

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА СОЦИАЛЬНО - ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ**

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ В ЭКОНОМИКЕ**

**Учебно-методический комплекс**

**Для студентов экономических специальностей  
дневной и заочной формы обучения**

Красноярск 2004

Одобрено решением методического Совета экономического факультета Декан экономического факультета Е.Б.Бухарова _____ «    » _____ 2004 г.	Программа составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по экономическим специальностям
--	---

УДК (ББК)

Авторы-составители: Зандер Е.В., Злодеев В.П.

Исследование операций в экономике: Учебно-методический комплекс. - Красноярск: РИО  
КрасГУ, 2004. - 25 с.

Предназначена для специальностей: «Государственное и муниципальное управление»,  
«Финансы и кредит», «Налоги и налогообложение», «Антикризисное управление»,  
«Экономика труда», «Бухгалтерский учет и аудит», «Мировая экономика», «Менеджмент»  
дневной и заочной форм обучения, бакалавриата по направлениям «Экономика» и  
«Менеджмент» дневной формы обучения.

© КрасГУ, 2004  
© Е.В.Зандер, В.П.Злодеев, 2004

## 1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Конечной целью изучения дисциплины «Исследование операций в экономике» является формирование у будущих специалистов в области экономики и управления теоретических знаний и практических навыков для решения прикладных экономических задач с целью принятия управленческих решений средствами количественного анализа и экономико-математического моделирования.

**Задача курса** - обучить студентов основам количественного анализа ситуаций в экономике, приемам исследования экономических объектов путем построения и анализа экономико-математических моделей в соответствии с требованиями, установленными Государственным стандартом высшего профессионального образования к подготовке специалистов в области экономических и бизнес-дисциплин. Данный курс рассчитан на студентов специальностей «Государственное и муниципальное управление», «Финансы и кредит», «Налоги и налогообложение», «Антикризисное управление», «Экономика труда», «Бухгалтерский учет и аудит», «Мировая экономика», «Менеджмент» дневной и заочной форм обучения, бакалавриата по направлениям «Экономика» и «Менеджмент» дневной формы обучения.

### Место курса в системе дисциплин экономического и бизнес-образования

«Исследование операций в экономике» объединяет совокупность методов и моделей, позволяющих на базе экономической теории, экономической статистики, теории фирмы и математического инструментария принимать обоснованные управленческие решения. При изучении дисциплины «Исследование операций в экономике» предполагается, что студент владеет основами матричной алгебры, математического анализа, теории вероятностей, экономической теории, экономики и статистики фирмы в объеме, предусмотренном Государственным образовательным стандартом.

Требования к уровню освоения содержания курса

В результате изучения курса «Исследование операций в экономике» дипломированный специалист в области экономики и управления должен:

- знать основные типы экономико-математических моделей, применяющихся для выработки и принятия управленческих решений;
- уметь формировать постановку экономико-математической модели на основе качественного анализа объекта исследования;
- уметь применять адекватные математические модели и методы для получения наиболее рационального решения в конкретной ситуации;
- уметь проводить анализ полученного решения с целью выявления области его устойчивости, а также определения возможных изменений в управленческих мероприятиях при изменении внутренних и внешних факторов.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

Изучение дисциплины «Исследование операций в экономике» для студентов очной формы обучения экономического факультета предполагает 64 аудиторных часа (из них 32 часа – лекционные занятия и 32 часа – практические), для студентов заочной формы обучения, а также в учебных планах программ для студентов, получающих второе высшее образование, – 24 аудиторных часа.

## Распределение часов по разделам курса «Исследование операций в экономике» (в учебных планах дневной формы обучения)

№ п/п	Наименование раздела	Лекций, ч	Семинары, ч
1.	Методологические основы курса	2	2
2.	Основные методы решения задач линейного программирования	8	8
3.	Анализ на чувствительность и теория двойственности	6	6
4.	Специальные задачи исследования операций в экономике	8	8
5.	Нелинейность в исследовании операций	4	4
6.	Задачи и методы динамического программирования	4	4
	<b>ИТОГО: 64 часа</b>	<b>32 часа</b>	<b>32 часа</b>

## Распределение часов по разделам курса «Исследование операций в экономике» (в учебных планах заочной формы обучения, а также в учебных планах программ для студентов, получающих второе высшее образование)

№ п/п	Наименование раздела	Лекций, ч	Семинары, ч
1.	Методологические основы курса	2	-
2.	Основные методы решения задач линейного программирования	6	-
3.	Анализ на чувствительность и теория двойственности	4	4
4.	Специальные задачи исследования операций в экономике	4	-
5.	Нелинейность в исследовании операций	2	-
6.	Задачи и методы динамического программирования	2	-
	<b>ИТОГО: 24 часа</b>	<b>20 часов</b>	<b>4 часа</b>

### Тема 1. Методологические основы курса

Предмет и метод исследования операций в экономике. Основные понятия курса. Этапы и постановка задачи исследования операций в экономике. Примеры типовых экономических ситуаций, разрешаемых методами исследования операций в экономике. Постановка задачи оптимального планирования производства. Постановка задач о диете и о раскрое. Постановка транспортной задачи и задачи о назначениях.

### Тема 2. Основные методы решения линейных задач исследования операций

Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования для двух переменных. Алгоритм графического метода. Множество допустимых планов задачи линейного программирования. Симметричная (стандартная) и каноническая (основная)

формы записи задачи линейного программирования. Основы симплекс-метода. Критерий оптимальности симплекс-метода и его экономическая интерпретация. Условие допустимости симплекс-метода и его экономическая интерпретация. Формулы перехода к новому опорному плану и сходимости симплекс-метода. Метод искусственного базиса. Построение расширенной M-задачи.

#### Тема 3. Анализ на чувствительность и теория двойственности

Постоптимальный анализ решения задачи линейного программирования. Чувствительность решения задачи линейного программирования к изменениям правых частей ограничений. Определение связывающих и несвязывающих ограничений. Определение наиболее дефицитного ресурса. Понятие ценности ресурса. Определение границ колебания цен в анализе на чувствительность производственной задачи. Двойственная задача, ее экономическая интерпретация и правила построения. Взаимосвязь решений прямой и двойственной (обратной) задач. Основные теоремы двойственности, их экономическая интерпретация.

#### Тема 4. Специальные задачи исследования операций в экономике

Открытая и закрытая модель транспортной задачи. Необходимое и достаточное условие разрешимости транспортной задачи. Методы нахождения начального опорного плана транспортной задачи: метод северо-западного угла и метод минимального элемента. Метод потенциалов для решения транспортной задачи. Построение цикла пересчета. Экономический смысл потенциалов поставщиков и потребителей. Транспортная задача с осложнениями в постановке. Примеры дискретных задач. Метод Гомори для решения целочисленных задач. Решение задачи о назначениях (венгерский метод). Общие понятия и постановка задач теории игр. Стратегия игры, цена игры. Чистые и смешанные стратегии. Игры с седловой точкой. Минимакс и максимин. Сведение матричной игры к паре задач линейного программирования – прямой и двойственной. Теоремы о цене игры.

#### Тема 5. Нелинейность в исследовании операций

Постановка задач нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Задачи выпуклого квадратичного программирования. Теорема Куна–Таккера.

#### Тема 6. Задачи и методы динамического программирования.

Постановка задачи о распределении капитальных вложений. Задача о загрузке (о рюкзаке). Методы прямой и обратной прогонки. Сетевые графики динамических задач. Рекуррентные соотношения Беллмана.

### 3. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ

Итоговый контроль по курсу «Исследование операций в экономике» заключается в сдаче письменно-устного экзамена для студентов очной формы обучения (для того, чтобы иметь допуск к экзамену, необходимо успешно выполнить и защитить результаты пяти контрольных аудиторных работ, а также лабораторной работы по теме «Ситуационный анализ в экономике»). В процессе проведения аудиторных занятий для студентов очной формы обучения предусматривается защита полученных результатов контрольных и лабораторной работ, а также самостоятельная проработка дополнительной литературы.

Далее представлен примерный перечень *теоретических* вопросов, предлагаемых студентам очной формы обучения на экзамене. *Тестовые* вопросы, включаемые в билеты, ежегодно обновляются и соответствуют программе дисциплины.

Для студентов заочной формы обучения, а также студентов, получающих второе высшее образование, допуск к экзамену заключается в выполнении и защите результатов аудиторной лабораторной работы по теме «Ситуационный анализ в экономике». Студенты заочной формы обучения сдают экзамен в устной форме по предложенному перечню вопросов.

### Экзаменационные вопросы по «Исследованию операций в экономике» (очная форма обучения)

1. Сформулировать основные этапы исследования операций.
2. Сформулировать постановку следующих экономико-математических моделей: линейной модели производства, задачи о диете, задачи о раскрое, транспортной задачи, задачи о загрузке и задачи о назначениях.
3. Описать экономический смысл целевой функции, ограничений, основных и дополнительных переменных транспортной задачи.
4. Сформулировать экономический смысл целевой функции, ограничений, основных и дополнительных переменных в задаче о раскрое.
5. Описать экономический смысл целевой функции, ограничений, основных и дополнительных переменных в линейной модели производства.
6. Описать экономический смысл целевой функции, ограничений, основных и дополнительных переменных в задаче о диете.
7. Описать экономический смысл целевой функции, ограничений, основных и дополнительных переменных в задаче о назначениях.
8. Описать экономический смысл целевой функции, ограничений, основных и дополнительных переменных в задаче о загрузке.
9. Записать основные отличительные свойства линейных функций.
10. Геометрическая интерпретация целевой функции задачи линейного программирования.
11. Описать алгоритм графического метода решения линейных задач.
12. Перечислить особые случаи решения задачи линейного программирования графическим методом.
13. Записать каноническую форму записи задачи линейного программирования.
14. Записать стандартную форму записи задачи линейного программирования.
15. Записать правила перехода от стандартной формы записи линейной задачи к канонической форме записи.
16. Записать правила перехода от общей формы записи линейной задачи к канонической.
17. Записать правила перехода от общей формы записи линейной задачи к стандартной.
18. Дать определение опорного решения задачи линейного программирования.
19. Дать определение базисных переменных в задаче линейного программирования.
20. Дать определения связывающих и несвязывающих ограничений.
21. Дать понятия дефицитных и недефицитных ресурсов.
22. Описать алгоритм определения статуса ресурса в анализе на чувствительность решения задачи линейного программирования.
23. Описать схему анализа на чувствительность, связанного с определением интервала колебания цен и дать экономическую интерпретацию этого интервала.
24. Сформулировать основную идею симплекс-метода.
25. Сформулировать теорему о сходимости процедуры симплекс-метода.
26. Сформулировать критерий оптимальности в симплекс-процедуре и дать его экономическую интерпретацию.
27. Сформулировать условие допустимости в процедуре симплекс-метода, дать его экономическую интерпретацию.
28. Записать формулы расчета элементов оценочной строки в процедуре симплекс-метода.
29. Записать формулы замещения для элементов матрицы A в процедуре симплекс-метода.
30. Записать формулы замещения правых частей ограничений в симплекс-методе.
31. Сформулировать признак неограниченности решения в симплекс-методе.
32. Сформулировать условие неразрешимости в процедуре метода искусственного базиса.
33. Записать формулу определения ценности ресурса, пояснить ее экономический смысл.

34. Описать причины возникновения нелинейности в экономических задачах и проиллюстрировать на примерах.
35. Записать общий вид задачи выпуклого программирования.
36. Записать в общем виде функцию Лагранжа для задачи выпуклого программирования.
37. Записать определение седловой точки функции Лагранжа.
38. Сформулировать основные этапы алгоритма метода множителей Лагранжа для задач на условный экстремум.
39. Сформулировать теорему Куна-Таккера и необходимые и достаточные условия существования седловой точки для нелинейных задач.
40. Записать общий вид и принципы построения неравенства Гомори при решении задач с требованием целочисленности.
41. Сформулировать условие неразрешимости при решении целочисленных задач методом Гомори.
42. Описать алгоритм метода Гомори для целочисленных задач.
43. Описать необходимые преобразования задачи линейного программирования при решении ее методом искусственного базиса.
44. Описать условия, вызывающие необходимость применения метода искусственного базиса.
45. Сформулировать лемму о связи значений целевых функций прямой и двойственной задачи.
46. Сформулировать экономический смысл двойственных оценок.
47. Записать правила построения двойственной задачи к задаче линейного программирования, записанной в стандартной форме.
48. Доказать теорему: двойственная к двойственной есть исходная прямая задача.
49. Сформулировать первую основную теорему двойственности.
50. Записать вторую основную теорему двойственности (теорему равновесия) и дать ее экономическую интерпретацию.
51. Записать двойственную к транспортной задаче и дать ее экономическую интерпретацию.
52. Записать двойственную задачу к задаче о диете и дать ее экономическую интерпретацию.
53. Записать двойственную задачу к задаче о раскрое и дать ее экономическую интерпретацию.
54. Сформулировать экономический смысл переменных, ограничений и целевой функции в задаче, двойственной к линейной модели производства.
55. Сформулировать основную теорему теории игр.
56. Сформулировать теорему о цене игры.
57. Записать необходимое и достаточное условие существования седлового элемента платежной матрицы.
58. Дать определения: игра, правила игры, стратегия, оптимальная стратегия, платежная матрица, седловая точка, цена игры, чистые и смешанные стратегии.
59. Дать определения минимакса и максимина.
60. Сформулировать алгоритм решения игры графическим методом.
61. Описать этапы сведения задачи теории игр к задаче линейного программирования
62. Описать алгоритмы методов получения опорного решения транспортной задачи (метод северо-западного угла и метод минимального элемента).
63. Записать условие баланса транспортной задачи.
64. Записать правила перемещения грузов по циклу перевозок при решении методом потенциалов.
65. Сформулировать критерий оптимальности решения транспортной задачи методом потенциалов и дать его экономическую интерпретацию.

66. Перечислить основные положения, на основании которых задача о назначениях сводится к транспортной задаче.
67. Сформулировать экономический смысл предварительных преобразований при решении задач венгерским методом.
68. Сформулировать задачу о распределении капитальных вложений, дать ее характеристику как динамической задачи.
69. Охарактеризовать основные отличительные особенности динамических задач.

### Тематика контрольных аудиторных работ для студентов очной формы обучения

**Контрольная работа № 1.** Графический метод решения линейных задач. Геометрическая интерпретация решения линейной задачи. Метод прямого перебора для решения линейных задач.

**Контрольная работа № 2.** Симплекс-метод и метод искусственного базиса для решения линейных задач. Интерпретация и анализ решения. Двойственные оценки.

**Контрольная работа № 3.** Транспортная задача и методы ее решения. Целочисленные линейные задачи и методы их решения.

**Контрольная работа № 4.** Теория игр и принятие решений в условиях неопределенности.

**Контрольная работа № 5.** Нелинейные и динамические задачи в исследовании операций и методы их решения.

### Экзаменационные вопросы по «Исследованию операций в экономике» (заочная форма обучения и программы получения второго высшего образования)

1. Предмет и этапы исследования операций в экономике.
2. Постановка задачи о диете.
3. Постановка задачи о раскрое.
4. Производственная задача оптимального планирования.
5. Постановка транспортной задачи.
6. Постановка задачи о назначениях.
7. Общая задача линейного программирования (ЗЛП). Допустимый и оптимальный план ЗЛП.
8. Каноническая и симметричная форма записи ЗЛП.
9. Графический метод решения ЗЛП.
10. Алгоритм симплекс-метода.
11. Критерий оптимальности симплекс-метода и его экономическая интерпретация.
12. Условие допустимости симплекс-метода и его экономическая интерпретация.
13. Формулы замещения симплекс-таблицы.
14. Анализ решения ЗЛП на чувствительность к изменениям запасов ресурсов.
15. Анализ решения ЗЛП на чувствительность к колебаниям цен.
16. Экономическая интерпретация двойственных задач.
17. Правила построения двойственных задач.
18. Взаимосвязь решений прямой и двойственной задач.
19. Методы нахождения опорного плана транспортной задачи – метод северо-западного угла и метод минимального элемента.

20. Метод потенциалов для решения транспортной задачи.
21. Решение транспортной задачи с дополнительными ограничениями.
22. Особенности решения дискретных задач.
23. Метод Гомори для решения целочисленных задач.
24. Методы решения задачи о назначениях.
25. Нелинейные задачи и методы их решения.
26. Динамические задачи и методы их решения.

#### 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ АУДИТОРНОЙ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «СИТУАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ В ЭКОНОМИКЕ»

Рассмотрим процедуру ситуационного анализа на конкретном примере линейной модели производства.

**Задача:** определить суточную производственную программу небольшого цеха по пошиву женской одежды. Для весенне-летнего сезона модельеры цеха разработали новые модели женских брюк и юбок; известны затраты на пошив этих изделий и цена их реализации на рынке. Требуется установить количество брюк и юбок, которые нужно сшить за сутки. Цифровая информация по данной ситуации приведена в табл. 1.

Таблица 1

Производственные факторы	Расходы на одно готовое изделие		Максимально возможный суточный запас
	брюки	юбки	
Ткань, м	1,5	2	42
Трудоемкость, чел. - час	3	2	60
Накладные расходы, долл.	5	5	200
Цена одного изделия, долл.	60	50	

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на брюки никогда не превышает 18 шт. Спрос на юбки обеспечен.

Какое количество брюк и юбок должен сшить цех, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

**Решение**

Для решения поставленной задачи нужно начать с построения математической модели.

Так как нужно определить объемы производства, то переменными в модели являются:  $x_1$  - объем производства брюк в сутки, шт.

$x_2$  - объем производства юбок в сутки, шт.

При решении рассматриваемой задачи должны быть учтены ограничения на расход производственных факторов (ткани, труда) и накладные расходы, а также спрос на готовую продукцию.

Это приводит к следующим четырем ограничениям:

- 1)  $1,5x_1 + 2x_2 \leq 42$ ;
- 2)  $3x_1 + 2x_2 \leq 60$ ;
- 3)  $5x_1 + 5x_2 \leq 200$ ;
- 4)  $x_1 \leq 18$ .

Объемы производства продукции не могут принимать отрицательные значения, т. е.  $x_1 \geq 0$  и  $x_2 \geq 0$ .

Цель нашего анализа заключается в максимизации дохода, количественным выражением которого является выражение:  $60x_1 + 50x_2 \rightarrow \max$ . Итак, имеем задачу линейного

программирования:

$$F(x_1, x_2) = 60x_1 + 50x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 1,5x_1 + 2x_2 \leq 42; \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 60; \\ 5x_1 + 5x_2 \leq 200; \\ x_1 \leq 18. \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Решение можно получить графическим способом (рис 2)

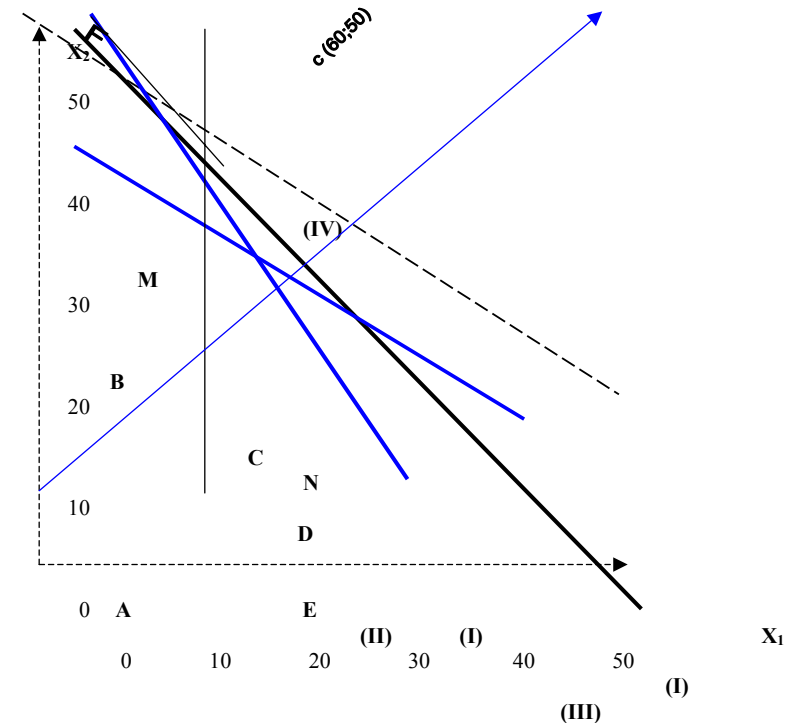


Рис. 1 Графическое изображение пространства решений задачи

Искомым пространством решений, в котором одновременно выполняются все ограничения модели, является многоугольник ABCDE. Чтобы найти оптимальное решение, следует перемещать прямую, характеризующую доход (рис. 1), в направлении возрастания целевой функции до тех пор, пока она не сместится в область недопустимых решений. На рис. 2 видно, что оптимальному решению соответствует точка C, являющаяся точкой пересечения прямых ограничений (I) и (II). Определим координаты точки C, решив следующую систему:

$$\begin{cases} 1,5x_1 + 2x_2 = 42, \\ 3x_1 + 2x_2 = 60. \end{cases}$$

Решение указанной системы уравнений дает  $x_1=12$ ,  $x_2=12$ . Полученное решение означает, что известный цех должен в сутки производить по 12 брюк и юбок. Доход, полученный в этом случае, равен:

$$F(12; 12) = 60 \cdot 12 + 50 \cdot 12 = 1320 \text{ долл.}$$

$$\text{Ограничения: } 1,5x_1 + 2x_2 \leq 42, \quad (\text{I})$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 60, \quad (\text{II})$$

$$5x_1 + 5x_2 \leq 200, \quad (\text{III})$$

$$x_1 \leq 18. \quad (\text{IV})$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Теперь, когда оптимальное решение задачи получено, займемся собственно анализом на чувствительность. В рамках такого анализа выявляется чувствительность оптимального решения к определенным изменениям исходной модели. В задаче о швейном цехе, например, может представить интерес вопрос о том, как повлияют на оптимальное решение увеличение или уменьшение спроса и изменение запасов исходных производственных факторов. Вместе с тем целесообразно также определить влияние на оптимальное решение изменения рыночных цен.

При таком анализе всегда рассматривается некоторая совокупность линейных оптимизационных моделей, т.е., по существу, некоторая модель исследования операций. Это придает модели определенную динамичность, позволяющую исследователю проанализировать влияние возможных изменений исходных условий на полученное ранее оптимальное решение. Динамические характеристики моделей фактически отображают аналогичные характеристики, свойственные реальным процессам. Отсутствие методов, позволяющих выявить влияние возможных изменений параметров модели на оптимальное решение, может привести к тому, что полученное (статическое) решение устаревает еще до своей реализации.

В данной методической разработке для проведения анализа на чувствительность используются графические методы, поэтому применяемые приемы достаточно просты. Тем не менее нам удастся получить результаты, на которых основываются весьма эффективные методы анализа моделей на чувствительность.

### ПЕРВАЯ ЗАДАЧА АНАЛИЗА НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ

#### На сколько сократить или увеличить запасы ресурсов?

После нахождения оптимального решения представляется логичным выяснить, как отразится на оптимальном решении изменение запасов производственных факторов. Особенно важно проанализировать следующие два аспекта:

1. На сколько можно увеличить запас некоторого ресурса для улучшения полученного оптимального значения целевой функции F?
2. На сколько можно снизить запас некоторого ресурса при сохранении полученного оптимального значения целевой функции?

Так как величина запаса каждого из ресурсов фиксируется в правых частях ограничений, то этот вид анализа обычно идентифицируется как анализ модели на чувствительность к правой части ограничений.

Прежде чем ответить на поставленные вопросы, классифицируем ограничения линейной модели как *связывающие* (активные) и *несвязывающие* (неактивные). Прямая, представляющая связывающее ограничение, должна проходить через оптимальную точку. В противном случае соответствующее ограничение будет несвязывающим. На рис. 2 связывающими являются только ограничения (I) и (II), т.е. те, которые лимитируют запас ткани и фонд рабочего времени.

Если некоторое ограничение является связывающим, то соответствующий ему ресурс будем называть *дефицитным*, т.е. он используется полностью. Ресурс, с которым ассоциировано несвязывающее ограничение, следует отнести к разряду *недефицитных* (т.е. имеющихся в некотором избытке). Те ограничения, которые в данной ситуации напрямую даже не участвуют в формировании пространства допустимых решений, будем называть *избыточными*. Таким образом, при анализе модели на чувствительность к правым частям ограничений относятся: 1) предельно допустимое увеличение запаса дефицитного ресурса, позволяющее улучшить найденное оптимальное решение; 2) предельно допустимое снижение запаса недефицитного ресурса, не изменяющее найденного ранее оптимального значения целевой функции. Информация, полученная в последнем случае, особенно полезна в тех ситуациях, когда излишки недефицитного ресурса могут быть использованы для других целей.

Рассмотрим первую задачу анализа на чувствительность на примере ситуации со швейным цехом. Дефицитными ресурсами здесь являются ткань - ограничение (I) и фонд рабочего времени - ограничение (II).

Изменение суточного запаса ткани графически будет выражаться в перемещении прямой ограничения (I) параллельно самой себе до точки M (дальнейшее увеличение запаса нецелесообразно, т.к. тогда ресурс станет недефицитным). В результате перемещения прямой ограничения (I) пространство допустимых решений увеличится на треугольник BMC, оптимальному решению при этом соответствует точка M. Таким образом, запас ткани не следует увеличивать сверх того предела, когда соответствующее ограничение (I) становится избыточным и уже не влияет ни на пространство решений, ни на оптимальное решение. Предельный уровень изменения запаса ткани определяется следующим образом: устанавливаются координаты точки M (она образована пересечением прямой ограничения (II) и осью  $x_1=0$ ). В результате получаем  $x_1=0$ ,  $x_2=30$ . Затем путем подстановки координат точки M в левую часть ограничения (I) определяется максимально допустимый суточный запас ткани:  $1,5 \cdot 0 + 2 \cdot 30 = 60$  м. Таким образом, целесообразно увеличить суточный запас ткани на  $60 - 42 = 18$  м. Величина прироста дохода от реализации в этом случае составит  $1500 - 1320 = 180$  долл.

Далее рассмотрим вопрос о целесообразности увеличения второго дефицитного ресурса (фонда рабочего времени). В этом случае увеличение суточного фонда времени графически выражается в параллельном перемещении прямой ограничения (II) до точки N (см. рис.2). Дальнейшее увеличение запаса данного ресурса нецелесообразно, так как он станет избыточным. В результате перемещения прямой ограничения (II) новым пространством допустимых значений станет многоугольник ABNE, а новой оптимальной точкой - точка N. Установим ее координаты, решив систему:

$$\begin{cases} 1,5x_1 + 2x_2 = 42, \\ x_1 = 18, \end{cases}$$

отсюда  $x_1=18$ ;  $x_2=7,5$ . Подставим координаты точки N в левую часть ограничения (II) и получим максимально допустимый суточный фонд рабочего времени:

$3 \cdot 18 + 2 \cdot 7,5 = 69$  чел. · час. Таким образом, изменить суточный запас рабочего времени нужно на  $69-60=9$  чел. · час. Доход же от реализации в этом случае составит  $60 \cdot 18 + 50 \cdot 7,5 = 1455$  долл., т.е. увеличится на  $1455-1320=135$  долл.

Рассмотрим теперь вопрос об уменьшении правой части несвязывающих и избыточных ограничений. Ограничение (III) является избыточным, поэтому суточный запас средств на накладные расходы можно уменьшить. Графически это изображается как

перемещение прямой ограничения (III) до точки С (ведь мы хотим, чтобы это уменьшение не повлияло на оптимальность ранее полученного решения) параллельно самой себе. В этом случае оптимальный план по-прежнему определяется точкой С с координатами  $x_1=12$ ,  $x_2=12$ . Чтобы установить требуемую величину суточных накладных расходов, подставим координаты точки С в ограничение (III). Получим  $5 \cdot 12 + 5 \cdot 12 = 120$ . Таким образом, снижение запаса средств на накладные расходы составит  $120 - 200 = -80$  долл. Величина дохода в этом случае не меняется. Ограничение (IV) фиксирует предельный уровень спроса на брюки. Не изменяя оптимального плана, прямую (IV) можно сдвигать параллельно самой себе до точки С. Так как точка С имеет координаты  $x_1=12$ ;  $x_2 = 12$ , то снижение спроса на брюки до величины 12 никак не повлияет на оптимальность ранее полученного решения. Снижение спроса в данном случае составляет 6 шт. в сутки.

Результаты проведенного анализа можно свести в табл. 2.

Таблица 2

Ресурсы	Тип ресурсов	Максимальное изменение запаса ресурсов	Максимальное изменение дохода от реализации, долл.
1	Дефицитный	$60-42=18$ м.	$1500-1320=180$
2	Дефицитный	$69-60=9$ чел. · час	$1455-1320=135$
3	Избыточный	$120-200=-80$ долл.	$1320-1320=0$
4	Недефицитный	$12-18=-6$ шт.	$1320-1320=0$

### ВТОРАЯ ЗАДАЧА АНАЛИЗА НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ

#### Увеличение объема какого ресурса наиболее выгодно?

В первой задаче анализа на чувствительность мы исследовали влияние на оптимум увеличения объема дефицитных ресурсов. При ограничениях на затраты, связанные с дополнительным привлечением ресурсов, естественно определить, какому из ресурсов следует отдать предпочтение при вложении дополнительных средств. Для этого вводится характеристика ценности каждой дополнительной единицы дефицитного ресурса, выражаемая через соответствующее приращение оптимального значения целевой функции. Обозначим ценность дополнительной единицы ресурса  $i$  через  $y_i$ . Величина  $y_i$  определяется из соотношения:

$$y_i = \frac{\text{Максимальное приращение оптимального значения дохода } F}{\text{Максимально допустимый прирост объема ресурса } i}$$

По данным табл. 2 проведем вычисление ценности единицы каждого ресурса:

$$y_1 = \frac{180 \text{ долл.}}{18 \text{ м.}} = 10 \text{ долл./ м.};$$

$$y_2 = \frac{135 \text{ долл.}}{9 \text{ чел.} \cdot \text{ час.}} = 15 \text{ долл./ чел.} \cdot \text{ час.};$$

$$y_3 = \frac{0}{-80 \text{ долл.}} = 0;$$

$$y_4 = \frac{0}{-6 \text{ шт.}} = 0$$

Полученные результаты свидетельствуют, что вложения в первую очередь следует

направить на увеличение фонда рабочего времени и лишь затем - на закупку дополнительной ткани. Объем недефицитных ресурсов увеличивать не следует.

### ТРЕТЬЯ ЗАДАЧА АНАЛИЗА НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ

#### В каких пределах допустимо изменение коэффициентов функции?

Изменение коэффициентов целевой функции оказывает влияние на наклон прямой, которая представляет эту функцию в системе координат. Определение конкретной угловой точки пространства допустимых решений в качестве оптимума зависит, прежде всего, от наклона этой прямой. Это означает, что вариации коэффициентов целевой функции могут привести к изменениям совокупности связывающих ограничений и, следовательно, статуса того или иного ресурса. Таким образом, в рамках анализа на чувствительность к изменениям коэффициентов целевой функции могут исследоваться вопросы:

каков диапазон изменения того или иного коэффициента целевой функции, при котором не происходит изменения оптимального решения;

на сколько следует изменить тот или иной коэффициент целевой функции, чтобы изменить статус некоторого ресурса.

Рассмотрим поставленные вопросы на примере задачи швейного цеха. Обозначим доход от реализации брюк, и юбок как  $C_1$  и  $C_2$  соответственно. Тогда целевая функция будет выглядеть следующим образом:  $F = c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max$ .

При увеличении  $C_1$  (или уменьшении  $C_2$ ) прямая, представляющая целевую функцию  $F$ , вращается вокруг точки  $C$  по часовой стрелке (рис.1). Если же  $C_1$  уменьшается (или  $C_2$  увеличивается), эта прямая вращается в противоположном направлении. Таким образом, точка  $C$  будет оставаться оптимальной до тех пор, пока наклон прямой не выйдет за пределы, определяемые наклонами прямых ограничений (I) и (II). Когда наклон прямой  $F$  станет равен наклону прямой для ограничения (I), получим две альтернативные угловые точки  $B$  и  $C$ . Аналогично, если наклон прямой  $F$  станет равным наклону прямой для ограничения (II), будем иметь альтернативные оптимальные угловые точки  $C$  и  $D$ . Как только наклон прямой  $F$  выйдет за пределы указанного интервала, получим некоторое новое оптимальное решение (точки  $B$  или  $D$ ).

Вычислим границы интервалов возможных колебаний  $C_1$  и  $C_2$ , при которых точка  $C$  останется оптимальной. Зафиксируем  $C_2=50$ . Крайние значения коэффициента  $C_1$  можно определить из равенства наклонов прямой целевой функции  $F$  и прямых ограничений (I) и (II). Тангенс угла наклона для прямой  $F$  равен  $C_1/50$ , а для прямых (I) и (II), соответственно  $3/4$  и  $3/2$ . Минимальное значение  $C_1$  определяем из равенства  $C_1/50 = 3/4$ , тогда  $\min C_1 = 37,5$  долл., а максимальное значение  $C_1$  находим из равенства  $C_1/C_2=3/2$ , где  $\max C_1 = 75$  долл. Таким образом, интервал изменения  $C_1$ , в котором точка  $C$  по-прежнему останется единственной оптимальной, определяется неравенством  $37,5 \leq C_1 \leq 75$ .

Аналогичным образом анализ выполняется для коэффициента  $C_2$ . Фиксируем значение  $C_1=60$ , тогда тангенс угла наклона прямой целевой функции определяется соотношением  $60/C_2$ . Применив уже известное равенство тангенсов углов наклона прямой  $F$  и прямых (I) и (II), получим:

$$60/C_2=3/4, \text{ откуда } \max C_2=80;$$

$$60/C_2=3/2, \text{ откуда } \min C_2=40.$$

Можно заметить, что, как только коэффициент  $C_1=37,5$  долл., ресурс (II) становится недефицитным. Для швейного цеха это означает, что, если доход от продажи одних брюк станет меньше 37,5 долл., надо пересматривать суточную производственную программу, которая теперь будет предусматривать максимальное количество юбок (т.е.  $x_1=21$ ,  $x_2=0$ ). Когда значение  $C_1$  превысит 75 долл., суточная производственная программа будет предусматривать выпуск 18 брюк и 3 юбок (оптимальный план - точка  $D$ ).

Соответствующие выводы нужно будет сделать и при отклонении цены одной юбки  $C_2$  за пределы интервала  $40 \leq C_2 \leq 80$ .

Рассмотренный пример характеризует основные принципы анализа моделей на

чувствительность (после нахождения оптимального решения).

## 5. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ «СИТУАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ В ЭКОНОМИКЕ»

### Вариант 1

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, цены изделий и общее количество имеющихся ресурсов приведены в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	
Древесина, м <sup>3</sup>			
первый вид	0,2	0,1	40
второй вид	0,1	0,3	45
Трудоемкость, чел.·час	1,2	1,5	360
Цена одного изделия, тыс. руб.	6	8	

1. Считая, что сбыт готовой продукции обеспечен, определить: сколько столов и шкафов следует изготовить фабрике, чтобы доход от их реализации был максимальным.

2. Определить, увеличение запасов каких ресурсов наиболее выгодно для фабрики и почему.

3. Как изменится решение, если запас древесины 1 вида увеличится на 10 м<sup>3</sup>?

4. Изменится ли решение, если цена одного стола вырастет на 4 тыс. руб.?

### Вариант 2

Для производства двух сортов мороженого (сливочного и молочного) комбинат использует сахар и сливки. Нормы затрат этих продуктов, суточные запасы, а также цена реализации по каждому виду мороженого приведены в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на 1 кг мороженого		Общий запас продуктов
	молочное	сливочное	
Сливки, кг.	0,2	0,1	160
Сахар, кг.	0,2	0,4	240
Трудоемкость, чел.·час	2	3	1800
Цена 1 кг мороженого, руб.	60	75	

1. Считая, что сбыт мороженого полностью обеспечен, определить, сколько сливочного и молочного мороженого должен выпускать в сутки комбинат, чтобы доход от реализации был максимальным.

2. Определить, увеличение запасов каких продуктов наиболее целесообразно и почему.

3. Если фонд рабочего времени снизится на 300 чел.·час, как это повлияет на решение?

4. Если цена 1 кг молочного мороженого возрастет до 90 руб., как это повлияет на определение суточного плана производства?

### Вариант 3

Для производства карамели двух видов А и В кондитерская фабрика использует сахар

и фруктовое пюре. Нормы затрат этих продуктов, а также затраты труда на 1 кг карамели, цены ее реализации и общий запас производственных ресурсов указаны ниже в таблице.

1. Считая, что сбыт обеспечен, определить, сколько карамели А и В надо выпускать фабрике, чтобы доход от реализации был максимальным.

2. Определить, возможно ли снижение запасов каких-либо ресурсов и на какую величину.

3. Если запас сахара увеличится до 200 кг, как это повлияет на решение?

4. Если цена 1 кг карамели вида А увеличится до 90 руб., как изменится решение?

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на 1 кг изделия		Общий запас ресурсов
	карамель А	карамель В	
Сахар, кг	0,2	0,6	180
Фруктовое пюре, кг	0,4	0,2	120
Трудоемкость, чел.·час.	0,4	0,5	180
Цена 1 кг карамели, руб.	45	60	

### Вариант 4

Для выпуска двух сортов теста кондитерская использует сахар и яйца. Затраты этих ресурсов, а также затраты труда, общее количество имеющихся ресурсов и цены за 1 кг теста каждого сорта приведены в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на 1 кг. теста		Общий запас ресурсов
	1-й сорт	2-й сорт	
Яйца, шт.	5	2	1000
Сахар, кг.	0,3	0,25	75
Трудоемкость, чел.·час	0,25	0,5	125
Цена 1 кг теста, руб.	15	10	

1. Считая, что сбыт полностью обеспечен, определить, сколько теста каждого сорта нужно производить кондитерской фабрике, чтобы доход от реализации был максимальным.

2. Является ли рабочее время дефицитным ресурсом? Обосновать ответ.

3. Если запас сахара снизится на 15 кг, как это повлияет на решение?

4. Если цена теста 1 сорта увеличится до 20 руб. за кг., как изменится решение?

### Вариант 5

Для производства стульев и столов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, цены единицы готовой продукции и общее количество имеющихся ресурсов приведены в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	Стул	стол	
Древесина, м <sup>3</sup>			
первый вид	1	3	360
второй вид	1	0,5	200
Трудоемкость, чел.·час	2,5	3	900
Цена одного изделия, тыс. руб.	18	24	



1. Считая, что сбыт готовой продукции обеспечен, определить, сколько стульев и столов надо выпускать фабрике, чтобы доход от реализации был максимальным.
2. Ценность какого из ресурсов является наибольшей? Обосновать ответ.
3. Запасы какого из ресурсов можно снизить и на какую величину?
4. До какой величины может вырасти цена одного стула, чтобы прежнее решение не изменилось?

#### Вариант 6

Фабрика изготавливает краску двух видов: для внутреннего и наружного пользования, используя при этом сырье двух видов: А и В. Нормы расхода сырья на 1 т краски каждого вида, общее количество исходных продуктов, а также цены реализации краски каждого вида приведены ниже.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на 1 т краски, т		Общий запас ресурсов
	для внутреннего пользования	для наружного пользования	
А	2	3	6
В	5	2	10
Цена 1 т краски, млн руб.	1	2	

1. Установлено, что суточный спрос на краску для наружного пользования никогда не превышает 1,5 т. Определить, сколько краски каждого вида нужно производить фабрике, чтобы ее доход был максимальным.
2. Является ли спрос на краску для наружного пользования дефицитным "ресурсом" и на сколько желательно его увеличение?
3. Если запас сырья вида В снизится до 8 т, как это повлияет на выбор решения?
4. Если цена краски для наружного пользования вырастет до 3 млн руб. за 1 т, как вследствие этого изменится решение?

#### Вариант 7

Для пошива пальто и курток швейная фабрика использует ткань двух видов. Расход ткани, общий ее запас, а также цены реализации готовых изделий приведены в таблице.

Ткань	Расход ткани на одно изделие, м		Суточный запас ткани, м
	пальто	куртка	
Первый вид	5	2	100
Второй вид	1	4	40
Цена одного изделия, тыс. руб.	20	15	

1. Установлено, что спрос на куртки не превышает 30 шт. в сутки. Определить, сколько пальто и курток должна производить фабрика, чтобы ее доход был максимальным.
2. Запас какого вида ткани целесообразнее увеличивать и почему?
3. Является ли спрос дефицитным ресурсом и возможно ли изменение его величины?
4. Если цена куртки вырастет до 18 тыс. руб., повлияет ли это на решение?

#### Вариант 8

Детали двух видов  $A_1$  и  $A_2$  последовательно обрабатываются на трех станках. Известны: время обработки одной детали каждого вида каждым станком и суммарное время работы станков в планируемый период, а также цены, по которым реализуются готовые детали.

Станки	Время обработки одной детали		Время работы станков, ч
	$A_1$	$A_2$	
I	1	2	16
II	2	3	28
III	3	3	30
Цена одной детали, тыс. руб.	4	3	

1. Установлено, что реализация деталей  $A_1$  и  $A_2$  обеспечена в любом количестве. Определить, сколько изделий  $A_1$  и  $A_2$  нужно выпускать цеху, чтобы доход от реализации был максимальным.
2. Является ли фонд времени работы станка III дефицитным ресурсом?
3. Рабочее время каких станков целесообразно увеличивать и насколько?
4. При изменении цены одной детали  $A_1$  до 5 тыс. руб. изменится ли план производства?

#### Вариант 9

Завод выпускает изделия двух типов: А и В. При этом используется сырье четырех видов. Расход сырья каждого вида на изготовление единицы продукции, запасы сырья и цены готовой продукции приведены ниже.

Сырье	Расход сырья на одно изделие, кг.		Запас сырья, кг
	А	В	
I	2	3	21
II	1	0	4
III	0	1	6
IV	2	1	10
Цена одной детали, тыс. руб.	3	2	

1. Считая, что сбыт готовой продукции полностью обеспечен, установить план производства изделий А и В, обеспечивающий максимальный доход от реализации.
2. Определить, увеличение запасов каких видов сырья и на какую величину наиболее целесообразно для завода.
3. Определить, запасы каких ресурсов являются избыточными для установленного плана производства.
4. Если цена изделия В возрастет до 3 тыс. руб., как это повлияет на выбор решения?

#### Вариант 10

Четыре станка обрабатывает два вида деталей А и В. Каждая деталь проходит обработку на всех четырех станках. Известны: время обработки детали на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и цена одной детали А и В.

Станки	Время обработки одной детали, ч		Время работы станка за один цикл производства, ч
	А	В	
I	1	2	16
II	2	3	25
III	1	1	10
IV	3	1	24
Цена одной детали, тыс. руб.	4	1	

1. Установлено, что сбыт готовой продукции полностью обеспечен. Определить план производства деталей А и В, обеспечивающий максимальный доход от реализации.
2. Определить, какой из ресурсов является наиболее дефицитным и почему.
3. Какой из станков работает лишнее количество часов и сколько часов?
4. Как изменится план производства, если цена детали В возрастет до 2 тыс. руб.?

#### Вариант 11

Фабрика выпускает два вида тканей. Суточные ресурсы фабрики: 600 ед. производственного оборудования, 800 ед. сырья и 600 ед. электроэнергии, расход которых на 1 м ткани представлен в таблице.

Ресурсы	Ткани	
	I	II
Оборудование, ед.	2	3
Сырье, ед.	1	8
Электричество, ед.	3	4

Цена 1 м ткани первого вида равна 80 руб., второго вида - 100 руб.

Установлено, что спрос на ткань первого вида никогда не превышает 180 м в сутки.

1. Определить план производства тканей, при котором суточный доход фабрики будет максимальным.
2. Определить, запасы каких ресурсов можно уменьшить и на какую величину.
3. Является ли спрос на ткань первого вида дефицитным ресурсом и какова его оценка?
4. Если цена на ткань первого вида увеличится до 90 руб. за 1 м, повлияет ли это на решение?

#### Вариант 12

Швейная фабрика выпускает юбки и брюки, используя при этом имеющееся оборудование, электроэнергию и ткань. Нормы расхода ресурсов на одно изделие, запасы этих ресурсов, а также цены готовой продукции приведены ниже.

Ресурсы	Расход на одно изделие		Суточный запас ресурсов
	юбка	брюки	
Оборудование, чел. · час	2	3	600
Электричество, кВт · час	4	2,5	1000
Ткань, м	1,5	2	900
Цена одного готового изделия, тыс. руб.	1	1,2	

1. Зная, что суточный спрос на брюки никогда не превышает 150 шт., определить план производства швейной фабрики, обеспечивающей максимальный доход.
2. Какой из используемых ресурсов является наиболее дефицитным и на сколько целесообразно увеличить его запас?
3. Возможно ли снижение суточного запаса ткани? Если да, то на какую величину?
4. Если цена одной юбки снизится до 0,9 тыс. руб., как это повлияет на оптимальное решение?

#### Вариант 13

Три станка обрабатывают два вида деталей - А и В. Каждая деталь проходит обработку на всех трех станках. Известны: время обработки детали на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и цена одной детали каждого вида.

Станки	Время обработки одной детали, ч		Время работы станка за один цикл производства, ч.
	А	В	
I	1	2	16
II	1	1	10
III	3	1	24
Цена одной детали, тыс. руб.	4	6	

1. Определить план производства деталей А и В, обеспечивающий максимальный доход цеху.
2. Является ли рабочее время второго станка дефицитным ресурсом? Если да, то на какую величину это время нужно увеличить?
3. Определить возможное снижение времени работы станков за один цикл производства.
4. Если цена детали В снизится до 5 тыс. руб., как это повлияет на решение?

#### Вариант 14

Три станка обрабатывают два вида деталей - А и В. Каждая деталь проходит обработку на всех трех станках. Известны: время обработки детали на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и цена одной детали каждого вида.

1. Определить план производства деталей А и В, обеспечивающий максимальный доход.
2. Определить, время работы каких станков является дефицитным ресурсом. Установить величины целесообразного увеличения этого времени.
3. Если время работы третьего станка снизится до 21 ч за один цикл производства, как это повлияет на решение?
4. Если цена детали В вырастет до 4 тыс. руб., как это повлияет на решение?

Станки	Время обработки одной детали, ч		Время работы станка за один цикл производства, ч
	А	В	
I	1	2	16
II	2	3	30
III	3	1	24
Цена одной детали, тыс. руб.	6	2	

### Вариант 15

Предприятие располагает ресурсами двух видов в количестве 120 и 80 ед. соответственно. Эти ресурсы используются для выпуска продукции двух видов, причем расход на изготовление единицы продукции первого вида составляет 2 ед. ресурса первого вида и 2 ед. ресурса второго вида; единицы продукции второго вида - 3 ед. ресурса первого вида и 1 ед. ресурса второго вида. Цена единицы продукции первого вида - 10 тыс. руб., второго вида - 15 тыс. руб.

1. Установлено, что спрос на продукцию первого вида никогда не превышает 22 шт. в сутки. Определить план производства продукции обоих видов, обеспечивающий наибольший доход предприятию.
2. Установить, какой из ресурсов наиболее дефицитен и почему.
3. Если спрос на изделия первого вида снизится до 15 шт. в сутки, как это повлияет на решение?
4. Если цена изделия второго вида снизится до 8 тыс. руб., как это повлияет на решение?

### Вариант 16

Цех выпускает изделия двух видов: валы и втулки. На производство одного вала рабочий тратит 3 ч, одной втулки - 2ч. Валы предприятие реализует по цене 80 руб. за штуку, втулки - по цене 60 руб. Известно, что в сутки можно реализовать не более 200 валов и не более 300 втулок.

1. Определить суточную производственную программу цеха, обеспечивающую наибольший доход при условии, если фонд рабочего времени производственных рабочих составляет 900 чел. · час.
2. Является ли фонд рабочего времени дефицитным ресурсом?
3. Если спрос на валы увеличится до 300 шт., как это повлияет на решение?
4. В каких пределах может меняться цена одной втулки, чтобы прежние оптимальное решение сохранилось?

### Вариант 17

Обработка деталей двух видов А и В может производиться на трех станках, причем каждая деталь при ее изготовлении должна последовательно обрабатываться на каждом из станков. Доход от реализации детали А составляет 10 тыс. руб., детали В - 16 тыс. руб. Исходные данные приведены в таблице.

Станки	Время обработки одной детали, ч		Время работы станка, ч.
	А	В	
I	0,2	0,1	100
II	0,2	0,5	180
III	0,1	0,2	100

1. Определить производственную программу, максимизирующую доход от реализации при условии, что спрос на детали В не превышает 200 шт. в сутки.
2. Определить, фонд рабочего времени каких станков является излишним и на какую величину его можно уменьшить.
3. Если фонд рабочего времени работы второго станка увеличится до 200 ч, увеличится ли при этом доход от реализации?
4. В каких пределах может меняться цена детали А при условии сохранения оптимального решения?

### Вариант 18

При продаже двух видов товаров А и В торговое предприятие использует четыре вида ресурсов. Нормы затрат ресурсов на реализацию единицы товара и объем ресурсов приведены в таблице.

Ресурсы	Норма затраты ресурсов на реализацию 1 ед. товара		Количество ресурсов на предприятии
	А	В	
I	2	2	12
II	1	2	8
III	4	0	16
IV	0	4	12

Доход от реализации 1 ед. товара А составляет 20 тыс. руб., товара В - 30 тыс. руб.

1. Определить оптимальный план реализации товаров, обеспечивающий торговому предприятию максимальный доход.
2. Какой из ресурсов является наиболее дефицитным и почему?
3. Запасы каких ресурсов можно уменьшить и на сколько?
4. Как должна измениться цена единицы товара вида А, чтобы прежний план производства оказался неоптимальным?

### Вариант 19

Хозяйство располагает следующими производственными ресурсами: площадь пашни составляет 600 га, количество человеко-дней труда - 4000. В таблице приведена информация о данном хозяйстве.

	Культура	
	зерновые	Кормовые
Затраты труда, чел. · дн.	5	10
Урожайность, ц/га.	28	36

1. Определить наиболее эффективное сочетание зерновых и кормовых культур при условии, что под кормовые культуры должно быть занято не более 300 га пашни.
2. Являются ли затраты труда дефицитным ресурсом и почему?
3. Если площадь пашни увеличится до 800 га, повлияет ли это на решение?
4. Как должна измениться урожайность зерновых культур, чтобы это повлияло на решение?

### Вариант 20

Фабрика по производству игрушек выпускает кукол и мишек. Для их производства используются поролон и ткань. Нормы расхода этих материалов, суточный запас, а также цены готовой продукции приведены в таблице.

Исходные материалы	Нормы расхода на готовое изделие		Суточный запас материалов
	кукла	мишка	
Ткань, м	1	1,5	900
Поролон, кг	2	1	800
Цена одного изделия, руб.	200	300	

1. Установлено, что суточный спрос на кукол не превышает 300 шт. Определить план производства фабрики игрушек, обеспечивающий максимальный доход от реализации.
2. Если спрос на кукол возрастет до 350 шт. в сутки, как изменится решение и почему?
3. Если суточный запас поролона увеличить до 900 кг, как изменится решение?
4. В каких пределах может колебаться цена одной куклы, чтобы оптимальный план производства остался прежним?

#### **Вариант 21**

Составить математическую модель производства мебели специализированным ателье по данным таблицы.

Ресурсы производства	Стул	Стол	Объем ресурса
Древесина, кг	2,5	7,5	1250
Пластик, м <sup>2</sup>	0,6	1,8	120
Трудоемкость, чел/час	2,4	3,6	1440
Цена реализации ед. продукции, руб.	900	1500	

1. Найти оптимальный план производства мебели, обеспечивающий максимальную выручку ателье от реализации.
2. Провести анализ на чувствительность оптимального плана к изменениям объемов ресурсов
3. Определить наиболее дефицитный ресурс.
4. Определить границы устойчивости оптимального плана к колебаниям цен реализации выпускаемых изделий.

#### **Вариант 22**

Составить математическую модель производства мороженого городским хладокомбинатом по данным таблицы.

Ресурсы	Пломбир	Крем-брюле	Объем ресурса
Сливки, кг	0,6	0,4	360
Сахар, кг	0,4	0,3	240
Морозильник, час	1	1,5	450
Цена 1 кг, руб.	60	45	

1. Найти оптимальный план производства мороженого, обеспечивающий максимальную выручку хладокомбинату от реализации.
2. Провести анализ на чувствительность оптимального плана к изменениям объемов ресурсов.
3. Определить наиболее дефицитный ресурс.
4. Определить границы устойчивости оптимального плана к колебаниям цен реализации выпускаемых изделий.

#### **Вариант 23**

Составить математическую модель производства конфет кондитерской фабрикой по данным таблицы.

Ресурсы	Белочка	Трюфели	Объем ресурса
Сахар, кг	0,4	0,3	120
Шоколад, кг	0,3	0,5	150
Орехи, кг	0,3	0,2	120
Цена за 1 кг конфет, руб.	90	120	

1. Найти оптимальный план производства конфет, обеспечивающий максимальную выручку фабрике от реализации.
2. Провести анализ на чувствительность оптимального плана к изменениям объемов ресурсов.
3. Определить наиболее дефицитный ресурс.
4. Определить границы устойчивости оптимального плана к колебаниям цен реализации выпускаемых изделий.

#### **Вариант 24**

Составить математическую модель производства йогуртов молочным заводом по данным таблицы.

Ресурсы	Сливочный	Молочный	Объем ресурса
Молочная закваска, кг	0,2	0,3	240
Сливки, кг	0,6	0,2	480
Оборудование, час	1	0,3	900
Цена 1 кг, руб.	50	30	

1. Найти оптимальный план производства йогурта, обеспечивающий максимальную выручку заводу от реализации.
2. Провести анализ на чувствительность оптимального плана к изменениям объемов ресурсов.
3. Определить наиболее дефицитный ресурс.
4. Определить границы устойчивости оптимального плана к колебаниям цен реализации выпускаемых изделий.

#### **Вариант 25**

Составить математическую модель производства швейного ателье по данным таблицы.

Ресурсы	Пальто	Куртка	Объем ресурса
Драп, м <sup>2</sup>	1,5	1	150
Сатин, м <sup>2</sup>	1,2	1	132
Трудоемкость, чел/час	5	3	450
Цена реализации ед., тыс. руб.	2,5	1	

1. Найти оптимальный план производства изделий, обеспечивающий максимальную выручку ателье от реализации.
2. Провести анализ на чувствительность оптимального плана к изменениям объемов ресурсов.
3. Определить наиболее дефицитный ресурс.
4. Определить границы устойчивости оптимального плана к колебаниям цен реализации выпускаемых изделий.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Акулич. И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И.Л. Акулич. - М.: Высш. шк., 1993.
2. Зандер Е.В. Практикум по исследованию операций: нелинейные, динамические и специальные модели. / Е.В. Зандер, В.П. Злодеев. - Красноярск: РИЦ КрасГУ, 1998.
3. Косоруков О.А. Исследование операций, / О.А. Косоруков, А.В. Мищенко. - М.: Экзамен, 2003.
4. Кремер. Н.Ш. Исследование операций в экономике, / Н.Ш. Кремер. - М.: Банки и биржи, 2000.
5. Мошкович И.Л. Ситуационный анализ в экономике, / И.Л. Мошкович, Е.В. Зандер, В.П. Злодеев. - Красноярск: РИЦ КрасГУ, 1996.

### Дополнительная:

6. Афанасьев М.Ю. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие. / М.Ю. Афанасьев, Б.П. Суворов. - М.: ТЕИС, 2003.
7. Замков О.О. Математические методы в экономике. / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. - М.: Дело и сервис, 1997.
8. Кади Дж. Количественные методы в экономике. / Дж. Кади. - М.: ИНФРА-М, 1997.
9. Солодовников А.С. Математика в экономике. / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов. - М.: Финансы и статистика, 1999.
10. Уотшен Т. Количественные методы в финансах. / Т. Уотшен, К. Паррамоу. - М.: ЮНИТИ, 1999.
11. Эддоус М. Методы принятия решений. / М. Эддоус, Р. Стенфилд. - М.: ЮНИТИ, 1997.

Исследование операций в экономике:  
Составители: Евгения Викторовна Зандер, Валерий Павлович Злодеев

Редактор А.А. Назимова

Коррекция автора

Подписано в печать 24.02.2004

Тиражируется на электронных носителях

Заказ 292

Дата выхода 25.02.2004

Адрес в Internet: [www.lan.krasu.ru/studies/editions.asp](http://www.lan.krasu.ru/studies/editions.asp)

Отдел информационных ресурсов управления информатизации КрасГУ  
660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, ауд. 22-05, e-mail: [info@lan.krasu.ru](mailto:info@lan.krasu.ru)

Издательский центр Красноярского государственного университета  
660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79, e-mail: [rio@lan.krasu.ru](mailto:rio@lan.krasu.ru)