

УДК 539.3,519.6

Вязкопластическое течение и локализация деформаций в повреждаемой среде при ударных воздействиях

Владимир А.Петушков*

Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН,
М. Харитоньевский пер. 4, Москва, 101990
Россия

Получена 17.02.2009, окончательный вариант 20.05.2009, принята к печати 10.06.2009

На основе экспериментальных наблюдений представлена обобщенная модель нелинейного взаимосвязанного деформирования и разрушения повреждаемых поликристаллических сред при высокоскоростных ударных воздействиях. Учитываются геометрическая нелинейность, обусловленная конечными деформациями, и нелинейное, зависящее от скорости деформирования поведение материалов с изменяемой микроструктурой, анизотропным упрочнением и эффектом Баушингера. Выполнена постановка соответствующих нелинейных краевых задач, решения которых получены с использованием эффективных численных методов. Изучены нелинейные волновые процессы и локализация деформаций в объемных телах под действием взрыва и при высокоскоростном столкновении с препятствием.

Ключевые слова: нелинейно деформируемая среда, ударное нагружение, повреждаемость, локализация деформаций, разрушение, математическое моделирование.

Введение

В теоретическом изучении сред с переменной структурой сложились в основном два направления — с позиций механики гетерогенных сред и различных методов гомогенизации и обобщенной механики или микромеханики сплошных сред с учетом второго (мезо)уровня их структуры [1-4] и др.

В первом случае используется понятие представительного элементарного объема среды, размер которого определяется возможностью статистического осреднения. Во втором — разрабатываются подходы, включающие в себя в той или иной форме масштаб длины и основанные, например, на дискретной дислокационной или нелокальной пластичности, вязкопластичности или объединении механизмов диффузии и деформации [3-5]. При этом в классические модели механики вводится нелокальное описание полевых функций, при котором напряжения в заданной материальной точке зависят от состояния среды в окрестности этой точки.

В статье используется нелокальная модель высокоскоростного нелинейного вязкопластического деформирования повреждаемых сред. Она является развитием известного микроструктурного подхода Афанасьева–Бессилинга к описанию квазистатических процессов малоциклового деформирования и включает в себя учет конечных деформаций, вязкости и сжимаемости деформируемой среды с повреждениями, эффекта Баушингера и гистерезисных потерь при высокоскоростных ударных воздействиях.

*e-mail: pva_imash@bk.ru

© Siberian Federal University. All rights reserved

В описание модели включены такие регуляторы корректности краевой задачи, как вязкость среды и градиенты второго порядка от внутренних переменных системы. Основное внимание уделено развитию дефектов, распространению и локализации зон повреждаемости в нелинейно деформируемой среде при ударных воздействиях. При этом для удобства изложения рассматривается изотропный характер повреждаемости.

Выполнено численное моделирование предельных состояний, возникающих в объемных средах-конструкциях при нагружении взрывом и высокоскоростном соударении с преградой.

1. Экспериментальные наблюдения

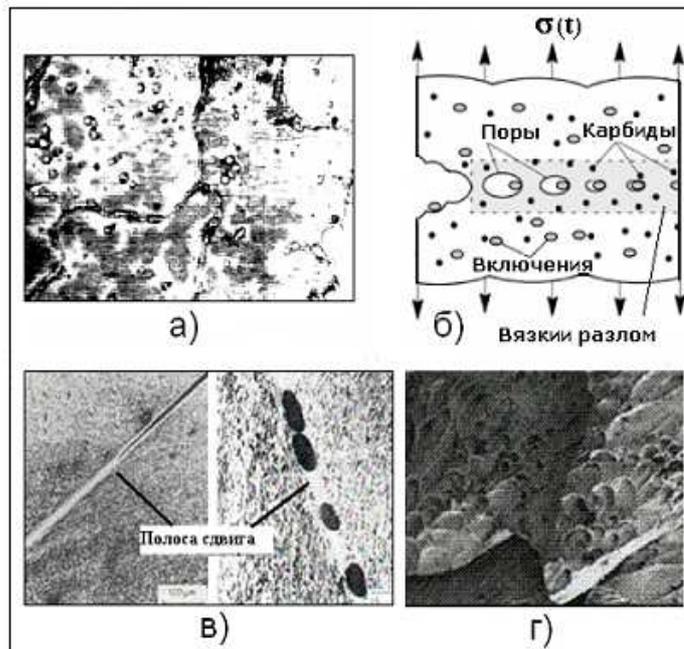


Рис. 1. Структура деформируемой среды: а — реальный поликристаллический металл; б — его условное представление; в — полоса сдвига перед образованием трещины, г — поверхность откола

Распространение ударных волн в поликристаллических средах-металлах связано с микроструктурными изменениями, фазовыми превращениями и, как следствие, неустойчивостью поведения (разупрочнением) металлов с образованием локализованных зон деформирования и разрушения.

Происходящие при этом процессы деформирования и разрушения оказываются взаимосвязанными и протекают одновременно на разных уровнях структуры с сильно различающимися временными и пространственными масштабами. Первые признаки разрушения с размерами, наблюдаемыми оптической микроскопией, проявляются в виде скопления дислокаций и образования микротрещин. Затем осуществляется переход от дислокационного

механизма разрушения к вакансионному — образованию микропор, последующие рост и слияние которых приводят к разрушению на макроуровне [1, 6, 7].

На эволюцию дислокационных структур и формирование локализованных зон деформирования сильное влияние оказывает несовершенство структуры металлов — наличие различного рода микродефектов (пор, трещин, вторых фаз и включений), располагаемых по границам и внутри зерен (кристаллитов), рис. 1а. Последующее формирование и объединение несплошностей, приводящих к макроразрушению, схематично представлено на рис. 1б.

С другой стороны, наличие различных примесей в структуре, как показывают многочисленные эксперименты, в значительной мере повышает ударную скорость, при которой разрушаются, например, стальные образцы, по сравнению с образцами из чистого железа.

Формирование локализованных зон неустойчивого деформирования в виде полос сдвига происходит там, где материал становится нестабильно пластичным и термическое разупрочнение преобладает над деформационным [7, 8]. При этом ширина сдвиговой полосы (рис. 1в) может составлять от 3 до 10 мкм в зависимости от материала и условий нагружения. Термин "адиабатическая сдвиговая полоса" был впервые использован в работе [9].

В сдвиговой полосе возникает большая концентрация микропор. Вместе с тем, из опытов на ударное разрушение цилиндрических образцов при различных скоростях деформирования следует, что разрушение — следствие не только развития пор, но и их совместного действия со сдвиговым механизмом деформирования [6-8, 10, 11]. Подтверждением являются возникающие на поверхности разлома образцов чешуйчатые части от пор размером до 5 мкм (рис. 1г) и сам разлом, направленный под углом 45° к торцам образцов, т.е. в направлении максимальных касательных напряжений.

Преобладающая роль сдвигового механизма деформирования над влиянием микроструктурных особенностей была обнаружена в серии опытов на ударные растягивающие нагрузки [9, 10], где траектории сдвиговой полосы не отклонялись от поверхностей максимальных касательных напряжений даже при наличии большого числа материальных включений в испытуемых образцах.

Фазовые изменения в материале, происходящие при распространении ударных волн, были обнаружены в [11] при экспериментальном изучении баллистического удара и взрывного нагружения полого цилиндрического образца из разных сталей и алюминия. В зависимости от микроструктуры металла стальных образцов в них возникали как деформационные сдвиговые полосы, так и "преобразованные" с фазовыми изменениями в материале.

Деформационная полоса переходит в "преобразованную" через мартенситное превращение, когда в центральной зоне сдвиговой полосы достигается максимальное упрочнение. Деформационные зоны с мартенситной структурой проявляют себя в виде белых полос сдвига (рис. 1в) и отличаются повышенной хрупкостью и склонностью к откольным разрушениям.

Таким образом, возникновение локализованных полей деформаций и повреждаемости в виде полос сдвига характерно для многих поликристаллических материалов, подвергаемых высокоскоростному деформированию. Положение и размер полос сдвига в деформируемом теле зависят от свойств материалов, геометрии тела, граничных условий, условий и скорости нагружения.

Основываясь на приведенных и других результатах экспериментальных исследований, в последние годы с позиций микромеханики были разработаны различные модели разрушения деформируемых сред при ударных воздействиях [7-15]. Полученные на их основе результаты хорошо согласуются с экспериментом при сравнительно невысоких скоростях

деформирования. Однако из-за сложности идентификации свойств и для высокоскоростных ударных воздействий эти модели нуждаются в дальнейшем развитии.

2. Описание сред с переменной структурой

К числу основных факторов, определяющих нелинейное поведение деформируемой поликристаллической среды при ударных нагрузках, относятся сложная история и высокие скорости деформирования, температура и изменяемая во времени микроструктура.

Микроповреждения в рассматриваемой среде безотносительно их формы, размеров и ориентаций будем полагать однородно и изотропно с макроскопической статистической точки зрения распределенными по ее объему. В качестве меры повреждаемости примем по аналогии с [16] относительный объем микроповреждений $\xi = v_d/v$, где v — элементарный объем материала, а v_d — часть его, заполненная микроповреждениями.

При этом учитываются как исходные (технологические) микродефекты в среде, так и возникающие в процессе ее деформирования. Такой подход к гомогенизации (осреднению) структуры в рамках представительного объема v , несмотря на большое упрощение, достаточно хорошо учитывает во времени деградацию свойств и конечную стадию разрушения среды [2, 6, 17].

Уровни накапливаемых во времени повреждений определяются скоростью повреждаемости $\dot{\xi}$, которая складывается из скоростей зарождения микроповреждений и их развития. Для поликристаллических металлов, вязких по своей природе или из-за существенного повышения температуры в процессе распространения ударных волн, образование микродефектов совпадает главным образом с образованием микронесплошностей (микропор), как это условно представлено на рис. 16.

Полагая, что зарождение микропор носит случайный характер, накопленные за время Δt повреждения в сжимаемой деформируемой среде могут быть определены [17]:

$$\begin{aligned} \xi(t + \Delta t) &= 8\pi N^t R_n^3 \Delta t + \xi(t) \exp(3\Delta t(P - P_g)/4\lambda); \\ N^t|_{P > P_n} &= N_0^t \exp(P - P_n)/P_1; \quad N^t|_{P \leq P_n} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где P — давление в среде, P_n , P_g — пороговые давления зарождения и роста микропор соответственно, R_n — параметр распределения размеров вновь образованных микропор, λ — вязкость материала, P_1 и N_0^t — параметры деформируемой среды, N^t — скоростная функция числа зарождающихся микропор. Начальный уровень поврежденности большинства конструкционных металлов обычно не превышает 3-4 %.

Поведение деформируемых сред с учетом их структуры является нелокальным с точки зрения классической механики, поскольку зависит от характерного масштаба длины структуры l (рис. 2).

Так, например, взаимодействие дислокаций, наблюдаемое на мезоуровне среды с характерным размером 0,1-10 мкм, очень влияет на ее поведение на макроуровне с характерным размером, превышающим 100 мкм [1] (известный эффект Холла-Петча, когда с уменьшением размера зерна повышаются твердость и напряжения течения поликристаллической среды).

Другая причина включения характерного размера структуры среды в определяющие соотношения, описывающие ее поведение, связана с корректностью постановки соответствующих краевых задач [14, 15, 18]. Как только разрушение среды начинает доминировать в процессе ее деформирования и происходит разупрочнение в узкой зоне — полосе сдвига

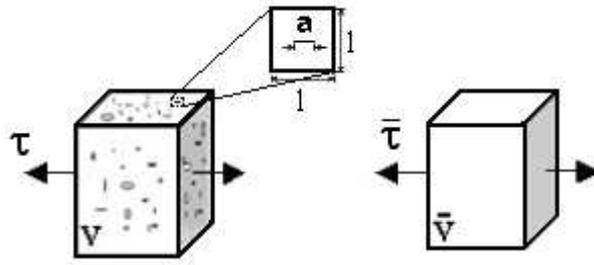


Рис. 2. Поврежденное и неповрежденное (эффективное) состояние среды с характерной масштабной длиной l

(локализация), проявляются сильное влияние сеточной аппроксимации и нефизичность в описании области локализации.

Для вязкопластического деформирования структура среды и ее характерный размер l учитываются, хотя и неявно, через ее вязкость λ [14]:

$$l = \tilde{\lambda} C \tilde{\tau}^{vp}. \quad (2)$$

Здесь $C = (\mu/\rho)^{1/2}$ — скорость распространения упругих волн в среде, μ и ρ — модуль сдвига и плотность среды соответственно, $\tilde{\tau}^{vp}$ — время затухания механических возмущений, непосредственно связанное с вязкостью среды. Параметр $\tilde{\lambda}$ зависит от микроскопических свойств среды и краевых условий рассматриваемой задачи динамики.

На основе моделей вязкопластичности удастся описать процессы формирования, положение и геометрию полос сдвига. Однако для определения их реального размера и скорости движения в этом случае, а также для всех других классических моделей нелинейного деформирования требуется применение градиентных подходов [15, 19].

Вместе с тем следует отметить, что выбор характерного размера l , имеющего ясный физический смысл, для большинства моделей градиентного типа все еще остается трудно-разрешимой задачей.

3. Постановка задачи

3.1. Математическая модель среды

Пусть нелинейно деформируемая поликристаллическая среда объема V занимает в начальный момент времени t_0 область $\Omega \subset R^3$, ограниченную поверхностью S . Соответствующую этому времени исходную конфигурацию области обозначим $k^0(\Omega)$ и отнесем к декартовой системе координат X^i .

С каждой точкой деформируемой среды свяжем конвективную в общем случае криволинейную систему координат η^k таким образом, что $X^i = X^i(\eta^k, t)$, и введем риманову метрику $a_{ij}(\eta^k, t) = a_i a_j$, где a_i — векторы, касательные к координатной кривой η^k . В отношении индексов и операций над ними будем использовать соглашения, общепринятые в тензорном исчислении.

Движение (деформирование) среды относительно $k^0(\Omega)$ в любой произвольный момент

времени $t > t_0$ определяется следующим C^1 погружением:

$$\begin{aligned} x^i &= \phi(X^i, t), \\ X^i &\in k^0(\Omega), \quad k^0 : \Omega \Rightarrow R^3, \\ t &\in D_t = (t_0, \tau), \end{aligned} \quad (3)$$

где $x^i = x^i(\eta^k, t)$ — пространственные координаты рассматриваемой точки в деформированной среде.

Следовательно, для любой актуальной конфигурации k^t , $\hat{a}_i = \frac{\partial \phi}{\partial \eta^i}(X, t)$, $\hat{a}_{ij}(\eta^k, t) = \hat{a}_i \hat{a}_j$, $t > t_0$, и меру деформации — градиент F можно представить в следующем виде:

$$F = \frac{\partial \phi}{\partial X}(X, t) = \hat{a}_i a^i, \quad F^T = a^i \hat{a}_j \neq F.$$

Тензор объективных конечных деформаций Грина и их скоростей определим как

$$\begin{aligned} 2E &= (\hat{a}_{ij} - a_{ij})a^i a^j, \\ \dot{E}_{ij} &= F_{ki} D_{kl} F_{lj}, \end{aligned} \quad (4)$$

где D — тензор скорости растяжения с компонентами $D_{ij} = \frac{1}{2}(L_{ij} + L_{ji})$ и $L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \dot{F}_{ik} F_{kj}^{-1}$ — градиент скорости деформаций, $v_i = \dot{x}_i(X^k, t)$.

Поле деформаций среды задается вектором смещений $u^i = u^i(\eta^k, t)$

$$u^i = x^i - X^i,$$

следовательно, тензор конечных деформаций (4) может быть записан также в следующем виде:

$$\begin{aligned} 2E_{ij} &= (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + \nabla_i u_r \nabla_j u^r) \\ \nabla_i u_j &= \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \Gamma_{ji}^p u_p; \quad \Gamma_{ji}^p = 1/2 a^{ps} \left(\frac{\partial a_{sj}}{\partial x^i} + \frac{\partial a_{si}}{\partial x^j} - \frac{\partial a_{ij}}{\partial x^s} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Локальные напряжения, возникающие при деформировании среды, определяются вторым симметричным тензором Пиола-Кирхгофа

$$T_{ij} = J F_{ik}^{-1} \sigma_{kl} F_{jl}^{-1} = F_{ik}^{-1} \tau_{kl} F_{jl}^{-1}, \quad (6)$$

где якобиан $J = \det(F)$, σ_{ij} — истинные напряжения Коши, $\tau_{kl} = J \sigma_{kl}$ — тензор напряжений Кирхгофа. Отметим, что если тензор T относится к начальной конфигурации k^0 среды, то тензоры σ и τ — к текущей — k^t .

Материальные производные по времени от истинных напряжений необъективны или инвариантны относительно смещения среды как жесткого целого, поэтому под скоростями напряжений обычно понимается скорость Яумана-Нолла [20]

$$T_{jk}^0 = \dot{T}_{jk} - T_{jr} W_{rk} - T_{kr} W_{rj},$$

где \dot{T}_{jk} — полная производная напряжений по времени, $\dot{W}_{ij} = \frac{1}{2}(L_{ij} - L_{ji})$ — компоненты тензора вихря скорости.

Уравнения, описывающие вязкопластическое деформирование среды, являются следствиями законов сохранения массы, количества движения и баланса энтропии и могут быть соответственно представлены в виде

$$\begin{aligned}\rho(x^i, t)J &= \rho_0(X^i), \\ (T_{kl}F_{jl})_{,k} + \rho_0 b_j &= \rho_0 \dot{v}_j, \\ \rho_0 c \dot{\theta} &= -\nabla q + \kappa T : \dot{E} + \rho_0 h,\end{aligned}\tag{7}$$

где ρ — плотность среды, b — вектор массовых сил, θ — температура, c_v — удельная теплоемкость, h — плотность внутренних источников тепла, q — вектор теплопередачи, κ — числовой коэффициент порядка единицы. Направление процесса обмена энергией, и в том числе с окружающей средой, определяется известным неравенством Клаузиуса–Дюгема.

Уравнения (7) должны быть дополнены определяющими соотношениями для сред с переменной структурой и соответствующими каждой рассматриваемой задаче краевыми условиями.

Математическая модель, объединяющая в себе описание диссипативных процессов нелинейного деформирования и повреждаемости, должна удовлетворять основным принципам кинематики и термодинамики деформируемых сред.

3.2. Уравнения состояния

Скорость деформации \dot{E} в (4) представим как результат локальной декомпозиции на упругие \dot{E}^e , вязкопластические \dot{E}^{vp} и вязкоповреждаемые \dot{E}^d составляющие

$$\dot{E} = \dot{E}^e + \dot{E}^{vp} + \dot{E}^d,\tag{8}$$

где $\dot{E}^d = \dot{E}^{ed} + \dot{E}^{vpd}$, \dot{E}^{ed} и \dot{E}^{vpd} — соответственно упруго-повреждаемые (обратимые) и вязко/пластически-повреждаемые (необратимые) составляющие тензора скоростей деформации.

Якобиан деформации J , характеризующий объемную деформацию, с учетом допущения того, что сжимаемость приходится только на долю повреждаемости, будет равен $J = J^d = \det(F)$. Деформации за счет повреждаемости определяются как

$$\varepsilon^d = 1/J - 1.$$

Вместе с тем, при больших изменениях объема, а следовательно, и температуры зависимость среднего напряжения от объемных деформаций и температуры оказывается нелинейной. Уравнения состояния сжимаемой при ударе деформируемой среды определяются известными соотношениями Ренкина-Гюгонио на фронте распространяющейся ударной волны и уравнениями Ми-Грюнейзена в общем случае:

$$P = \rho_0 \Gamma_0 c_v \theta_m (1 + \varepsilon^d)^{\Gamma_0 + 1}; \quad \theta_m = \theta_{m0} \exp \left[2a \varepsilon^d / (1 + \varepsilon^d) \right] [1 + \varepsilon^d]^{2(\Gamma_0 - a - 1/3)},\tag{9}$$

где P — давление, Γ — коэффициент Грюнейзена, θ_m — температура плавления (θ_{m0} — при нормальном давлении), a — постоянная материала. Эти соотношения устанавливаются из опытов на ударное сжатие [20, 21].

Для сравнительно невысоких скоростей нагружения, обычно реализуемых на практике, можно ограничиться так называемым квазиакустическим приближением, когда ударная

адиабата полагается совпадающей с изоэнтропой расширения, а давление — только функцией объема:

$$P = a_1(v^{-1} - 1) + a_2(v^{-1} - 1)^2 + a_3(v^{-1} - 1)^3. \quad (10)$$

Здесь a_1, a_2, a_3 — константы материала, определяемые по ударной адиабате.

Такое приближение имеет опытное обоснование для достаточно широкого диапазона изменения давлений на фронтах ударных волн 10-15 ГПа. В этом диапазоне необратимость процессов деформирования обусловлена в основном вязкостью и пластическими деформациями сдвига.

Основываясь на гипотезе представлении деформируемой среды при конечных деформациях, связь между составляющими скоростей напряжений и деформаций запишем в виде обобщенного закона Гука:

$$\overset{0}{T} = C : (\dot{E} - \dot{E}^p) - \alpha \dot{\theta} I, \quad (11)$$

где тензор упругости $C = 2\mu I + (K - \frac{2}{3}\mu)I \otimes I = C(\xi, \theta)$ — функция температуры и накопленных повреждений, α — коэффициент температурного расширения, I — единичный тензор. Соответствующие выражения для объемного модуля K и модуля сдвига μ при больших изменениях объема, температуры и разупрочнения вследствие повреждаемости деформируемой среды приведены в [22].

Определяющие соотношения для нелинейных составляющих деформации \dot{E}^p компонентами \dot{e}_{jk}^p в (11) сформулируем с учетом структурной неоднородности реальных конструкционных материалов. Любой бесконечно малый элемент деформируемой среды может быть представлен в виде совокупности N связанных между собой первично изотропных структурных частиц — подэлементов, свойства которых с учетом их статистической природы позволяют определить поведение среды в целом [23-25].

Полную скорость деформации \dot{E} в (8) будем считать неизменной при переходе от подэлемента к подэлементу, каждый из которых полагается упругопластическим с пределом текучести, зависящим от температуры и скорости нагружения:

$$\tau_{yd}^{(k)} = \tau_{ys}^{(k)}(1 + |C\dot{e}_i^p|^n)(1 - \theta^*), \quad \forall k \in (1, N), \quad (12)$$

где $\tau_{ys}^{(k)}$ — статический предел текучести k -го подэлемента, $\dot{e}_i^p = (\frac{2}{3}\dot{e}_{jk}^p\dot{e}_{jk}^p)^{1/2}$, C и n — коэффициенты, определяемые по кривым однократного деформирования, полученным для различных скоростей нагружения и температур, $\theta^* = (\theta - \theta_0)/(\theta_m - \theta_0)$ — гомологическая температура, а θ_0 и θ_m — температуры комнатная и плавления соответственно.

Вязкопластические составляющие деформации \dot{E}^p для каждого k -го подэлемента могут быть определены с использованием известных соотношений теории течения деформируемых сред, обобщенных на учет повреждаемости:

$$\begin{aligned} f^k(\tau, \theta, \xi) &= \frac{1}{2}S : S + n_1\xi J_1^2 - \mathbb{k}^2(\theta, \xi) = 0, \\ \mathbb{k}(\dot{e}_i^p, \theta, \xi) &= \tau_{yd}^k(\dot{e}_i^p, \theta)\phi(\xi, \xi_F), \end{aligned}$$

$$\dot{E}_k^p = \dot{\lambda}^k \frac{\partial f}{\partial \tau} \quad \forall k \in (1, N), \quad (13)$$

где $S = T + PI$ — девиатор напряжений, $P = -(1/3)J_1 I$ — гидростатическое давление, определяемое с учетом (9), $J_1 = tr(T)$, n_1 — параметр материала, $\phi(\xi, \xi_F) = (\xi_F - \xi)/(\xi_F - \xi_0)$ — функция поврежденности среды, ξ_F — разрушающий уровень повреждения, $\dot{\lambda}$ — параметр пластичности, определяемый из условия $df = 0$.

Таким образом, входящие в уравнения (7) деформации и напряжения определяются в любой точке — элементарном объеме деформируемой среды с учетом (9)–(13) и весовых коэффициентов \hat{l}_k , определяющих вклад каждого подэлемента

$$E_{ij} = \sum_{k=1}^N \hat{l}_k E_{ij}^k \quad T_{ij} = \sum_{k=1}^N \hat{l}_k T_{ij}^k. \quad (14)$$

Весовые коэффициенты вычисляются на основе полилинейной аппроксимации указанных выше кривых деформирования $\hat{l}_k = (1/E)(E_k - E_{k-1})$, где $E_k = (\tau_i^k - \tau_i^{k-1})/(\varepsilon_i^k - \varepsilon_i^{k-1})$, причем $\tau_i^k = (\frac{2}{3}S^k : S^k)^{1/2}$, $\sum_{k=1}^N \hat{l}_k = 1$.

Оптимальное число структурных элементов может быть установлено на основе гистограммы статистического распределения пределов текучести путем измерения микротвердости рассматриваемого материала, и обычно оказывается достаточным от 4 до 6 элементов [25]. При этом учитывается реальная исходная поврежденность материала начиная с любого момента времени эксплуатации, предшествующего ударному воздействию.

Для задач с высокоскоростным соударением тел, когда высокие скорости деформирования сопровождаются большими деформациями, важен учет адиабатического нагрева, связанного с локальным повышением температуры. В этом случае большая часть энергии диссипирует в тепло, влияющее на поведение материала. Оно может быть определено на основе первого закона термодинамики (7₃)

$$\rho_0 c_v \dot{\theta} = \kappa T : \dot{E}^p,$$

поскольку тепловыделение при отсутствии других источников тепла происходит в основном за счет механической работы.

Для поликристаллических металлов доля κ механической работы, обусловленной нелинейным деформированием и переходящей в тепло, составляет примерно 0,85. Оставшаяся часть работы, очевидно, связана со структурными изменениями.

Определяемая в каждой точке деформируемой среды скорость изменения абсолютной температуры $\dot{\theta}$ вместе с величиной локального повреждения ξ используется в качестве внутренних параметров в приведенных уравнениях состояния и пересчете характеристик поликристаллического материала.

Фактом разрушения деформируемой среды является достижение параметром повреждаемости ξ предельного значения ξ_F . В этом случае функция \mathbb{k} в (12₂), описывающая упрочнение (или разупрочнение) поликристаллического материала, должна удовлетворять условию, при котором материал конструкции теряет несущую способность:

$$\mathbb{k} = \mathbb{k}^*(\dot{\varepsilon}_i^p, \theta, \xi)|_{\xi=\xi_F} = 0. \quad (15)$$

Для большинства поликристаллических металлов значения ξ_F находятся в диапазоне от 18 до 30 %.

В качестве другого критерия разрушения, учитывающего сдвиговый механизм деформирования, может быть использовано соотношение для накопленной во времени пластической деформации ε_i^p и предельной при разрушении деформации ε_F :

$$\eta \varepsilon_i^p / \varepsilon_F \geq 1, \quad (16)$$

где η — коэффициент объемности напряжений, $\varepsilon_i^p = \int_0^t \dot{\varepsilon}_i^p dt$.

В качестве начальных условий для рассматриваемых краевых задач с уравнениями (1), (7)–(13) обычно принимаются деформированная конфигурация основной поверхности Ω_0 и распределение скоростей $v_i(X^i, t)$ и/или усилий $p * (X^i, t)$ на ней в начальный момент времени $t_0 = 0$

$$u_i(X^i, t_0) = \hat{u}_i(X^i); \quad \dot{u}_i(X^i, t_0) = v_i(X^i), \quad X^i \in \Omega_0 \quad (17)$$

и аналогично записываемых для усилий.

Граничные условия для деформируемых сред определяются конкретной задачей и могут включать в себя как силовые (Неймана), в том числе относительно моментов и усилий для оболочек, так и кинематические (Дирихле) условия [19]. При наличии границ контактного разрыва условия на ней могут быть заданы в форме [20, 21].

4. Результаты численного моделирования

Полагая процессы высокоскоростного деформирования адиабатическими, решение нелинейной краевой задачи (1), (7)–(13) может быть получено непосредственно МКР [13, 26, 27] или МКЭ с использованием эквивалентной слабой формы и разностной аппроксимации на временном слое $D_t = (t_0, \tau)$ [19, 28].

Вычислительные особенности учета физической и геометрической нелинейностей и сжимаемости среды представлены в [19, 26–28]. Для обеспечения устойчивости вычислительного процесса используется известный критерий КФЛ, связывающий аппроксимации решения по пространству и времени,

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{\rho_0 V}{c_a} \Delta h \right),$$

где c_a — адиабатическая скорость звука, $V = 1/\rho$ — удельный объем, Δh — характерный размер конечно-разностной или конечно-элементной сетки Ω_Δ . Контроль за устойчивостью осуществляется на основе выполнения условия консервативности энергии (7₃).

В качестве примера использования предлагаемого подхода приведем результаты численного моделирования опубликованных в литературе физических экспериментов по высокоскоростному разрушению стержня Гопкинсона [29] и нагружению локальным взрывом тонкостенной оболочечной конструкции [30]. При этом основные соотношения для оболочек получены как частный случай (7)–(13) и подробно представлены вместе с их конечно-разностными аппроксимациями в [27].

4.1. Задача о стержне Гопкинсона

Физический эксперимент для метаемого с помощью пушки стержня проводился для сплава Ti-6Al-4V со скоростью деформирования $5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. Необходимые характеристики стержня и параметры модели заимствованы в [29].

Моделирование высокоскоростного столкновения стержня с жестким препятствием с учетом трения в зоне контакта позволило получить картину деформирования (рис. 3а), качественно совпадающую с полученной в эксперименте (рис. 3в).

Полученные локализованная полоса сдвига и поверхность откола, направленные под углом 45° к торцу стержня, свидетельствуют о наличии двух механизмов разрушения — сдвигового (деформационного) и образования микропор (пустот). При отсутствии учета сдвигового механизма разрушения в модели происходит только смятие стержня, и критическое значение повреждаемости достигается в его центре (рис. 3б).

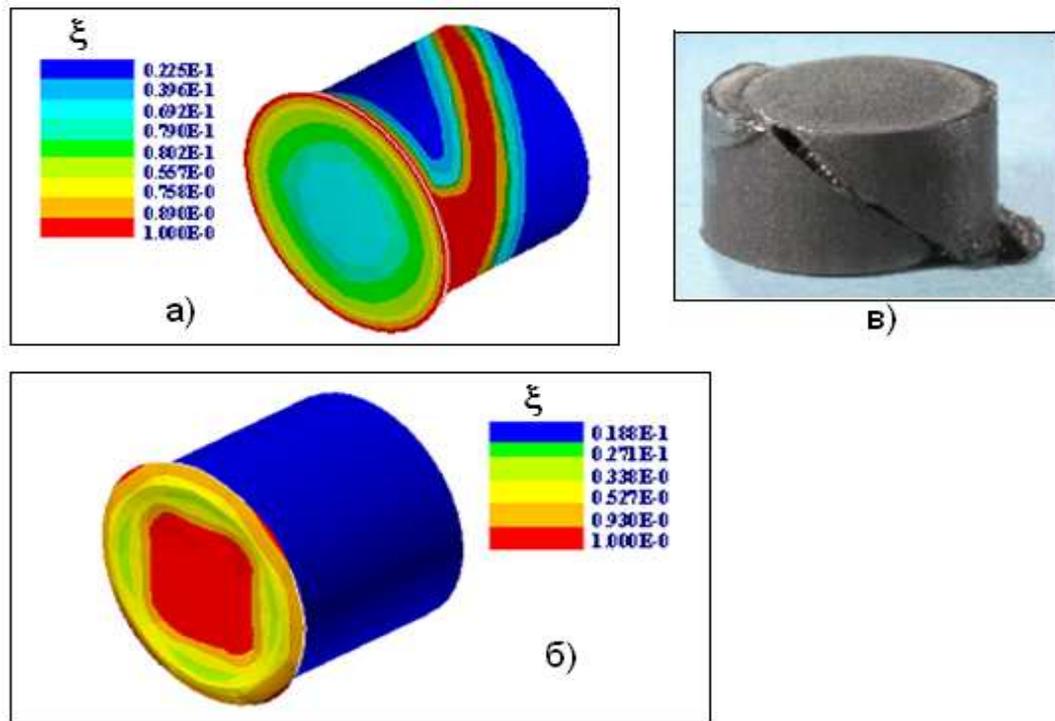


Рис. 3. Деформированное состояние стержня Гопкинсона после удара о жесткую преграду со скоростью $V=500$ м/с. Моделирование: а — с учетом, б — без учета сдвига; в — физический эксперимент

Из результатов моделирования также следует, что из-за интенсивного накопления деформаций и повреждений, адиабатического нагрева в локализованной полосе сдвига происходит интенсивное разупрочнение, приводящее к разрушению стержня (рис 4а, б).

4.2. Оболочка под действием локального взрыва

Экспериментальное изучение формообразования оболочки под действием локального взрыва проводилось с использованием пьезодатчиков, располагаемых под накладным зарядом ВВ. На рис. 5 показаны геометрия и условия закрепления оболочки и ее прогиб в центре взрыва. Замеренная скорость смещения точек оболочки под зарядом в момент взрыва составляла 140 м/с [30].

Расчетная схема оболочки и ее деформированное состояние, соответствующее моменту времени $t=200$ мкс от начала взрыва, также приведены на рис. 4. Взрыв моделировался в виде начального распределения скоростей, полученного в эксперименте. Характеристики материала и параметры модели заимствованы в [30]. Вычисления проводились на сетке $\Omega_{\Delta}=20 \times 20$ с шагом интегрирования по времени $\Delta t=0,16 \cdot 10^{-5}$ по схеме типа "крест" (кривая 3) и с использованием МКЭ (кривая 2).

Из сравнения с экспериментом точки 4 на рис. 5 следует хорошее соответствие полученных моделированием максимальных по времени смещений оболочки в центральной точке B действия взрыва. Большие отклонения от линейного решения (1) не только по величине

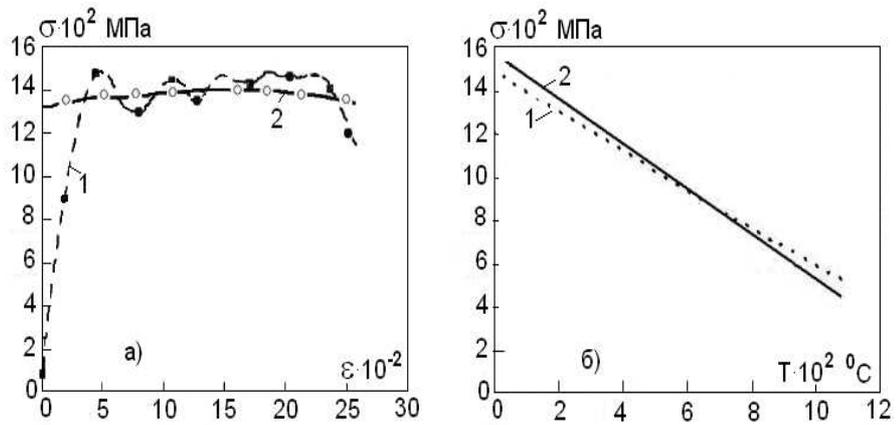


Рис. 4. Изменение напряжений в зависимости от: а — деформаций, б — температуры в локализованной зоне неустойчивого деформирования стержня (1 — эксперимент, 2 — модель)

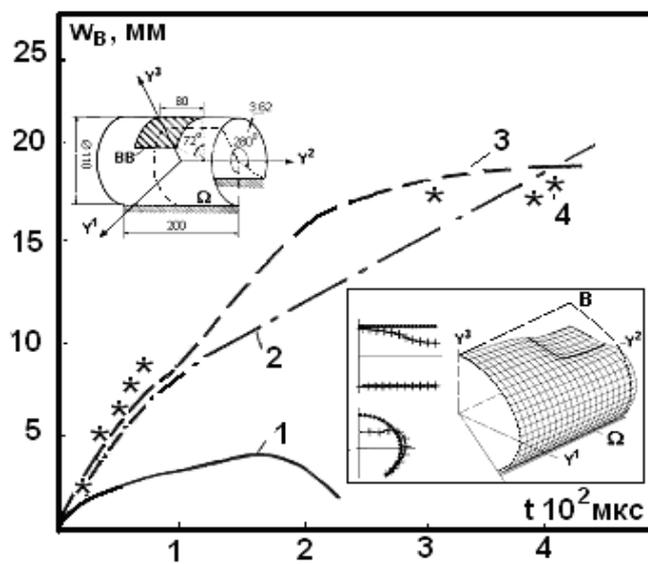


Рис. 5. Геометрия оболочки и изменение ее прогиба в центре действия взрыва (1 — линейная теория; 2 — МКЭ; 3 — МКР, 4 — эксперимент)

прогиба, но и в самом характере его изменения во времени свидетельствуют о сильном влиянии физической и геометрической нелинейности на поведение оболочки.

Полученные результаты позволяют рассмотреть более сложную задачу о предельных состояниях, возникающих в той же оболочке под действием взрыва. Образование локализованных зон неустойчивого деформирования и разрушения происходит при этом, как следует из рис. 5, 6, при конечных деформациях и больших изменениях геометрии во времени.

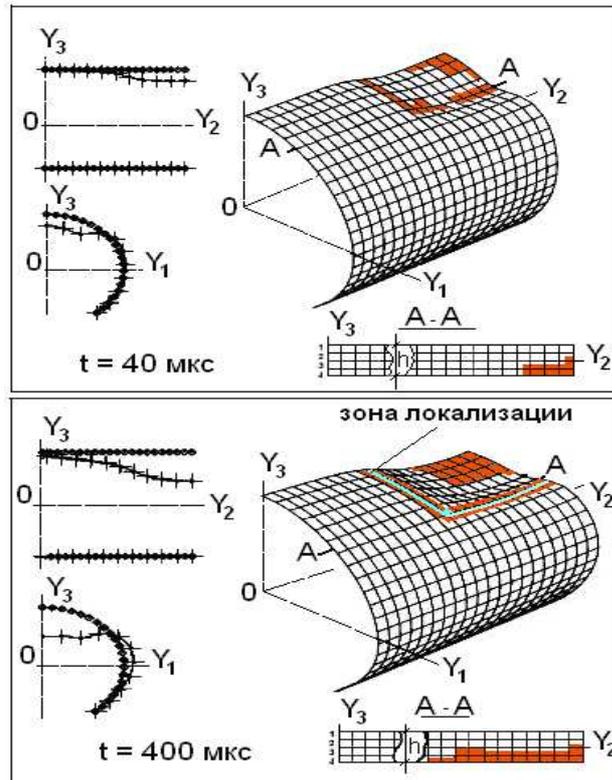


Рис. 6. Изменение геометрии и повреждаемость оболочки во времени

Максимальные уровни поврежденности материала достигаются в зонах, выделенных цветом, и превышают 15 % (рис. 6). В зонах локализации они составляют более 20 %. Здесь вследствие разупрочнения материала из-за накопленных повреждений и в меньшей мере из-за возникновения повышенных температур происходит, как и наблюдаемое в эксперименте, образование полос сдвига и трещин, вследствие чего оболочка теряет несущую способность.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №09-01-00088-а).

Список литературы

- [1] D.Raabe, Computational materials science: the simulation of materials, microstructures and properties, Wiley-VCH, 1998.
- [2] T.Zohdi, Homogenization methods and multiscale modeling, Encyclopedia of Computational Mechanics Vol. 2: Solids and Structures, E.Stein, R.de Borst, T.J.R.Hughes (eds.), Chichester: John Wiley & Sons, 2004, 407-430.

- [3] J.W.Hutchinson, Plasticity at the micron scale, *Int. J. Solids Struct.*, **37**(2000), 225-238.
- [4] A.Needleman, Computational mechanics at the mesoscale, *Acta Mater.*, **48**(2000), №1, 105–124.
- [5] J.L.Chaboche, A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories, *Int. J. of Plasticity*, **24**(2008), №10, 1642-1693.
- [6] Y.L.Bai, J.Bai, H.L.Li et al., Damage evolution, localization and failure of solids subjected to impact loading, *Int. J. Impact Eng.*, **24**(2000), №6-7, 685-701.
- [7] P.R.Guduru, A.J.Rosakis, G.Ravichandran, Dynamic shear bands: an investigation using high speed optical and infrared diagnostic, *Mech. Mater.*, **33**(2001), 371-402.
- [8] S.Li., W.-K.Liu, D.Qian et al., Dynamic shear band propagation and micro-structure of adiabatic shear band, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **191**(2001), 73-92.
- [9] C.Zener, J.H.Hollomon, Effect of strain rate on plastic flow of steel, *J. Appl. Phys.*, **14**(1944), №1, 2-32.
- [10] J.H.Giovanola, Adiabatic shear banding under pure shear loading, Part1: Direct observation of strain localization and energy dissipation measurement. Part II: Fractographic and metallographic observations, *Mechanics of Materials*, **7**(1988), №1, 59-87.
- [11] M.E.Backman, S.A.Finnegan, The propagation of adiabatic shear, Metallurgical effects at high strain rates, New York, Plenum press, 1973, 531-543.
- [12] J.A.Nemes, J.Eftis, P.W.Randles, Viscoplastic constitutive modeling of high strain-rate deformation, material damage and spall fracture, *J. Appl. Mech.*, **57**(1990), №2, 282-291.
- [13] В.А.Петушков, А.Н.Мельситов, К численному моделированию разрушения тонкостенных оболочек при интенсивных импульсных воздействиях, ИМАШ АН СССР, М., 1991, Деп. в ВИНТИ, Вып. 4171 В91, 54 с.
- [14] T.Lodygowski, P.Perzyna, Numerical modeling of localized fracture of inelastic solids in dynamic loading processes, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **40**(1997), 4137-4158.
- [15] В.Н.Кукуджанов, О структуре полос локализации деформирования и нелокальной пластичности при динамическом нагружении, *МТТ, Изв. РАН*, (1998), №6, 104-115.
- [16] Yu.N.Rabotnov, Creep rupture, *Proc. of the XII Intern. Congress on Appl. Mech.*, Stanford, Springer, 1968, 342-349.
- [17] D.R.Curran, L.Seaman, D.A.Shockey, Dynamic failure of solids, *Phys. Reports*, **147**(1987), №5-6, 253-388.
- [18] Y.Bai, B.Dodd, Adiabatic Shear Localization: Occurrence, Theories and applications, Oxford, Pergamon Press, 1992.
- [19] А.И.Надарейшвили, В.А Петушков, М.Д.Перминов, Обобщенная модель закритического поведения повреждаемых тел при ударных нагрузках, *Пробл. Машиностр. и автомат.*, (2008), №4, 94-102.

- [20] C.Truesdell, W.Noll, The non-linear field theories of mechanics, *Handbuch der Physik*, N.Y., Springer, 1965, Bd III/3.
- [21] S.B.Segletes, Thermodynamic Stability of the Mie-Grüneisen Equation of State, and its Relevance to Hydrocode Computations, *J. of Appl. Phys.*, **70**(1991), 2489-2499.
- [22] G.R.Johnson, W.H.Cook, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high rates and high temperatures, *Proc. of the 7th Int. Symp. on Ballistics*, The Netherlands, The Hague, 1983, 541-547.
- [23] Дж.Ф.Бессилинг, Теория пластического течения начально-изотропного материала, который анизотропно упрочняется при пластических деформациях, *Механика*, Период. сб., М., Мир, (1961), №2, 124-168.
- [24] В.А.Петушков, С.Ф.Кащенко, Структурное моделирование нелинейных процессов деформирования конструкций с трещинами при циклических воздействиях, *Машиноведение АН СССР*, (1988), №1, 3-11.
- [25] В.А.Петушков, Статистические факторы в анализе процессов деформирования и оценке ресурса, Статистические закономерности малоциклового разрушения, М., Наука, 1989, 236-245.
- [26] В.А.Петушков, К.В.Фролов, Динамика гидроупругих систем при импульсном возбуждении, *Динамика конструкций гидроаэроупругих систем*, М., Наука, 2002, 162-202.
- [27] В.А.Петушков, Н.В.Скороходова, Распространение ударных волн в нелинейно деформируемых оболочках сложной формы, *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки*, (2008), №3, 81-93.
- [28] В.А.Петушков, А.И.Надарейшвили, Математическое моделирование деформирования и разрушения объемных тел при высокоскоростном ударном взаимодействии, *Мат. моделирование РАН*, **16**(2004), №5, 17-29.
- [29] D.R.Lesuer, Experimental investigations of material models for Ti-6Al-4V Titanium and 2024-T3 Aluminum, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA 94551, 2003.
- [30] J.Donea, S.Guiliani, J.P.Halleux, Prediction of the nonlinear dynamic response of structural. Components using finite elements, *Nucl. Engng. And Design.*, **37**(1976), №1, 95-114.

Viscoplastic Flows and Strain Localization in a Damageable Medium under Impact Loading

Vladimir A.Petushkov

On the basis of experimentally observable phenomena a generalized model of nonlinear interconnected deformation and fracture of damaged polycrystalline media at high-speed shock action was developed. The geometric nonlinearity caused by finite nonlinear deformations depending on the loading speed, the behavior of materials with a changeable microstructure, the anisotropic hardening and the Baushinger effect are considered. The corresponding nonlinear boundary value problems are stated and solved by means of efficient numerical methods. Nonlinear wave processes and localization of deformations in spatial bodies under the influence of explosion and high-speed collision with an obstacle are studied.

Keywords: nonlinearly deformed media, impact loading, damageability, strain localization, fracture, mathematical simulation.