

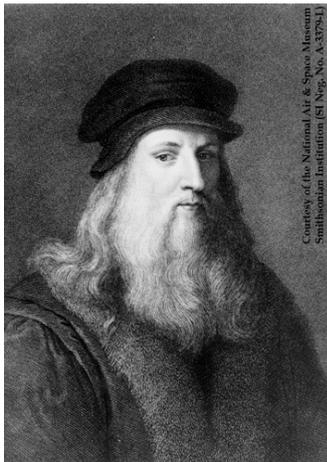
ИСТОРИЯ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Ежак Я.Е.,

Научный руководитель Петровская Н.М.
Сибирский Федеральный Университет

"Приобретение любого познания всегда полезно для ума, ибо он сможет отвергнуть бесполезное и сохранить хорошее. Ведь ни одну вещь нельзя ни любить, ни ненавидеть, если сначала ее не познать."

Леонардо да Винчи

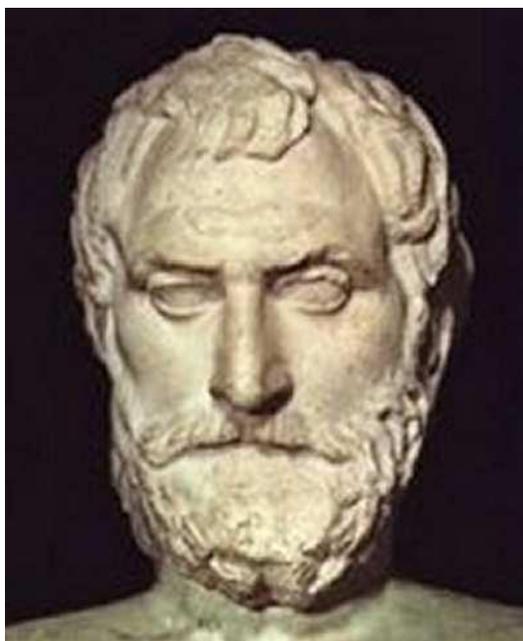


Средства машинной графики, прежде доступные лишь крупным самолетостроительным объединениям (закрытые предприятия министерства авиационной промышленности), в настоящее время используются во многих областях проектирования и производства.

Независимо от способа выполнения чертежа - ручного, механизированного или автоматизированного - знание инженерной графики является фундаментом, на котором базируется инженерное образование, инженерное творчество и система создания технической документации.

Теоретические предпосылки инженерной графики основаны на положениях начертательной геометрии.

С момента возникновения геометрия развивалась, тесно переплетаясь с другими науками: математикой, механикой, физикой, а также оказывала влияние на разработку теоретических основ в технике и изобразительном искусстве.



Время и место возникновения геометрии не установлено.

Потребность в построении изображений по законам геометрии (проекционных чертежей, "проесере"- бросать вперед) возникла из практических задач строительства сооружений, укреплений, пирамид и т.д.), а на позднем этапе - из запросов машиностроения и техники.

Относительно точные сведения об уровне геометрических знаний в Древнем Египте сообщает папирус Ахмеса (измерение земельных участков, вычисление пирамид). Основателем геометрии в Греции считают финикийца Фалеса Милетского, получившего образование в Египте (около 624-547гг. до н.э.). Он основал школу геометров, которая положила начало научной геометрии. Ученику Фалеса Пифагору Самосскому (около 580-500гг. до н.э.) принадлежат первые открытия в

геометрии: теория несоизмеримости некоторых отрезков, например, диагонали квадрата с его стороной, теория правильных тел, теорема о квадрате гипотенузы прямоугольного треугольника. Преемник Пифагора Платон (427-347гг. до н.э.) ввел в геометрию аналитический метод, учение о геометрических местах и конические

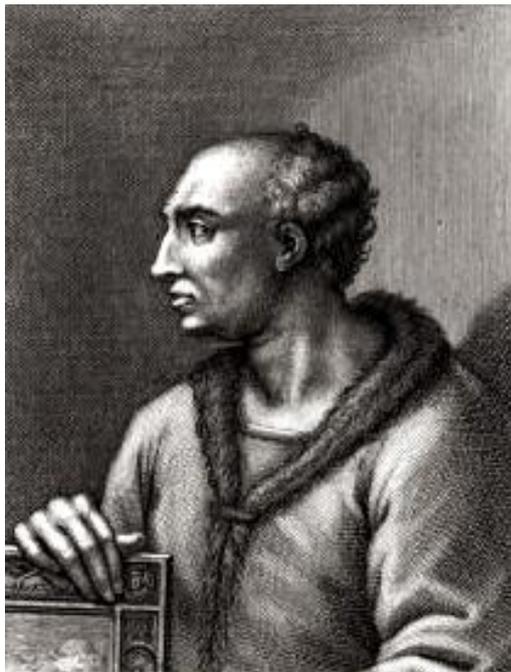
сечения. Существовавшая до сих пор *элементарная* геометрия была расширена, и ее назвали *трансцендентной*.

Систематизировал основы геометрии, восполнил ее пробелы, великий александрийский ученый Евклид (III в. до н.э.) в своем замечательном труде. "Начала" Евклида - первый серьезный учебник, по нему в течение двух тысячелетий учились геометрии. Современные учебники элементарной геометрии представляют собой переработку "Начал".

"Золотым веком" греческой геометрии называют эпоху, когда жили и творили математики Архимед (287-195 гг. до н.э.), Эрастофен (275-195гг. до н.э.), Аполлоний Пергский (250-190гг. до н.э.). Измерение криволинейных образов связано с именем Архимеда. Он указал методы измерения длины окружности, площади круга, сегмента параболы и спирали, объемов и поверхностей шара, других тел вращения и др. Это были главные дополнения к "Началам" Евклида. Трактатом о конических сечениях обессмертил свое имя Аполлоний. Трудом последнего, можно сказать, завершается *классическая* геометрия.

Расцвет классической культуры в средние века сменился застоем. В изобразительном искусстве не используются применявшиеся в древности сведения о перспективе. Глубокий кризис затянулся до эпохи Возрождения.

И только с возрождением строительства и искусств в эпоху Ренессанса в истории начертательной геометрии начинается новый период развития. В связи с развернувшимся строительством различных сооружений возродилось и расширилось применение употреблявшихся в античном мире элементов проекционных изображений.



Наиболее бурно в это время развивались архитектура, скульптура и живопись в Италии, Нидерландах, Германии, что поставило художников и архитекторов этих стран перед необходимостью начать разработку учения о живописной перспективе на геометрической основе. Появились новые понятия: центр проецирования, картинная плоскость, линия горизонта, главные точки и т.д. Наблюдательная перспектива уже достигла своего высшего развития. Весомый вклад в развитие методов перспективных изображений внесли: итальянский зодчий Лоренцо Гиберти (1378-1455гг.) - он перенес принципы живописной перспективы на пластическое изображение в виде рельефа (в церковных сооружениях), итальянский теоретик искусств Леон Баттиста Альберти (1404-1472гг.) обогатил искусстве

нно-технический опыт мастеров-профессионалов теоретической разработкой основ перспективы, впервые упоминает о построении теней, Пиетраделла-Франческа (1406-1492гг.) - рассматривал вопросы линейной перспективы, гениальный итальянский художник, ученый и инженер Леонардо да Винчи (1452-1519гг.), обладая в совершенстве знаниями линейной перспективы,



дополнил построением ее на цилиндрических сводах, положив начало панорамной перспективе.

В развитие перспективы большой вклад внес немецкий ученый и гравер Альбрехт Дюрер (1471-1528гг.). В своей книге "Наставление" он разработал основы рисования, предложил графические способы построения большого числа плоских и некоторых пространственных кривых, оригинальные способы построения перспективы и тени предмета. Основателем теоретической перспективы по праву может считаться итальянский ученый Гвидо Убальди (1545-1607гг.). Работа Убальди "Шесть книг по перспективе" содержит решение почти всех основных задач перспективы.

Французский архитектор и математик Дезарг (1593-1662гг.) в 1636г. в сочинении "Общий метод изображения предметов в перспективе" впервые применил для построения перспективы метод координат Декарта, что послужило появлению нового аксонометрического метода в начертательной геометрии.

Зарождение *аналитической* геометрии связано с появлением метода координат. Французские математики Ферма (1601-1665гг.) и Декарт (1596-1650гг.) дали общие схемы аналитической функциональной зависимости геометрических соотношений и общие схемы изучения этой зависимости средствами алгебры и анализа. Выдающийся труд Исаака Ньютона (1642-1727гг.) в области бесконечно малых создал новую ветвь геометрии - *дифференциальную*. Методы приложения анализа бесконечно малых к геометрии характеризуются широкой общностью и находят применение в комплексе функций.

Аналитические и дифференциальные методы сложны в применении. "Геометрию надо строить геометрически" ("Geometria geometrica") - была поговорка среди математиков. Появилась еще одна ветвь геометрии - *проективная*, в основу которой положен метод проектирования, где нет понятий о числе и величине. Творцами нового направления следует считать французских математиков Понселе, Шаля, Мебиуса. Основу этой науки заложил упомянутый выше Дезарг. Он указал, что изображение предмета в ортогональных проекциях и линейной перспективе родственны с геометрической точки зрения.

Развитию "вольной перспективы" посвятил свои работы английский математик Тейлор (1685-1731гг.), разработавший способы решения основных позиционных задач и определения свойств оригинала по его перспективному изображению. Немецкий геометр Ламберт (1728-1777гг.) применил метод перспективы к графическому решению задач элементарной геометрии, используя свойства аффинного соответствия (*аффинная* геометрия). Ламберт решал и обратную задачу - реконструирование объекта по его чертежу, выполненному в центральной проекции.

Французский инженер Фрезье (1682-1773гг.) объединил работы предшественников в труде "Теория и практика разрезки камней и деревянных конструкций" (1738-39гг.), им были решены задачи построения конических сечений по усложненным данным. Однако строгой теории к представленному собранию отдельных приемов решения задач Фрезье не подвел.

Творцом ортогональных проекций и основоположником *начертательной* геометрии является французский геометр Гаспар Монж (1746-1818гг.). Знания, накопленные по теории и практике изображения



пространственных предметов на плоскости, он систематизировал и обобщил, поднял начертательную геометрию на уровень научной дисциплины.

"...Нужно научить пользоваться начертательной геометрией" - говорил Г. Монж. Две главные цели имела новая наука:

1. Точное представление на чертеже, имеющем только два измерения, объектов трехмерных.

2. Выведение из точного описания тел всего, что следует из их формы и взаимного расположения.

С этой точки зрения начертательная геометрия - это язык, необходимый инженеру, создающему что-то новое, и тем, кто осуществляет инженерный проект.

Влюбленный в свое детище - начертательную геометрию, Монж писал: "Очарование, сопровождающее науку, может победить свойственное людям отвращение к напряжению ума и заставить их находить удовольствие в упражнении своего разума, - что большинству людей представляется утомительным и скучным занятием".

В 1797г. Монж стал директором Политехнической школы. Он создал там ту постановку преподавания геометрии, которая и теперь существует в высших технических заведениях. Сильное впечатление производило то, что практические занятия проводились одновременно для 70 человек, которые работали над своими чертежными досками. "Маленький шедевр" - так Монж называл свою школу, давшую мировой науке много великих имен. Авторами учебников высшей школы стали Ампер, Пуассон, Кориолис, Беккерель и др., окончившие эту школу в разные годы. Когда Политехническая школа набрала силу, стала создаваться другая - Нормальная, которая предназначалась для подготовки уже не инженеров, а преподавателей. Профессорами этой школы были известные ученые Лагранж, Лаплас. Лекции, прочитанные Монжем, были стенографированы и позже опубликованы, сам он не интересовался опубликованием своих работ.

Методы Монжа не были противоположны анализу, а были его дополнением, связанным с практическими потребностями инженерного дела. Впервые ученый предложил рассматривать плоский чертеж в двух проекциях, как результат совмещения изображенной фигуры в одной плоскости - комплексный чертеж или эпюр Монжа.

В работе Г. Монжа "Начертательная геометрия" ("Geometric Descriptive"), изданной в 1798г., решались задачи:

1. Применение теории геометрических преобразований.
2. Рассмотрение некоторых вопросов теории проекций с числовыми отметками.
3. Подробное исследование кривых линий и поверхностей, в частности применение вспомогательных плоскостей и сфер при построении линии пересечения поверхностей.

Появление начертательной геометрии было вызвано возраставшими потребностями в теории изображений.

Дальнейшее развитие начертательная геометрия получила в трудах многих ученых. Наиболее полное изложение идей Монжа по ортогональным проекциям дал Г. Шрейбер (1799-1871гг.), написавший "Учебник по начертательной геометрии" (по Монжу). Он обогатил начертательную геометрию изложением ее на проективной основе, применив идеи Шаля, Штаудта, Рейе, Штейнера и др., разработал теорию теней и сечений кривых поверхностей. Заметны труды ученых немецкой школы. Геометр Вильгельм Фидлер в книге "Начертательная геометрия", изданной в 1871г., в органической связи с геометрией проективной представил первый обширный курс дисциплины, стоящий на уровне современных требований. Прогрессивными в преподавании были лекции Эмиля Мюллера, продолжившего научное направление Фидлера. В работах А. Манигейма (1880г.) исследованы вопросы кинематического образования кривых линий и

поверхностей в ортогональных проекциях. Обоснование теории аксонометрии дал Вейсбах, технические примеры применения аксонометрии показали братья Мейер.

Развивая теорию аксонометрии, профессор Академии изобразительных искусств и Строительной академии в Берлине Карл Польке (1810-1876гг.) в 1853г. открыл основную теорему аксонометрии. Доказательство этой теоремы в 1864г. вывел немецкий геометр Г.А. Шварц. Обобщенная теорема аксонометрии стала называться теоремой Польке - Шварца. Простое доказательство этой теоремы дал в 1917г. профессор Московского университета А.К. Власов. Московский геометр Н.А. Глаголев продолжил работы этого направления, он доказал, что теорема Польке - Шварца есть предельный случай более общей теоремы о параллельно-перспективном расположении двух тетраэдров. Привлекают работы австрийского геометра Эрвина Круппа, получившие развитие в трудах русских ученых Н.А. Глаголева, Н.Ф. Четверухина.

В середине XIX века зарождается и получает развитие начертательная геометрия многих измерений - *многомерная* геометрия. Итальянский математик Веронезе и голландский ученый Скаутте дают начало этому новому направлению. В России многомерная начертательная геометрия развивалась в связи с проблемами физико-химического анализа многокомпонентных структур (сплавов, растворов), состоящих из большого числа элементов. Вместо точек за основные элементы принимаются различные геометрические образы, и строится бесчисленное множество плоских геометрических систем (системы параллельных отрезков, векторов, окружностей и т.д.).

К началу XX века относится зарождение векторно - моторного метода в начертательной геометрии, применяющегося в строительной механике, машиностроении. Этот метод разработан Б. Майором и Р. Мизесом, Б.Н. Горбуновым.

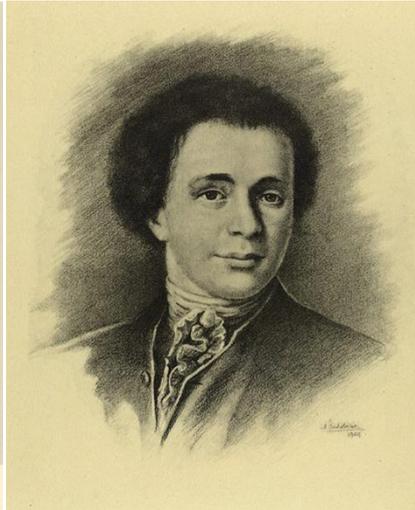
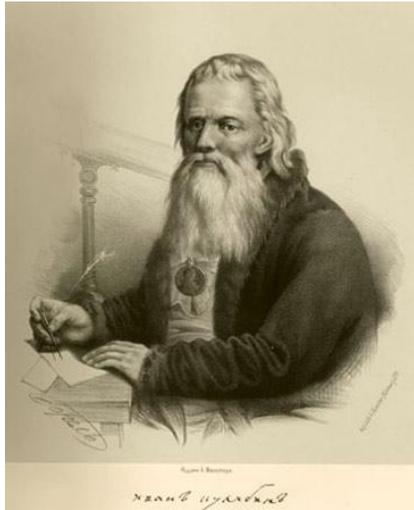
Развитие начертательной геометрии в нашей стране шло самобытными путями, его можно разделить на три периода:

I период - до XIX века (Р. Санников, И.П. Кулибин, Д.В. Ухтомский, М.Ф. Казаков, В.И. Баженов и др.).

II период - от начала XIX века до 1917 года. Впервые курс начертательной геометрии в 1810 году прочитан в Петербургском институте корпуса инженеров путей сообщения французским инженером К.И. Потье. Перевел курс на русский язык помощник Потье по институту Я. А. Севастьянов (1796-1849 гг.).

III период - советский.

Развитие начертательной геометрии в России и применение ее методов в современных научных направлениях - это тема уже другого разговора.



И.П. Кулибин

В.И. Баженов

Р. Мизес

МОНЖ ГАСПАР (10.5.1746, Бон, Кот-д'Ор, — 28.7.1818, Париж), французский математик и общественный деятель, член Парижской АН (1780). Профессор Мезьерской военно-инженерной школы (с 1768), один из основателей и профессор Политехнической школы в Париже (с 1794).



Основные труды Монжа относятся к геометрии. Исходя из идеи проектирования предметов на две взаимно перпендикулярные плоскости, Монж создал общий метод изображения пространственных фигур на плоскости. Работы в этой области были выполнены Монжем в первые годы его деятельности в Мезьерской школе (до середины 70-х гг.), однако написанный им труд «Начертательная геометрия» был издан только в 1799 году.

В работах «Мемуар о развёртках, радиусах кривизн и различных родах перегиба кривых двойкой кривизны» (1771, изд. 1785) и «О свойствах многих родов кривых поверхностей...» (1775, изд. 1780) Монж дал обстоятельное изложение дифференциальной геометрии пространственных кривых и поверхностей: изучил эволюты пространственных кривых, кривизны поверхностей, исследовал огибающие, развёртывающиеся поверхности и т. д.

В 1881 рассмотрел общие свойства нормальных конгруэнций и ввёл в науку линии кривизны поверхностей. В труде Монжа «Приложение анализа к геометрии» (1795), помимо важных открытий по дифференциальной геометрии, дано геометрическое истолкование уравнений с частными производными и, с другой стороны, изложение геометрических фактов на языке уравнений с частными производными. Монжу

принадлежат также работы по математическому анализу, химии, оптике, метеорологии и практической механике.

В период Великой французской революции Монж состоял в комиссии по установлению системы мер и весов, в 1792—93 был морским министром. В 1793 заведовал пороховыми и пушечными заводами республики. Активно участвовал в создании Высшей нормальной школы (1794), Политехнической школы (1794). В период Директории Монж сблизился с генералом Бонапартом, участвовал в его египетской экспедиции 1798—1801. Вернулся во Францию вместе с Бонапартом; возобновил преподавание в Политехнической школе. Во времена Первой империи Монж стал сенатором, получил титул графа. В период Реставрации Монж был лишён всех прав и изгнан из Политехнической школы и Академии наук.

Научная деятельность:

Создание «*Начертательной геометрии*», трактат которой вышел в свет только в 1799 году под заглавием «*Géométrie descriptive*», послужило началом и основой работ, позволивших новой Европе овладеть геометрическими знаниями Древней Греции; работы же по теории поверхностей, помимо своего непосредственного значения, привели к выяснению важного принципа непрерывности и к раскрытию смысла той обширной неопределенности, которая возникает при интегрировании уравнений с частными производными, произвольными постоянными и тем более с появлением произвольных функций.

Принцип непрерывности в том виде, в каком он сформулирован Монжем, может быть изложен следующим образом. Всякое свойство фигуры, выражающее отношения положения и оправдывающееся в бесчисленном множестве непрерывно связанных между собой случаев, может быть распространено на все фигуры одного и того же рода, хотя бы оно допускало доказательство только при предположении, что построения, осуществимые не иначе как в известных пределах, могут быть произведены на самом деле. Такое свойство имеет место даже в тех случаях, когда вследствие полного исчезновения некоторых необходимых для доказательства промежуточных величин предполагаемые построения не могут быть произведены в действительности.

Из других, менее значительных вкладов Монжа в науку следует назвать теорию полярных плоскостей применительно к поверхностям второго порядка; открытие круговых сечений гиперболоидов и гиперболического параболоида; открытие двоякого способа образования поверхностей этих же тел с помощью прямой линии; создание первого представления о линиях кривизны поверхностей; установление начал теории взаимных поляр, разработанной впоследствии Понселе, доказательство теоремы о том, что геометрическое место вершины трёхгранного угла с прямыми плоскими углами, описанного около поверхности второго порядка, есть шар, и, наконец, теорию построения ортогональных проекций трёхмерных объектов на плоскости, получившую название эпюр Монжа (*Épure* — от фр. *чертёж, проект*).

Многочисленные мемуары Монжа издавались в трудах парижской и туринской академий, выходили в «*Journaux de l'École Polytechnique et de l'École Normale*», в «*Dictionnaire de Physique*», «*Методической энциклопедии*» Дидро и д'Аламбера, в

«*Annales de Chimie*» и в «*Décade Egyptienne*», издавались отдельно: «*Dictionnaire de Physique*» (1793—1822), составленный при сотрудничестве Кассини, «*Avis aux ouvriers en fer sur la fabrication de l'acier*» (1794), составленный вместе с Бертолле, и др. В содержатся библиография трудов Монжа (72 наим.) и перечень публикаций о его жизни и деятельности (73 наим.).

Имя Гаспара Монжа внесено в список 72 величайших учёных Франции, помещённый на первом этаже Эйфелевой башни.

ЛИТЕРАТУРА

1. Начертательная геометрия. //Под ред. Н.Ф. Четверухина.- М.: Высшая школа,- 1963.-с.420.
2. Г. Монж Начертательная геометрия./ Комментарии и редакция Д.И. Каргина.- М.: Изд-во АН СССР, 1974.-с.291.
3. В.П. Демьянов Геометрия и Марсельеза. М.: Знание, 1986.- с.254.