

## МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА КИБЕРФИЗИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ (НА ПРИМЕРЕ ПРОЦЕССА УПЛОТНЕНИЯ ДОРОЖНОГО ПОКРЫТИЯ)

А.П. Прокопьев<sup>1</sup> [0000-0003-2838-7350], Ж.И. Набижанов<sup>2</sup>, В.И. Иванчура<sup>3</sup>, Р.Т. Емельянов<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Сибирский федеральный университет, Россия, Красноярск, тел. +7(923)3777817, [prok1@yandex.ru](mailto:prok1@yandex.ru),  
[jasur150691@yandex.ru](mailto:jasur150691@yandex.ru), <sup>3</sup>[ivan43ura@yandex.ru](mailto:ivan43ura@yandex.ru), <sup>4</sup>[ert-44@yandex.ru](mailto:ert-44@yandex.ru)

*Аннотация.* Рассмотрены результаты теоретического описания модели объекта киберфизической системы – процесса уплотнения дорожного покрытия вибрационным катком, на основе метода пространства состояний. Рабочий орган катка включает вибрационным валец с встроенным дебалансным валом. Математическая модель процесса взаимодействия объекта с уплотняемым дорожно-строительным материалом учитывает массы основных элементов конструкции вибрационного катка и массу уплотняемого дорожного материала. Для описания характеристик уплотняемого материала используется реологическая модель вязкоупругого тела Кельвина-Войта. Экспериментально подтверждена пригодность полученной математической модели по результатам имитационного моделирования системы в среде программы MATLAB/Simulink.

*Ключевые слова:* киберфизическая система, математическая модель, вибрационный каток, валец, процесс уплотнения, дорожно-строительная смесь, реологическая модель, пространство состояний.

## THE OBJECT MODEL FOR CYBER-PHYSICAL SYSTEM'S IN STATE SPACE (ON THE EXAMPLE OF THE PAVEMENT COMPACTION PROCESS)

A.P. Prokopen<sup>1</sup> [0000-0003-2838-7350], Zh.I. Nabizhanov<sup>2</sup>, V.I. Ivanchura<sup>3</sup>, R.T. Emelyanov<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Siberian Federal University, Russia, Krasnoyarsk, tel. +7(923)3777817, [prok1@yandex.ru](mailto:prok1@yandex.ru),  
[jasur150691@yandex.ru](mailto:jasur150691@yandex.ru), <sup>3</sup>[ivan43ura@yandex.ru](mailto:ivan43ura@yandex.ru), <sup>4</sup>[ert-44@yandex.ru](mailto:ert-44@yandex.ru)

*Annotation.* We has considered results of object model theoretical description of the cyber-physical system – the compaction process of the road surface with a vibration roller, based on the method of the state space. The working body of the roller includes a vibration drum with a built-in unbalance shaft. The mathematical model of the process of interaction of the object with the compacted road-building material takes into account the mass of the main structural elements of the vibration roller and the mass of the compacted road material. To describe the characteristics of the compacted material, a rheological model of the viscoelastic Kelvin-Voight body is used. The suitability of the obtained mathematical model based on the results of simulation of the system in the Matlab/Simulink program is experimentally confirmed.

*Keywords:* cyber-physical system, mathematical model, vibration roller, roller, compaction process, road-building mixture, rheological model, state space.

### 1 Введение

Киберфизические системы (cyber-physical system, CPS) за счет современных достижений в области информационных технологий создают предпосылки к распространению практически на все направления деятельности, которые создаются на условной границе интернета людей, вещей и сервисов [1]. Технологической основой CPS является технология интернета вещей (Internet of Things, IoT) [2]. Приоритетными задачами цифровизации дорожной отрасли являются проектирование киберфизической системы управления дорожным строительством, интеллектуальное строительство (intelligent construction), интеллектуальное уплотнение (intelligent compaction, IC) [3, 4], непрерывный контроль уплотнения (continuous compaction control, CCC) [5, 6], интеллектуальная нейросетевая система автоматического управления вибрационным катком [7, 8], беспилотные вибрационные катки [9, 10], автоматизированный дорожно-строительный комплект «асфальтоукладчик – вибрационные катки» [11]. Совершенствование физических объектов –

асфальтоукладчиков, вибрационных дорожных катков, как элементов киберфизических систем, является актуальным научным направлением [12-15].

Для реализации концепции цифровой экономики в дорожно-строительной отрасли, с учетом мировых достижений, необходимо решение научной проблемы создания отечественных систем непрерывного контроля качества уплотнения дорожных покрытий, имеющее важное социально-экономическое значение. Значительным недостатком зарубежных систем ССС является большая стоимость, сопоставимая с ценой нового отечественного вибрационного катка. Задача российских специалистов предложить техническое решение системы непрерывного неразрушающего контроля уплотнения для асфальтоукладчиков и вибрационных катков, имеющее небольшую стоимость и удобство в эксплуатации.

Кибернетическая физика изучает физические системы кибернетическими методами [16]. Проектирование физического объекта как элемента CPS начинается с выбора модели объекта и цели управления. От уровня адекватности математических моделей объектов зависит эффективность проектирования CPS [16].

Работа посвящена теоретическому описанию объекта киберфизической системы – модели взаимодействия вибрационного катка и уплотняемой среды. Результатом реализации рабочего процесса вибрационного катка является уплотненное асфальтобетонное покрытие. Теоретические исследования уплотнения грунтов и асфальтобетонных смесей рассмотрены и проводятся многими российскими [17, и др.] и зарубежными учеными [18-23, и др.]. Недостатками разработанных ранее математических моделей исследуемого процесса являются вычислительные трудности при проектировании систем управления, исследовании динамических систем, к которым относится рассматриваемый объект. Для устранения этих недостатков и повышения эффективности теоретического исследования объекта CPS с использованием современной программы MATLAB/Simulink рекомендуется применение метода пространства состояний, который позволяет осуществить формализацию и автоматизацию вычислительных процедур [24]. Матричная форма записи, применяемая в методе пространства состояний, имеет преимущество при численном решении, а ясность математических формулировок и самих решений не ухудшается даже для многомерных ММО-систем (Multiple Inputs Multiple Outputs Systems), описывающих поведение сложных производственных комплексов [25].

Цель работы – разработка математической модели процесса уплотнения дорожного покрытия вибрационным катком на основе метода пространства состояний.

Объект исследования – процесс уплотнения дорожных покрытий вибрационным катком.

Предмет исследования – зависимости динамических параметров рабочего процесса от режимов работы вибрационного катка и характеристик материала.

## **2 Математическая формулировка задачи**

Традиционное понимание процесса уплотнения материала вальцом дорожного катка, сводится к обычному деформированию её штампом, но криволинейной формы, под воздействием статических или динамических сил с накоплением остаточных деформаций за определенное количество повторяющихся уплотняющих воздействий.

При взаимодействии вибрационного вальца со средой в зависимости от плотности материала движение может быть периодическим или хаотическим. К нормальному условию процесса уплотнения относится периодическое движение вальца, которое может быть с постоянным контактом, периодическим отрывом,

двойным «прыжком», покачиванием [5]. Рациональным условием процесса уплотнения является периодическое движение вальца с постоянным контактом.

Основными параметрами колебаний вальца и частиц уплотняемого материала являются частота, амплитуда, скорость и ускорение. Амплитуда колебаний любого уплотнителя зависит от физико-механических свойств материала и изменяется в процессе его уплотнения. Поэтому предлагаемые значения амплитуд колебаний в технических характеристиках уплотняющих машин следует корректировать с учетом реологических свойств материала [21].

При составлении математической модели приняты следующие допущения:

1. элементы конструкции машины имеют абсолютную жесткость;
2. вибрационный рабочий орган работает в безударном режиме с колебаниями гармонического характера;
3. уплотняемый слой обладает упруго-вязкими свойствами;
4. рассматривается только вертикальная составляющая вибрации;
5. учитываются инерционные свойства уплотняемой среды.

Для упрощения исследования объекта, конструкция двух вальцового асфальтового вибрационного катка представлена как совокупность двух частей – передней (front) и задней (rear). Расчетная схема трехмассовой динамической модели взаимодействия передней части вибрационного катка с материалом при уплотнении показана на рис. 1. Для теоретического описания уплотняемого материала используется реологическая модель тела Кельвина-Фойгта [21].

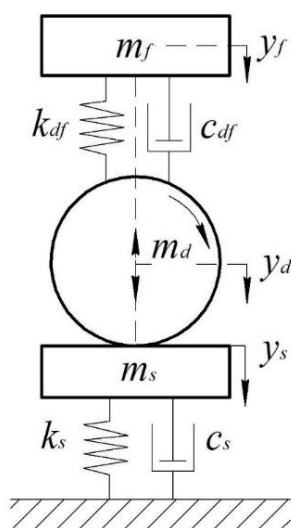


Рис. 1. Динамическая модель системы «рама катка - вибрационный валец - материал»

На схеме, рис. 1, использованы следующие обозначения:  $m_d$  – масса вальца, кг;  $m_f$  – масса рамы, кг;  $m_s$  – масса уплотняемого материала под вальцом, участвующая в вибрационной системе, кг;  $k_{df}$  – коэффициент упругости амортизаторов, Н/м;  $c_{df}$  – коэффициент демпфирования амортизаторов, Н·с/м;  $k_s$  – коэффициент упругости материала под вальцом, Н/м;  $c_s$  – коэффициент демпфирования материала под вальцом, Н·с/м;  $y_s$ ,  $y_d$ ,  $y_f$  – перемещение элементов динамической системы, соответственно, м.

В результате анализа процесса уплотнения смеси вибрационным катком (рис. 1) составлена его математическая модель, которая отражает одновременно как динамику

колебаний вибрационных вальцов, так и реологические свойства уплотняемого материала. Получены дифференциальные уравнения колебательной системы «рама - вибрационный валец - материал» в виде системы

$$\begin{aligned} (m_d + m_s) \cdot \ddot{y}_d + c_s \cdot \dot{y}_d + c_{df} \cdot (\dot{y}_d - \dot{y}_f) + k_s \cdot y_d + k_{df} \cdot (y_d - y_f) &= (m_d + m_s) \cdot g + F_e \cdot \sin(\omega \cdot t); \\ m_f \cdot \ddot{y}_f - c_{df} \cdot (\dot{y}_d - \dot{y}_f) - k_{df} \cdot (y_d - y_f) &= m_f \cdot g; \\ F_e = m_e \cdot r_e \cdot \omega^2; \dot{y}_s = \dot{y}_d; y_s = y_d; \\ \text{при } t=0, \dot{y}_d = \dot{y}_s = 0; y_d = y_s = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d$  – перемещение, скорость, ускорение вибрационного вальца, соответственно;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $F_e$  – возмущающая сила вибровозбудителя, Н;  $t$  – время, с;  $m_e$  – масса дебаланса вибратора, кг;  $r_e$  – радиус эксцентриситета дебаланса вибратора, м;  $\omega$  – угловая частота вращения вала вибровозбудителя, рад/с.

С учетом принятых обозначений определим контактное усилие, возникающее при взаимодействии вибрационного вальца и уплотняемой среды

$$F_c = m_s \cdot \ddot{y}_1 - m_s \cdot g + k_s \cdot y_d + c_s \cdot \dot{y}_d = m_e \cdot r_e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) + m_d \cdot g + m_f \cdot g - m_d \cdot \ddot{y}_d - m_f \cdot \ddot{y}_f.$$

На основе системы уравнений (1) можно определить ускорение вальца

$$\ddot{y}_d = \frac{-c_s \cdot \dot{y}_d - c_{df} \cdot (\dot{y}_d - \dot{y}_f) - k_s \cdot y_d - k_{df} \cdot (y_d - y_f) + F_e \cdot \sin(\omega \cdot t)}{m_d + m_s} + g. \quad (2)$$

### 3 Математическая модель в пространстве состояний

Метод пространства состояний позволяет представлять систему управлений (1) в следующем виде [24, 26]:

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t); \quad (3)$$

$$y(t) = C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot u(t), \quad (4)$$

где  $x(t)$  – вектор состояния размерности  $(n \times 1)$ , компонентами которого являются переменные состояния системы  $n$ -го порядка,  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ ;  $y(t)$  – вектор выхода размерности  $(p \times 1)$ , компонентами которого являются выходные переменные системы,  $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_p(t)]^T$ ;  $u(t)$  – вектор входа размерности  $(r \times 1)$ , компонентами которого являются входные переменные системы,  $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)]^T$ ;  $A(t)$  – матрица коэффициентов системы  $(n \times n)$ ;  $B(t)$  – матрица входа  $(n \times m)$ ;  $C(t)$  – матрица выхода  $(p \times n)$ , где  $p$  – число выходных величин;  $D(t)$  – матрица обхода  $(p \times m)$ , определяющая прямую зависимость выхода от входа.

Для дальнейших преобразований система уравнений (1) приведена к следующему виду

$$\begin{aligned}\ddot{y}_d &= \frac{1}{(m_d + m_s)} \left[ -k_{df} \cdot (y_d - y_f) - c_{df} \cdot (\dot{y}_d - \dot{y}_f) - \right. \\ &\quad \left. -k_s \cdot y_d - c_s \cdot \dot{y}_d + (m_d + m_s) \cdot g + F_e \cdot \sin(\omega \cdot t) \right]; \\ \ddot{y}_f &= \frac{1}{m_f} \left[ k_{df} \cdot (y_d - y_f) + c_{df} \cdot (\dot{y}_d - \dot{y}_f) + m_f \cdot g \right]; \\ F_e &= m_e \cdot r_e \cdot \omega^2.\end{aligned}\tag{5}$$

Начальные условия: при  $t=0$ ,  $\dot{y}_1 = \dot{y}_s = 0$ ;  $y_1 = y_s = 0$ .

Определены переменные состояния системы:  $z_1$  – вертикальное перемещение вальца,  $z_1 = y_d$ ;  $z_2$  – скорость вертикального движения вальца,  $z_2 = \dot{y}_d$ ;  $z_3$  – вертикальное перемещение рамы,  $z_3 = y_f$ ;  $z_4$  – скорость вертикального движения рамы,  $z_4 = \dot{y}_f$ .

Система уравнений (5) после преобразований в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2; \\ \dot{z}_2 &= \frac{1}{(m_d + m_s)} \left[ -k_{df} \cdot (z_3 - z_1) - c_{df} \cdot (z_4 - z_2) - k_s \cdot z_3 - c_s \cdot z_4 + F_e \cdot \sin(\omega \cdot t) \right] + g; \\ \dot{z}_3 &= z_4; \\ \dot{z}_4 &= \frac{1}{m_f} \left[ k_{df} \cdot (z_3 - z_1) + c_{df} \cdot (z_4 - z_2) \right] + g.\end{aligned}\tag{6}$$

Модель объекта управления в пространстве состояний, в векторно-матричной форме

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t);$$

$$y(t) = C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot u(t);$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s + k_{df}}{m_d + m_s} & -\frac{c_s + c_{df}}{m_d + m_s} & \frac{k_{df}}{m_d + m_s} & \frac{c_{df}}{m_d + m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{df}}{m_f} & \frac{c_{df}}{m_f} & -\frac{k_{df}}{m_f} & -\frac{c_{df}}{m_f} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_d + m_s} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_f} \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где

$$\text{вектор входа } u(t) = \begin{bmatrix} m_e \cdot r_e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) + m_d \cdot g + m_s \cdot g \\ m_f \cdot g \end{bmatrix}.$$

Получена модель объекта управления методом пространства состояний.

#### 4. Исследование математической модели

Для оценки адекватности математической модели процесса выполнены вычисления в среде программы MATLAB/Simulink. Имитационная модель исследуемого процесса представлена на рис. 2.

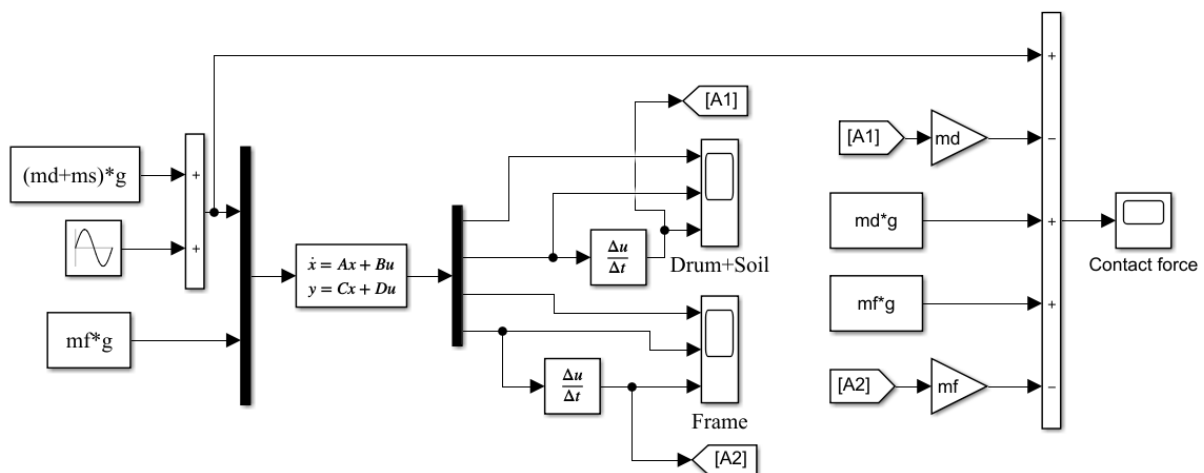


Рис. 2. Имитационная модель объекта управления на языке MATLAB/Simulink

Для моделирования процесса использованы исходные данные из работы [27].

Исходные данные:

$$k_{df} = 3.4 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; k_s = 58 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; c_{df} = k_f \cdot \eta / \omega, \text{ Н} \cdot \text{с/м}; \eta = 0.16;$$

$$c_s = 180 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{с/м}; m_f = 4565 \text{ кг}; m_d = 2638 \text{ кг}; m_s = 0.2 \cdot m_d, \text{ кг};$$

$$m_e \cdot r_e = 2.32 \text{ кг} \cdot \text{м}; \omega = 2 \cdot \pi \cdot f, \text{ рад/с}; f = 27 \text{ Гц}.$$

Исходные данные реализованы в *m*-файле на языке программы MATLAB. В результате компьютерного моделирования получены временные зависимости параметров вибрационного процесса вальца и рамы катка при уплотнении дорожно-строительной смеси: перемещение; скорость; ускорение.

На рис. 3 показаны временные зависимости ускорения вальца и рамы при моделировании рабочего процесса.

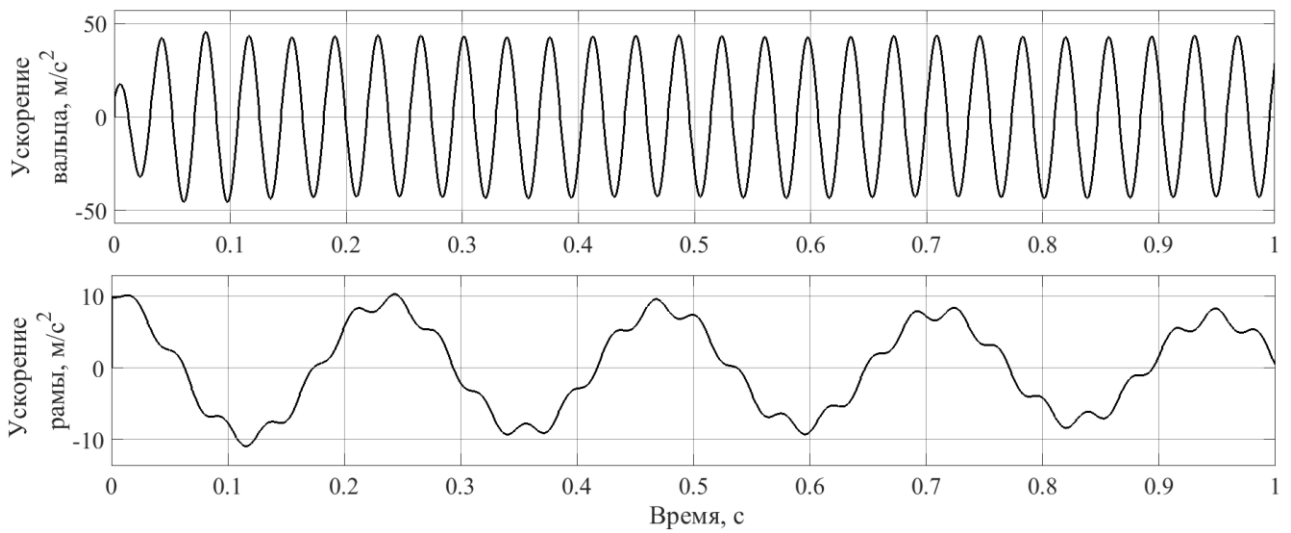


Рис. 3. Зависимости ускорения вальца и рамы вибрационного катка

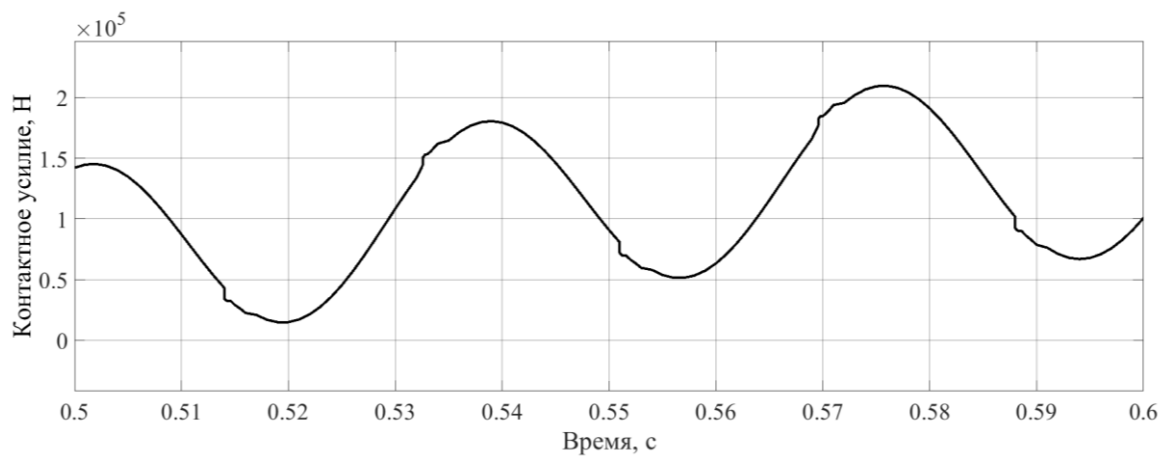
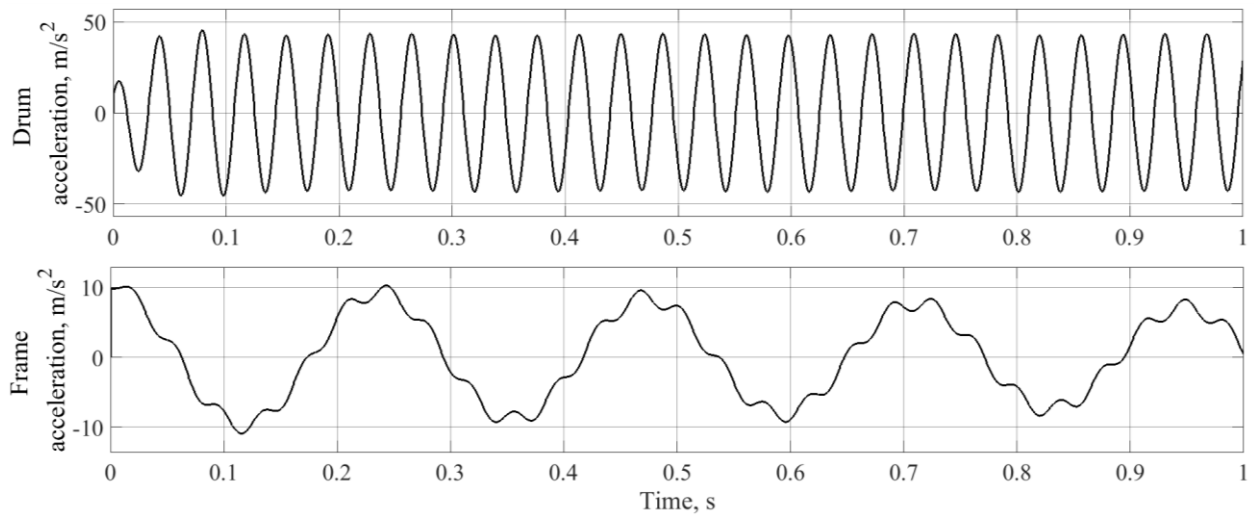
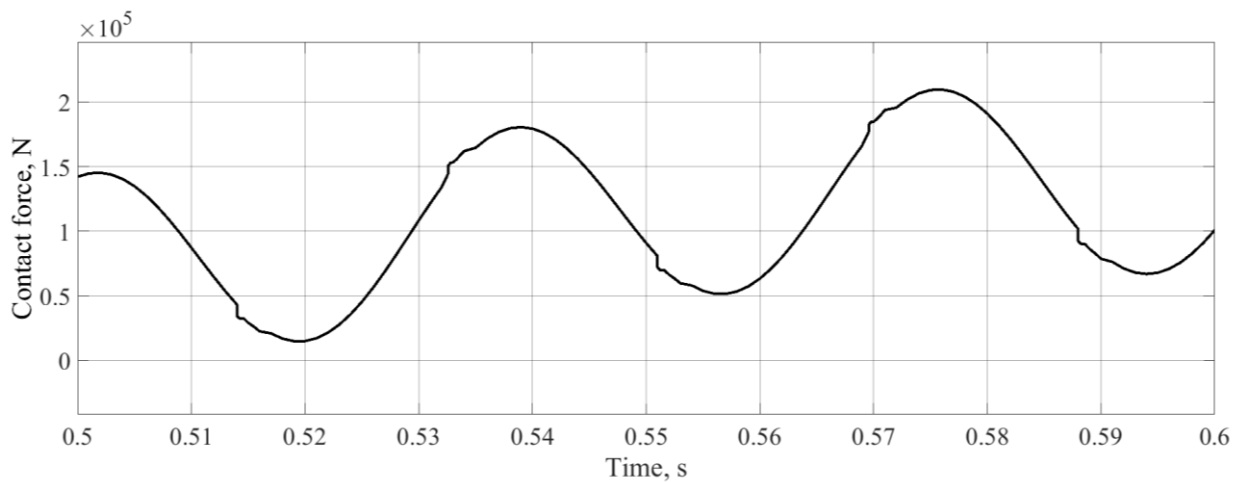


Рис. 4. Зависимость контактного усилия вальца на уплотняемый материал



Адекватность разработанной математической и имитационной модели объекта исследования подтверждается имитационным моделированием.

Получены графические зависимости вертикального ускорения, рис. 3, вальца и рамы, значения которых имеют хорошее соответствие с данными экспериментальной работы [27]. Гармонические зависимости имеют линейный характер. Это соответствует начальному и среднему этапам уплотнения покрытия вибрационными катками.

Зависимость контактного усилия вальца, рис. 4, при уплотнении материала характеризуется как гармоническая с признаками нелинейности. Это связано с соотношением параметров рабочего процесса уплотнения, вибрационного катка и материала. Значения контактного усилия удовлетворительно соответствуют данными полученным авторами в научной работе [27].

## 5. Определение передаточной функции объекта управления

Для проведения исследований математической модели с применением программных средств блочного моделирования, выполнена задача определения передаточной функции (ПФ). С использованием функций программы MATLAB/Simulink получены передаточные функции объекта управления для выходных сигналов перемещения и скорости вибрационного вальца катка.

В результате реализации функций MATLAB получены передаточные функции по входу с регулируемой переменной – угловой частотой вибрации:

ПФ регулируемой величины – перемещение вальца

$$W(s) = \frac{0,0003159 \cdot s^2 + 0,0002219 \cdot s + 0,2353}{s^4 + 58,58 \cdot s^3 + 2,018 \cdot 10^4 \cdot s^2 + 5,522 \cdot 10^4 \cdot s + 1,365 \cdot 10^7} ;$$

ПФ регулируемой величины – скорость вальца



$$W(s) = \frac{0,0003159 \cdot s^3 + 0,0002219 \cdot s^2 + 0,2353 \cdot s}{s^4 + 58,58 \cdot s^3 + 2,018 \cdot 10^4 \cdot s^2 + 5,522 \cdot 10^4 \cdot s + 1,365 \cdot 10^7}$$

Передаточные функции имеют правильный вид. Результаты моделирования показали хорошую воспроизводимость рабочего процесса уплотнения дорожного покрытия вибрационным катком.

#### Заключение.

Получена математическая модель объекта киберфизической системы в пространстве состояний – процесса уплотнения дорожного покрытия вибрационным катком. Выполнена экспериментальная проверка её адекватности. Определены модели передаточных функций для выходных сигналов перемещения и скорости вибрационного вальца, рамы катка. Передаточные функции имеют четвертый порядок, что усложняет в задачу проектирования параметров регулятора системы автоматического управления.

Результаты работы являются этапом научно-исследовательской работы в области проектирования киберфизической системы дорожно-строительных работ.

#### Библиографический список

1. Anderl, R., Eigner, M., Sendler, U., Stark, R.: Smart Engineering – Interdisziplinäre Produktentstehung. Acatech Diskussion. Springer, 58 p. (2012). <https://doi.org/10.1007/978-3-642-29372-6>
2. Serpanos, D., Wolf, M.: Internet-of-Things (IoT) Systems. Architectures, Algorithms, Methodologies. Springer, Cham, 95 p. (2018). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-69715-4\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-69715-4_1)
3. Xu, Q., Chang G.K.: Adaptive quality control and acceptance of pavement material density for intelligent road construction. Automation in Construction 62,78-88. (2015). <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2015.11.004>
4. Chang, G.K., Mohanraj, K., Stone, W.A., Oesch, D.J., Gallivan, V. (Lee): Leveraging Intelligent Compaction and Thermal Profiling Technologies to Improve Asphalt Pavement Construction Quality: A Case Study. Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board. 2672(26), pp. 48–56. (December 2018). <https://doi.org/10.1177/0361198118758285>
5. Pistor, J., Villwock, S., Völkel, W., Kopf, F., Adam, D.: Continuous Compaction Control (CCC) with Oscillating Rollers. Procedia Engineering. 143, pp. 514–521. (2016). <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.065>
6. Hu, W., Shu, X., Huang, B., Woods M.: Field investigation of intelligent compaction for hot mix asphalt resurfacing. Frontiers of Structural and Civil Engineering. 11(1), pp. 47–55. (2017). <https://doi.org/10.1007/s11709-016-0362-x>
7. Barman, M., Nazari, M., Imran, S.A., Commuri, S., Zaman, M., Beainy, F., Singh, D.: Quality Control of Subgrade Soil Using Intelligent Compaction. Innovative Infrastructure Solutions. 1(1), p. 23. (2016). <https://doi.org/10.1007/s41062-016-0020-0>
8. Barman, M., Imran, S.A., Nazari, M., Commuri, S., Zaman, M.: Use of Intelligent Compaction in Detecting and Remediating Under-Compacted Spots During Compaction of Asphalt Layers. In: Hossain Z., Zhang J., Chen C. (eds) Solving Pavement and Construction Materials Problems with Innovative and Cutting-edge Technologies. GeoChina 2018. Sustainable Civil Infrastructures. Springer, Cham, pp. 131-141. (2019). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-95792-0\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-319-95792-0_11)
9. Fang, X., Bian, Y., Yang, M., Liu, G.: Development of a path following control model for an unmanned vibratory roller in vibration compaction. Advances in Mechanical Engineering. 10(5), pp. 1–16. (2018). <https://doi.org/10.1177/1687814018773660>
10. Bian, Y., Fang, X., Yang, M., Zhao, Z.: Automatic Rolling Control for Unmanned Vibratory Roller Based on Fuzzy Algorithm. Journal of Tongji University (Natural Science). 45(12), pp. 1831–1838. (2017). <https://doi.org/10.11908/j.issn.0253-374x.2017.12.013>
11. Zhu S., Li X., Wang H., Yu D.: Development of an Automated Remote Asphalt Paving Quality Control System. Transportation Research Record. 2672(26), pp. 28–39. (2018). <https://doi.org/10.1177/0361198118758690>
12. Liu, D.H., Li, Z.L., Lian, Z.H.: Compaction quality assessment of earth-rock dam materials using roller integrated compaction monitoring technology. Automat. Constr. 44, 234–246. (2014). <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2014.04.016>
13. Kenneally, B., Musimbi, O.M., Wang, J.: Finite element analysis of vibratory roller response on layered soil systems. Comput Geotech. 67, 73-82. (2015). <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.02.015>
14. Li, J., Zhang, Z., Xu, H.: Dynamic characteristics of the vibratory roller test-bed vibration isolation system: simulation and experiment. J Terramechanics. 56, 139–156. (2014). <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2014.10.002>

15. Xu, Q., Chang, G.K.: Adaptive quality control and acceptance of pavement material density for intelligent road construction. *Automat. Constr.* 62, 78–88. (2016). <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2015.11.004>
16. Kyung-Joon, P., Zheng, R., Liu, X.: Cyber-physical systems: Milestones and research challenges. *Computer Communications*. 36, 1–7. (2012). <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2012.09.006>
17. Mikheyev, V.V., Saveliev, S.V.: Modelling of deformation process for the layer of elastoviscoplastic media under surface action of periodic force of arbitrary type. *J. Phys.: Conf. Ser.* 944(1), 012079. (2018). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/944/1/012079>
18. Rinehart, R.V.: Instrumentation of a roller compactor to monitor vibration behavior during earthwork compaction. *J. Automation in Construction*. 17(2), 144–150. (2008)
19. White, D., Thompson, M.: Relationships Between In Situ and Roller-Integrated Compaction Measurements for Granular Soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 134(12), pp. 1763–1770. (2008). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2008\)134:12\(1763\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2008)134:12(1763))
20. Bejan, S.: The Roller-Ground Dynamic Interaction in The Compaction Process Through Vibrations for Road Construction. *Romanian Journal of Transport Infrastructure*. 5(2), pp. 1–9. (2016). <https://doi.org/10.1515/rjti-2016-0044>
21. Beainy, F., Commuri, S., Zaman, M.: Dynamical response of vibratory rollers during the compaction of asphalt pavements. *J. Eng. Mech.* 140(7), 04014039. (2014). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)em.1943-7889.0000730](https://doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0000730)
22. Imran, S.A., Commuri, S., Barman, M., Zaman, M., Beainy, F.: Modeling the dynamics of asphalt-roller interaction during compaction. *Journal of Construction Engineering and Management*. 143(7), pp. 1763–1770. (2017). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CO.1943-7862.0001293](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CO.1943-7862.0001293)
23. Li, Sh., Hu, Ch.: Study on Dynamic Model of Vibratory Roller - Soil System. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science* 113(2018):012187. (2018). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/113/1/012187>
24. Derusso, P.M., Roy, R.J., Close, Ch.M.: State variables for engineers. New York; London: John Wiley & Sons, 608 p. (1965)
25. Strojic, V.: State Space Theory of Discrete Linear Control. John Wiley & Sons, 426 p. (1981)
26. Phillips, Ch.L., Harbor R.D.: Feedback Control Systems. Pearson, 784 p. (2010)
27. Susante Paul J. van, Mooney Michael A.: Capturing Nonlinear Vibratory Roller Compactor Behavior through Lumped Parameter Modeling // *Journal of Engineering Mechanics*. 134(8), August 2008. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9399(2008)134:8(684)