторов, воздействующих на КА и на результаты траекторных измерений, подходов к улучшению свойств матрицы и используемых численных методов интегрирования дифференциальных уравнений. Показана возможность оценивания текущих навигационных параметров спутников ГЛОНАСС и GPS с погрешностью менее 10 см с использованием разработанного алгоритма.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе результатов диссертационных исследований решена задача оценивания текущих навигационных параметров спутников ГЛОНАСС и GPS по данным кодовых и фазовых измерений.
2. Высокая точность оценивания навигационных параметров, удовлетворяющая требованиям Федеральной целевой программы “Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2012–2020 гг.” к точности формирования эфемеридно-временной информации, достигнута за счет применения для формирования системы нормальных уравнений, подлежащей решению относительно начальных условий уравнений движения НС, метода инструментальных переменных.
3. По существу разработанные алгоритмы оценивания текущих навигационных параметров НС представляют собой одну из реализаций орбитального метода космической геодезии. Наряду с навигационными параметрами НС одновременно оцениваются:
 - параметры нестабильности бортовых часов;
 - параметры математических моделей радиационного давления на НС солнечного излучения;
 - координаты беззапросных измерительных станций;
 - зенитные влажные составляющие тропосферных задержек навигационного сигнала;
 - неоднозначности фазовых измерений по каждой радиотрассе;
 - параметры вращения Земли.
4. Повышению точности и достоверности оценок текущих навигационных параметров НС способствует применение алгоритмов предварительной обработки результатов фазовых измерений с целью обнаружения и исправления потерь фазовых циклов, а также обнаружения и исключения выбросов в кодовых и фазовых измерениях.

5. Аналитические исследования точности и устойчивости алгоритмов оценивания строились на основе уравнений динамики алгоритмов, разрешённых относительно погрешностей оценивания. Полученные соотношения позволили решать задачу оптимального выбора конструктивных параметров алгоритмов.
6. Достижению требуемых характеристик точности оценивания способствует применение для оценивания неоднозначностей фазовых измерений вторых разностей широкополосных и узкополосных комбинаций.
7. Важной составляющей разработанных алгоритмов оценивания является применение численной схемы Эверхарта для интегрирования уравнений движения НС и уравнений в вариациях для расчёта производных по начальным условиям. Это обеспечило минимальный уровень погрешностей интегрирования в моменты возникновения скачков в правой части уравнений, связанных с прохождением НС теневых участков орбиты.
8. Разработанные алгоритмы, методики оценивания текущих навигационных параметров КА ГНСС применяются для контроля в мониторинговом режиме параметров навигационного поля ГЛОНАСС и GPS, и предназначены для предоставления результатов контроля пользователям сети активных базовых ГНСС станций Новосибирской области и другим региональным пользователям спутниковых навигационных технологий.

Список литературы

1. О метрологическом обеспечении сети активных базовых ГНСС-станций Новосибирской области / А. А. Карауш [и др.] // Приборы. — 2014. — 9 (171). — С. 34–38.
2. Контроль характеристик навигационного поля ГЛОНАСС на метрологических пунктах ГСВЧ / А. А. Карауш [и др.] // Винеровские Чтения 2014: материалы Всерос. молодёжной науч.-практ. конф. с международ. участ. — Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2014. — С. 150–157.
3. Алгоритмические пути повышения точности и достоверности частотно-временного обеспечения на основе ГНСС-технологий / А. А. Карауш [и др.] // Труды XII Международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», АПЭП-2014. В 7 т. Т. 3. — НГТУ. Новосибирск, 2014. — С. 54–59.
4. *Карауш А. А., Ханькова Е. А., Безродных А. Р.* Частотно-временные определения в спутниковых навигационных технологиях // Успехи современной радиоэлектроники. — 2015. — № 1. — С. 44–47.
5. *Parsons B.* GPSTk [Электронный ресурс]. — 2016. — URL: <http://www.gpsstk.org/bin/view/Documentation/WebHome>.
6. *Takasu T.* RTKLIB: An Open Source Program Package for GNSS Positioning [Электронный ресурс]. — 2016. — URL: <http://www.rtklib.com>.
7. Совершенствование и практическая реализация динамического метода космической геодезии / Ю. Сурнин [и др.] ; под ред. Е. Сурнин. — Новосибирск : СГУГиТ, 2015. — С. 193.
8. *Аксенов Е.* Теория движения искусственных спутников Земли. — Москва : Наука, 1977. — С. 360.
9. *Дубошин Г.* Небесная механика. Методы теории движения искусственных небесных тел. — Москва : Наука, 1983. — С. 352.
10. *Montenbruck O., Gill E.* Satellite orbits: Models, Methods and applications. — Berlin : Springer, 2000. — P. 382. — URL: <http://scholar.google.com/scholar?hl=en%7B%5C&%7DbtnG=Search%7B%5C&%7Dq=intitle:Satellite+Orbits.+Models,+Methods,+and+Applications%7B%5C#%7D3>.

11. *Herring T., King R., McClusky S.* GAMIT reference manual. — 2010. — P. 171.
12. *Folkner W., Williams J., Boggs D.* The planetary and lunar ephemeris DE 421 // IPN Progress Report 42-178. — 2009. — Vol. 005. — Pp. 1–34. — URL: http://tmo.jpl.nasa.gov/progress_report/42-178/178C.pdf.
13. *Бордовицына Т., Авдюшев В.* Теория движения искусственных спутников земли. — 2007. — С. 178.
14. *McCarthy D., Petit G.* IERS conventions (2003): tech. rep. / IERS. — 2004. — P. 127. — URL: <http://oai.dtic.mil/oai/oai?verb=getRecord%7B%5C%7DmetadataPrefix=html%7B%5C%7Didentifier=ADA430152>.
15. *Petit G., Luzum B.* IERS conventions (2010): tech. rep. / IERS. — 2010. — P. 179. — URL: <http://oai.dtic.mil/oai/oai?verb=getRecord%7B%5C%7DmetadataPrefix=html%7B%5C%7Didentifier=ADA535671>.
16. *Ash M.* Determination of Earth Satellite Orbits. — Massachusetts, 1972. — P. 266.
17. *Springer T., Beutler G., Rothacher M.* A new solar radiation pressure model for GPS satellites // GPS solutions. — 1999. — URL: <http://link.springer.com/article/10.1007/PL00012757>.
18. *Kouba J.* A Guide to using international GNSS Service (IGS) Products // Geodetic Survey Division Natural Resources Canada Ottawa. — 2009. — Vol. 6. — P. 34. — URL: <http://graypantherssf.igs.org/igscb/resource/pubs/UsingIGSProductsVer21.pdf>.
19. *Springer T.* NAPEOS Mathematical models and algorithms: tech. rep. — 2009. — P. 150.
20. *Xu G.* Orbits. — Berlin : Springer, 2008. — P. 236.
21. *Карауш А. А., Толстиков А. С.* Оценивание действующих на КА возмущений по данным беззапросных траекторных измерений // Интерэкспо ГЕО-Сибирь. VI Междунар. науч. конгресса, 19–29 апреля 2010 г., Новосибирск. В 2 т. Т. 2. Междунар. науч. конф. ”Специализированное приборостроение, метрология, теплофизика, микротехника, нанотехнологии”. — СГГА. Новосибирск, 2010. — С. 170–174.

22. *Capitaine N., Wallace P., Chapront J.* Astrophysics Expressions for IAU 2000 precession quantities. — 2003.
23. *Coppola V.* The IAU 2000A and IAU 2006 Precession-Nutation Theories and Their Implementation. — 2009. — URL: <http://www.agi.com/resources/user-resources/downloads/white-paper.aspx?id=98>.
24. *Абалакин В.* Основы эфемеридной астрономии. — Москва : Наука, 1979. — С. 448.
25. *Иванов Н., Лысенко Л.* Балистика и навигация космических аппаратов. — Москва, 2004. — С. 544.
26. *Каратаев Е., Бордовицына Т.* Моделирование задачи определения орбиты низколетящего спутника по измерениям системы ГЛОНАСС // Известия высших учебных заведений. — 2012. — Т. 55, № 10/2. — С. 125—130.
27. *Решетнев М., Лебедев А., Бартнев В.* Управление и навигация искусственных спутников Земли на околокруговых орбитах. — Москва : М.: Машиностроение, 1988. — С. 336.
28. *Эльясберг П.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. — 1965. — С. 540.
29. *Брандин В., Разоренов Г.* Определение траекторий космических аппаратов. — Москва : Машиностроение, 1978. — С. 216.
30. *Урмаев М.* Орбитальные методы космической геодезии. — Москва : Недра, 1981. — С. 256.
31. *Эскобал П.* Методы определения орбит / под ред. В. Демин. — Москва : Мир, 1970. — С. 472.
32. *Авдеевский В., Антонов Б.* Основы теории полета и проектирования космических аппаратов / под ред. Г. Нариманов, М. Тихонравов. — Москва : Машиностроение, 1972. — С. 608.
33. *Grewal M., Andrews A.* Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. — 2008. — P. 581.
34. *Бартнев В., Гречкосеев А.* Комбинированный алгоритм определения и прогнозирования параметров движения ИСЗ с использованием адаптации // Космические исследования. — 1986. — Т. XXIV, № 4. — С. 564—574.

35. Continuous geodetic time-transfer analysis methods / R. Dach [et al.] // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. — 2006. — Vol. 53, no. 7. — Pp. 1250–1259.
36. Gipsy-Oasis II: A High Precision GPS Data Processing System and General Satellite Orbit / S. M. Lichten [et al.] // NASA Technology Transfer Conference. — 1996. — P. 10.
37. Rapid and Precise Orbit Determination for the GOCE Satellite / P. Visser [et al.] // ESA Living Planet Symposium. Vol. 2010. — 2010. — P. 6.
38. An evaluation of solar radiation pressure strategies for the GPS constellation / A. Sibthorpe [et al.] // Journal of Geodesy. — 2011. — Pp. 1–13. — URL: citeulike - article - id : 8860304 \$ % 5 C backslash \$ n http : // dx . doi . org / 10 . 1007 / s00190-011-0450-6.
39. *Warren D. L. M., Raquet J. F.* Broadcast vs. precise GPS ephemerides: a historical perspective // GPS Solutions. — 2003. — Vol. 7, no. 3. — Pp. 151–156.
40. *Карауш А. А., Ханькова Е. А.* Некоторые подходы к повышению точности эфемеридно-временной информации спутниковой навигационной системы ГЛОНАСС // Труды Всероссийской молодёжной научно-практической конференции «Малые Винеровские Чтения 2013». — ИрГТУ. Иркутск, 2013. — С. 92–96.
41. *Карауш А. А., Толстиков А. С.* Использование метода инструментальных переменных в задаче оценивания текущих навигационных параметров КА // Успехи современной радиоэлектроники. — 2015. — № 1. — С. 33–36.
42. *Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E.* GNSS Global Navigation Satellite Systems GPS. — 2008. — P. 546. — URL: <http://scholar.google.com/scholar?hl=en%7B%5C&%7DbtnG=Search%7B%5C&%7Dq=intitle:GNSS-Global+Navigation+Satellite+Systems%7B%5C#%7D2>.
43. *Xu G.* GPS Theory, Algorithms and Applications. — Berlin : Springer, 2007. — P. 351.
44. *Антонович К.* Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. Том 1. Т. 1. — Москва : Картгеоцентр, 2005. — С. 334.

45. *Saastamoinen J.* Atmospheric correction for the troposphere and stratosphere in radio ranging satellites // Geophysical Monograph Series. — 1972. — Vol. 15, no. 4. — Pp. 247–251. — URL: <http://www.agu.org/books/gm/v015/GM015p0247/GM015p0247.shtml>.
46. *Niell A.* Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wave lengths // Journal of Geophysical Research. — 1996. — Vol. 101. — Pp. 3227–3246.
47. Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data / J. Boehm [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2006. — Vol. 33, no. 7. — P. L07304. — URL: <http://doi.wiley.com/10.1029/2005GL025546>.
48. Navstar GPS space Segment/Navigation User Interface: tech. rep. — 2013. — P. 213. — URL: <http://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-200H.pdf>.
49. *Ashby N.* Relativistic Effects in the Global Positioning System. — 1985. — URL: <http://oai.dtic.mil/oai/oai?%7B%5C%7Dverb=getRecord%7B%5C%7DmetadataPrefix=html%7B%5C%7Didentifier=ADA158720>.
50. Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС. Т. 2. — 5.1-е изд. — Москва, 2008. — С. 74.
51. *Ashby N.* Relativity in the Global Positioning // Living Reviews in Relativity. — 2003. — Vol. 6, no. 1.
52. *Сидоренков Н.* Физика нестабильностей вращения земли. — Москва : Наука, 2001. — С. 375.
53. *Карауш А., Толстиков А.* Использование метода инструментальных переменных в задаче оценивания текущих навигационных параметров КА // Успехи современной радиоэлектроники. — 2015. — № 1. — С. 33–36.
54. *Карауш А. А., Толстиков А. С., Ханькова Е. А.* Оценивание частоты пространственно-разнесенных часов на основе фазовых ГНСС измерений // Успехи современной радиоэлектроники. — 2015. — № 10. — С. 82–84.
55. Chronometric measurement of orthometric altitude differences by means of atomic clocks / A. A. Karaush [et al.] // Gravitation and Cosmology. — 2016. — Vol. 22, no. 3. — Pp. 234–244.

56. *Dach R., Lutz S., Schaer S.* Combining the Observations from Different GNSS // AGU Fall Meeting ... — 2009. — May. — Pp. 1–10.
57. User manual of the Bernese GPS Software Version 5.0 / R. Dach [et al.]. — Astronomical Institute, University of Bern, 2007. — P. 640. — URL: http://www.ipa.nw.ru/PAGE/DEPFUND/GEO/nap/publ/docu42_1.pdf.
58. *Beyerle G.* Carrier phase wind-up in GPS reflectometry // GPS Solutions. — 2009. — Vol. 13, no. 3. — Pp. 191–198.
59. *Dong D., Herring T. A., King R. W.* Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data // Journal of Geodesy. — 1998. — Apr. — Vol. 72, no. 4. — Pp. 200–214. — URL: <http://link.springer.com/10.1007/s001900050161>.
60. *Dong D., Bock Y.* Global Positioning System Network Analysis With Phase Ambiguity Resolution Applied to Crustal Deformation Studies in California // Journal of Geophysical Research. — 1989. — Vol. 94, no. 4. — Pp. 3949–3966.
61. *Blewitt G.* Carrier Phase Ambiguity Resolution for the Global Positioning System Applied to Geodetic Baselines up to 2000 km // Journal of Geophysical Research. — 1989. — Vol. 94, no. 8. — Pp. 10187–10203.
62. Improving carrier-phase ambiguity resolution in global GPS network solutions / M. Ge [et al.] // Journal of Geodesy. — 2005. — Vol. 79, no. 1–3. — Pp. 103–110. — URL: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/s00190-005-0447-0> <http://www.springerlink.com/content/ph05754552tm64jw/>.
63. A new data processing strategy for huge GNSS global networks / M. Ge [et al.] // Journal of Geodesy. — 2006. — Vol. 80, no. 4. — Pp. 199–203.
64. *Жалило А., Дицкий И.* Усовершенствованный метод разрешения фазовой неоднозначности двухчастотных дифференциальных фазовых ГНСС-наблюдений и высокоточное позиционирование на базовых расстояниях до 200 км // Радиотехника. — 2012. — № 169. — С. 277–301.
65. *Kim D., Langley R. B.* GPS Ambiguity Resolution and Validation: Methodologies, Trends and Issues. — 2000.

66. *Mervart L.* Ambiguity Resolution Techniques in Geodetic and Geodynamic Applications of the Global Positioning System // Inauguraldissertation, der Philosophisch naturwissenschaftlichen Fakultät. — 1995. — Vol. PHD. — P. 176.
67. *Teunissen P., Jonge P., Tiberius C.* The LAMBDA-method for fast GPS surveying // GPS Technology Applications. — 1995. — P. 8.
68. *Teunissen P.* The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation // Journal of Geodesy. — 1995. — Nov. — Vol. 70, no. 1–2. — Pp. 65–82. — URL: <http://link.springer.com/10.1007/BF00863419>.
69. *Teunissen P.* Least-Squares Estimation of the Integer GPS Ambiguities // General Meeting of the International Association of Geodesy. — 1993. — P. 16. — URL: http://pages.citg.tudelft.nl/fileadmin/Faculteit/CiTG/Over_de_faculteit/Afdelingen/Afdeling_Geoscience_and_Remote_Sensing/pubs/PT_BEIJING93.PDF.
70. *Teunissen P., Tiberius C., Jonge P.* The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: its performance on short GPS baselines and short observation spans // Journal of Geodesy. — 1997. — Sept. — Vol. 71, no. 10. — Pp. 589–602. — URL: <http://link.springer.com/10.1007/s001900050127>.
71. Single receiver phase ambiguity resolution with GPS data / W. Bertiger [et al.] // Journal of Geodesy. — 2010. — Vol. 84, no. 5. — Pp. 327–337.
72. Fixing integer ambiguities for GPS carrier phase time transfer / J. Delporte [et al.] // Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition. — 2007. — Pp. 927–932.
73. Integer ambiguity resolution on undifferenced GPS phase measurements and its application to PPP and satellite precise orbit determination / D. Laurichesse [et al.] // Navigation. — 2009. — Vol. 56, no. 2. — URL: http://ppp-wizard.net/Articles/laurichesse_navigation.pdf.
74. *Laurichesse D., Mercier F., Berthias J.* Real-time PPP with undifferenced integer ambiguity resolution, experimental results // Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2010). — 2010. — Pp. 2534–2544. — URL: <http://www.ppp->

- wizard.net / Articles / Laurichesse_UndifferencedIntegerAmbiguityResolution_EGU2010.pdf.
75. Zero-difference Ambiguity Fixing for Spaceborne GPS Receivers / D. Laurichesse [et al.] // Proceedings of the 21st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. — 2008. — April. — Pp. 758–768.
 76. *Mercier F., Laurichesse D.* Zero-difference ambiguity blocking. Properties of satellite receiver widelane biases // Proceedings of European navigation conference. — 2008. — URL: <http://scholar.google.com/scholar?hl=en%7B%5C&%7DbtnG=Search%7B%5C&%7Dq=intitle:Zero-difference+ambiguity+blocking,+Properties+of+satellite+receiver+widelane+biases%7B%5C#%7D0>.
 77. Zero-difference GPS ambiguity resolution at CNES-CLS IGS Analysis Center / S. Loyer [et al.] // Journal of Geodesy. — 2012. — Vol. 86, no. 11. — Pp. 991–1003.
 78. *Banville S., Collins P., Lahaye F.* Concepts for Undifferenced GLONASS Ambiguity Resolution // Improved Convergence for ... — 2012. — SEPTEMBER 2013. — Pp. 1186–1197. — URL: <http://www2.unb.ca/gge/Pubs/TR294.pdf%7B%5C#%7Dpage=206>.
 79. *Banville S., Langley R. B.* Mitigating the impact of ionospheric cycle slips in GNSS observations // Journal of Geodesy. — 2013. — Vol. 87, no. 2. — Pp. 179–193.
 80. *Wang J.* An approach to GLONASS ambiguity resolution // Journal of Geodesy. — 2000. — Vol. 74, no. 5. — Pp. 421–430.
 81. *Wanninger L.* Carrier-phase inter-frequency biases of GLONASS receivers // Journal of Geodesy. — 2012. — Vol. 86, no. 2. — Pp. 139–148.
 82. Demystifying GLONASS Inter-Frequency Carrier Phase Biases / J.-M. Slewaegeen [et al.] // Inside GNSS. — 2012. — May/June. — Pp. 57–61.
 83. *Takac F.* GLONASS interfrequency biases and ambiguity resolution // Inside GNSS. — 2009. — March/April. — Pp. 24–28.
 84. *Geng J., Bock Y.* GLONASS fractional-cycle bias estimation across inhomogeneous receivers for PPP ambiguity resolution // Journal of Geodesy. — 2015. — February. — Pp. 1–18.

85. Антонович К. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. Том 2. Т. 2. — Москва : Картгеоцентр, 2006. — С. 360.
86. Sovers O., Border J. Observation model and parameter partials for the JPL geodetic GPS modeling software GPSOMC // Jet Propulsion Lab. Report. — 1988. — URL: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1988jpl..rept.8721S>.
87. Голуб Д., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. — Москва : Мир, 1999. — С. 548.
88. Gibbs B. P. Advanced Kalman Filtering, Least-Squares and Modeling: A Practical Handbook. — 2011. — arXiv: arXiv:1011.1669v3.
89. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. — Москва : Советское радио, 1978. — С. 384.
90. Dai Z., Knedlik S., Loffeld O. Instantaneous Triple-Frequency GPS Cycle-Slip Detection and Repair // International Journal of Navigation and Observation. — 2009. — Vol. 2009. — Pp. 1–15. — URL: <http://www.hindawi.com/journals/ijno/2009/407231/>.
91. Colombo O., Bhapkar U., Evans A. Inertial-Aided Cycle-Slip Detection / Correction for Precise , Long-Baseline Kinematic GPS. — 1996.
92. Kim D., Langley R. B. Instantaneous real-time cycle-slip correction of dual frequency GPS data // Proceedings of the international symposium on kinematic systems in geodesy, geomatics and navigation. — 2001. — Pp. 255–264. — URL: <http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/kis01.kim.pdf>.
93. Bisnath S., Kim D., Langley R. B. Innovation A New Approach to an Old Problem Cycle Slips // GPS World. — 2001. — May.
94. Bisnath S., Langley R. B. Automated cycle-slip correction of dual-frequency kinematic GPS data // Engineering. — 1997. — URL: <http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/iongps2000.bisnath.pdf>.
95. Bisnath S. Efficient, Automated cycle-slip correction of dual-frequency kinematic GPS data // 3th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2000). — 2000. — Pp. 145–154. — URL: <http://gauss.gge.unb.ca/papers.pdf/iongps2000.bisnath.pdf>.

96. *Zhalilo A., Ditskiy I.* Elimination of cyclic phase slips of single-frequency kinematic GNSS observations // *Radioelectronics and Communications Systems*. — 2012. — Vol. 55, no. 8. — Pp. 321–331.
97. *Горохова Т.* Обнаружение скачков фазы в GNSS-измерениях: Перспективы усовершенствования математических методов // *Сборник СГГА*. — 2008. — № 5. — С. 80–85.
98. *Blewitt G.* An Automatic Editing Algorithm for GPS Data // *Geophysical Research Letters*. — 1990. — Vol. 17, no. 3. — Pp. 199–202. — URL: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/GL017i003p00199/full>.
99. *Liu Z.* A new automated cycle slip detection and repair method for a single dual-frequency GPS receiver // *Journal of Geodesy*. — 2010. — Nov. — Vol. 85, no. 3. — Pp. 171–183. — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-010-0426-y>.
100. *Zumberge J. F., Heflin M. B., Jefferson D. C.* Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks // *Journal of Geophysical Research*. — 1997. — Vol. 102, B3. — Pp. 5005–5017.
101. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя. — Москва : Наука, 1991. — С. 432.
102. *Young P.* An instrumental variable method for real-time identification of a noisy process // *Automatica*. — 1970. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109870900981>.
103. *Stoica P., Friedlander B., Soderstrom T.* Optimal instrumental variable multistep algorithms for estimation of the AR parameters of an ARMA process // 1985 24th IEEE Conference on Decision and Control. — 1985. — Pp. 1087–1092. — URL: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207178708933869>.
104. *Soderstrom T., Stoica P., Friedlander B.* Optimal Instrumental Variable Estimates of the AR Parameters of an ARMA Process // *IEEE Transactions on Automatic Control*. — 1985. — No. 11. — Pp. 1066–1074. — URL: http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=1103839.
105. *Soderstrom T., Stoica P.* Instrumental variable methods for system identification // *Circuits, Systems and Signal Processing*. — 2002. — Vol. 21, no. 1. — Pp. 1–9. — URL: <http://link.springer.com/article/10.1007/BF01211647>.

106. *Stoica P., Friedlander B., Soderstrom T.* On Instrumental Variable Estimation of Sinusoid Frequencies and the Parsimony Principle // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1986. — Vol. 7, no. 8. — Pp. 793–795. — URL: http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=1104395.
107. *Караш А. А.* Выбор численного метода интегрирования дифференциальных уравнений для задач спутниковых навигационных технологий // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. — 2014. — № 31. — С. 174–178.
108. *Бордовицына Т.* Современные численные методы в задачах небесной механики. — 1984. — С. 136.
109. *Everhart E.* Implicit single-sequence methods for integrating orbits // Celestial mechanics. — 1974. — Vol. 10. — Pp. 35–55. — URL: <http://link.springer.com/article/10.1007/BF01261877>.
110. *Холл Д., Уатт Д.* Современные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. — 1979. — С. 312.
111. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. — С. 704.
112. *Oesterwinter C., Cohen C.* New orbital elements for moon and planets // Celestial Mechanics. — 1972. — Vol. 5. — Pp. 317–395.
113. *Agrotis L.* Determination of satellite orbits and the Global Positioning System: PhD thesis / Agrotis L.G. — University of Nottingham, 1984. — P. 338.
114. *Юданин А. Я., Могильницкий Б. С., Толстиков А. С.* Уточнение орбит ИСЗ системы ГЛОНАСС/GPS. — 2008.
115. *Butcher J.* Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. — Chichester, UK : John Wiley & Sons, Ltd, 03/2008. — URL: <http://doi.wiley.com/10.1002/9780470753767>.
116. *Бабушка И., Витасек Э., Прагер М.* Численные процессы решения дифференциальных уравнений. — 1969. — С. 367.
117. *Самарский А. А., Гулин А. В.* Численные методы. — 1989. — С. 432.

118. *Заусаев А., Заусаев А., Ольхин А.* Оценка точности метода Эверхарта при решении уравнений движения больших планет на интервале времени 10 000 лет. — 2004.
119. *Заусаев А., Заусаев А.* Применение модифицированного метода Эверхарта для решения задач небесной механики // Математическое моделирование. — 2008. — Т. 20, № 11. — С. 109—114.
120. *Карауш А. А.* Выбор численного метода интегрирования уравнений движения навигационных спутников // Труды XI Международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения», АПЭП-2012. В 7 т. Т. 2. — НГТУ. Новосибирск, 2012. — С. 120—122.
121. *Владимиров В. М., Гречкосеев А. К., Толстиков А. С.* Имитатор измерительной информации для отработки эфемеридно-временного обеспечения космической навигационной системы ГЛОНАСС // Измерительная техника. — 2004. — № 8. — С. 12—14.
122. *Суетин П. К.* Классические ортогональные многочлены. — Москва : Наука, 1979. — С. 416.
123. Информационно-аналитический центр ГЛОНАСС и GPS [Электронный ресурс]. — 2016. — URL: <https://www.glonass-iac.ru/>.
124. Welcome to the IGS [Электронный ресурс]. — 2016. — URL: <http://www.igs.org/>.
125. *Карауш А. А., Толстиков А. С., Ханькова Е. А.* Оценивание текущих навигационных параметров КА ГНСС с использованием метода инструментальных переменных // Материалы VIII Международного симпозиума «Метрология времени и пространства». — ФГУП «ВНИИФТРИ». Санкт-Петербург, 2016. — С. 160—163.
126. GNSS Satellite Geometry and Attitude Models / O. Montenbruck [et al.] // Advances in Space Research. — 2015. — Vol. 56, no. 6. — Pp. 1015–1029. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2015.06.019>.

Список рисунков

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Схема частичного затмения | 24 |
| 1.2 | Опорная траектория и оценённая орбита | 27 |
| 2.1 | Широкополосная комбинация для спутника GPS31. Скачки в комбинации отсутствуют | 56 |
| 2.2 | Широкополосная комбинация для спутника GPS6. Два скачка на -2 и $+4$ цикла | 57 |
| 2.3 | Широкополосная комбинация для спутника GLONASS 1. Скачок в комбинации величиной 1 цикл | 57 |
| 2.4 | Узкополосная комбинация для спутника GPS 6. Множественные разрывы в середине дуги | 58 |
| 2.5 | Широкополосная комбинация станции DGAV для спутника GPS7 . . . | 60 |
| 2.6 | Узкополосная комбинация станции ARTI для спутника GPS13 | 62 |
| 4.1 | Характер изменения абсолютных погрешностей интегрирования . . . | 90 |
| 4.2 | Модельный эксперимент. S - спутник, O - центр Земли, R - наземная станция, ρ - наклонная дальность от станции до спутника | 92 |
| 4.3 | Абсолютная погрешность оценивания ТНП (ГЛОНАСС) | 96 |
| 4.4 | Абсолютная погрешность оценивания ТНП (GPS) | 96 |
| 4.5 | 3-D ошибка оценивания ТНП для спутников GPS и ГЛОНАСС, при использовании инструментальных переменных и МНК | 97 |
| 4.6 | Среднесуточная погрешность по ансамблю спутников ГЛОНАСС в компонентах RAN (данные за май 2016 г) | 98 |
| 4.7 | Среднесуточная погрешность по ансамблю спутников GPS в компонентах RAN (данные за май 2016 г) | 98 |

Список таблиц

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Сравнительные характеристики ПО | 16 |
| 1.2 | Примерный порядок сил, действующих на КА | 26 |
| 2.1 | Количество неизвестных в полной орбитальной задаче | 50 |
| 2.2 | Результаты сравнительного анализа алгоритмов обнаружения потерь фазовых циклов | 65 |
| 4.1 | $h = 100$ с, $b = 0$ | 88 |
| 4.2 | $h = 1000$ с, $b = 0$ | 88 |
| 4.3 | $h = 100$ с, с имитацией ступенчатого воздействия $b \neq 0$ | 89 |
| 4.4 | Результаты расчёта чисел обусловленности для различных инструментальных переменных | 93 |
| 4.5 | Погрешность оценивания ТНП исследуемых алгоритмов (МНК — метод наименьших квадратов, МИП — метод инструментальных переменных) | 97 |

Приложение А

Сведения о внедрении результатов диссертационных исследований



АКТ

внедрения результатов диссертационной работы А.А. Карауша, выполненной на тему "Разработка и исследование алгоритмов оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС по данным беззапросных траекторных измерений", в учебный процесс

Настоящим актом удостоверяется, что результаты диссертационных исследований и пакет программ "ModBis 24", в создании которого А.А. Карауш принимал непосредственное участие, внедрены в учебный процесс кафедры "Системы сбора и обработки данных" (ССОД) ФГБУ ВПО Новосибирского государственного технического университета (НГТУ). Пакет программ "ModBis 24" с февраля 2012 года входит в учебно-методический комплекс дисциплины "Высокоточные измерения и измерения сверхмалых величин" для магистрантов специальности "Приборостроение" (200100). Внедрение произведено в соответствии с «Соглашением о совместной деятельности в области научных исследований, метрологии и подготовки кадров между ФГУП «СНИИМ» и ФГБОУ ВПО «НГТУ»».

Для справки. Пакет программ "ModBis 24", представляющий собой программный имитатор измерительной информации, поступающей от орбитальной группировки навигационных спутников ГЛОНАСС и GPS на беззапросные измерительные станции, разработан авторским коллективом под руководством д.т.н. А.С. Толстикова в Сибирском НИИ метрологии (ФГУП "СНИИМ", г. Новосибирск).

Заведующий кафедрой ССОД
к.т.н., доцент

Е.В.Прохоренко

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель ГБУ НСО «ЦНГТ НСО»

Новиков С.В.
« 29 » октября 2014 г.



АКТ

внедрения результатов диссертационной работы А.А. Карауша, выполненной на тему «Разработка и исследование алгоритмов оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС по данным беззапросных траекторных измерений»

Настоящим актом удостоверяется, что результаты диссертационных исследований А.А. Карауша внедрены и используются в текущей работе государственного бюджетного учреждения Новосибирской области «Центр навигационных и геоинформационных технологий Новосибирской области» в виде частотно-временных поправок, компенсирующих уходы бортовых шкал времени навигационных спутников ГНСС. Положения моментов бортовых шкал спутников ГНСС оцениваются с помощью методик и алгоритмов, в создании которых А.А. Карауш принимал непосредственное участие, разработанных авторским коллективом под руководством д.т.н. А.С. Толстикова в Сибирском НИИ метрологии (ФГУП "СНИИМ", г. Новосибирск)

Передача данных координатно-временных определений от станции дифференциальной коррекции и мониторинга метрологического пункта ГСВЧ ФГУП "СНИИМ" производится в соответствии с Соглашением №30 от 29 июля 2014 года «О создании единого навигационно-информационного и координатно-временного пространства Новосибирской области»

Начальник отдела ЭИС



Сасов Р.Ю.



«УТВЕРЖДАЮ»

И.о. директора ФГУП «СНИИМ»

Шувалов Г.В.

2014 г.

АКТ

внедрения результатов диссертационной работы А. А. Карауша, выполненной на тему «Разработка и исследование алгоритмов оценивания текущих навигационных параметров спутников ГНСС по данным беззапросных траекторных измерений»

Настоящим актом удостоверяется, что результаты диссертационных исследований А.А. Карауша внедрены и использованы в работе федерального государственного унитарного предприятия «Сибирский государственный ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский институт метрологии» для решения задач контроля параметров навигационного поля ГЛОНАСС на базе Государственной службы измерения времени, частоты и определения параметров вращения Земли.

Значительная часть результатов диссертационной работы А.А. Карауша были получена при выполнении этапа 2 СЧ ОКР «Модернизация комплексов хранения национальной шкалы времени UTC(SU) в интересах достижения заданных тактико-технических характеристик системы ГЛОНАСС в части вторичного эталонно единиц времени и частоты ВЭТ 1-19» для контроля текущих навигационных параметров навигационных спутников орбитальной группировки ГЛОНАСС в рамках федеральной целевой программы «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2012-2020 гг.».

Зам. начальника отдела

Томилов А.С.

Приложение Б

Системы координат, применяемые в спутниковых навигационных технологиях и связь между системами координат

Необходимость использования различных систем координат появляется в спутниковых навигационных технологиях, поскольку движение спутника и положение наземных станций и эффекты действующие на них задаются в разных координатах - инерциальных и связанных с вращающейся Землёй соответственно.

Б.1 Геоцентрическая земная система координат

Удобно использовать Гринвичскую систему координат, связанную с вращающейся Землёй (англ. Earth-Centered Earth-Fixed, ECEF) для описания положения станции на поверхности Земли и эффектов, действующих на них. Система координат ECEF является правосторонней декартовой. Начало координат - в центре масс Земли. Ось Z совпадает со средней осью вращения Земли и пересекает поверхность в Международном Условном Начале (англ. Conventional International Origin, CIO) - среднем положении полюса Земли, закреплённом международным соглашением. Ось X указывает на средний Гринвичский меридиан, ось Y дополняет систему координат до правой. Плоскость XY называется плоскостью среднего экватора, плоскость XZ - плоскостью среднего нулевого меридиана. Использование среднего полюса и среднего меридиана необходимо, поскольку истинная ось вращения Земли постоянно меняет своё положение по отношению к телу Земли. Таким образом, если бы в определении системы координат использовался бы истинный полюс, координаты станций были бы функциями времени.

Международной службой вращения земли разработана система координат ITRS [15], основанная на изложенных выше принципах. Существует множество реализаций системы координат ITRS, представляющих собой наборы координат некоторого числа глобально распределённых станций. Актуальной в

настоящее время реализацией системы координат ITRS является ITRF2008, которая разработана и поддерживается Международной службой вращения Земли. В диссертационном исследовании используется система координат IGB08, принятая в Международной ГНСС службе (IGS). Эта система координат основана на ITRF2008, и отличается от неё незначительным количеством добавленных и исключённых станций.

Б.2 Геоцентрическая инерциальная система координат

Для описания движения НС требуется определить инерциальную систему координат, в которой справедливы законы Ньютоновской механики. Такую геоцентрическую инерциальную систему координат (ИСК, англ. Earth-Centered Inertial, ECI) принято определять следующим образом:

1. Начало координат - в центре масс Земли,
2. Ось Z совпадает со средней осью вращения Земли СЮ,
3. Ось X направлена в точку весеннего равноденствия J2000 (1 января 2000г в 12:00),
4. Ось Y дополняет систему до правой.

Строго говоря, такую систему нельзя назвать инерциальной из-за движения Земли вокруг Солнца и наличия соответствующих ускорений. Поэтому необходимо учитывать эффекты общей теории относительности при использовании такой системы координат.

Для перехода из земной системы координат ECEF в небесную ECI необходимо учесть ряд факторов, связанных с нестабильностью вращения Земли: прецессию и нутацию оси вращения Земли в инерциальном пространстве, изменение положения оси в теле Земли, нестабильность продолжительности суток.

Медленное круговое движение оси вращения Земли в пространстве с периодом примерно 26000 лет называется прецессией. Небольшие относительно быстрые наклоны оси с периодом от 14 суток до 18.6 лет называются нутацией.

Причина прецессии и нутации - гравитационное притяжение несферичной Земли с неоднородно распределённой массой со стороны Солнца, Луны и планет солнечной системы. Сферическая однородная Земля не имела бы ни прецессии, ни нутации.

Б.3 Переход от земной к инерциальной системе координат

В соответствии с рекомендациями МАС 2006 года, переход от земной системы координат к инерциальной записывается следующим образом:

$$r_{ECI} = Q(T) R(T) W(T) r_{ECEF} \quad (\text{Б.1})$$

где

r_{ECI} - координаты объекта в инерциальной системе координат,

r_{ECEF} - координаты объекта в земной системе координат,

$Q(T)$ - матрица прецессии-нутации,

$R(T)$ - матрица суточного вращения Земли,

$W(T)$ - матрица движения полюса Земли,

T - юлианские столетия с момента J2000, определяемые по формуле:

$$T = (TT - J2000)/36525 \quad (\text{Б.2})$$

здесь TT - земное время, отличающееся от международного атомного времени на постоянную величину, выраженное в юлианских сутках

$J2000$ - 1 января 2000г в 12:00, выраженное в юлианских сутках

Рассмотрим подробнее вычисление матриц, обозначенных выше.

Матрица движения полюса Земли

$$W(T) = R_3(-s') \cdot R_2(x_p) \cdot R_1(y_p) \quad (\text{Б.3})$$

здесь

$R_i, i = 1 \dots 3$ - матрица вращения вокруг, соответственно, осей X, Y и Z ,

x_p и y_p - координаты полюса Земли,

s' - величина, называемая определителем земного промежуточного начала (англ. Terrestrial Intermediate Origin locator). Является функцией координат полю-

са и определяется следующим образом:

$$s'(T) = \frac{1}{2} \int_{T_0}^T (x_p \dot{y}_p - \dot{x}_p y_p) dT$$

или приблизительно:

$$s' = (47,6'' \cdot 10^{-6}) \cdot T$$

Координаты полюса привлекаются в виде прогнозов от отдела определения параметров вращения Земли ФГУП СНИИМ или финальных оценок от Международной Службы Вращения Земли, с последующим применением поправок для учёта эффекта от приливов и либрации полюса с периодом менее чем 2 дня.

$$(x_p, y_p) = (x, y) + (\Delta x, \Delta y)_{tide} + (\Delta x, \Delta y)_{libration}$$

где

(x, y) - прогнозные значения координат полюса,

$(\Delta x, \Delta y)_{tide}$ - суточные и полусуточные вариации положения полюса, вызванные океаническими приливами,

$(\Delta x, \Delta y)_{libration}$ - вариации координат полюса, вызванные внешними гравитационными силами с периодом менее двух суток, которые не являются частью модели прецессии-нутаии.

Матрица суточного вращения Земли

$$R(T) = R_3(ERA(T_u)) \quad (\text{Б.4})$$

где

ERA - угол поворота Земли, являющийся простой функцией времени:

$$ERA(T_u) = 2\pi (0,7790572732640 + 1,00273781191135448T_u)$$

здесь $T_u = (JUT1 - 2451545,0)$, а $JUT1$ - универсальное время UT1, выраженное в юлианских сутках.

Матрица прецессии-нутаии

$$Q(T) = \begin{pmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & X \\ -aXY & 1 - aY^2 & Y \\ -X & -Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{pmatrix} \cdot R_3(s) \quad (\text{Б.5})$$

где X и Y - координаты небесного промежуточного полюса в инерциальной системе координат

$$a = 1/2 + 1/8 (X^2 + Y^2)$$

Выражения для X , Y и s выглядят следующим образом

$$\begin{aligned} X = & _ - 0,016617'' + 2004,191898''T - 0,4297829''T^2 - \\ & - 0,19861834''T^3 + 0,000007578''T^4 + 0,0000059285''T^5 + \\ & + \sum_i [(a_{s,0})_i \sin \beta + (a_{c,0})_i \cos \beta] + \\ & + \sum_i [(a_{s,1})_i T \sin \beta + (a_{c,0})_i T \cos \beta] + \\ & + \sum_i [(a_{s,2})_i T^2 \sin \beta + (a_{c,0})_i T^2 \cos \beta] + \dots \end{aligned} \quad (\text{Б.6})$$

$$\begin{aligned} Y = & _ - 0,006951'' - 0,025896''T - 22,4072747''T^2 + \\ & + 0,00190059''T^3 + 0,001112526''T^4 + 0,0000001358''T^5 + \\ & + \sum_i [(b_{s,0})_i \sin \beta + (b_{c,0})_i \cos \beta] + \\ & + \sum_i [(b_{s,1})_i T \sin \beta + (b_{c,0})_i T \cos \beta] + \\ & + \sum_i [(b_{s,2})_i T^2 \sin \beta + (b_{c,0})_i T^2 \cos \beta] + \dots \end{aligned} \quad (\text{Б.7})$$

$$\begin{aligned} s = & _ - XY/2 + 94'' + 3808,64''T - 122,68''T^2 - \\ & - 72574,11''T^3 + 27,70''T^4 + 15,61''T^5 + \\ & + \sum_i [(c_{s,0})_i \sin \beta + (c_{c,0})_i \cos \beta] + \\ & + \sum_i [(c_{s,1})_i T \sin \beta + (c_{c,0})_i T \cos \beta] + \\ & + \sum_i [(c_{s,2})_i T^2 \sin \beta + (c_{c,0})_i T^2 \cos \beta] + \dots \end{aligned} \quad (\text{Б.8})$$

где $\beta = \sum_{j=1}^{14} N_j F_j$ - комбинация фундаментальных аргументов теории прецессии-нутаии,

таблицы с коэффициентами $(a_{s,0})_i, (a_{c,0})_i, (b_{s,0})_i, (b_{c,0})_i, (c_{s,0})_i, (c_{c,0})_i$ доступны на сайте IERS.

Б.4 Объектоцентрическая система координат

Объектоцентрическая система координат (ОСК) используется для описания воздействия на спутник таких факторов, как давление солнечного излучения. Также в этой системе описываются смещения и вариации фазовых центров передающих антенн НС. Для спутников рассматриваемых ГНСС оси ОСК определены следующим образом [126]:

1. Ось Z направлена в центр масс Земли.
2. Ось Y является векторным произведением направления на Солнце и оси Z.
3. Ось X дополняет систему до правой.

Для перехода из объектоцентрической системы координат в инерциальную используется следующее матричное преобразование:

$$v_{ECI} = \begin{vmatrix} O_x^T & O_y^T & O_z^T \end{vmatrix} \cdot v_{OCK} \quad (\text{Б.9})$$

где

v_{ECI} - вектор в инерциальной системе координат,

v_{OCK} - вектор в объектоцентрической системе координат,

$$O_z = -\frac{r}{\|r\|},$$

$$O_y = \frac{(r - r_O)}{\|r - r_O\|} \times O_z,$$

$$O_x = O_y \times O_z,$$

r - координаты спутника в инерциальной системе координат,

r_O - координаты Солнца в инерциальной системе координат.