

УДК 532.59

## Неустойчивость равновесного состояния двух бинарных смесей с общей поверхностью раздела и одной свободной границей

Марина В.Ефимова\*

Институт вычислительного моделирования СО РАН,  
Академгородок 50/44, Красноярск, 660036,  
Россия

Получена 18.03.2009, окончательный вариант 14.04.2009, принята к печати 30.04.2009

*Исследована устойчивость равновесного состояния двух бинарных смесей относительно произвольных возмущений. Численно, методом ортогонализации, получена зависимость комплексного декремента от волнового числа. Показано, что для недеформируемых поверхностей раздела при увеличении числа Марангони область неустойчивости также увеличивается. Определены области устойчивости системы с ростом термодиффузионных эффектов на поверхностях раздела. Ключевые слова: поверхностное натяжение, число Марангони, устойчивость, термодиффузия.*

### 1. Основные предположения и уравнения

Рассмотрим совместное движение двух жидких сред в областях  $\Omega_j$  ( $j = 1, 2$ ) при отсутствии массовых сил. Предполагается, что в каждой из жидкостей имеется растворенное вещество определенной концентрации. Тогда движение описывается системой уравнений при  $\mathbf{x} \in \Omega_j$ :

$$\mathbf{u}_{jt} + \mathbf{u}_j \nabla \mathbf{u}_j + \frac{1}{\rho_j} \nabla p_j = \nu_j \Delta \mathbf{u}_j; \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_j = 0; \quad (1.2)$$

$$\theta_{jt} + \mathbf{u}_j \cdot \nabla \theta_j = \chi_j \Delta \theta_j; \quad (1.3)$$

$$c_{jt} + \mathbf{u}_j \cdot \nabla c_j = d_j \Delta (c_j + \alpha_j \theta_j), \quad (1.4)$$

где  $\mathbf{u}_j(\mathbf{x}, t)$  — вектор скорости,  $p_j$  — отклонение давления от гидростатического,  $\theta_j$  — температура,  $c_j$  — концентрация. Сформулируем, следуя [1, 2] (в [1] рассмотрен лишь случай стационарного течения и  $c_j = 0$ ), условия на поверхности раздела жидкостей  $\Gamma_1$ :

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2; \quad (1.5)$$

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = V_{1n}; \quad (1.6)$$

$$\theta_1 = \theta_2, \quad c_1 = \lambda c_2; \quad (1.7)$$

$$(P_2 - P_1)\mathbf{n} = 2\sigma_1 H_1 \mathbf{n} + \nabla_{11} \sigma_1; \quad (1.8)$$

$$k_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial n} - k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial n} = 0; \quad (1.9)$$

$$d_2 \left( \frac{\partial c_2}{\partial n} + \alpha_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial n} \right) = d_1 \left( \frac{\partial c_1}{\partial n} + \alpha_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial n} \right). \quad (1.10)$$

\*e-mail: efmavi@icm.krasn.ru

Здесь  $\mathbf{n}$  — единичный вектор нормали к  $\Gamma_1$ , направленный из  $\Omega_1$  в  $\Omega_2$ ,  $V_{1n}$  — скорость перемещения поверхности раздела  $\Gamma_1$  в направлении  $\mathbf{n}$ ,  $P_j = -p_j E + 2\rho_j \nu_j D_j$  — тензоры напряжений,  $E$  — единичный тензор,  $H_1$  — средняя кривизна поверхности  $\Gamma_1$  ( $H_1 > 0$ , если  $\Gamma_1$  выпукла наружу области  $\Omega_1$ ),  $\nabla_{11} = \nabla - (\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{n}$  — поверхностный градиент,  $k_j$  — коэффициенты теплопроводности. Через  $\mathbf{u}$  и  $\theta$  обозначены величины вектора скорости и температур обеих жидкостей на  $\Gamma_1$ , попарно совпадающие в силу (1.5), (1.7), во втором равенстве (1.7)  $\lambda$  — постоянная равновесия Генри.

Считается, что область  $\Omega_1$  контактирует с твердым неподвижным телом. В этом случае на поверхности тела ставится условие прилипания

$$\mathbf{u}_1 = 0. \quad (1.11)$$

Кроме того, будем считать, что температура в точках твердой границы является заданной:

$$\theta_1 = \theta_{10}. \quad (1.12)$$

Через твердую поверхность нет потока вещества, поэтому

$$\frac{\partial c_1}{\partial n} + \alpha_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial n} = 0. \quad (1.13)$$

На свободной поверхности  $\Gamma_2$  должны быть выполнены динамическое и кинематическое условия

$$(p_{\text{gas}} - p_2)\mathbf{n} + 2\rho_2 \nu_2 D(\mathbf{u}_2)\mathbf{n} = 2\sigma_2 H_2 \mathbf{n} + \nabla_{11} \sigma_2; \quad (1.14)$$

$$\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{n} = V_{2n}. \quad (1.15)$$

В (1.14)  $p_{\text{gas}}$  — давление в газе — известная функция,  $V_{2n}$  — скорость перемещения свободной границы в направлении  $\mathbf{n}$ .

Условие теплообмена смеси с газом запишется так:

$$k_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial n} + \beta(\theta_2 - \theta_{\text{gas}}) = Q, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_2, \quad (1.16)$$

где  $k_2 = \text{const}$  — коэффициент теплопроводности,  $\beta \geq 0$  — постоянный коэффициент межфазного теплообмена,  $\theta_{\text{gas}}$  — температура газа,  $Q$  — заданный внешний поток тепла.

Еще одно условие — отсутствие потока вещества через свободную поверхность  $\Gamma_2$ :

$$\frac{\partial c_2}{\partial n} + \alpha_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial n} = 0. \quad (1.17)$$

В этом случае не учитываются процессы адсорбции-десорбции на свободной поверхности. Зависимость поверхностного натяжения от температуры и концентрации линейная:

$$\sigma_j(\theta, c) = \sigma^0 - \varkappa^j (c - c^0) - \varkappa_T^j (\theta - \theta^0), \quad \varkappa^j = \text{const} < 0, \quad \varkappa_T^j = \text{const} > 0$$

где  $\sigma_0 > 0$ ,  $\varkappa_T^j > 0$ ,  $\varkappa^j$  — постоянные, а  $c_0, \theta_0$  — концентрации и температуры в некоторой точке поверхности раздела или свободной границы. Соотношения (1.1)–(1.17) следует дополнить начальными условиями

$$\Omega_i = \Omega_i^0, \quad \mathbf{u}_i(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{u}_i^0(\mathbf{x}), \quad \theta_i(\mathbf{x}, 0) = \theta_i^0(\mathbf{x}), \quad c_i(\mathbf{x}, 0) = c_i^0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega_i^0. \quad (1.18)$$

В настоящей работе исследуется устойчивость равновесия системы двух бинарных смесей с общей поверхностью раздела. Граница раздела сред  $y = 0$  предполагается плоской и недеформируемой. Система ограничена твердой стенкой  $y = -l$  и имеет недеформируемую свободную границу  $y = l$ . Считается, что данная конфигурация находится в покое:  $\mathbf{u}_j = 0$ ,  $j = 1, 2$ .

При указанных выше условиях задача (1.1)–(1.18) о термодиффузионном равновесии с поверхностью раздела имеет решение

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_j = 0, \quad p_j = \text{const}, \quad \theta_1 &= \frac{Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g)}{k_1 + \beta l_2(k + l)}(y + l_1) + \theta_{10}, \\ \theta_2 &= \frac{Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g)}{k_1 + \beta l_2(k + l)}(ky + l_1) + \theta_{10}, \\ c_1 &= -\frac{Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g)}{k_1 + \beta l_2(k + l)}\alpha_1 y + c_0, \quad c_2 = -\frac{Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g)}{k_1 + \beta l_2(k + l)}\alpha_2 k y + c_0. \end{aligned} \quad (1.19)$$

В (1.19)  $l = l_1/l_2$ ,  $k = k_1/k_2$ ;  $c_0$  — концентрация на границе раздела.

**Замечание 1.** ПАВ на поверхности  $y = 0$  отсутствует, а в законе Генри  $c_2 = \lambda c_1$  постоянная  $\lambda$  полагается, без ограничения общности, равной единице.

## 2. Задача о малых возмущениях

Для изучения устойчивости равновесного состояния двух слоев жидкостей (1.19) воспользуемся уравнениями малых возмущений, полученными в общем виде в [3]. В данном случае линейризованная задача для возмущения скорости, давления, температуры и концентрации в каждой из областей имеет вид

$$\mathbf{U}_{j\tau} + \frac{\nu_j}{\nu_2} \nabla P_j = \frac{\nu_j}{\nu_2} \Delta \mathbf{U}_j; \quad (2.1)$$

$$\text{div } \mathbf{U}_j = 0; \quad (2.2)$$

$$\frac{\nu_2}{\chi_j} T_{j\tau} + V_j \varepsilon_j = \Delta T_j; \quad (2.3)$$

$$K_{j\tau} - \frac{\nu_j}{\nu_2} V_j \varepsilon_j = \frac{d_j}{\nu_2} \Delta (K_j + Pr_j T_j). \quad (2.4)$$

Граничные условия на недеформируемой поверхности раздела  $\eta = y/l = 0$  сводятся в этом случае к следующим (влиянием поверхностной вязкости пренебрегаем, так как она обычно очень мала):

$$U_2 = \nu U_1, \quad V_2 = 0, \quad V_1 = 0, \quad K_2 = \bar{\alpha} K_1; \quad (2.5)$$

$$T_2 = Pr T_1, \quad T_{2\eta} = k Pr T_{1\eta}; \quad (2.6)$$

$$U_{2\eta} + V_{2\xi} - \rho \nu^2 (U_{1\eta} + V_{1\xi}) = -M_1 T_{2\xi} - Sr_1 C_{2\xi}; \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial K_2}{\partial \eta} + Pr_2 \frac{\partial T_2}{\partial \eta} = d\bar{\alpha} \left( \frac{\partial K_1}{\partial \eta} + Pr_1 \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \right). \quad (2.8)$$

Граничные условия на твердой стенке:

$$U_1 = 0, \quad T_1 = 0, \quad V_1 = 0, \quad \frac{\partial C_1}{\partial \eta} + Pr_1 \frac{\partial T_1}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = -1, \quad (2.9)$$

На свободной границе при  $\eta = 1$  имеем

$$\begin{aligned} V_2 = 0, \quad U_{2\eta} = -M_2 T_{2\xi} - Sr_2 C_{2\xi}, \\ T_{2\eta} + BiT_2 = 0, \quad K_{2\eta} + Pr_2 T_{2\eta} = 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Соотношения (2.1)–(2.10) приведены в безразмерной форме. Используются следующие единицы измерения расстояния, времени, скорости, давления, температуры и концентрации соответственно:

$$l, \quad \frac{l^2}{\nu_2}, \quad \frac{\nu_j}{l}, \quad \frac{\rho_j \nu_j^2}{l^2}, \quad \frac{(Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g))\nu_j}{(k_1 + \beta l_2(k + l))\chi_j}, \quad \frac{(Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g))\alpha_j}{(k_1 + \beta l_2(k + l))}, \quad j = 1, 2.$$

Введены обозначения

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{k + 1}, \quad \varepsilon_2 = \frac{k}{k + 1}, \quad \nu = \frac{\nu_1}{\nu_2}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \quad \chi = \frac{\chi_1}{\chi_2}, \quad \rho = \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

$$S_j = \frac{\nu_j}{d_j} \quad - \text{число Шмидта}, \quad Pr_j = \frac{\nu_j}{\chi_j} \quad - \text{число Прандтля},$$

$$M_j = \frac{\varkappa_T^j l (Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g))}{(k_1 + \beta l_2(k + l))\rho_2 \nu_2 \chi_2} \quad - \text{число Марангони},$$

$$Sr_j = \frac{\varkappa^j \alpha_2 l (Q - \beta(\theta_{10} - \theta_g))}{(k_1 + \beta l_2(k + l))\rho_2 \nu_2^2} \quad - \text{число Сорэ}.$$

Решение краевой задачи (2.1)–(2.10) ищем в виде нормальных волн

$$(U, V, P, T, K) = (U(\eta), V(\eta), P(\eta), T(\eta), K(\eta)) \exp(i\alpha\xi - iC\tau), \quad (2.11)$$

где  $\alpha$  — волновое число,  $C$  — комплексный декремент. Для амплитуд нормальных возмущений получаем спектральную задачу

$$\begin{aligned} U_j'' + \left( \frac{\nu_2}{\nu_j} iC - \alpha^2 \right) U_j - P_j i\alpha = 0, \\ V_j'' + \left( \frac{\nu_2}{\nu_j} iC - \alpha^2 \right) V_j - P_j' = 0, \\ i\alpha U_j + V_j' = 0, \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} T_j'' + \left( \frac{\nu_2}{\chi_j} iC - \alpha^2 \right) T_j - \varepsilon_j V_j = 0, \\ K_j'' + \left( \frac{\nu_2}{d_j} iC - \alpha^2 \right) K_j + Pr_j (T_j'' - \alpha^2 T_j) + \frac{\nu_2}{d_j} V_j \varepsilon_j = 0; \end{aligned}$$

$$\eta = -1: \quad U_1 = 0, \quad V_1 = 0, \quad T_1 = 0, \quad \frac{\partial K_1}{\partial \eta} + Pr_1 \frac{\partial T_1}{\partial \eta} = 0; \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0: \quad U_2 = \nu U_1, \quad V_2 = 0, \quad V_1 = 0, \quad K_2 = \bar{\alpha} K_1, \\ T_2 = Pr T_1, \quad \frac{\partial T_2}{\partial \eta} = k Pr \frac{\partial T_1}{\partial \eta}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} U_{2\eta} + i\alpha V_2 - \rho\nu^2(U_{1\eta} + i\alpha V_1) = -M_1 i\alpha T_2 - Sr_1 i\alpha K_2, \\ \frac{\partial K_2}{\partial \eta} + Pr_2 \frac{\partial T_2}{\partial \eta} = d\bar{\alpha} \left( \frac{\partial K_1}{\partial \eta} + Pr_1 \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \right); \\ \eta = 1: \quad V_2 = 0, \quad U_{2\eta} = -M_2 i\alpha T_2 - Sr_2 i\alpha C_2, \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$T_{2\eta} + Bi T_2 = 0, \quad K_{2\eta} + Pr_2 T_{2\eta} = 0.$$

Для неустойчивости в первом приближении состояния равновесия (1.19) необходимо и достаточно, чтобы хотя бы для одного собственного значения было выполнено условие  $\text{Im } C > 0$ .

Рассмотрим асимптотическое поведение амплитудных уравнений при  $\alpha \rightarrow 0$ . Положим

$$\begin{aligned} U_j = U_j^0 + \alpha U_j^1 + \dots, \quad V_j = \alpha V_j^0 + \alpha^2 V_j^1 + \dots, \quad P_j = \alpha P_j^0 + \alpha^2 P_j^1 + \dots, \\ T_j = \alpha T_j^0 + \alpha^2 T_j^1 + \dots, \quad K_j = \alpha K_j^0 + \alpha^2 K_j^1 + \dots, \quad C = C^0 + \alpha C^1 + \dots \end{aligned}$$

Подстановка этих выражений в спектральную задачу (2.12)–(2.15) в нулевом приближении приводит к задаче

$$\begin{aligned} U_j^{0''} + \frac{\nu_2}{\nu_j} i C^0 U_j^0 = 0, \quad P_j^{0'} = 0; \\ i U_j^0 + V_j^{0'} = 0; \\ T_j^{0''} + \frac{\nu_2}{\chi_j} i C^0 T_j^0 - \varepsilon_j W_j^0 = 0; \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$K_j^{0''} + \frac{\nu_2}{d_j} i C^0 K_j^0 + Pr_j T_j^{0''} + \frac{\nu_j}{d_j} \varepsilon_j W_j^0 = 0$$

с граничными условиями на твердой стенке и свободной поверхности

$$U_1^0 = 0, \quad V_1^0 = 0, \quad T_1^0 = 0, \quad \frac{\partial K_1^0}{\partial \eta} + Pr_1 \frac{\partial T_1^0}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = -1; \quad (2.17)$$

$$U_2^{0'} = 0, \quad V_2^0 = 0, \quad T_2^{0'} + Bi T_2^0 = 0, \quad \frac{\partial K_2^0}{\partial \eta} + Pr_2 \frac{\partial T_2^0}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = 1. \quad (2.18)$$

На поверхности раздела  $\eta = 0$  имеем

$$\begin{aligned} U_2^0 = \nu U_1^0, \quad V_2^0 = 0, \quad V_1^0 = 0, \quad K_2^0 = \bar{\alpha} K_1^0, \\ T_2^0 = \frac{\nu}{\chi} T_1^0, \quad \frac{\partial T_2^0}{\partial \eta} = \frac{k\nu}{\chi} \frac{\partial T_1^0}{\partial \eta}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$U_2^{0'} - \rho\nu^2 U_1^{0'} = 0, \quad \frac{\partial K_2^0}{\partial \eta} + Pr_2 \frac{\partial T_2^0}{\partial \eta} = d\bar{\alpha} \left( \frac{\partial K_1^0}{\partial \eta} + Pr_1 \frac{\partial T_1^0}{\partial \eta} \right).$$

В результате решения задачи (2.16)–(2.19) получаем уравнение для определения начального приближения декремента  $C$ , чтобы получить численное решение задачи (2.12)–(2.15):

$$\rho\sqrt{\nu} \cos \sqrt{\frac{iC^0}{\nu}} \cos \sqrt{iC^0} - \sin \sqrt{\frac{iC^0}{\nu}} \sin \sqrt{iC^0} = 0.$$

Например, для системы глицерин (80 %) – 60 %-ый раствор этилового спирта  $C^0 = -0,336 i$ . Если, в частности,  $\rho\sqrt{\nu} = 1$ , то  $C^0 = -i [(\pi/2 + n\pi)/(1 + \sqrt{\nu})]^2 < 0$ , то есть длинноволновые возмущения будут затухать. При решении задачи в первом приближении получаем  $C^1 = 0$ , а значение  $C^2 = -0,348 i$  находится из второго приближения задачи. В силу громоздкости полученное выражение не приводится.

### 3. Численное решение задачи на собственные значения

Задача (2.12)–(2.15) не допускает аналитического решения при произвольных значениях параметров. При изучении термокапиллярной неустойчивости хорошо зарекомендовал себя метод ортогонализации [4]. Для отыскания численного решения методом ортогонализации приведем систему (2.12)–(2.15) к виду  $\mathbf{w}' = A\mathbf{w}$ , где  $\mathbf{w}(\zeta)$  – вектор неизвестных;  $A(\zeta)$  – матрица коэффициентов. Для этого сделаем замену для слоя  $\Omega_1 = \{-1 \leq \eta \leq 0\}$ :

$$\begin{aligned} \zeta = \eta + 1, \quad U_1 = y_1, \quad U'_1 = y_2, \quad V_1 = y_3, \quad P_1 = y_4, \\ T_1 = y_5, \quad T'_1 = y_6, \quad K_1 = y_7, \quad K'_1 = y_8; \end{aligned} \quad (3.1)$$

для слоя  $\Omega_2 = \{0 \leq \eta \leq 1\}$ :

$$\begin{aligned} \zeta = 1 - \eta, \quad U_2 = z_1, \quad U'_2 = -z_2, \quad V_2 = z_3, \quad P_2 = z_4, \\ T_2 = z_5, \quad T'_2 = -z_6, \quad K_2 = z_7, \quad K'_2 = -z_8. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Исключая  $V', V''$  из второго и третьего уравнения (2.12), получим следующую систему уравнений:

1) для слоя  $\Omega_1 = \{0 \leq \zeta \leq 1\}$ :

$$\begin{aligned} y'_1 &= y_2, \\ y'_2 &= y_1 \left( \alpha^2 - \frac{iC}{\nu} \right) + i\alpha y_4, \\ y'_3 &= -i\alpha y_1, \\ y'_4 &= -i\alpha y_2 + \left( \frac{iC}{\nu} - \alpha^2 \right) y_3, \\ y'_5 &= y_6, \\ y'_6 &= \left( \alpha^2 - \frac{\nu_2}{\chi_1} iC \right) y_5 + \varepsilon_1 y_3, \\ y'_7 &= y_8, \\ y'_8 &= \left( \alpha^2 - \frac{\nu_2}{d_1} iC \right) y_7 - \frac{\nu_1}{d_1} \varepsilon_1 y_3 - Pr_1 \left( \varepsilon_1 y_3 - \frac{\nu_2}{\chi_1} iC y_5 \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

с граничными условиями на твердой стенке при  $\zeta = 0$

$$y_1 = y_3 = y_5 = 0, \quad y_8 + Pr_1 y_6 = 0.$$

2) для слоя  $\Omega_2 = \{0 \leq \zeta \leq 1\}$ :

$$\begin{aligned}
 z'_1 &= -z_2, \\
 z'_2 &= z_1(\alpha^2 - iC) + i\alpha z_4, \\
 z'_3 &= i\alpha z_1, \\
 z'_4 &= i\alpha z_2 - (iC - \alpha^2)z_3, \\
 z'_5 &= -z_6, \\
 z'_6 &= (\alpha^2 - Pr_2 iC)z_5 + \varepsilon_2 z_3, \\
 z'_7 &= -z_8, \\
 z'_8 &= \left( \alpha^2 - \frac{\nu_2}{d_2} iC \right) z_7 - \varepsilon_2 z_3 - Pr_2 (\varepsilon_2 z_3 - Pr_2 iC z_5)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

с граничными условиями на свободной поверхности при  $\zeta = 0$ :

$$z_3 = 0, \quad z_2 + i\alpha M_2 z_5 + i\alpha S r_2 z_7 = 0, \quad B i z_5 - z_6 = 0, \quad P r_2 z_6 + z_8 = 0.$$

Граничные условия на поверхности раздела  $\zeta = 1$  в силу замен (3.1)–(3.2), можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 z_1 - \nu y_1 &= 0, \\
 z_3 = 0, \quad y_3 &= 0, \\
 -z_2 - \rho \nu^2 y_2 + M_1 i \alpha z_5 + S r_1 i \alpha z_7 &= 0, \\
 z_5 - P r y_5 = 0, \quad -z_8 - P r_2 z_6 - d \bar{\alpha} (y_8 + P r_1 y_6) &= 0, \\
 z_7 - \bar{\alpha} y_7 = 0, \quad z_6 + k P r y_6 &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Особенность применения метода ортогонализации к данной задаче заключается в том, что в каждом слое запускается "классический" метод ортогонализации с граничными условиями на левом участке, при достижении правых участков происходит "склеивание" граничных условий. При этом необходимо найти комплексное собственное число задачи  $C$ , при котором задача (3.3)–(3.5) имеет нетривиальное решение при заданных прочих параметрах.

Задача решалась для системы глицерин (80 %) – 60 %-ный раствор этилового спирта. Исследовалась устойчивость при различных значениях числа Марангони и числа Соре на поверхности раздела жидких сред, а также изменение области устойчивости при изменении коэффициента Соре на свободной границе системы, при этом термокапиллярный эффект на свободной границе постояен (в предположении  $M_2 = \text{const}$ ). Результаты расчетов представлены на рис. 1–3. Анализируя полученные результаты, приходим к выводу, что область неустойчивости, которая соответствует положительным значениям  $C_i$ , при увеличении числа Марангони на поверхности раздела увеличивается (рис. 1).

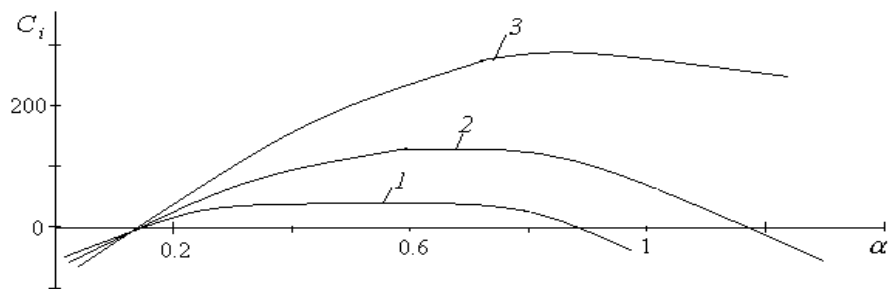


Рис. 1. Зависимость  $C_i$  от волнового числа  $\alpha$  в системе глицерин-этиловый спирт ( $M_2 = 60$ ,  $Sr_1 = Sr_2 = -10$ ): кривая 1 –  $M_1 = 260$ , 2 –  $M_1 = 560$ , 3 –  $M_1 = 960$

Зависимость комплексного декремента от волнового числа  $\alpha$  при изменении термодиффузионных эффектов показана на рис. 2. Обнаружено, что при фиксированных числах Марангони в случае увеличения числа Соре на поверхности раздела область устойчивости длинноволновых возмущений понижается.

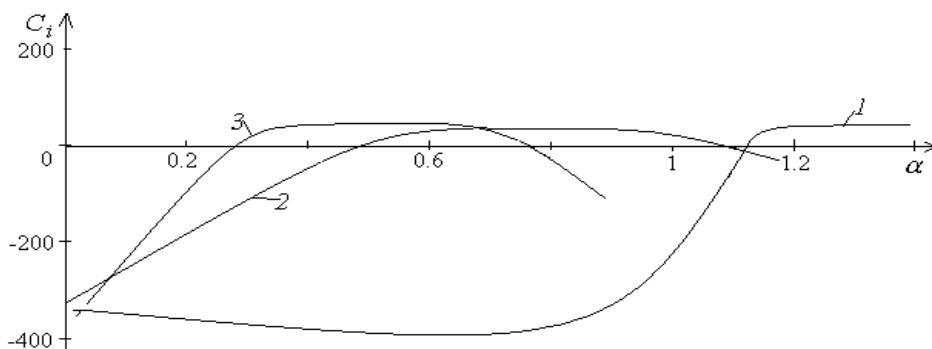


Рис. 2. Зависимость  $C_i$  от волнового числа  $\alpha$  в системе глицерин-этиловый спирт ( $M_1 = 260$ ,  $M_2 = 60$ ,  $Sr_2 = -10$ ): кривая 1 –  $Sr_1 = -100$ , 2 –  $Sr_1 = -10$ , 3 –  $Sr_1 = -1$

На рис. 3 приведена зависимость комплексного декремента от волнового числа при  $M_1 = 1260$ ,  $M_2 = 160$ ,  $Sr_1 = -10$  для случая увеличения числа Соре  $Sr_2$  на свободной границе. Численные расчеты показали, что усиление термодиффузионных эффектов на свободной границе приводит к увеличению области длинноволновой устойчивости.

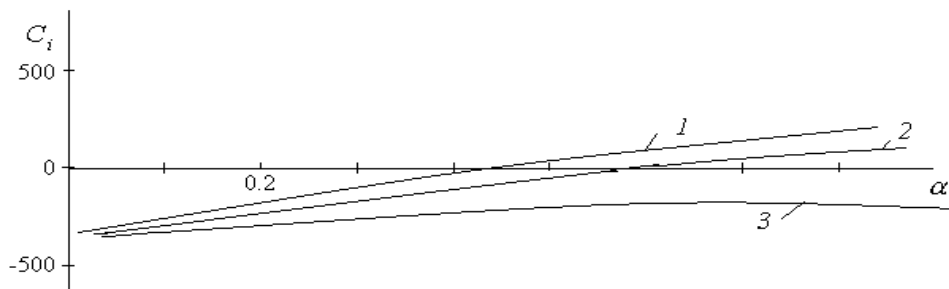


Рис. 3. Зависимость  $C_i$  от волнового числа  $\alpha$  в системе глицерин-этиловый спирт ( $M_1 = 1260$ ,  $M_2 = 160$ ,  $Sr_1 = -10$ ): кривая 1 –  $Sr_2 = -100$ , 2 –  $Sr_2 = -10$ , 3 –  $Sr_2 = -1$



*Работа выполнена при поддержке гранта НШ 2260.2008.1 и интеграционного проекта СО РАН №116 и гранта РФФИ №08-01-00762.*

## Список литературы

- [1] L.G.Napolitano, Plane Marangoni-Poiseuille flow two immiscible fluids, *Acta Astronautica*, **7**(1980), № 4, 5, 461-478.
- [2] В.В.Пухначев, Движение вязкой жидкости со свободными границами, Учебн. пособие, Новосибирск, НГУ, 1989.
- [3] В.К.Андреев, Линеаризованная задача о малых возмущениях движения жидкости с поверхностью раздела при наличии эффектов Соре, Сб. тр. сем. "Математическое моделирование в механике Дел. ВИНТИ № 1999-В99, 12-33.
- [4] С.К.Годунов, О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, *Успехи мат. наук*, **16**(1961), вып. 3, 171-173.

## Instability of an Equilibrium State of Two Binary Mixtures with the General Interface and One Free Boundary

Marina V.Efimova

---

*The stability of an interface of two binary mixtures under any perturbations is investigated. The dependence of the complex decrement on the wave number is deduced by means of a numerical method of orthogonalization. We show that the area of instability increases for not deformable interfaces at increase of the Marangoni number, too. The areas of stability of a system with growth thermal diffusion effects on an interface are determined.*

*Keywords: surface tension, Marangoni the number, stability, thermal diffusion.*