Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт космических и информационных технологий
Базовая кафедра «Интеллектуальные системы управления»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
________ ______________
подпись инициалы, фамилия
« ____» __________20 ___ г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

27.04.03 Системный анализ и управление
27.04.03.02 Системный анализ данных и технологий принятия решений

Алгоритм уточнения ранга объекта в итоговом ранжировании

Научный руководитель	_________ подпись, дата	___________________ должность, ученая степень	А.А.Даничев
Выпускник	_________ подпись, дата	___________________ должность, ученая степень	Б.В. Вавулин
Рецензент	_________ подпись, дата	___________________ должность, ученая степень	_____________ инициалы, фамилия
Нормоконтролер	_________ подпись, дата	___________________ должность, ученая степень	_____________ инициалы, фамилия

Красноярск 2019

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «Алгоритм уточнения ранга объекта в итоговом ранжировании» содержит 46 страниц, 15 используемых источников, 56 формул, 11 таблиц, 2 приложения.

РАНЖИРОВАНИЕ, УПОРЯДОЧИВАНИЕ, АЛГОРИТМ, РАНГ, ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ.

Целью работы является уточнение ранга в итоговом ранжировании.

Актуальность данной работы проявляется в выгоде при выборе оптимальных объектов для решения задач.

Объектом исследования является алгоритм ранжирования объектов.

Предметом исследований являются методы, модели и алгоритмы ранжирования объектов.

Задачами исследования являются:

- исследование и анализ существующих методов нахождения итогового ранжирования;

- разработка алгоритма для уточнения ранга объекта в итоговом ранжировании;

- разработка программного обеспечения (ПО);

- апробация алгоритма.

В результате проведения данной работы была изучена литература по данной теме, проведены исследования, разработан алгоритм получения итогового ранжирования для данных большой размерности с пропусками и случаями нетранзитивности.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ... 4
1 Методы и алгоритмы поиска результирующих ранжирований ... 5
1.1 Предварительная обработка данных ... 5
1.1.1 Суммарные матрицы отношений ... 5
1.1.2 Матрица весов ... 6
1.1.3 Согласованность данных ... 7
1.1.4 Разреженность матриц отношений ... 9
1.2 Методы поиска результирующего ранжирования ... 9
1.2.1 Общее состояние ... 9
1.2.2 Метод строчных сумм ... 10
1.2.3 Медиана Кемени ... 11
1.2.4 Метод минимального несогласия ... 13
1.2.5 Модифицированный метод большинства ... 14
1.2.6 Получение ранжирования из матрицы отношений ... 15
1.3 Методы и алгоритмы поиска результирующих ранжирований для данных с пропусками ... 16
1.3.1 Общее состояние ... 17
1.3.2 Обобщение метода строчных сумм ... 18
1.3.3 Пополнение матриц ... 20
1.3.4 Метод зависимостей ... 22
2 Алгоритм уточнения ранга в итоговом ранжировании ... 26
3 Программная реализация ... 29
3.1 Описание ПО и его возможности ... 29
3.2 Расчёт итогового рейтинга дисциплин ... 29
3.2.1 Постановка задачи ... 29
3.2.2 Исходные данные ... 29
3.2.3 Метод результат ... 30
3.2.4 Выводы ... 31
3.3 Расчёт итогового рейтинга преподавателей ... 31
3.3.1 Постановка задачи ... 32
3.3.2 Анализ данных ... 32
3.3.3 Метод результат ... 33
3.3.4 Выводы ... 34
Заключение ... 35
Список использованных источников ... 36
Приложение А ... 38
Приложение Б ... 44

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире в различных сферах деятельности оценивание объектов на основе экспертной информации играет важную роль для принятия решений. Имеется широкий круг задач, где анализируемые объекты на основе различных принципов оценены экспертом. Рассмотрим часто встречающуюся задачу нахождения рейтинга компаний, на основе экспертных оценок. Каждая компания оценивается несколькими экспертами. Оценки различных экспертов могут отличаться и даже противоречить друг другу. Определение рейтинга компании становится задачей упорядочивания. При этом мнение отдельных экспертов могут считать одинаково важными или иметь различную важность.

Целью работы является уточнение ранга в итоговом ранжировании.

Объектом исследования является алгоритм ранжирования объектов.

Предметом исследований являются методы, модели и алгоритмы ранжирования объектов.

Задачами исследования являются:

- исследование и анализ существующих методов нахождения итогового ранжирования;

- разработка алгоритма для уточнения ранга объекта в итоговом ранжировании;

- разработка программного обеспечения (ПО);

- апробация алгоритма.

Для реализации ПО планируется использоваться язык программирования Ruby [14], который является кроссплатформенным и позволяет запускать программу на различных платформах. Для написания исходного текста программа был выбран текстовый редактор Visual Studio Code [15].

1 Методы и алгоритмы поиска результирующих ранжирований

1.1 Предварительная обработка данных

Предварительная обработка данных позволяет определить корректность применения тех или иных методов к исходным данным и выполнить при необходимости очистку данных.

1.1.1 Суммарные матрицы отношений

Использование суммарных матриц в алгоритмах поиска результирующего ранжирования позволяет избежать многократно повторяющихся расчетов (что для многих методов на порядок сокращает количество вычислений).

В работах некоторых авторов использовалась суммарная матрица отношений $N = \left\|N_{ij}\right\|_{m\times m}$, где N_{ij} равно числу случаев, когда объект a_i предпочтительней объекта a_j. Для учета весов ранжирований элемент N_{ij} вычисляется по формуле

$$\boldsymbol{N_{ij}} = \sum_{\substack{\boldsymbol{k=1,}\\ \boldsymbol{t_{ij}^{k}=1}}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{w_k} \qquad (1)$$

В матрице N содержится лишь небольшая часть исходной информации, поэтому в работе [2] было предложено еще несколько суммарных матриц.

Для ряда методов поиска результирующего ранжирования важна информация о равноценных объектах, для чего вводиться матрица $N^0 = \left\|N_{ij}^0\right\|_{m\times m}$,

$$N_{ij} = \sum_{\substack{k=1,\\ t_{ij}^{k}=0}}^{n} w_k \qquad (2)$$

Так же используются матрицы $N^- = \left\|N_{ij}^-\right\|_{m\times m}$ и $N' = \left\|N_{ij}'\right\|_{m\times m}$:

$$N_{ij}^- = \left(N_{ij} - N_{ji}\right),\ N_{ij}^- = -N_{ji}^-, \qquad (3)$$

$$N_{ij}' = N_{ij} + 0.5N_{ij}^0 \qquad (4)$$

Для случая исходных данных, представленных неполными парными сравнениями, подчитывается число сравнений объектов

$$N_{ij}^{+} = \sum_{\substack{k=1, \\ \exists t_{ij}^{k}}}^{n} w_k = N_{ij} + N_{ij}^{0} + N_{ji}, N_{ij}^{+} = N_{ji}^{+} \tag{5}$$

и величина

$$\boldsymbol{n_w = \sum_{k=1}^{n} w_k} \tag{6}$$

Если веса равны единице и в матрицах отношений нет пропусков, то $N_{ij}^{+} = n,\ i,j = \overline{1..m}$

1.1.2 Матрица весов

Предложенная в работе [2] матрица весов, так же, как и суммарные матрицы, позволяет избежать многократно повторяющихся расчетов. Пусть все ранжирования строгие. Составим матрицу $V = \|v\|_{m\times m}$, где v_{ij} — число экспертов, поставивших в ранжировании i-й объект на j-е место. Результирующему ранжированию, представленного вектором рангов $(r_1', r_2', \dots, r_m')$, соответствует сумма весов $\sum_{i=1}^{m} v_i, r_i'$. Эту сумму можно рассматривать как количество голосов, отданных экспертами за то, что i-е объекты находятся на r_i' местах. Составим матрицу весов $\|v\|_{m\times m}$ (таблица 1), где (для строгих ранжирований) v_{ij} –сумма весов экспертов w_k, поставивших в ранжировании i-й объект на j-е место:

$$\boldsymbol{v_{ij} = \sum_{\substack{k=1, \\ r_i^k = j}}^{n} w_k} \tag{7}$$

Для нестрогих ранжирований будем вычислять веса v_{ij} согласно следующему алгоритму предложенном в работе [2]:

а) $v_{ij} = 0$, для $i, j = \overline{1..m}$; $k = 1$;

б) $M_k = \frac{\max r_{ik}}{i=\overline{1..m}}$; шаги 1 и 2 пропустить;

1) Если $M_k = 1$, то $A_{ik} = 1, B_{ik} = m$ для $i = \overline{1..m}$; шаг д;

2) Если $M_k = m$, то $A_{ik} = B_{ik} = i$ для $i = \overline{1..m}$; шаг д;

в) $l_j^k = j\frac{m-1}{M_k} + 1$, для $j = \overline{0..M_k}$;

г) A_i^k = ОкругитьВверх $\left(l_{r_i^k-1}^k\right)$, B_i^k = ОкруглитьВниз $\left(l_{r_i^k}^k\right)$, $i = \overline{1..m}$;

д) Для $i = \overline{1..m}$ и $j = \overline{A_i^k..B_i^k}$ увеличить v_{ij} на $\frac{w_k}{1+B_i^k-A_i^k}$;

е) Увеличить k на 1;

ж) Если $k \leq n$, то шаг б;

и) Конец.

Таблица 1 – Матрица весов

m \ m	1	2	…	m
a_1	v_{11}	v_{12}	…	v_{1m}
a_2	v_{11}	v_{11}	…	v_{2m}
…	…	…	…	…
a_m	v_{m1}	v_{m2}	…	v_{mm}

1.1.3 Согласованность данных

Согласованность мнения экспертов принято оценивать по величине коэффициента конкордации Кендалла:

$$Kc = \frac{12S}{m(m^2-1)},\ S = \sum_{i=1}^{m}(s_i - s)^2,\ s = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i,\ s_i = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} r_{ki}, \tag{8}$$

где S сумма квадратов отклонений всех оценок рангов каждого объекта экспертизы от среднего значения. Коэффициент конкордации изменяется в диапазоне $0 \leq Kc \leq 1$, причем 0 — полная несогласованность, 1 — полное единодушие. Данный коэффициент возможно рассчитать только для данных, представленных ранжированиями.

Введем коэффициент конкордации, для данных представленных матрицами отношений:

$$Ks = \frac{1}{L}\sum_{\substack{i<j \\ N_{ij}^+ \neq 0}} \frac{|N_{ij}^-|}{N_{ij}^+},\ L = \sum_{\substack{i<j \\ N_{ij}^+ \neq 0}} 1 \tag{9}$$

Коэффициент изменяется в диапазоне $0 \le Ks \le 1$. При высокой согласованности ($Ks > 0.6$ или $Kc > 0.4$) все методы, как правило, дают одинаковые решения. При низкой согласованности ($Ks < 0.2$ или $Kc < 0.1$) рекомендуется разбить исходные данные на группы с высокой согласованностью.

Для оценки числа случаев нетранзитивности в матрице N' будем использовать коэффициент Kst:

а) $Kst = 0$;

б) Выполнить для $i, j = \overline{1..m}$, $i \ne j$;

в) Если $N'_{ij} > N'_{ji}$ то: Для $k = \overline{1..m}$, $k \ne i$, $k \ne j$: если $N'_{ik} < N'_{ki}$ и $N'_{kj} < N'_{jk}$, то увеличить Kst на 1;

г) $Kst = \dfrac{Kst}{MaxKst}$, можно принять $MaxKst = m\left(m^2 - 1\right)/8$.

Чем сильнее отличается коэффициент Kst от нуля, тем более противоречивы исходные данные. При Kst, близком к единице, следует провести повторную экспертизу иначе, скорее всего, придется признать все объекты равноценными: метод строчных сумм работает некорректно (признает многие объекты равноценными), а вычисление медианы Кемени навряд ли можно обосновать.

Рассчитаем результирующее ранжирование несколькими методами и вычислим среднеарифметическое расстояний между полученными решениями:

$$Kr = \frac{2}{n_r(n_r - 1)} \sum_{i=1}^{n_r - 1} \sum_{j=i+1}^{n_r} d(R_i, R_j) \qquad (10)$$

Величина Kr примерно равна ошибке, с которой можно вычислить результирующее ранжирование. Компьютерное моделирование показало высокую корреляцию между значениями Kr и расстояниями от решений методов до известного правильного ранжирования.

1.1.4 Разреженность матриц отношений

Введем коэффициенты для оценки разреженности матриц парных сравнений Kz и Kz_0. При низких значениях коэффициентов необходимо применять метод зависимостей, или исключить из рассмотрения объекты с малым числом сравнений.

Оценка пропусков, обусловленных тем, что объекты сравнивались не всеми экспертами:

$$Kz = \frac{2\sum_{i>j} N_{ij}^{+}}{n_w m(m-1)} \tag{11}$$

Оценка пропусков, обусловленных тем, что объекты ни разу не сравнивались:

$$Kz_0 = \frac{2}{m(m-1)} \sum_{\substack{i>j \\ N_{ij}^{+} \neq 0}} 1 \tag{12}$$

Как показало компьютерное моделирование, приемлемые нижние значения коэффициентов — $Kz \in [0.4, 0.5]$, $Kz_0 \in [0.86, 0.92]$.

1.2 Методы поиска результирующего ранжирования

1.2.1 Общее состояние

Существует большое количество методом поиска результирующего ранжирования на основе экспертных оценок. Одним из самых популярных и простых методов для поиска результирующего ранжирования является метод строчных сумм. Он достаточно прост так как для нахождения результирующего ранжирования необходимо только составить матрицы парных сравнений объектов. После построения матрицы необходимо вычислить сумму каждой строки. Объекты в данном методе ранжируются в порядке убывания сумм строк от большей суммы к меньшей. Данный метод не является универсальным и обладает недостатками.

Более сложным в расчётах методом является медиана Кемени. Для нахождения ранжирования при помощи медианы Кемени, необходимо, что каждый эксперт произвел ранжирование объектов. Для нахождения медианы необходимо найти расстояние между ранжирования. Оно определяется при помощи матрицы отношений. В итоге работы данного метода находится такое итоговое ранжирование, расстояние от которого до всех заданных ранжирований минимальное.

Ещё одним метод для нахождений ранжирования является правило Борда. Данный метод был представлен Жан-Шарлем де Борда с целью более тщательного подсчёта предпочтений выборщиков в условиях множества кандидатов. Данный метод широко используется и в современности. Согласно данному методу, результаты оценки выражаются в виде суммы баллов, набранных каждым кандидатом. Так, при выборе из n кандидатов каждый голосующий располагает всех кандидатов в порядке убывания, за первое место кандидату присваивается n баллов, второму кандидату присваивается $n-1$ баллов и т.д. последний кандидат получает 1 балл. В итоге подсчёта суммы баллов получаем ранжирование кандидатов.

Ранее были представлены одни из самых популярных методов поиска результирующего ранжирования. Рассмотрим некоторые из методов более подробно.

1.2.2 Метод строчных сумм

Одним из простейших и вместе с тем наиболее обоснованных методов обработки результатов парных сравнений является метод строчных сумм, хорошо известный по распределению мест в спортивных состязаниях (футбольные чемпионаты, круговые шахматные турниры и т. д.). Метод строчных сумм широко изучался в литературе, но обычно в той форме, когда каждая матрица сравнений «полна», т. е. для любых двух различных объектов содержит результат их сравнения.

Вместе с тем возможны случай, когда матрицы парных сравнений заполнены лишь частично, например, если они получены в результате экспертного опроса и эксперт затрудняется ответить что-либо о соотношении объектов в некоторых парах.

Для решения задачи нахождения итогового ранжирования при помощи метода строчных сумм необходима матрица отношений раздел 1.2.

Клетки таблицы, у которых имя строки совпадает с именем столбца, не заполняются. Затем подсчитываются суммы строк. Наконец, строится ранжирование объектов следующим способом. Объекту, имеющему максимальную строчную сумму, присваивается ранг 1. Объекту, имеющему следующую по величине сумму, присваивается ранг 2 (в нашем примере таких объектов два: b и c). И так далее, пока не будут отранжированы все объекты.

1.2.3 Медиана Кемени

Медиана Кемени [2, 6, 7, 9] представляет собой аддитивную свертку без весовых коэффициентов.

Для расчёта ранжирования по данному методу необходимо рассчитывать расстояние между ранжирования (13).

$$\boldsymbol{d} = (\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R_k}) = \sum_{i<j} |\boldsymbol{N_{ij}} - \boldsymbol{N_{ij}^k}| \tag{13}$$

$$f(R) = \sum_{k=1}^{n} d(R) \to min \tag{14}$$

Медиана совпадает с упорядочиванием по методу П. Слайтера. Так же медиане равно, если существует, упорядочивание Кондорсе.

Вычисление медианы через суммарные матрицы раздел 1.2 позволяет учитывать различные, заложенные в них, параметры и значительно сократить время вычислений. Пусть матрица отношений $\|t\|_{m\times m}$ соответствует искомому упорядочиванию R, представленному вектором индексов объектов $(p_1, p_2, \dots, p_m)$. Таким образом, матрица отношений $\|t\|_{m\times m}$ соответствует строгому ранжированию и $t_{p_i,p_j} = 1$ для всех $i < j$. Исходные данные представлены матрицами отношений $\|t^k\|_{m\times m}$, соответствующими ранжированиями R_k. Расстояние от произвольного ранжирования до всех ранжирований, указанных экспертами, определяется по формуле

$$\sum_{k=1}^{n} d_k(R) = \sum_{k=1}^{n} d(R,R_k) = \sum_{k=1}^{n}\sum_{i<j}\left|t_{ij}-t_{ij}^k\right| = \sum_{i<j}\sum_{k=1}^{n}\left|t_{p_i p_j}-t_{p_i p_j}^k\right| = \sum_{i<j}\sum_{k=1}^{n}\left|1-t_{p_i p_j}^k\right|. \tag{15}$$

Далее, используя суммарные матрицы (раздел 1.1.1).

$$\sum_{k=1}^{n} d_k(R) = \sum_{i<j}\left(0\cdot N_{p_i p_j}+1\cdot N_{p_i p_j}^0+2\cdot N_{p_j p_i}\right) = \sum_{i<j}\left(N_{p_i p_j}^0+2\left(N^+ p_i p_j-N_{p_i p_j}^0-N_{p_i p_j}\right)\right) \tag{16}$$

откуда получим задачу оптимизации

$$\sum_{i<j} N'_{p_i p_j} \to max, \tag{17}$$

где $N'_{p_i p_j}$ вычисляется по формуле (17).

$$N'_{ij} = N_{ij} + 0.5N_{ij}^0 \tag{18}$$

Задача вычисления медианы Кемени может быть сформулирована как задача отыскания такого упорядочения объектов, а следовательно, строк и столбцов матрицы N', чтобы сумма ее элементов, расположенных над диагональю, была максимальна (что соответствует упорядочиванию согласно принципу Кондорсе[2]). Действительно, если $P=(p_1,p_2,\dots,p_m)$ – вектор индексов упорядочивания объектов по принципу Кондорсе, то для $i<j$ $N_{p_i p_j} \geq N_{p_j p_i}$ и сумма $\sum_{i<j} N_{p_i p_j}$ максимальна. Использование $N'_{ij} = N_{ij} + 0.5N_{ij}^0$ можно назвать обобщением принципа Кондорсе для случая нестрогих ранжирований.

Если искомое ранжирование нестрогое, его можно представить в виде упорядочивания множеств $R=(u_1,u_2,\dots,u_m)$. Множества $u_k=\{p_{k,1},\dots,p_{k,m_k}\}$ содержат индексы равноценных объектов. Задача оптимизации в этом случае

$$\sum_{k1=1}^{m'-1}\sum_{k2=k1+1}^{m'}\sum_{i=1}^{m_{k1}}\sum_{j=1}^{m_{k2}}\left(N^+_{p_{k1,i}p_{k2,j}}-N^0_{p_{k1,i}p_{k2,j}}-2N_{p_{k1,i},p_{k2,j}}\right)+\sum_{k1=1}^{m'}\sum_{i=1}^{m_{k1}-1}\sum_{j=i+1}^{m_{k1}}\left(N^+_{p_{k1,i},p_{k1,j}}-N^0_{p_{k1,i},p_{k1,j}}\right)\to \min \tag{19}$$

Алгоритмы поиска медианы приведены только для строгого результирующего ранжирования, так как эвристические алгоритмы для связанных рангов неизвестны, а перебор всех возможных нестрогих ранжирований неприемлемо ресурсоемок.

1.2.4 Метод минимального несогласия

В работе [2] разработан метод получения результирующего ранжирования – метод минимального несогласия. Рекомендации к применению данного метода такие же, как у медианы Кемени, но для данного метода возможно получать решения при большом числе случаев нетранзитивности данных, а также для большого числа ранжируемых объектов.

Исходные данные: $R_1, \dots, R_n$ – вектора рангов, указанные экспертами, $T_1, \dots, T_n$ – соответствующие им матрицы отношений.

Пусть некоторый вектор $R = (r_1, \dots r_m)$ отличается от вектора рангов R_k только i-й компонентой и $r_i = j$ (объект a_i находится на j-м месте). Составим матрицу отношений $T = \|t\|_{m\times m}$, соответствующую вектору R. Тогда

$$u_{ij}^k = d(T, T_k) = \sum_{i'>j'} |t_{i'j'} - t_{i'j'}^k| \tag{20}$$

характеризует "несогласие" k-го эксперта с назначением объекта a_i на j-е место. Элемент матрицы потерь

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^{n} u_{ij}^k \tag{21}$$

Экспертам, согласно их компетентности, можно назначить веса $w_k \in [0,1]$ (чем больше w_k, тем более значимо k-е ранжирование). В этом случае u_{ij} вычисляется по формуле (21).

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^{n} w_k u_{ij}^k \tag{22}$$

Если используется преобразование рангов, то эквивалентные ранги учитываются в исходных данных R_k, а для всех $i, j = \overline{1..m}$ элемент u_{ij} матрицы потерь следует умножить на G_j вес для рангов.

1.2.5 Модифицированный метод большинства

Данный метод [2] целесообразно применять в тех случаях, когда важно не взаимное упорядочивание объектов, а то, какой ранг получит объект. Метод слабо чувствителен к присутствию в начальных данных сильно различающихся ранжирований, его можно применять при большом числе случаев нетранзитивности.

Воспользуемся матрицей весов $\|v\|_{m\times m}$. Если все ранжирования строгие, и эксперты обладают равными весами, то v_{ij} — число экспертов, поставивших в ранжировании i-й объект на j-е место. Введем переменную x_{ij}.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если объект } a_i \text{ находится на } j - \text{м месте;} \\ \quad\quad 0, \quad \text{в пртивном случае.} \end{cases} \tag{23}$$

Элементы матрицы $\|x\|_{m\times m}$ должны быть подчинены двум условиям:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ i = 1..m, \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ j = 1..m \tag{24}$$

Если матрица $\|x'\|_{m\times m}$ соответствует результирующему ранжированию, то сумма $\sum_{i,j=1}^{m} v_{ij}x'_{ij}$ – вес результирующего ранжирования. Результирующему ранжированию, представленному вектором рангов $(r'_1, r'_2, ..., r'_m)$, соответствует сумма весов $\sum_{i=1}^{m} v_{i,r'_i}$. Эту сумму можно рассматривать как количество голосов, отданных экспертами за то, что i-е объекты находятся на r'_i местах. Возникает следующая оптимизационная задача (24).

$$\sum_{i,j} v_{ij}x_{ij} \to max \tag{25}$$

Известная как задача о назначениях. Требование целочисленности будет выполняться автоматически, т. к. данная задача является частным случаем транспортной задачи. Для поиска решения применяется Венгерский алгоритм все решения такой задачи будут строгими ранжированиями.

Если вычисляется нестрогое результирующее ранжирование, то запишем задачу оптимизации (37) при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ i = \overline{1..m};\ \sum_{i,j=1}^{m} x_{ij} = m;\ x_{ij} = \{0,1\} \quad (26)$$

Если $\exists k,$ что $s_k = 0,$ то $s_j = 0,\ j = \overline{k..m};\ s_j = \sum_{i=1}^{m} x_{ij}$ (27)

Что можно интерпретировать как решение $m-1$ задач оптимизации:

$$\left\| x_{ij}^{opt} \right\| = \left\| x_{ij}^{(k_{opt})} \right\|,\ k_{opt} = \max_k \{max^{(k)}\}, \quad (28)$$

$$\left\| x_{ij}^{(k)} \right\| \text{и } max^{(k)},\ k = \overline{1..m}, \quad (29)$$

$$\sum_{i,j} v_{ij} x_{ij}^{(k)} \to \max \quad (30)$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^{(k)} = 1,\ i = \overline{1..m};\ 1 \le \sum_{i=1}^{m} x_{ij}^{(k)} \le m-k+1,\ j = \overline{1..k} \quad (31)$$

$$x_{ij}^{k} = 0,\ i = \overline{1..m},\ j = \overline{k+1..m} \quad (32)$$

$$\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{m} x_{ij}^{(k)} = m; x_{ij}^{(k)} = [0,1] \quad (33)$$

1.2.6 Получение ранжирования из матрицы отношений

Если данные представлены не ранжированиями, а матрицами отношений, не обязательно соответствующими ранжированиям, то для получения результирующего ранжирования возможно применить несколько способов. Если требуется получить ранжирование из единственной матрицы отношений и эта матрица транзитивна (соответствует некоторому ранжированию), то самый простой способ — воспользоваться методом строчных сумм. Однако для нетранзитивной матрицы данный метод не вполне подходит — он весьма чувствителен к числу случаев не транзитивности. Для нетранзитивной матрицы рекомендуется применять медиану Кемени (раздел 1.4.3).

Рассмотрим следующий пример. Пусть есть множество объектов $\{a,b,c,d\}$ и следующие результаты парных сравнений: $a > b$, $b > d$, $d > c$, $c > a$, $a > d$, $b =$

c . Так как по этим данным объект a одновременно и "лучше" ($a > b > d > c$) и "хуже" ($c > a$) объекта c, данные предпочтения не транзитивны. Т.е. рассматриваемая структура данных не является ранжированием. Для получения ранжирования воспользуемся методом строчных сумм. Прежде всего, необходимо построить таблицу парных сравнений (таблица 2).

Таблица 2 - Пример матрицы парных сравнений

	a	b	c	d	Сумма
a	0	1	-1	1	1
b	-1	0	0	1	0
c	1	0	0	-1	0
d	-1	-1	1	0	-1

Таблица 3 - Итоговое ранжирование методом строчных сумм

Номер ранга	Объект
1	a
2	b, c
3	d

Таблица 4 - Итоговое ранжирование медианой Кемени

Номер ранга	Объект
1	a,c
2	b, d

1.3 Методы и алгоритмы поиска результирующих ранжирований для данных с пропусками

В случаях, если в ранжированиях или матрицах парных сравнений имеются пропуски [1, 8, 13], методы из второго раздела применять нельзя. Возможны различные причины пропусков: большое количество объектов разбито на группы, эксперт не может сравнить некоторые объекты и др. Известные методы нахождения результирующего ранжирования для исходных данных, представленных неполными матрицами парных сравнений (НПС), применимы не для всех типов данных с пропусками. Ниже изложены проблемы получения результирующего ранжирования для НПС и разработаны методы и алгоритмы для их решения.

1.3.1 Общее состояние

Статистические модели предполагают, что результат парного сравнения в исходных данных – случайное событие. Известно только несколько методов нахождения результирующего ранжирования для исходных данных представленных неполными матрицами парных сравнений [2, 8, 10]. В этих методах на основе статистических моделей составляются системы нелинейных уравнений, которые решаются численными методами. Три из них содержат неизвестные коэффициенты. Только один дает возможность интерпретировать решение. Корректные расчеты возможны только для малого количества пропусков. Неизвестно, насколько решения "правильные", как выбрать коэффициенты. В случае матриц парных сравнений без пропусков, упорядочивание методом строчных сумм дает тоже решение, что и эти модели. Однако очевидно, что применение метода строчных сумм для неполных матриц не корректно.

Пусть ранжирования представлены рейтингами 1 и 2. Ранжирования $\mathrm{P}1 = (a > b)$ и $\mathrm{P}2 = (b > c = d = e = f = k)$.

В статистических моделях вероятность того, что объект a_i более предпочтителен, чем объект a_j не зависит от результатов других сравнений, поэтому, известные методы имеют ограниченную область практического применения. Если данные ранжирования –результаты спортивного турнира команд, то итоговым упорядочиванием будет $\mathrm{P}' = (b > a > c = d = e = f = k)$. Команда b является фаворитом турнира: она проиграла команде a, но у 5-и команд выиграла. Статистические модели разработаны именно для случая, когда результат сравнения интерпретируется как случайное событие. В этой ситуации можно говорить о недоверии к исходным данным. Под недоверием понимается отказ от транзитивности: если команда a_1 выиграла у команды a_2, команда a_2 и a_3, то из этого не следует, что команда a_1 выиграет у a_3.

С другой стороны, если рейтинги соответствуют транзитивным экспертным оценкам, то лучшим, безусловно, является объект a. Так же возможна следующая интерпретация примера: один эксперт упорядочил m объектов, не заполняя матрицу парных сравнений целиком. В этом случае рейтинг неполных парных сравнений $\mathrm{P}'' = (a > b > c = d = e = f = k)$ –такое решение.

Ниже рассмотрены известные методы получения результирующего ранжирования для данных с пропусками модели.

1.3.2 Обобщение метода строчных сумм

Исходные данные представлены матрицами отношений $T_k = \|t^k\|_{m\times m}$, $k = \overline{1..n}$ с элементами:

$$t_{ij}^k = \begin{cases} 1, \text{если } a_i > a_j; \\ 0, \text{если } a_i = a_j; \\ -1, \text{если } a_i = a_j; \\ \text{"—", если объекты не сравнивались.} \end{cases} \tag{34}$$

Вводиться понятия неполных строчных сумм s_i:

$$S_i = \sum_{\substack{i,k \\ \exists t_{ij}^k}} t_{ij}^k \,, \tag{35}$$

и обобщенные строчных сумм:

$$x_i = s_i + \widetilde{s_i}\,, \widetilde{s_i} = \sum_{\substack{i,k \\ t_{ij}^k \text{не}\exists}} E_T\left(t_{ij}^k\right) \tag{36}$$

$E_T(t_{ij}^k)$ –математическое ожидание неопределенного элемента r_{ij}^k.

Выполняются следующие ограничения:

$$-1 \le E_T(t_{ij}^k) \le 1 \ (\text{т. к.} -1 \le t_{ij}^k \le 1)\,, \tag{37}$$

$$-n(m-1) \le x_i \le n(m-1) \text{ и } \sum_{i=1}^{m} x_i = 0 \text{ (свойства строчных сумм)} \tag{38}$$

В случае, когда матрицы отношений не имеют пропусков, обобщенные строчные суммы совпадают с обычными строчными суммами. Если имеют место пропуски, то x_i задаются математическим ожиданием E_T.

П. Ю. Чеботарев [12] предлагает обобщение метода строчных сумм, основанное на предположении, что математическое ожидание пропорционально разности оценок сравниваемых объектов:

$$E_T(t_{ij}^k) = \varepsilon(x_i - x_j), \tag{39}$$

где ε – неотрицательная постоянная. Заметим, что для ε должно выполнятся условие $\varepsilon|x_i - x_j| \le 1$ (т.к. $E_T(t_{ij}^k) \in [-1;1]$). Учитывая, что $\max|x_i - x_j| = 2n(m-1)$, получаем ограничения для ε:

$$0 \le \varepsilon \le \frac{1}{2n(m-1)}. \tag{40}$$

Таким образом, получаем систему линейных уравнений:

$$x_i = s_i + \sum_{\substack{j,k \\ t_{ij}^k \text{не}\exists}} \varepsilon(x_i - x_j), \quad i = \overline{1..m}, \tag{41}$$

с ограничениями

$$-n(m-1) \le x_i \le n(m-1) \text{ и } \sum_{i=1}^{m} x_i = 0, \tag{42}$$

$$0 \le \varepsilon \le \frac{1}{2n_w(m-1)}. \tag{43}$$

При $\boldsymbol{\varepsilon} = 0$ обобщенные строчные суммы совпадают с неполными строчными суммами, которые, очевидно, дают неправильное итоговое упорядочивание. Какие-либо оценивания $\boldsymbol{\varepsilon}$, произведенные автором, не показали улучшение результата. Рекомендуется устанавливать для $\boldsymbol{\varepsilon}$ наибольшее значение.

Вместо матриц $\|t_{ij}^k\|$ используем, для оптимизации, суммарные матрицы $\|N_{ij}^-\|_{m\times m}$ и $\|N_{ij}^+\|_{m\times m}$:

$$s_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{m} N_{\bar{\iota}\bar{\jmath}} \,, \sum_{\substack{j,k \\ t_{ij}^{k}\text{не}\exists}} \varepsilon(x_i - x_j) = \varepsilon \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{m} (x_i - x_j)(n_w - N_{ij}^{+}) \,,\; n_w = \sum_{k=1}^{n} w_k \,. \tag{44}$$

Система принимает вид

$$x_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{m} N_{\bar{\iota}\bar{\jmath}} + \varepsilon \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{m} (x_i - x_j)(n_w - N_{ij}^{+}) \,, i = \overline{1..m} \tag{45}$$

Преобразуем уравнение (69) к матричному виду:

$$b_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{m} N_{\bar{\iota}\bar{\jmath}} \,, a_{ij} = n_w - N_{ij}^{+}, a_{ii} = -\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq 1}}^{m} (n_w - N_{ij}^{+}) \,, i,j = \overline{1..m} \,, j \neq i \tag{46}$$

Получили линейную систему уравнений с неизвестными x_i:

$$\begin{cases} X + \varepsilon AX = B; \\ -n_w(m-1) \le x_i \le n_w(m-1) \text{ и } \sum_{i=1}^{m} x_i = 0; \\ \varepsilon = \frac{1}{2n_w(m-1)} \,. \end{cases} \tag{47}$$

Так данная система не всегда имеет решение, ищется решение, дающее наименьшую ошибку.

В численных экспериментах данный метод приводит к более корректным результатам и менее ресурсоемок, чем описанные выше методы. Однако наличие многих пропусков делает ответ слабо обоснованным и непредсказуемым (несколько раз упорядочивание, согласно суммам x_i, было противоположно истинному).

1.3.3 Пополнение матриц

В статистических моделях объекты следует ранжировать в порядке убывания величин x_i. Однако, если, согласно полученным параметрам x_i рассчитать суммарные матрицы отношений, то они, как правило, будут сильно отличаться от исходных матриц. Действительно, получая упорядочивание согласно параметрам x_i, мы учитываем исходную информацию через "призму" статистической модели. Известно, что в случае матриц без пропусков данное упорядочивание совпадает с упорядочиванием по методу строчных сумм. Предлагается, согласно полученным величинам x_i заполнить пропуски в исходных матрицах отношений, после чего применить к ним метод строчных сумм. Таким образом, исходная информация будет учтена максимально полно.

Пополним суммарные матрицы отношений $\|N_{ij}\|_{m\times m}$ и $\|N_{ij}^{0}\|_{m\times m}$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{N}_{ij} &= N_{ij} + (n_w - N_{ij}^{+}) P(a_i > a_j), i \ne j \\ \dot{N}_{ij}^{0} &= N_{ij}^{0} + (n_w - N_{ij}^{+}) P(a_i = a_j), i, j = \overline{1..m}, \end{aligned} \tag{48}$$

вероятности $P(a_i > a_j)$ и $P(a_i = a_j)$ соответствуют той статистической модели, по которой получены параметры x_i.

Рассмотрим пример. Из матрицы N, N_X – матрица отношений, соответствующая параметрам x_i. Пополнив суммарную матрицу отношений N, получим матрицу $N^{\cdot}$.

Применив метод строчных сумм, найдем строчные суммы $s_1 = 9.2$, $s_2 = 7.8$, $s_3 = -17$ и результирующее ранжирование $(a > b > c)$.

Получим способ пополнения матрицы весов. Для этого необходимо рассчитать для каждого v_{ij} вероятность Pv_{ij} того, что согласно статистической модели и полученным весам, i-й объект может находиться на j-м месте. Тогда

$$\dot{v}_{ij} = v_{ij} + Pv_{ij}(n_w - V_i), \ i, j = \overline{1..m}. \tag{49}$$

Таблица 5 - Пример пополнения неполных парных сравнений

		a	b	c			a	b	c			a	b	c
$N =$	a	0	1	-	$N_X =$	a	0	4.5	9.5	$\dot{N} =$	a	0	5.1	9.5
	b	0	0	9		b	5.5	0	9.5		b	4.9	0	9
	c	-	1	0		c	0.5	0.5	0		c	0.5	1	0

Расчет вероятностей Pv_{ij} сводиться к перебору всех возможных нестрогих ранжирований, что неприемлемо ресурсоемко. Поэтому предлагается следующий способ. Из ранжирования R', соответствующего параметрам x_i, получим матрицу весов $\|v'_{ij}\|_{m\times m}$:

$$\left(x_1, x_2, ..., x_m\right) \to \left(r_1', r_2', ... r_m'\right) \to \left\|v_{ij}'\right\|_{m \times m}. \tag{50}$$

Затем вычисляются

$$V_i = \sum_{j=1}^{m} v_{ij} \tag{51}$$

Пополнение матрицы весов выполняется следующим образом:

$$v\&_{i,r_i} = v\&_{i,r_i} + v_{i,r_i}'\left(n_w - V_i\right),\ i = \overline{1..m} \tag{52}$$

Предложенные в работе [2] алгоритмы пополнения суммарных матриц отношений и матрицы весов позволяют более точно находить результирующее ранжирование, причем не только методом строчных сумм, но и многими из ранее известных и предложенных в диссертации методов.

1.3.4 Метод зависимостей

В работе [2] предложен метод зависимостей для нахождения ранжирований с данными, содержащими пропуски. суммарной матрице отношений много пропусков, то известные методы, как правило, приводят к неверным результатам. Предлагаемый метод зависимостей предназначен для заполнения пропусков, обусловленных тем, что объекты не разу не сравнивались между собой.

Представим суммарную матрицу отношений N в виде графа, в котором вершины соответствуют объектам. Ребру, между i-й и j-й вершинами соответствуют веса $\left(N_{ij}, N_{ji}\right)$. Если $N_{ij} = N_{ji} = 0$, то ребро отсутствует.

Идея метода состоит в следующем. В графе производиться поиск всех путей между всеми парами несмежных вершин. Для каждого пути, согласно некоторой функции, рассчитывается веса –число голосов за и против того, что один объект предпочтительней другого. Если найден хотя бы один путь между несмежными вершинами и сумма полученных весов отлична от нуля, то получено новое ребро. Если некоторые ребра получить не удалось, можно повторно воспользоваться алгоритмом, используя вновь полученные ребра. Если число вершин и отсутствующих ребер велико, то длину пути следует ограничить (например, путь составляет только два ребра).

Предлагается следующий способ расчета весов. Пусть в графе отсутствует ребро $\{a_i, a_j\}$ и найдено M путей из вершины a_i в a_j. $L_k = (p_{k1}, p_{k2}, ... p_{km_k})$, $p_{k1} = i$, $p_{km_k} = j$ –индексы вершин пути L_k, $k = \overline{1..M}$. Вычислим

$$N_{k\,ij}^{L} = \frac{\prod_{v=1}^{m_k-1} N_{p_v, p_{v+1}}}{(n_w - N_{ij}^0)^{m_k-2}}, \; N_{k\,ji}^{L} = \frac{\prod_{v=1}^{m_k-1} N_{p_{v+1}, p_v}}{(n_w - N_{ij}^0)^{m_k-2}}, \; k = \overline{1..M} \quad (53)$$

Так же рассматривался следующий вариант получения N_k^L:

$$N_{k\,ij}^{L} = q_k \cdot \prod_{v=1}^{m_k-1} N_{p_v, p_{v+1}}, \; N_{k\,ji}^{L} = q_k \cdot \prod_{v=1}^{m_k-1} N_{p_{v+1}, p_v}, \; q_k = \frac{\sum_{v=1}^{m_k-1} (N_{p_v, p_{v+1}} + N_{p_{v+1}, p_v})}{\prod_{v=1}^{m_k-1} (N_{p_v, p_{v+1}} + N_{p_{v+1}, p_v})}, \; k = \overline{1..M} \quad (54)$$

Элементы суммарных матриц получают следующим образом:

$$N_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} N_{k\,ij}^{L}, \; N_{ij}^{+} = N_{ij} + N_{ji} \quad (55)$$

Алгоритм метода зависимостей:

Длинна пути L_k составляет два ребра ($m_k = 2$).

а) составим матрицы $K_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } N_{ij} = N_{ji} = 0; \\ 0, \text{ иначе,} \end{cases}$ $N_{ij}'' = N_{ij} + N_{ji}$ и $N_{ij}^L = 0$;

б) $L = 0$;

в) для всех i, j, $i < j$: если $K_{ij} \neq 0$, то выполнять шаги 4–7:

г) $M = 0$;

д) для $k = \overline{1..m}$, $k \neq i, j$ выполнять шаг 6:

е) если $N_{ik}'' \neq 0$ и $N_{kj}'' \neq 0$, то

$$N_{ij}^L = N_{ij}^L + \frac{N_{ik} + N_{kj}}{n_w - N_{ij}^0}, \; N_{ji}^L = N_{ji}^L + \frac{N_{jk} + N_{ki}}{n_w - N_{ij}^0}, \; M = M + 1;$$

ж) если $M > 0$, то

$N_{ij} = N_{ij}^L / M$, $N_{ji} = N_{ji}^L / M$, $N_{ij}^{+} = N_{ji}^{+} = N_{ij}^0 + N_{ij} + N_{ji}$, $K_{ij} = 0$, $L = 1$;

и) если $L = 1$, то шаг 2;

к) конец.

В случаях, когда исходная информация представлена матрицами отношений с пропусками (а не ранжированиями), целесообразно метод зависимостей применять не к суммарной матрице N , а к каждой матрице T_k в отдельности. Для этого в алгоритме надо заменить элементы матрицы N на элементы матрицы T_k с теми же индексами. В матрицах T_k $t_{ij}^k = 0$, если объекты ни разу не сравнивались.

Таблица 6 - Исходные данные матриц отношений

$N_A =$	0	1	0.9	$N_X =$	0	5	9.5	$N_p =$	0	5.5	9.6
	0	0	9		5	0	9.5		4.5	0	9
	0	1	0		0.5	0.5	0		0.4	1	0

Таблица 7 - Пример № 1

N	a	b	c	d	e	f	k	N^+	a	b	c	d	e	f	k	x_i
a	0	1	-	-	-	-	-	a	1	1	0	0	0	0	0	2.7
b	0	0	1	1	1	1	1	b	1	1	1	1	1	1	1	5.6
c	-	0	0	0	0	0	0	c	0	1	1	1	1	1	1	-1.7
d	-	0	0	0	0	0	0	d	0	1	1	1	1	1	1	-1.7
e	-	0	0	0	0	0	0	e	0	1	1	1	1	1	1	-1.7
f	-	0	0	0	0	0	0	f	0	1	1	1	1	1	1	-1.7
k	0	0	0	0	0	0	0	k	0	1	1	1	1	1	1	-1.7

Таблица 8 - Пример № 2

N_A	a	b	c	d	e	f	k	x_i
a	0	1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	8.2
b	0	0	1	1	1	1	1	5.6
c	0	0	0	0	0	0	-	-2.8
d	0	0	0	0	0	0	-	-2.8
e	0	0	0	0	0	0	-	-2.8
f	0	0	0	0	0	0	-	-2.8
k	0	0	-	-	-	-	0	-2.8

Пополнив суммарную матрицу отношений N_A, получим матрицу N_p. Применив метод строчных сумм, найдем строчные суммы $s_1 = 10.2$, $s_2 = 7$, $s_3 = -17.2$ и результирующее ранжирование $(a > b > c)$.

Рассмотрим пример из таблицы 5. Построив суммарные матрицы для ранжирований P1 и P2 с помощью метода Чеботарева получим результирующее ранжирование $\mathrm{P}' = (b > a > c = d = e = f = k)$. Ранжирование P' –решение в случае недоверия (отказа от транзитивности) к исходным данным. После применения метода зависимостей метод Чеботарева приводит к решению для случая транзитивных экспертных оценок (ранжированию) $\mathrm{P}'' = (a > b > c = d = e = f = k)$.

2 Алгоритм уточнения ранга в итоговом ранжировании

Для применения алгоритма уточнения ранга объекта в итоговом ранжировании необходимо изначальные данные таблица 10, таблица 11. Представить в виде матриц суммарных отношений (раздел 1.1.1) N^p, N^n, N^0 и матрицы весов (раздел 1.1.2) таблица 11.

После формирования матриц весов и суммарных отношений вычислить коэффициенты согласованности экспертов (раздел 1.1.3) и коэффициенты пропусков данных (раздел 1.1.4) для матриц.

Таблица 9 - Информация о дисциплинах

Группа	Предмет	Семестр	Оценка
Группа-1	Предмет-1	4	1
Группа-2	Предмет-8	5	5
…	…	…	…
Группа-n	Предмет-m	2	4

Таблица 10 - Информация о преподавателях

Группа	Преподаватель	Семестр	Оценка
Группа-1	Преподаватель-15	4	1
Группа-2	Преподаватель-56	5	5
…	…	…	…
Группа-n	Преподаватель -m	2	4

Таблица 11 - Матрица весов для исходных данных

	1	2	…	n
Объект-1	v_{11}	v_{12}	…	v_{1n}
Объект-2	v_{21}	v_{22}	…	v_{2n}
…	…	…	…	…
Объект-n	v_{n1}	v_{n2}	…	v_{nn}

Если коэффициент пропуска данных K_s< 0.6 необходимо из изначальных данных исключить объекты, которые почти не оценивались экспертами. Произвести пересчёт матриц суммарных отношений и матрицы весов. Повторять процедуру удаления объектов из исходных данных, до тех пор, пока коэффициент пропуска данных не будет иметь удовлетворительное значение или до определенного кол-ва объектов. Так как при слишком малом количество объектов ранжирование не будет иметь смысла. Если количество пропуском после выполнения данной процедуры остаётся большим, то необходимо воспользоваться методом пополнения матрицы (раздел 1.2.3.) Перед применением методы пополнения матрицы метода нужно оценить согласованность экспертов при помощи коэффициента согласованности, если мнения экспертов сильно различаются, то метод пополнения матрицы применять не целесообразно. В ином случае для пополнения матрицы необходимо вычислить метод строчных сумм для матрицы суммарных отношений.

В случае если матрицы весов имеет большое количество пропусков, то воспользуемся методом пополнения матрицы. Для пополнения матрицы весов воспользуемся ранжирование полученным по методу обобщенных строчных сумм. После пополнения пропуском матрицы весов воспользоваться модифицированным методом большинства.

Для сравнения решений воспользуемся оценкой их различия:

$$\boldsymbol{K_d = \frac{d}{maxD}, maxD = m(m-1)} \tag{56}$$

Алгоритм уточнения ранга объекта, если в данных присутствуют пропуски:

а) сформировать матрицы суммарных отношений N^0 по формуле (2) N^+ по формуле (5), N^- по формуле (3);

б) для матрицы суммарных отношений вычислить коэффициенты разреженности матриц K_z формуле (11) , K_{z0} по формуле (12);

в) если коэффициент разреженности K_z < 0.4;

1) Исключить из изначальной выборки те объекты, которые почти не оценивались экспертами, повторить алгоритм с шага а);

г) сформировать матрицу весов V по формуле (7);

д) для матрицы суммарных отношений вычислить коэффициент согласованности данных K_s по формуле (9);

е) оценить согласованность мнений экспертов,

1) если $K_s > 0{,}6$ и предметная область допускает транзитивность ответов экспортов, то к матрице суммарных отношений N_{ij} применить метод зависимостей (раздел 1.2.3);

ж) найти веса объектов обобщенным методом строчных сумм (раздел 1.3.2);

и) воспользоваться пополнением матриц (раздел 1.2.3);

к) получить итоговое ранжирование R_{sum} применив к матрице N^{-} метод строчных сумм (раздел 1.2.2.);

л) получить итоговое ранжирование R_{maj} применив к матрице весов модифицированный метод большинства (раздел 1.2.2);

м) вычислить расстояние d формула (13) между решениями R_{sum} и R_{maj}

н) получить оценку различия решений K_d формула (56):

1) если K_d близко к 0 то решение R_{maj} вызывает доверие;

2) если K_d находится в интервалах [0.3;0.4] следует отнестись к решению R_{maj} с сомнением. Имеет смысл признать объекты с сильно различающимися рангами несравнимыми и исключить их из анализа.

3) если K_d близко к 0.5 или больше, то следует признать объекты равноценными (задача не имеет решения).

Алгоритм уточнения ранга объекта с данными без пропуском:

а) поучить итоговое ранжирование R_{min} применив метод минимального несогласия, продолжить с шага и) алгоритма уточнения ранга объекта с пропусками.

б) вычислить расстояния между решениями R_{sum}, R_{min}.

3 Программная реализация

3.1 Описание ПО и его возможности

По результатам исследований разработано программное обеспечение реализованное на динамическом языке программирование Ruby. Данное ПО позволяет загружать исходные данные из формата .xls, .csv. Следующим обязательным критерием для программы было преобразование исходныех данных в матрицы суммарных отношений и матрицу весов. Программа позволяется находить итоговое ранжирование, при помощи метода строчных сумм, и обобщенного метода строчных сумм, модифицированного метода большинства. Дополнительным функционалом для ПО является выгрузка промежуточных данных и результатов в файлы формата .csv.

3.2 Расчёт итогового рейтинга дисциплин

3.2.1 Постановка задачи

Из оценок студентами качества преподавания дисциплин, необходимо получить итоговый рейтинг дисциплин.

Общий рейтинг можно составить непосредственно на совнове баллов.

Исходные данные представляют собой средние баллы по отзывам групп за семестр, т.е. экспертами являются группы студентов, объектами – дисциплины.

Выдвигается гипотеза о том, что как баллы, так и ранги дисциплин внутри группы не являются объективной оценкой (так как оценка дисциплины – это прежде всего оценка работы преподавателя).

3.2.2 Исходные данные

Исходные данные представлены в виде матрицы (таблица 9). Данные о дисциплинах содержат информацию о 357 дисциплинах, которые были оценены 124 экспертами. Количество оценок равно 3864. Перед применением алгоритмов итогового ранжирования к исходным данным произведём их преобразование в матрицы суммарных отношений и матрицу весов.

Анализируя матрицы суммарных сравнений, было замечено, что они обладают большим количество пропуском, для уменьшения количества пропуском было решено удалить дисциплины, которые почти не оценивались экспертами. В результате из рассмотрения была удалена 141 дисциплина, в последующем рассматривались лишь 216 дисциплин, для которых были построены новые матрицы суммарных отношений и матрица весов.

При расчёте коэффициентов согласованности и разреженности данных для оставшихся дисциплин были получены следующие результаты. Оценка пропусков, обусловленных тем, чтобы объекты ни разу не сравнивались $K_{z0} = 0.14$, значение данного коэффициента говорит нам о том, что исходные данные имеют очень большое количество пропусков. Оценка пропусков, обусловленных тем, чтобы объекты сравнивались не всеми экспертами $K_z = 0.002$, данное значение коэффициента говорит о том, матрицы суммарных отношений очень слабо заполнены. Оценка согласованности экспертов для дисциплин $K_s = 0.63$, говорит о умеренной согласованности экспертов.

Из-за малой согласованности экспертов можно предположить, что эксперты оценивали дисциплины субъективно, т.е. в каждом семестре эксперт ставил на первое место дисциплину, которую он считал лучшей в данном семестре и сравнивал остальные дисциплины с ней.

3.2.3 Методы ранжирования

Полученные матрицы суммарных отношений и весов обладают большим количество пропусков, для решения проблемы пропусков к матрицам был применен метод пополнения (раздел 1.2.3).

Для получения итогового ранжирования при помощи метода строчных сумм и обобщенного метода строчных сумм воспользуемся пополненными матрицами суммарных отношений. В результате получим итоговые ранжирования (приложение А).

Получим итогового ранжирование при помощи модифицированного метода большинства, для этого воспользуемся пополненной матрицей весов и получим итоговое ранжирование (приложение А).

Для сравнения получим ранжирование, основанное на средней оценке экспертов по дисциплине (приложение А).

Рассчитаем расстояние между полученными ранжированиями. Расстояние между ранжирование по методу обобщенных строчных сумм и методом строчных сумм $\frac{dCS}{naxD} = 0.173$. Расстояние между обобщенным методом строчных сумм и модифицированным методом большинства $\frac{dCB}{naxD} = 0.187$. Расстояние между ранжирование по модифицированном методу большинства и общим ранжированием $\frac{dBO}{naxD} = 0.4111$. Расстояние между ранжирование по модифицированному методу большинства и методом строчных сумм $\frac{dBS}{naxD} = 0.296$. Ранжирование по методу строчных сумм и общему ранжированию $\frac{dSO}{naxD} = 0.343$.

3.2.4 Выводы

При анализе расстояний между результатами ранжирований между дисциплинами, было замечено, что результат, полученный на основе средней оценки групп преподавателей по дисциплинами и результат модифицированного метода большинства и обобщенный метода строчных сумм сильно отличаются, как два случайных ранжирования. Остальные расстояние также велики. Это может говорить о том, что наше предположение о субъективной оценке дисциплин участниками подтверждается. Другая возможная причина таких результатов – большое количество пропусков.

3.3 Расчёт итогового рейтинга преподавателей

3.3.1 Постановка задачи

Оценки студентами качества преподавания дисциплин из предыдущей задачи были сгруппированы по преподавателям дисциплины.

Так как преподавателей меньше, чем дисциплин, то количество пропусков должно уменьшиться.

Предполагается, что данные являются транзитивными и согласованными (если одна группа считает преподавателя А лучше преподавателя Б, а друга группа считает Б лучше В, то можно утверждать о том, что А лучше В).

Выдвигается гипотеза о том, что ранги дисциплин внутри группы являются объективной оценкой работы преподавателя и позволяют построить итоговый рейтинг преподавателей.

3.3.2 Исходные данные

Исходные данные представлены в виде матрицы (таблица 10). Данные о дисциплинах содержат информацию о 244 преподавателях, которые были оценены 124 экспертами. Количество оценок равно 641. Перед применением алгоритмов итогового ранжирования к исходным данным произведём их преобразование в матрицы суммарных отношений и матрицу весов.

Анализируя матрицы суммарных сравнений, было замечено, что они обладают большим количество пропуском, для уменьшения количества пропуском было решено удалить дисциплины, которые почти не оценивались экспертами. В результате из рассмотрения была удалена информация о 162 преподавателях, в последующем рассматривались лишь 82 преподавателя, для которых были построены новые матрицы суммарных отношений и матрица весов.

При расчёте коэффициентов согласованности и разреженности данных для оставшихся преподавателей были получены следующие результаты. Оценка пропусков, обусловленных тем, чтобы объекты ни разу не сравнивались $K_{z0} =$

0.77, значение данного коэффициента говорит нам о том, что исходные данные имеют большое количество пропусков, но кол-во пропусков меньше, чем у дисциплин. Оценка пропусков, обусловленных тем, чтобы объекты сравнивались не всеми экспертами $K_z = 0.004$, данное значение коэффициента говорит о том, матрицы суммарных отношений слабо заполнены. Оценка согласованности экспертов для дисциплин $K_s = 0.82$, говорит довольно большой согласованности экспертов.

3.3.3 Методы ранжирования

Полученные матрицы суммарных отношений и весов обладают большим количество пропусков, для решения проблемы пропусков к матрицам был применен метод пополнения (раздел 1.2.3).

Для получения итогового ранжирования при помощи метода строчных сумм и обобщенного метода строчных сумм воспользуемся пополненными матрицами суммарных отношений. В результате получим итоговые ранжирования (приложение Б).

Получим итогового ранжирование при помощи модифицированного метода большинства, для этого воспользуемся пополненной матрицей весов и получим итоговое ранжирование (приложение Б).

Для сравнения получим ранжирование, основанное на средней оценке экспертов по дисциплине (приложение Б).

Перед проведением анализа вычислим расстояния между полученными ранжированиями для преподавателей. Расстояние между ранжирование по методу обобщенных строчных сумм и методом строчных сумм $\frac{dCS}{naxD} = 0.088$. Расстояние между обобщенным методом строчных сумм и модифицированным методом большинства $\frac{dCB}{naxD} = 0.092$. Расстояние между ранжирование по модифицированном методу большинства и общим ранжированием $\frac{dBO}{naxD} = 0.4118$. Расстояние между ранжирование по модифицированному методу большинства и методом строчных сумм $\frac{dBS}{naxD} = 0.173$. Ранжирование по методу строчных сумм и общему ранжированию $\frac{dSO}{naxD} = 0.348$.

3.3.4 Выводы

Высокий коэффициент согласованности подтверждает, что данные являются транзитивными и согласованными.

Результаты, полученные методом строчных сумм и результаты, полученные методом большинства и обобщенным методом строчных сумм близки. Это может говорить о том, что мы можем доверять ранжированиям полученным при помощи данных методов. Результат, полученный на основе баллов сильно отличается от остальных.

Таким образов итоговый рейтинг, полученный алгоритмом (раздел 2) объективно отражает предпочтения студентов и при этом значительно отличается от традиционного рейтинга на основе средних баллов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения данной работы были реализованы алгоритмы для нахождения итогового ранжирования. После работы данных алгоритмов было произведено уточнение ранга объекта в итоговом ранжировании. Для обработки исходных данный и дальнейшего преобразования была написана программа, реализующая нахождения общего рейтинга (среднее значение), метод строчных сумм, модифицированный метод большинства, обобщенный метод строчных сумм, пополнение матриц, метод зависимостей.

По результат исследования разработан алгоритм для уточнения ранга объекта в итоговом ранжировании. Апробация алгоритма произведена на данных автоматизированного тестирования ИКИТ образовательной среды студентов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Березовский, Б. А. Бинарные отношения в многокритериальной оптимизации / Б. А. Березовский, В. И. Борзенко, Л. М. Кемпнер. — Москва: Наука, 1981.

2. Даничев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных в порядковых шкалах для систем поддержки принятия решений: дис., канд технич. наук: 05.13.01 . – Красноярск, 2005. - 127 с.

3. Жилин, Б. Б. Экспертные оценки в социологических исследованиях / Б. Б. Жилин, С. Б. Крымский, В. И. Паниотто. — Киев: Наукова думка, 1990. — 320 с.

4. Корбут, А. А. Дискретное программирование / А. А. Корбут, Ю. Ю. Финкельштейн. – Москва: Наука, 1969. –368 с.

5. Липский, В. Комбинаторика для программистов / В. Липский. –Москва: Мир, 1988. –213 с.

6. Литвак, Б. Г. Экспертная информация: методы получения и анализа / Б. Г. Литвак. – Москва: Радио и связь, 1982. – 255 с.

7. Литвак, Б. Г. Экспертные оценки и принятие решений / Б. Г. Литвак. — Москва: Патент, 1996. — 271 с.

8. Орловский, С. А. Проблемы принятия решений при нечетких исходных данных / С. А. Орловский. — М.: Наука, 1981. — 206 с.

9. Орлов А.И. Экспертные оценки: учебное пособие / А. И. Орлов. — Москва, 2008. — 31 с.

10. Тюрин, Ю. Н. Статистические модели ранжирования / Ю. Н. Тюрин, А. П. Васильевич, П. Ф. Андрукович. — Москва: Наука, 1977.

11. Хемди А. Т. Задача о назначениях / А. Т. Хемди. — Москва: Издательский дом «Вильямс», 2005.

12. Чеботарев, П. Ю. Обобщение метода строчной сумм для неполных парных сравнений / П. Ю. Чеботарев // Автоматика и телемеханика. — 1989. — №8. — С. 125—137.

13. Шмерлинг, Д. С. Экспертные оценки. Методы и применение / Д. С. Шмерлинг, С. А. Дубровский, Т. Д. Аржанова, А. А. Френкель // Статистические методы анализа экспертных оценок. Москва: Наука, 1977. — С. 290—382.

14. Язык программирования Ruby [Электронный ресурс] : Язык программирования Ruby— Режим доступа: https://ruby-lang.ru/.

15. Visual Studio Code - Code Editing. [Электронный ресурс] : Visual Studio Code - Code Editing. — Режим доступа: https://code.visualstudio.com/

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Итоговые ранжирования для дисциплин

Дисциплина	Метод Чеботарева	Метод строч. Сумм	Мод. метод большинства	Средняя оценка
SCADA-системы	61	45	61	35
Автоматизация административной деятельности	144	134	144	60
Автоматизация технологических производств	92	93	175	70
Автоматизированное проектирование сис. упр.	81	87	174	1
Автоматизированные информационно-управляющие системы	66	61	66	29
Академический английский язык	28	17	28	42
Акмеология	145	132	145	81
Алгебра	147	31	147	59
Алгебра и геометрия	159	11	159	52
Алгоритмы и структуры данных	93	15	93	48
Аналитическая геометрия	120	74	120	58
Английский язык для академических целей	90	80	176	63
Английский язык для профессиональных целей	30	10	30	48
Аппаратные средства вычислительной техники	74	40	177	37
Архитектура информационных систем	135	38	135	58
Архитектура прикладных мат. программ	156	148	156	56
Базы данных	164	121	164	73
Безопасность жизнедеятельности	170	173	170	93
Беспроводные и сенсорные сети	79	76	178	5
Введение в инженерную деятельность	173	178	173	75
Введение в математические модели навигационных систем	92	77	179	87
Вычислительные машины, системы и сети	73	59	73	47
Вычислительные сети	86	77	180	48
Геоинформационные системы	84	47	181	43
Геоинформационные технологии	136	126	136	100
Геометрия	105	69	105	101
Гибридные вычислительные системы	81	87	183	1
Глобальная и многокритериальная оптимизация	81	91	182	122
Дискретная математика	10	3	10	52
Дифференциальные уравнения	77	39	77	61
Документоведение часть 2	108	103	108	38
Дополнительные главы алгебры	84	56	84	91
Дополнительные главы математического анализа	52	34	52	82
Дополнительные разделы физики	94	98	94	107
Защита информации	153	130	153	79
Защита программ и данных	112	86	112	25
практика по получению первичных профессиональных умений.	146	177	146	47

Продолжение приложения А

Дисциплина	Метод Чеботарева	Метод строч. Сумм	Мод. метод большинства	Средняя оценка
Инженерная графика и основы конструкторского проектирования	36	26	36	59
Инженерная и компьютерная графика	155	137	155	63
Иностранный язык	4	1	4	47
Инструментальные средства информационных систем	140	141	140	81
Интеллектуальная собственность	95	92	95	43
Интеллектуальные системы и технологии	98	75	98	100
Интеллектуальные технологии и представление знаний	86	77	86	41
Интернет предпринимательство	81	88	184	100
Интернет-технологии	139	123	139	94
Инфокоммуникационные системы и сети	132	122	132	89
Информатика	165	119	165	65
Информационная безопасность и защита информации	83	36	83	35
Информационная структура предприятия	81	87	187	1
Информационное обеспечение систем управления	79	85	186	53
Информационные системы контроля и управления технологическими процессами	81	87	185	1
Информационные системы на предприятиях	151	156	151	108
Информационные технологии	169	171	169	78
Исследование операций	107	100	188	49
История	9	6	9	42
История Отечества	38	33	38	15
История математики и информатики	124	128	124	48
Командный курсовой проект	160	146	160	61
Командный курсовой проект "Корпоративные приложения"	57	37	189	42
Командный курсовой проект "Приложения на платформе 1С"	128	127	128	51
Компьютерная безопасность	43	32	43	34
Компьютерная графика	116	73	116	72
Компьютерное математическое моделирование	96	108	96	119
Компьютерные сети	122	129	190	49
Корпоративные ИС	37	25	37	43
Криптографические методы защиты информации	127	124	127	122
Криптографические протоколы	75	72	191	53
Математическая логика и теория алгоритмов	11	5	11	41
Математические основы теории надёжности	115	113	115	129
Математический анализ	3	2	3	42
Математический анализ. Дополнительные главы	31	28	31	66
Математическое моделирование объектов	81	87	192	1
Языки программирования. Доп. разделы	130	168	130	64

Продолжение приложения А

Дисциплина	Метод Чеботарева	Метод строч. Сумм	Мод. метод большинства	Средняя оценка
Материаловедение	107	93	107	41
Междисциплинарный курсовой проект	73	57	193	49
Междисциплинарный курсовой проект баз. ур.	163	176	163	105
Методическое обеспечение учебных дисциплин	79	84	196	1
Методологические аспекты разработки программного обеспечения	90	96	195	78
Методология учебного планирования	79	84	194	1
Методы и системы принятия решений	109	70	109	57
Методы и средства проектирования информационных систем и технологий	97	120	97	63
Методы обработки аэрокосмической информации	68	68	197	24
Методы оптимизации	39	24	39	30
Методы принятия решений в сложных системах	79	84	198	1
Методы проектирования и САПР вычислительных систем	162	165	162	115
Метрология, стандартизация и сертификация	154	150	154	79
Микропроцессорные системы	26	22	26	25
Модели и методы искусственного интеллекта	74	72	74	12
Модели стохастических объектов	161	166	161	79
Моделирование систем	149	154	149	99
Мультимедиа технологии	100	107	100	62
Надежность ИС	121	139	121	76
Научно-исследовательская работа	134	144	134	52
Научно-исследовательский семинар	79	84	199	1
Объектно-ориентированное программирование	167	175	167	103
Операционные системы	8	7	8	31
Операционные системы и сети ЭВМ	101	112	101	64
Организационное и правовое обеспечение информационной безопасности	54	53	54	14
Организация научно-исследовательской и проектной деятельности	69	74	69	67
Организация процесса проектирования программного обеспечения	81	87	200	1
Основы вычислительного эксперимента	85	84	85	22
Основы информационной безопасности	131	143	131	101
Основы построения трансляторов	79	81	201	22
Основы программирования	172	183	172	70
Основы проектирования технол. процессов	89	83	89	34
Основы сетевых технологий и протоколов	50	42	50	36
Основы системных представлений	106	95	106	62
Основы топологии	47	44	47	45
Основы управленческой деятельности	74	79	202	45
Основы функционального программирования	76	76	76	49

Продолжение приложения А

Дисциплина	Метод Чеботарева	Метод строч. Сумм	Мод. метод большинства	Средняя оценка
Парадигмы программирования	69	69	203	35
Параллельное программирование	57	66	57	24
Параллельные и распределенные вычисления	114	112	114	70
Параллельные и распределенные вычислительные системы	27	27	27	41
Политология	102	109	204	46
Правоведение	33	30	33	57
Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков	110	115	110	68
Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков (Педагогическая)	79	84	79	1
Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков (научно-исследовательская)	119	128	205	44
Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности	166	174	166	68
Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности	55	49	55	56
Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности практика	138	142	138	67
Преддипломная практика	82	92	82	44
Прикладная теория цифровых автоматов	17	14	17	31
Прикладная физическая культура	21	65	21	52
Прикладная физическая культура (элективная)	5	9	5	44
Прикладная физическая культура (элективный)	45	51	45	18
Прикладная физическая культура и спорт	24	55	24	49
Программирование на COS в Intersystems Cache	44	43	44	41
Программирование на Java для Android	111	131	111	30
Программируемые логические интегральные схемы	102	109	102	19
Программно-аппаратные средства защиты информации	75	98	206	56
Программное обеспечение мобильных систем	103	104	103	37
Проектирование ИУС	41	46	41	48
Проектирование автоматизированных систем управления технологическими процессами	73	79	207	17
Проектирование и архитектура информационных систем	150	163	150	112
Проектирование и разработка автоматизированных систем управления	81	87	208	1
Профессионально-ориентированный анг. язык	13	12	13	29
Профессионально-ориентированный иностранный язык	16	21	16	26
Разработка web-приложений	12	13	12	21
Языки программирования	48	153	48	55

Продолжение приложения А

Дисциплина	Метод Чеботарева	Метод строч. Сумм	Мод. метод большинства	Средняя оценка
Распределенная обработка информации	69	74	209	67
Решение оптимизационных задач программными средствами	158	169	158	66
Сетевые ОС и администрирование сетей	133	152	133	37
Сети и системы передачи информации	108	118	210	95
Сети и телекоммуникации	64	101	64	50
Системное программирование	18	23	18	26
Системное программное обеспечение	29	58	29	42
Системный анализ, оптимизация и принятие решений	63	62	63	10
Системы управления базами данных	148	160	148	165
Современные вычислительные системы	90	102	90	78
Современные информационные технологии	99	90	99	55
Современные проблемы теории управления	81	87	81	1
Спец. главы английского языка	15	16	15	19
Спецглавы английского языка	20	20	20	41
Спецглавы английского языка. Часть 2.	70	64	70	40
Специальные главы английского языка	78	84	78	1
Схемотехника	80	97	80	74
Схемотехника ЭВМ	137	158	137	108
Теоретическая механика	72	116	72	85
Теория автоматического управления	23	29	23	29
Теория автоматов и формальных языков	62	67	62	1
Теория баз данных	126	161	126	48
Теория вероятностей	142	167	142	50
Теория вероятностей и мат. Стат.	56	52	56	70
Теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов	35	35	35	67
Теория вероятности и математическая статистика	7	8	7	24
Теория и практика эффективного реч. общ.	22	162	22	56
Теория и технология программирования	141	155	141	68
Теория информационных процессов и систем	118	149	118	40
Теория поиска инновационных решений	71	99	71	31
Теория распознавания образов	60	78	60	50
Теория систем	32	50	32	20
Теория управления	87	138	87	40
Теория функций комплексного переменного	59	71	59	54
Теория чисел	51	55	51	44
Теория языков программирования	46	48	46	3
Техническая защита информации	79	110	211	70
Технологии обработки информации	49	135	49	53
Язык программирования C#	68	106	68	55

Окончание приложения А

Дисциплина	**Метод Чеботарева**	**Метод строч. Сумм**	**Мод. метод большинства**	**Средняя оценка**
Технологии программирования	40	89	40	41
Технология и методы программирования	81	90	212	106
Технология программирования и разработка программного обеспечения	129	145	129	57
Технология разработки программного обеспечения	123	140	123	69
Трансляторы	42	60	42	41
Управление в организационных системах	86	96	213	24
Управление данными	14	19	14	20
Управление данными в технических системах	75	94	75	14
Управление программными проектами	113	164	113	40
Уравнения в частных производных	92	114	92	72
Учебная практика	119	133	119	163
Физика	171	184	171	70
Физическая культура	6	182	6	55
Физическая культура и спорт	19	54	19	44
Прикладная физическая культура	143	170	143	70
Философия	1	4	1	21
Функциональное и логическое программирование	90	111	215	10
Функциональный анализ	65	125	65	84
Химия	157	180	157	58
Хранилища данных	91	102	91	12
Цифровая обработка сигналов	58	105	58	74
Численные методы	81	117	214	58
ЭВМ и периферийные устройства	25	63	25	29
Экология	2	18	2	30
Экономика	168	181	168	58
Экономика программной инженерии	104	159	104	55
Элективные курсы по физической культуре	125	157	125	85
Электроника и схемотехника	88	136	88	46
Электроника и схемотехника. Доп. разделы	34	41	34	21
Электронные образовательные ресурсы	79	84	0	1
Электротехника	53	82	53	41
Электротехника и электроника	67	179	67	58
Электротехника и схемотехника	117	147	117	42
Электротехника и схемотехника. Часть 2	122	151	122	119
Элементы и устройства автоматики	152	172	152	149

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Итоговые ранжирования для преподавателей

Преподаватель	Метод Чеботарева	Метод строчных сумм	Мод. метод большинства	Средняя оценка
1	68	61	68	52
106	39	34	39	6
11	34	12	34	21
110	75	70	75	45
111	58	51	58	23
12	53	48	53	25
121	13	7	13	16
127	56	36	56	35
13	31	13	31	42
130	1	1	1	4
131	4	3	4	18
132	69	66	69	35
14	30	30	30	22
144	67	64	67	14
146	65	58	65	7
149	51	47	51	12
150	64	60	64	39
151	48	43	48	34
153	76	78	76	51
154	47	42	47	6
16	8	5	77	1
163	26	23	26	17
164	7	6	7	3
167	2	2	2	26
17	37	39	37	1
173	9	9	9	29
176	9	9	78	29
187	42	40	42	38
19	72	71	72	12
197	20	26	20	1
2	15	15	15	11
20	35	38	35	1
203	28	32	28	1
204	28	32	79	1

Продолжение приложения Б

Преподаватель	**Метод Чеботарева**	**Метод строчных сумм**	**Мод. метод большинства**	**Средняя оценка**
21	61	62	61	43
22	71	72	71	20
220	3	4	3	13
229	22	28	22	25
23	45	46	45	28
231	24	29	24	33
237	18	19	18	22
238	21	27	21	24
24	73	74	73	21
25	19	22	19	1
26	17	21	17	9
27	63	65	63	20
28	50	53	50	19
29	36	39	80	1
3	8	10	81	1
30	38	41	38	48
32	60	63	60	46
33	14	20	14	1
38	11	16	11	32
4	74	77	74	40
41	32	37	32	41
43	16	25	16	42
45	23	31	23	44
48	43	50	43	38
5	36	39	36	1
51	12	18	12	30
57	40	45	40	15
58	70	75	70	31
6	8	11	0	1
60	27	33	27	2
62	44	49	44	5
63	57	59	57	34
64	55	56	55	10
65	59	67	59	36
7	33	54	33	39

Окончание приложения Б

Преподаватель	**Метод Чеботарева**	**Метод строчных сумм**	**Мод. метод большинства**	**Средняя оценка**
71	66	73	66	41
72	41	52	41	16
79	29	35	29	40
80	46	55	46	29
82	5	8	5	18
85	10	24	10	8
86	52	69	52	37
87	54	68	54	49
9	8	17	8	1
90	49	57	49	47
95	25	44	25	34
98	62	76	62	50
99	6	14	6	27

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт космических и информационных технологий
Базовая кафедра «Интеллектуальные системы управления»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
_______ Окунин Ю.Ю.
подпись инициалы, фамилия
« ____ » __________20 ___ г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Алгоритм уточнения ранга объекта в итоговом ранжировании

27.04.03 Системный анализ и управление
27.04.03.02 Системный анализ данных и технологий принятия решений

Научный руководитель	01.07.19 ______ подпись, дата	доцент, канд. техн. наук должность, ученая степень	А.А. Даничев
Выпускник	1.07.19 ______ подпись, дата		Б.В. Вавулин
Рецензент	01.07.19 ______ подпись, дата	доцент, канд. техн. наук должность, ученая степень	Р.Ю. Царев инициалы, фамилия
Нормоконтролер	______ 01.07.19 подпись, дата	ст. препод. должность, ученая степень	Н.Б. Позолотина инициалы, фамилия

Красноярск 2019