

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий
институт

Межинститутская базовая кафедра
«Прикладная физика и космические технологии»
кафедра

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
В.Е. Косенко
подпись инициалы, фамилия
«_____ » _____ 2019 г

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

«Разработка методики радиоконтроля движения космического аппарата на
лунной орбите при групповом запуске искусственного спутника Земли»
тема

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

код и наименование направления

01.04.02.04 «Навигация и управление движением»

код и наименование магистерской программы

Научный руководитель	<u>Профессор МБК ПФиКТ, д-р техн. наук</u>	<u>В.И. Кудымов</u>
	подпись, дата	инициалы, фамилия
Выпускник		<u>Б.А. Шабулкин</u>
	подпись, дата	инициалы, фамилия
Рецензент	<u>Начальник сектора АО «ИСС», канд.техн.наук</u>	<u>Е.В. Ислентьев</u>
	подпись, дата	инициалы, фамилия
Нормоконтролер		<u>Е.С. Сидорова</u>
	подпись, дата	инициалы, фамилия

Красноярск 2019

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий
институт

Межинститутская базовая кафедра
«Прикладная физика и космические технологии»
кафедра

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
В.Е. Косенко
подпись инициалы, фамилия
« 05 » октября 2017 г

ЗАДАНИЕ
НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ
в форме магистерской диссертации

Студенту Шабулкин Владимир Александрович.
фамилия, имя, отчество

Группа ИМ 17-08М Направление (специальность) 01.04.02
номер код

«Прикладная математика и информатика».
наименование

Тема выпускной квалификационной работы: «Разработка методики радиоконтроля движения космического аппарата на лунной орбите при групповом запуске искусственного спутника Земли».

Утверждена приказом по университету № 678/с от 22.01.2018

Руководитель ВКР: В. И. Кудымов, профессор, д-р техн. наук,
МБК «Прикладная физика и космические технологии».

инициалы, фамилия, должность, ученое звание и место работы

Исходные данные для ВКР: данные элементов рассматриваемой орбиты (радиус Луны $R = 1738$ км, сelenоцентрическая параболическая скорость на расстоянии r от центра Луны $v=\sqrt{2}$ км/сек), источники описания предполагаемых группировок: литература по небесной механике, литература по радиоконтролю и диссертационные работы по предлагаемым идеям методик.

Перечень разделов ВКР:

- 1) обоснование выбора селенодезической орбитальной группировки;
- 2) метод расчета для построения селенодезической сети;
- 3) модель движения космического аппарата при групповом запуске.

Перечень графического материала: графики расположения стационарных объектов и данные моделей для расчета эфемерид первого рода.

Руководитель ВКР

подпись

инициалы и фамилия

Задание принял к исполнению

подпись

инициалы и фамилия студента

« ____ » _____ 20__ г.

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме: «Разработка методики радиоконтроля движения космического аппарата на лунной орбите при групповом запуске искусственного спутника Земли» содержит 60 страниц текстового документа, 21 использованный источник.

ЛУНА, ГРУППОВОЙ ЗАПУСК, БАЛЛИСТИКА, НАВИГАЦИЯ, РАДИОКОНТРОЛЬ, ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД, АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД, КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ.

Объектом исследования являются: численный и аналитический модели построения сelenодезической сети, применяемые для обеспечения радиоконтроля при групповом запуске искусственных спутников.

Преследуемые цели:

- 1) создание методики радиоконтроля движения космического аппарата;
- 2) повышение точности определения космического аппарата на орбите Луны;
- 3) улучшение радиоконтроля при групповом запуске;
- 4) повышение надежности сelenодезической сети за счет использования модели движения для групповых запусков искусственных спутников.

В результате проведения работы была создана методика, прорабатывающая построение модели движения космических аппаратов на орбите Луны при групповом запуске. По итогу работы установлено, что при построении сelenодезической сети достаточно использовать навигационные наработки первого поколения глобальной навигационной спутниковой системы связи. Выявлены основные недостатки предлагаемой методики, ограничивающие направление разработок аналогичных моделей. Проработан вопрос дальнейшего применения методики. Предложены дальнейшие возможные пути модернизации методики по улучшению радиоконтроля.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1 Обоснование выбора сelenодезической орбитальной группировки	9
2 Метод расчета для построения сelenодезической сети	37
3 Модель движения космического аппарата при групповом запуске	43
Заключение	56
Список сокращений	58
Список использованных источников	59

ВВЕДЕНИЕ

Активное освоение Луны обуславливает необходимость построения сelenодезической навигационной системы или лунной спутниковой навигационной системы (ЛСНС), которая бы базировалась на основе ранее проработанной глобальной навигационной спутниковой системе (ГНСС), созданной для Земли [1, 2]. Основными потребителями ЛСНС являются лунные подвижные станции, для которых возможно использование навигационной системы первого поколения.

Спутниковое навигационное сelenодезическое обеспечение возможно в случае, когда создана опорная сelenоцентрическая система координат, проработаны модели гравитационного поля Луны (ГПЛ), разработана точная методика радиоконтроля движения космических аппаратов, которые и обеспечивают навигацию потребителей ЛСНС, что возможно реализовать при групповом запуске [3, 4]. С учетом достаточности использования спутниковых систем первого поколения, которые аналогичны системам «Цикада» и «Транзит», достаточно определять широту и долготу по спутниковому навигационному сигналу, а третью координату просчитывать из аналитической модели поверхности Луны.

Необходимое количество опорных станций, к которым возможно «привязать» положение окружающих объектов и налунных потребителей, можно определить с помощью 4–6 космических аппаратов (КА). При поддержании группировки из 4–6 искусственных спутников Луны (ИСЛ) необходима привязка лунных станций, а для их размещения необходимо определение места на лунной поверхности с помощью КА. Удобным вариантом организации навигационной сети в таком случае служит групповой запуск искусственных спутников [5]. Однако, такой запуск КА требует точного и оперативного расчета положения каждого из спутников, что достигается за счет высокоточного обеспечения радиоконтроля. В

настоящее время для определения орбит ИСЗ используется сеть станций, которые размещены по всей территории страны. Станции, которые отслеживают положения КА по всем созвездиям, загружены из-за чего стоимость сеанса радиоконтроля достаточно высока. Чтобы решить проблемы загруженности необходимо проработать новую, эффективную схему радиоконтроля, с помощью которой возможно осуществлять слежение за группировками КА с помощью одной станции.

Создание и повышение эффективности радиоконтроля возможно с помощью разработки специализированной точной методики радиоконтроля движения КА на лунной орбите при применении группового запуска [5], ранее разработанных для развертывания навигационной сети искусственных спутников Земли (ИСЗ). Можно заключить, что групповой запуск и осуществление радиоконтроля возможно при детальной проработке методики точного радиоконтроля движения КА. За основу подобной сети предлагается использовать первое поколение глобальной навигационной спутниковой системы, которая ранее применялась для создания навигационной сети Земли [6-8]. Необходимо разработать методику радиоконтроля движения космического аппарата на лунной орбите при групповом запуске искусственного спутника Земли. Создание методики радиоконтроля движения КА на лунной орбите при групповом запуске позволяет:

- 1) улучшить радиоконтроль движения космических аппаратов;
- 2) повысить точность определения КА на орбите Луны;
- 3) использовать радиоконтроль при групповом запуске;
- 4) повысить надежность сelenодезической сети, за счет использования численно-аналитической модели движения для групповых запусков.

Необходимо определиться с сelenодезической орбитальной группировкой, проработать детально метод расчета для построения сelenодезической сети, уточнить метод, применяемый в модели движения

КА, которую удобно использовать при групповом запуске. Модель движения ИСЛ должна обладать достаточно простой математической основой для проведения расчетов местоположения и скоростей в определенный момент времени на орбите непосредственно на самом КА [9, 10]. Передаваемые данные с нескольких аппаратов при групповом запуске должны быть достаточны, занимать как можно меньше полосу связи, чтобы успевать передавать пакеты информации на Землю для дальнейшей обработки информации. Слежение за группировкой КА при оперативном обмене по межспутниковой линии связи обеспечивается взаимообменом информации на линии КА-КА.

При выборе необходимой селенодезической группировки важно обратить внимание на параметры возмущений элементов орбит, которые вносят большую часть искажений, погрешностей в модель расчета орбитального положения КА [11]. Для увеличения оперативности расчета, возможного использования полноценной модели движения и положения ИСЛ на орбите бортовым программным комплексом выгодно использовать аналитическую модель движения КА [12-15]. В диссертации возмущения в модели движения космического аппарата при групповом запуске на лунной орбите. Из опыта работ по повышению точности навигационных систем 1-го поколения [5, 10, 15] и на основе производимых операций расчета и уточнения параметров орбиты следует, что точность спутниковых навигационных систем (СНС) определяется точностью интегрирования уравнений движения навигационного спутника в полном гравитационном поле [16, 17].

Все вышеизложенные цели и задачи возможно решить, выбрав необходимую и достаточную орбитальную группировку, определив метод расчета селенодезической сети, обеспечив функционирование сети на основе численно-аналитической модели движения КА при учете гравитационных возмущений Луны [18].

1 Обоснование выбора сelenодезической орбитальной группировки

Методика радиоконтроля орбит строится на точном навигационном определении ИСЛ на орбите. Точность навигации селенодезической сети определяется по аналогии с земными навигационными сетями погрешностями, вносимыми в систему, за счет неточных значений эфемерид навигационного спутника в тот или иной момент времени.

В свою очередь точность информации об эфемеридах и их значениях обуславливается погрешностями, которые либо учитываются, либо не учитываются моделью, определяющей положение и движение КА на орбите Луны. Дополнительной погрешностью при построении селенодезической сети является отсутствие на сегодняшний день или недостаточность в ближайшей перспективе селенодезических привязок измерительных средств, которые могут быть определены за счет размещения на лунной поверхности компактных налунных станций. Помимо описанных проблем существуют еще погрешности траекторных измерений, которые необходимо учитывать при построении модели, описывающей движение и положение ИСЛ на орбите, а также продолжительность прогноза, которая зависит от точности используемой модели для предсказания движения и положения КА на орбите в заданный промежуток времени.

Учитывая все вышеописанные факторы, возможно заключить, что значительное влияние на точность эфемеридной информации оказывает схема радиоконтроля орбиты, привлекаемая для организации селенодезической сети. Подобный тип модели радиоконтроля характеризуется составом привлекаемых средств, размещением навигационно-измерительных пунктов и организацией траекторных измерений. Для того, чтобы обеспечить точность эфемерид при групповом запуске для построения селенодезической сети достаточно выбрать схему

построения, которая бы удовлетворяла определению данной эфемеридной информации в расчете до одного или трех километров при условии, что для Луны влияние гравитационных аномалий много меньше, чем в случае с Землей. Для этого необходимо при построении сelenодезической сети обеспечить проведение траекторных измерений двумя или тремя пунктами на двух или трех подряд следующих витках в течение суток. С учетом более точного определения гравитационного поля Луны лучшими условиями траекторных измерений станут геометрические измерения Луны и ее поверхности. Рядом авторов [5, 10, 15] определены для случая с Землей требования к геометрии проведения радиоконтроля орбиты, что возможно применить при построении сelenодезической сети, так как аналогичность подхода определена и доказана. Для Луны необходимыми требованиями геометрии радиоконтроля будут следующие: проведение измерений симметрично направлению, перпендикулярное полету КА или его диаметральной плоскости, плоскости орбиты и на восходящих и сопряженных витках. Для разработки сelenодезических критериев выбора плана траекторных измерений существует необходимость получения количественных оценок влияния условий радиоконтроля орбит на точность расчета эфемеридной информации групповых КА.

Анализ точности радиоконтроля лучше проводить в системе координат, в которой частные производные симметричны и, как следствие, в таком случае исследуемый процесс является более наглядным, а оценочные выражения будут достаточно просты. Подобной системой является орбитальная система координат, предложенная для радиоконтроля искусственных спутников Земли профессором, доктором технических наук В.И. Кудымовым [5].

Связь орбитальной системы с гринвичской в такой системе описывается аналогично орбитальной системе Земли, где благодаря двум поворотам: первый поворот относительно оси вращения планеты или

естественного спутника по оси OZ на угол, равный значению узла орбиты в гринвичской системе координат $L_{\text{тр}}$, а второй – относительно оси узла орбиты, то есть по оси плоскости ОХ на угол $(90^\circ - i^\circ)$, строится модель, отображенная на рисунке 1:

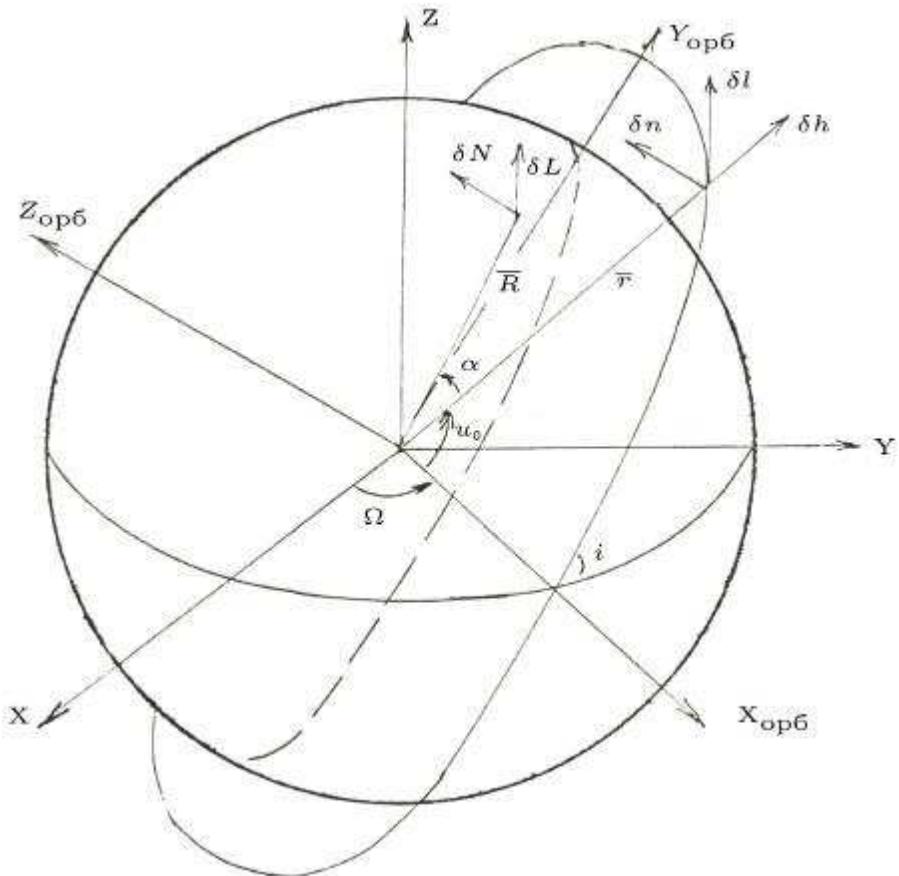


Рисунок 1 – Центральная орбитальная система координат

При подобной системе координат взаимосвязь элементов указанных систем определяется следующими формулами (1)–(3):

$$\begin{cases} x' = x \cos L_{\text{тр}} + y \sin L_{\text{тр}} \\ y' = -x \sin L_{\text{тр}} + y \cos L_{\text{тр}} \\ z' = z \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_{\text{op}} = x' \\ y_{\text{op}} = y' \cos(90^\circ - i) - z' \cos i, \\ z_{\text{op}} = z' \cos(90^\circ - i) + y' \cos i \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_{\text{op}} = x \cos L_{\text{rp}} + y \sin L_{\text{rp}} \\ y_{\text{op}} = -x \sin L_{\text{rp}} \sin i + y \cos L_{\text{rp}} \sin i - 2 \cos i, \\ z_{\text{op}} = z \sin i - x \sin L_{\text{rp}} \cos i + y \cos L_{\text{rp}} \cos i \end{cases} \quad (3)$$

В таком случае угловые координаты потребителей в орбитальной системе будут определяться по формуле (4):

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{y_{\text{op}}}{R} \\ \cos u_0 = \frac{x_{\text{op}}}{R \cos \alpha}, \\ \sin u_0 = \frac{z_{\text{op}}}{R \cos \alpha} \end{cases} \quad (4)$$

Теперь выражая координаты системы, подставив соответствующую систему уравнений из формулы (3) получим потребительские координаты, выраженные через географическое местоположение, формула (5):

$$\begin{cases} x = R \cos \phi \cos \lambda \\ y = R \cos \phi \sin \lambda, \\ z = R \sin \phi \end{cases} \quad (5)$$

Подставляя данные координат, выраженные системой уравнений в формуле (5) в выраженную орбитальную систему через систему уравнений по формуле (4) получим следующую соответствующую систему уравнений, формула (6), которая будет выглядеть следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \alpha = \cos \phi \sin i \sin(\phi - L_{\text{rp}}) - \sin \phi \cos i \\ \cos u_0 = \frac{\cos \phi \cos(\lambda - L_{\text{rp}})}{\cos \alpha} \\ \sin u_0 = \frac{\sin \phi \sin i + \cos \phi \cos i \sin(\lambda - L_{\text{rp}})}{\cos \alpha} \end{array} \right., \quad (6)$$

Чтобы преобразовать полученную систему уравнений, формула (6), необходимо ввести аналитическое представление оценочных выражений с пределами, которые будут соответствовать началу и концу производимых измерений. Для этого воспользуемся формулой (7) [5]:

$$\left[\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial s_i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial s_j} \right) \right] = \frac{N}{\Delta s} \int_{S_N}^{S_k} \frac{\partial D}{s_i} \frac{\partial D}{s_j} \partial s \quad (7)$$

где $i = 1, 2 \dots m$;

$j = 1, 2 \dots m$;

Δs – продолжительность мерного интервала.

С использованием данного уравнения возможно получить аналитические выражения для коэффициентов трансформации погрешностей в положении КА в координаты потребителя при допущении, что движение спутника в зоне радиовидимости потребителя равномерное прямолинейное. Продифференцировав выражения в формулах (6) и (7) по наклонению орбиты, получим следующую систему уравнений, формула (8):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial D}{\partial i} = \frac{rR}{D} \left[\frac{\partial \alpha \sin \alpha \cos(u - u_0)}{\partial i} - \frac{\partial u_0 \cos \alpha \sin(u - u_0)}{\partial i} \right] \\ \frac{\partial \alpha}{\partial i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 u_0}} \\ \frac{\partial u_0}{\partial i} = \tan(-\alpha) \frac{1 - \tan^2 \frac{u_0}{2}}{1 + \tan^2 \frac{u_0}{2}} \\ \frac{\partial D}{\partial i} = \frac{1}{2} \frac{rR(\cos(\alpha - u) - \cos(\alpha + u))}{D} \end{array} \right., \quad (8)$$

Аналогичным образом возможно определить формулы частных производных, взятых относительно наклонения, по всем элементам орбиты. Тогда общее представление будет следующим, формула (9):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial D}{\partial i} = \frac{rR \sin \alpha \sin u}{D} \\ \frac{\partial D}{\partial L_{\text{rp}}(\Omega)} = \frac{rR[\cos \alpha \cos i \sin(u - u_0) - \sin \alpha \sin i \cos u]}{D} \\ \frac{\partial D}{\partial \lambda} = \frac{1}{2} \frac{rR(\sin(u - u_0 + \alpha) + \sin(u - u_0 - \alpha))}{D} \\ \frac{\partial D}{\partial q} = \frac{1}{D} \left[(r^2 - D_0^2) \sin(u - u_0) \sin u - \frac{(r^2 + D^2) \cos u}{2} \right] \\ \frac{\partial D}{\partial k} = \frac{1}{D} \left[(D_0^2 - r^2) \sin(u - u_0) \cos u + \frac{(r^2 + D^2) \sin u}{2} \right] \end{array} \right. , \quad (9)$$

где $\lambda = M + \omega$,

$q = e \cos \omega$,

$k = e \sin \omega$,

α – большая полуось орбиты,

e – эксцентриситет орбиты,

i – наклонение орбиты,

Ω – долгота восходящего узла,

ω – аргументperiцентра,

M – средняя аномалия.

При выражении элементов системы уравнений: $\frac{\partial D}{\partial q}$ и $\frac{\partial D}{\partial k}$ – были использованы уравнения формулы (10):

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta u = \cos i \delta \Omega - 2 \cos u \delta k + 2 \cos u \delta q + \delta \lambda \\ \delta r = -\alpha \sin u \delta k - \alpha \cos u \delta q + \delta \alpha \\ \delta \alpha = \cos u \sin i \delta \Omega - \sin u \delta i \end{array} \right. , \quad (10)$$

В выбранной нами орбитальной системе координат выражение для наклонной дальности спутника принимает вид формулы (11):

$$D = \sqrt{(r^2 - 2rR \cos a \cos(u - u_0) + R^2)}. \quad (11)$$

В направлении, перпендикулярном полету КА формула (11) примет вид формулы (12):

$$D_0 = \sqrt{(r^2 - 2rR \cos a + R^2)}. \quad (12)$$

При разложении получим формулу (13):

$$D = \sqrt{\left(D_0^2 + rR \cos a (u - u_0)^2\right)}. \quad (13)$$

После того, как мы продифференцируем выражения, представленные формулами (12) и (13) по тому же наклонению орбиты, то получим следующее представление в виде системы, выраженной через формулу (14):

$$\begin{cases} \frac{\partial D}{\partial i} = \frac{D_0}{D} \frac{\partial D_0}{\partial i} - \frac{rR}{D} (u - u_0) \frac{\partial u_0}{\partial i} \cos a - \frac{1}{2} \frac{rR}{D} (u - u_0)^2 \frac{\partial a}{\partial i} \sin a, \\ \frac{\partial D_0}{\partial i} = \frac{rR}{D_0} \frac{\partial a}{\partial i} \sin a. \end{cases} \quad (14)$$

Если использовать в расчетах формулы (14) для упрощения выражения, выведенные в формуле (8), то получим следующее их представление по формуле (15):

$$\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} = -\frac{nrR}{D^2} \left[\frac{\partial D}{\partial i} \cos a (u - u_0) D + \frac{\partial u_0}{\partial i} \cos a + D(u - u_0) \frac{\partial a}{\partial i} \sin a \right]. \quad (15)$$

Если мы будем учитывать тот факт, что построение селенодезической сети должно основываться на первом поколении навигационных спутниковых систем, разработанных для Земли, то с соответствующими параметрами и для Луны будет использоваться минимальный угол места над горизонтом, который составляет 10° , тогда и значения элементов большой полуоси орбиты и аргументов широты примут ограничения в следующих значениях, формула (16):

$$\begin{cases} -0.4 \leq \alpha \leq 0.4, \\ 0.4 \leq u - u_0 \leq 0.4. \end{cases} \quad (16)$$

В таком случае возможно привести более простую формулу, выражающую приближенное значение элемента $\frac{\delta \dot{D}}{\delta i}$ по формуле (17):

$$\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \approx \frac{nrR a [D_0^2 \cos u_0 - Rr(u - u_0) \sin u_0]}{D^3}. \quad (17)$$

Для прочих элементов орбиты формулы приближенных вычислений частных производных будут определяться аналогичным образом. После всех преобразований мы получим следующую систему уравнений, выраженных через формулу (18):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \approx \frac{nrR a [D_0^2 \cos u_0 - Rr(u - u_0) \sin u_0]}{D^3}, \\ \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \approx \frac{nrR[D_0^2 (\cos i + a \sin i \sin u_0) + Rra(u - u_0) \sin i \cos u_0]}{D^3}, \\ \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \approx \frac{nrR[4D_0^2 \sin u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0) \cos u_0]}{2D^3}, \\ \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \approx \frac{nrR[-4D_0^2 \cos u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0) \sin u_0]}{2D^3}, \\ \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \approx \frac{nrRD_0^2}{D^3}, \\ \frac{\partial \dot{D}}{\partial \alpha} \approx -\frac{nR(2RH - D^2)(u - u_0)}{2D^3}. \end{array} \right. \quad (18)$$

Производимые уточнения по элементам орбиты спутника схожи с алгоритмом решения навигационной задачи, в связи с чем, при уточнении параметров мы используем избыточное число измерений на большом интервале, равном несколько суток. Тогда рассчитываемая измерительная система позволяет с помощью методов определения средних значений: будь то метод наименьших квадратов (МНК), метод наименьших модулей или метод медианы, уточнять параметры, существенно влияющих на движение искусственного спутника. Так приводимые нами методы оценивания точности решения навигационных задач применимы и для оценки точностных характеристик параметров орбит.

Чтобы определить оптимальную схему радиоконтроля навигационных орбит, образующих селенодезическую сеть, достаточно провести анализ системы нормальных уравнений, которая учитывает доплеровские траекторные измерения, используемые для уточнения параметров орбит. Любая схема радиоконтроля определяется оптимальными условиями нахождения элементов орбиты, в нашем случае используем следующие, ранее описанные элементы i, Ω, q, k, λ .

Большая полуось орбиты a выражается через среднее движение КА n по орбите на необходимом интервале, как следствие, уточнение среднего

движения дает более точный результат по элементу большой полуоси, при этом значения среднего движения не требует какого-либо дополнительного учета в геометрии траекторных измерений. Таким образом система частных производных будет выражена через формулы (19)–(23):

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] \delta i + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] \delta \Omega + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] \delta q + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] \delta k + \\ & + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] \delta \lambda = \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \Delta \dot{D} \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] \delta i + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] \delta \Omega + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] \delta q + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] \delta k + \\ & + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] \delta \lambda = \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \Delta \dot{D} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] \delta i + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] \delta \Omega + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] \delta q + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] \delta k + \\ & + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] \delta \lambda = \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \Delta \dot{D} \right], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] \delta i + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] \delta \Omega + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] \delta q + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] \delta k + \\ & + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] \delta \lambda = \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \Delta \dot{D} \right], \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] \delta i + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] \delta \Omega + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] \delta q + \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] \delta k + \end{aligned} \quad (23)$$

$$+ \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k\lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] \delta \lambda = \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \Delta \dot{D} \right].$$

С учетом формулы (18) распишем суммы частных производных по элементам в виде следующих формул (24)–(38):

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right)^2 \right] &= \left[\left(\frac{nRr\alpha}{D^3} \right)^2 \{ D_0^4 \cos^2 u - 2rRD_0^2(u - u_0) \sin u_0 \cos u_0 + \right. \\ &\quad \left. + r^2R^2(u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right) \{ \alpha D_0^4 \cos u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) - \right. \\ &\quad \left. - \alpha^2 Rr(u - u_0)^2 \sin u_0 \cos u_0 \sin i - \alpha D_0^2 Rr(u - u_0) \sin u_0 \times \right. \\ &\quad \left. \times (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) - \alpha^2 r^2 R^2(u - u_0)^2 \sin u_0 \cos u \sin i \} \right], \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ 4\alpha D_0^4 \sin u_0 \cos u_0 + \alpha D_0^2(u - u_0) \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos^2 u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \sin i - 4\alpha D_0^2 Rr(u - u_0) \sin^2 u_0 - \right. \\ &\quad \left. - \alpha rR(u - u_0) \sin u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \cos u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] &= \left[\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ -4\alpha D_0^4 \cos^2 u_0 - \alpha Rr(u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \times \right. \\ &\quad \left. \times (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) + \alpha D_0^2 \cos u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ &\quad \left. \times (u - u_0) \sin u_0 + 4\alpha Rr D_0^2 \sin u_0 \cos u_0 (u - u_0) \} \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\alpha \left(\frac{nRr D_0}{D^3} \right) \{ D_0^2 \cos u_0 - Rr(u - u_0) \sin u_0 \} \right], \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ D_0^2 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0)^2 + \right. \\ & + \alpha^2 R^2 r^2 (u - u_0)^2 \sin^2 i \sin^2 u_0 + \\ & \left. + 2rD_0^2 \alpha R (u - u_0) \sin i \cos u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) \} \right], \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ 4D_0^4 \sin u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) + \right. \\ & + \alpha Rr (u - u_0)^2 \sin i \cos^2 u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) + \\ & + 4\alpha D_0^2 Rr (u - u_0) \sin i \sin u_0 \cos u_0 + D_0^2 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \\ & \times (u - u_0) \cos u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) \} \right], \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ -4D_0^4 \cos u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) - \right. \\ & - 4D_0^2 \alpha Rr (u - u_0) \sin i \cos^2 u_0 + D_0^2 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) (u - u_0) \times \\ & \times (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) \sin u_0 + \alpha Rr (u - u_0)^2 \sin i \times \\ & \left. \times \sin u_0 \cos u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \} \right], \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ D_0^2 D_0^2 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) + \right. \\ & + Rr \alpha (u - u_0) \sin i \cos u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ 16D_0^4 \alpha^2 + 8D_0^2 \alpha (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ & \times (u - u_0) \sin u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)^2 (u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ -16D_0^2 \sin u_0 \cos u_0 - 4D_0^2 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ & \times (u - u_0) \cos^2 u_0 + 4D_0^2 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) (u - u_0) \sin^2 u_0 + \\ & \left. + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)^2 (u - u_0)^2 \sin u_0 \cos u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 D_0^2 \{ 4D_0^2 \sin u_0 + \right. \\ & \left. +(2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0) \cos u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ 16D_0^4 \cos^2(u_0) - 8D_0^2 \cos u_0 \sin u_0 \times \right. \\ & \left. \times (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)^2 (u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{nRr D_0}{D^3} \right)^2 \{ -4D_0^2 \cos u_0 + \right. \\ & \left. +(2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0) \sin u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (37)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRr D_0^2}{D^3} \right)^2 \right]. \quad (38)$$

За все время наблюдения траекторные измерения при принятых допущениях будут симметричными относительно направления, перпендикулярного полету КА. При данном условии симметричности в формулах (24)–(38) не будет слагаемых, которые содержат первую степень разности аргумента широты $(u - u_0)$, за счёт чередования знака этого выражения относительно долготы направления, перпендикулярного полету спутника, u_0 будет представлено следующими формулами (39)–(53):

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] = \left[\left(\frac{nRr \alpha}{D^3} \right)^2 \{ D_0^2 \cos u_0 + R^2 r^2 (u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \}^2 \right], \quad (39)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] = [\left(\frac{nRr}{D^3} \right) \{ \alpha D_0^4 \cos u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) - \alpha^2 R^2 r^2 (u - u_0)^2 \sin u_0 \cos u_0 \sin i \}], \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] &= [\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ 4\alpha D_0^2 \sin u_0 \cos u_0 - \alpha Rr (u - u_0)^2 \sin u_0 \times \\ &\times \cos u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \}], \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] &= [\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ -4\alpha D_0^2 \cos^2 u_0 - \alpha Rr (u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \times \\ &\times (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \}], \end{aligned} \quad (42)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\alpha \left(\frac{nRr D_0}{D^3} \right)^2 \{ D_0^2 \cos u_0 \} \right], \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ D_0^4 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0)^2 + \right. \\ &\left. + Rr \alpha^2 (u - u_0) \sin i \cos u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] &= [\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ 4D_0^4 \sin u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) + \\ &+ \alpha Rr (u - u_0)^2 \sin i \cos^2 u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \}], \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] &= [\frac{1}{2} \left(\frac{nRr}{D^3} \right) \{ -4D_0^4 \cos u_0 (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) + \\ &+ \alpha R (u - u_0)^2 \sin i \sin u_0 \cos u_0 (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \}], \end{aligned} \quad (46)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRr D_0}{D^3} \right)^2 D_0^2 \{ (\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) \} \right], \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ 16D_0^4 \sin u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ & \left. \times (u - u_0) \cos^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ -16D_0^2 \sin u_0 \cos u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ & \left. \times (u - u_0)^2 \sin u_0 \cos u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (49)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[2 \left(\frac{nRD_0}{D^3} \right)^2 D_0 \sin u_0 \right], \quad (50)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = & \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ 16D_0^4 \cos^2 u_0 + \right. \\ & \left. +(2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (51)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[= 2 \left(\frac{nRrD_0}{D^3} \right)^2 D^2 \cos u_0 \right], \quad (52)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRrD^2}{D^3} \right)^2 \right]. \quad (53)$$

В связи с тем, что планеты и естественные их спутники вращаются относительно своих осей, траекторные измерения возможно проводить симметрично относительно плоскости орбиты и на нисходящей и восходящей ее частях.

При выполнении условия симметрии измерений относительно плоскости орбиты, за счёт чередования знаков, значения угла α обратятся в

нуль, следовательно, уравнения примут иной более упрощенный вид, отображенный в формулах (54)–(68):

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] = \left[\left(\frac{nRr\alpha}{D^3} \right)^2 \{ D_0^4 \cos^2 u_0 + R^2 r^2 (u - u_0)^2 \sin u_0 \} \right], \quad (54)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] = \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right) (-\alpha^2 R^2 r^2 (u - u_0) \sin u_0 \cos u_0 \sin i) \right], \quad (55)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = 0, \quad (56)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = 0, \quad (57)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = 0, \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ D_0^2 (\cos^2 i + \alpha^2 \sin^2 i \sin^2 u_0) + \right. \\ &\quad \left. + R^2 r^2 \alpha^2 (u - u_0)^2 \sin^2 i \cos^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (59)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = \left[2 \left(\frac{nRr}{D^3} \right) D^4 {}_0 \sin u_0 \cos i \right], \quad (60)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = \left[-2 \left(\frac{nRr}{D^3} \right) D^4 {}_0 \cos u_0 \cos i \right], \quad (61)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRr D_0}{D^3} \right) D^2 {}_0 \cos i \right], \quad (62)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ -16D_0^4 \sin^2 u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0)^2 \cos^2 u_0, \right. \\ \left. + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \quad (63)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ -16D_0^2 \sin u_0 \cos u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ \left. \times (u - u_0)^2 \sin u_0 \cos u_0 \} \right], \quad (64)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[2 \left(\frac{nRD_0r}{D^3} \right)^2 D^2_0 \sin u_0 \right], \quad (65)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ -16D_0^4 \cos^2 u_0 + \right. \\ \left. + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \quad (66)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[-2 \left(\frac{nRrD_0}{D^3} \right)^2 D^2_0 \cos u_0 \right], \quad (67)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRrD^2_0}{D^3} \right)^2 \right]. \quad (68)$$

При наличии симметричных измерений, но уже на восходящей и нисходящей частей витка, из-за чередующихся знаков все члены уравнений при параметре $\cos u_0$ в формулах (54)–(68) обращаются в нуль, а уравнения принимают вид формул (69)–(83):

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] = \left[\left(\frac{nRr\alpha}{D^3} \right)^2 \{ D_0^4 \cos^2 u_0 + R^2 r^2 (u - u_0)^2 \sin u_0 \} \right], \quad (69)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] = 0, \quad (70)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = 0, \quad (71)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = 0, \quad (72)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = 0, \quad (73)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ D_0^4 (\cos^2 i + \alpha^2 \sin^2 i \sin^2 u_0) + \right. \\ &\quad \left. + R^2 r^2 \alpha^2 (u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \cos^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (74)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = \left[2 \left(\frac{nRr}{D^3} \right) D^4 \sin u_0 \cos i \right], \quad (75)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = 0, \quad (76)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRr D^2}{D^3} \right)^2 \cos i \right], \quad (77)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ 16D_0^4 \sin^2 u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ &\quad \left. \times (u - u_0)^2 \cos^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (78)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = 0, \quad (79)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[2 \left(\frac{nRD_0r}{D^3} \right)^2 D^2{}_0 \sin u_0 \right], \quad (80)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ -16D_0^4 \sin^2 u_0 + (2RH + 3D^2 - 4D_0^2) \times \right. \\ &\times \left. (u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (81)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = 0, \quad (82)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRrD^2{}_0}{D^3} \right)^2 \right]. \quad (83)$$

По аналогии с Землей, когда и в Лунных полушариях получаем симметричные измерения, то соответствующие уравнения, содержащие элемент $\sin u_0$, из формул (69)–(83) обнуляются, и мы имеем следующий вид уравнений по формулам (84)–(98):

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right] = \left[\left(\frac{nRr\alpha}{D^3} \right)^2 \{ D_0^4 \cos^2 u_0 + R^2 r^2 (u - u_0)^2 \sin^2 u_0 \} \right], \quad (84)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] = 0, \quad (85)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = 0, \quad (86)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = 0, \quad (87)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = 0, \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{D^3} \right)^2 \{ D_0^4 (\cos i + \alpha^2 \sin^2 i \sin^2 u_0) + \right. \\ &\quad \left. + R^2 r^2 \alpha^2 (u - u_0) \sin^2 i \cos^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (89)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] = 0, \quad (90)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = 0, \quad (91)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRr D^2_0}{D^3} \right)^2 \cos i \right], \quad (92)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right] &= \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ 16D_0^4 \sin^2 u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) \times \right. \\ &\quad \left. \times (u - u_0) \cos^2 u_0 \} \right], \end{aligned} \quad (93)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = 0, \quad (94)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = 0, \quad (95)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right] = \left[\left(\frac{nRr}{2D^3} \right)^2 \{ -16D_0^4 \cos^2 u_0 + (2RH + 3D^2 - 4D_0^2) \times \right. \\$$

$$\times (u - u_0)^2 \sin^2 u_0}],$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = 0, \quad (97)$$

$$\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right] = \left[\left(\frac{nRrD^2}{D^3} \right)_0^2 \right]. \quad (98)$$

В случае группового запуска КА на орбиту Луны, можно считать, что сумма члена $\left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right]$ аналогично обратится в ноль, как в случае запуска у Земли ИСЗ на околополярной орбите. Таким образом вся система при групповом запуске ИСЛ для построения сelenодезической сети представится в виде треугольной матрицы по формуле (99), главная диагональ которой будет содержать в себе отклонения по каждому из элементов, а прочие элементы матрицы будут равны нулю:

$$\begin{vmatrix} \left[\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \right)^2 \right] \delta i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left[\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \right)^2 \right] \delta \Omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left[\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \right)^2 \right] \delta q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left[\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \right)^2 \right] \delta k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left[\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \right)^2 \right] \delta \lambda \end{vmatrix} \begin{matrix} \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial i} \Delta \dot{D} \right] \\ \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega} \Delta \dot{D} \right] \\ \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial q} \Delta \dot{D} \right] \\ \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial k} \Delta \dot{D} \right] \\ \left[\frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda} \Delta \dot{D} \right] \end{matrix} \quad (99)$$

Из представленной выше треугольной матрицы можно заключить, что между погрешностями элементов данной матрицы будут отсутствовать

какие-либо взаимозависимости, в связи с чем мы можем представить по каждому ее элементу, то есть по каждой погрешности определения элемента орбиты, соответствующее каждому расхождению, каждой погрешности точное уравнение, которое и определит величину расхождения того или иного элемента. Запишем по каждому из пяти ранее описанных нами элементов: i , Ω , q , k , λ соответствующие им формулы (100)-(104), определяющие расхождения в данных элементах:

$$\delta i = \frac{\delta \dot{D}}{\sqrt{\left(\frac{nRr\alpha}{D^3}\right)^2 (D_0^4 \cos^2 u_0 + R^2 r^2 (u - u_0)^2 \sin^2 u_0)}}, \quad (100)$$

$$\delta \Omega = \frac{\delta \dot{D}}{\sqrt{\left(\frac{nRr\alpha}{D^3}\right)^2 (D_0^4 \alpha^2 \sin^2 u_0 + R^2 r^2 \alpha (u - u_0) \cos^2 u_0)}}, \quad (101)$$

$$\delta q = \frac{\delta \dot{D}}{\sqrt{\left(\frac{nRr}{2D^3}\right)^2 (16D_0^4 \sin^2 u_0 + (2RH + 3D^3 + 4D_0^2)(u - u_0)^2 \cos u_0)}}, \quad (102)$$

$$\delta k = \frac{\delta \dot{D}}{\sqrt{\left(\frac{nRr}{2D^3}\right)^2 (-16D_0^4 \cos^2 u_0 + (2RH + 3D^3 + 4D_0^2)(u - u_0) \sin^2 u_0)}}, \quad (103)$$

$$\delta \lambda = \frac{\delta \dot{D}}{\sqrt{\left(\frac{nRr D_0^2}{D^3}\right)^2}}. \quad (104)$$

Мы получили уравнения, которые определяют погрешности измерений элементов орбиты. Данные погрешности параметров орбиты определены из того, что мы обеспечиваем на Луне радиоконтроль при запросном измерении радиальной скорости. В нашем случае при построении начальной навигационной селенодезической сети нецелесообразно использовать

громоздкие беззапросные системы или учитывать радиоконтроль орбиты с ограниченной территории при групповом запуске КА и с учетом отсутствия распределенных континентальных разрывов, как в случае с Землей. На данный период освоения Луны беззапросные измерения невозможно в полном объеме передавать на Землю без большого количества потерь информации, а сами ИСЛ не смогут хранить и обрабатывать большие массивы данных, собранные с беззапросных измерений.

Однако, в дальнейшем навигационные системы с беззапросным измерением радиальной скорости позволят уже с учетом привязок к стационарным Лунным станциям при наличии соответствующего технического оснащения дать более полное представление о лунной поверхности и сelenодезических характеристиках. Поэтому по аналогии с проделанной выше работой приведем основные формулы при беззапросных измерениях радиальной скорости.

Для упрощения введем следующую замену по формуле (105):

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{\partial \dot{D}}{\partial i}, \\
 \epsilon &= \frac{\partial \dot{D}}{\partial \Omega}, \\
 c &= \frac{\partial \dot{D}}{\partial q}, \\
 d &= \frac{\partial \dot{D}}{\partial k}, \\
 l &= \frac{\partial \dot{D}}{\partial \lambda}, \\
 \frac{\partial \dot{D}}{\partial \delta \dot{D}} &= 1
 \end{aligned} \tag{105}$$

В таком случае при осуществлении беззапросного способа измерений система нормальных уравнений для нахождения отклонений элементов и

расчета постоянной погрешности измерений, определяемая за один сеанс, представится по формулам (106)–(111):

$$[aa]\delta i + [a\vartheta]\delta\Omega + [ac]\delta q + [ad]\delta k + [al]\delta\lambda + [a]\delta\dot{D} = [a\Delta\dot{D}], \quad (106)$$

$$[\vartheta a]\delta i + [\vartheta\vartheta]\delta\Omega + [\vartheta c]\delta q + [\vartheta d]\delta k + [\vartheta l]\delta\lambda + [\vartheta]\delta\dot{D} = [\vartheta\Delta\dot{D}], \quad (107)$$

$$[ca]\delta i + [c\vartheta]\delta\Omega + [cc]\delta q + [cd]\delta k + [cl]\delta\lambda + [c]\delta\dot{D} = [c\Delta\dot{D}], \quad (108)$$

$$[da]\delta i + [d\vartheta]\delta\Omega + [dc]\delta q + [dd]\delta k + [dl]\delta\lambda + [d]\delta\dot{D} = [d\Delta\dot{D}], \quad (109)$$

$$[la]\delta i + [l\vartheta]\delta\Omega + [lc]\delta q + [ad]\delta k + [ll]\delta\lambda + [l]\delta\dot{D} = [l\Delta\dot{D}], \quad (110)$$

$$[a]\delta i + [\vartheta]\delta\Omega + [c]\delta q + [d]\delta k + [l]\delta\lambda + N\delta\dot{D} = [\Delta\dot{D}]. \quad (111)$$

Применив по аналогии операции над уравнениями с ранее изложенными преобразованиями, а также учитывая симметрии в плоскостях по причине группового запуска КА, получим следующее итоговое представление формул (106)–(111) в виде типов уравнений по формулам (112)–(116):

$$[aa \cdot I]\delta i + [a\vartheta \cdot I]\delta\Omega + [ac \cdot I]\delta q + [ad \cdot I]\delta k + [al \cdot I]\delta\lambda = [a\Delta\dot{D} \cdot I], \quad (112)$$

$$[\vartheta a \cdot I]\delta i + [\vartheta\vartheta \cdot I]\delta\Omega + [\vartheta c \cdot I]\delta q + [\vartheta d \cdot I]\delta k + [\vartheta l \cdot I]\delta\lambda = [\vartheta\Delta\dot{D} \cdot I], \quad (113)$$

$$[ca \cdot I]\delta i + [c\vartheta \cdot I]\delta\Omega + [cc \cdot I]\delta q + [cd \cdot I]\delta k + [cl \cdot I]\delta\lambda = [c\Delta\dot{D} \cdot I], \quad (114)$$

$$[da \cdot I]\delta i + [d\vartheta \cdot I]\delta\Omega + [dc \cdot I]\delta q + [dd \cdot I]\delta k + [dl \cdot I]\delta\lambda = [d\Delta\dot{D} \cdot I], \quad (115)$$

$$[la \cdot I]\delta i + [l\epsilon \cdot I]\delta \Omega + [lc \cdot I]\delta q + [ad \cdot I]\delta k + [ll \cdot I]\delta \lambda = [l\Delta \dot{D} \cdot I]. \quad (116)$$

Практика радиоконтроля орбит [5] по всем имеющимся и доступным навигационным КА, используемых для навигации на Земле, показывает, что точность определения элементов орбиты характеризуется воздействием систематических погрешностей расчёта невязок между измеренными и вычисленными значениями определяемой величины. В связи с чем необходимо при существующих разделениях измеряемых и вычисляемых элементов, провести обоснование оптимальной схемы радиоконтроля движения космического аппарата на лунной орбите при групповом запуске ИСЗ, используя упрощённую методику оценки точности решения задачи по доплеровским измерениям. Для этого запишем уравнение невязок, определяемое по формуле (117):

$$\begin{aligned} \Delta \dot{D} = & \frac{nRr[D_0^2 \cos u_0 - rR(u - u_0) \sin u_0]\delta i}{D^3} + \\ & + \frac{nRr}{D^3} [D_0^2(\cos i + \alpha \sin i \sin u_0) + rR\alpha(u - u_0) \sin i \cos u_0]\delta \Omega + \\ & + \frac{nRr}{2D^3} [4D_0^2 \sin u_0 + (2RH + 3D^2 + 4D_0^2)(u - u_0) \sin u_0]\delta k - \\ & - \frac{nRrD_0^2}{D^3}\delta \lambda \end{aligned} \quad (117)$$

Если снова взять во внимание симметричность расположения плоскостей, предполагаемых к базированию на поверхности Луны стационарных измерительных станций, также симметричное и равномерное расположение самих налунных станций, то получим распадающиеся выражения невязок, которые будут определяться по формулам (118)–(122) и учитывать неблагоприятные законы систематических погрешностей невязок:

$$r|\delta i| = \left\{ \left| \frac{D^3 \Delta D_{221}^+}{nR^2 r \alpha (u - u_0) \sin u_0} \right|, \left| \frac{2D_0 D^3 \Delta D_{122}^+}{nR \alpha (D^3 - D_0^3) \cos u_0} \right| \right\}, \quad (118)$$

$$r|\delta \Omega| \sin i = \left\{ \left| \frac{D^3 \Delta D_{222}^+}{nR^2 r \alpha (u - u_0) \cos u_0} \right|, \left| \frac{2D_0 D^3 \Delta D_{121}^+}{nR \alpha (D^3 - D_0^3) \sin u_0} \right| \right\}, \quad (119)$$

$$r|\delta q| = \left\{ \left| \frac{D_0 D^3 \Delta D_{1112}^+}{nR (D^3 - D_0^3) \sin u_0} \right|, \left| \frac{2D^3 \Delta D_{212}^+}{nR \alpha (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) (u - u_0) \cos u_0} \right| \right\}, \quad (120)$$

$$r|\delta k| = \left\{ \left| \frac{D_0 D^3 \Delta D_{1112}^+}{nR (D^3 - D_0^3) \cos u_0} \right|, \left| \frac{2D^3 \Delta D_{211}^+}{nR (2RH + 3D^2 + 4D_0^2) (u - u_0) \sin u_0} \right| \right\}, \quad (121)$$

$$r|\delta \lambda + \delta \Omega \cos i| = \left| \frac{2D_0 D^3 \Delta D_{1111}^+}{nR (D^3 - D_0^3)} \right|, \quad (122)$$

где ΔD_{221}^+ – погрешности, меняющие знаки для симметричных относительно плоскости орбиты сеансов измерений, независимо от того, расположены сеансы измерений на восходящей части витка, или на нисходящей части витка,

ΔD_{122}^+ – погрешности, меняющие знаки для симметричных относительно плоскости орбиты сеансов измерений, при переходе от восходящей части витка к нисходящей,

ΔD_{222}^+ – погрешности, меняющие знаки для симметричных относительно плоскости орбиты сеансов измерений, при переходе от восходящей части витка к нисходящей,

ΔD_{121}^+ – погрешности, меняющие знаки для симметричных относительно плоскости орбиты сеансов измерений, независимо от того, расположены сеансы измерений на восходящей части витка, или на нисходящей части витка,

ΔD_{1112}^{\cdot} – погрешности, имеющие одни и те же знаки внутри траекторного сеанса (соответственно $\Delta \dot{D}_1$ и $\Delta \dot{D}_2$) независимо от того, проходит трасса КА восточнее или западнее измерительного пункта, и меняющие знак при переходе от одного полушария к другому,

ΔD_{212}^{\cdot} – погрешности, имеющие одни и те же знаки внутри траекторного сеанса (соответственно $\Delta \dot{D}_1$ и $\Delta \dot{D}_2$) независимо от того, проходит трасса КА восточнее или западнее измерительного пункта, и меняющие знак при переходе от восходящей части витка к нисходящей,

ΔD_{112}^{\cdot} – погрешности, имеющие одни и те же знаки внутри траекторного сеанса (соответственно $\Delta \dot{D}_1$ и $\Delta \dot{D}_2$) независимо от того, проходит трасса КА восточнее или западнее измерительного пункта, и меняющие знак при переходе от восходящей части витка к нисходящей,

ΔD_{211}^{\cdot} – погрешности, имеющие одни и те же знаки внутри траекторного сеанса (соответственно $\Delta \dot{D}_1$ и $\Delta \dot{D}_2$) независимо от того, проходит трасса КА восточнее или западнее измерительного пункта, также независимо от того, расположены сеансы измерений на восходящей части витка, или на нисходящей части витка,

ΔD_{1111}^{\cdot} – погрешности, имеющие одни и те же знаки внутри траекторного сеанса (соответственно $\Delta \dot{D}_1$ и $\Delta \dot{D}_2$) независимо от того, проходит трасса КА восточнее или западнее измерительного пункта, и симметричные относительно центра эллипсоида планеты/естественного спутника.

Таким образом можно заключить, опираясь на анализ существующих земных аналогов геодезических сетей, что оптимальная длительность мерного участка радиоконтроля орбиты и для сelenодезической сети составляет примерно семь суток. Для решения задач по уточнению орбит необходимо провести хотя бы десять сеансов, что позволит определить необходимое положение стационарных измерительных пунктов на Луне и обеспечить связь сelenодезической сети, что подтверждается на опыте

работы с геодезической сетью в диссертации на соискание докторской степени профессора В. И. Кудымова [5].

Достоверно известно, что точность определения и прогнозирования параметров орбит КА чувствительна к условиям радиоконтроля орбиты и любое отклонение в условиях проведения радиоконтроля и решения задач по определению параметров орбит от оптимальных приводит к понижению точности прогноза на 2–3 суток на 100–300 м.

Следовательно, при осуществлении радиоконтроля движения космического аппарата на лунной орбите при групповом запуске ИСЛ радиально-скоростным или дальномерным способом можно использовать следующую схему измерений:

- 1) измерения проводить на восходящих и нисходящих витках, симметрично относительно направления, перпендикулярного полету КА и плоскости орбиты, равномерно в течение определенного интервала времени;
- 2) выбираемый интервал должен быть взят больше прогнозного интервала;
- 3) радиоконтроль орбит навигационных КА необходимо осуществлять по запросу;
- 4) сеансы траекторных измерений нужно проводить при нахождении КА в зоне видимости, а при уходе за Луну, в тень – использовать межспутниковую линию связи КА-КА.

Какое-либо нарушение условий измерений понижает точность прогнозирования на 2-3 суток на 100-300 м.

2 Метод расчета для построения селенодезической сети

При реализации методики радиоконтроля движения КА на лунной орбите важно осознавать то, как будет осуществляться радиоконтроль. Даже с учетом построения селенодезической налунной стационарной части сети все запросы и управление осуществляться будут с Земли. Наземный комплекс с учетом всё более увеличивающегося числа группировок и спутниковых созвездий чрезмерно загружен, даже используя современные вычислительные компьютерные системы. К тому же передача данных с Луны возможна не всегда. Получение данных с КА возможно только по запросу, только на строго фиксированном интервале, а так как Луна постоянно направлена к Земле одной и той же стороной, то взаимодействие с любым ИСЛ возможно лишь опосредованно: либо через сеть лунных стационарных объектов, которые будут соединены друг с другом лунной проводной связью, либо только через искусственные спутники Луны из запущенной группировки по межспутниковой линии связи КА-КА. Данные ограничения в любом случае дополнительно нагружают средства наземного сегмента, которые могли бы осуществлять радиоконтроль движения КА на лунной орбите при групповом запуске.

В этой связи важно определить информационные резервы навигационной системы и разработать методологию по их использованию.

Для навигационной системы важно получать достоверную и максимально точную эфемеридную информацию (ЭИ). Сбор информации возможен на Луне с опорных стационарных налунных пунктов. Основной функцией данных пунктов должно быть проведение наблюдений, определение места ИСЛ, выдача подробных результатов на борт одного из КА для передачи на Землю или загрузки эфемеридной информации для самостоятельной навигации аппарата при использовании аналитической модели движения КА, описанной в работе далее. Результаты навигационных

определений контрольных пунктов будут содержать в себе невязки между определёнными и известными элементами: широтой ($\delta\varphi$) и долготой ($\delta\lambda$) одного пункта относительного другого, что позволит создать сelenодезическую модель поверхности Луны. Полученные невязки также несут информацию о погрешностях эфемерид КА и могут использоваться для уточнения начальных условий движения ИСЛ.

С использованием ранее определенной формулы (6) невязки в координатах возможно перевести в погрешности наблюдения за КА вдоль орбиты δu_0 и перпендикулярно ей $\delta\alpha$.

При измерении радиальной скорости КА невязки между измеренным и расчётным значениями параметра за счёт погрешностей эфемерид будут определяться формулой (123):

$$\Delta \dot{D} = \frac{\partial \dot{D}}{\partial r} \delta r + \frac{\partial \dot{D}}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial \dot{D}}{\partial u} \delta u + \partial \dot{D} \quad (123)$$

Если учесть, что в орбитальной системе для наклонной дальности КА справедлива формула представления (124), а частные производные радиальной скорости по координатам потребителя определяются по формулам (125)-(128):

$$\dot{D} = D^{-1}(rRn \cos \alpha \sin(u - u_0)), \quad (124)$$

$$\frac{\partial \dot{D}}{\partial \alpha} = \frac{rRn \sin \alpha}{\rho D_0^2 (1 + s^2)^{3/2}} \left(D_0^2 (1 + s^2) + rR \cos \alpha - \frac{rR \cos \alpha s^2}{2\rho} \right), \quad (125)$$

$$\frac{\partial \dot{D}}{\partial u_0} = -\frac{rRn \cos \alpha}{D_0^2 (1 + s^2)^{3/2}} \left(D_0^2 (1 + s^2) + rR \cos \alpha \frac{s^2}{\rho^2} - \frac{D_0^2 (1 + s^2) s^2}{2\rho^2} \right), \quad (126)$$

$$\frac{\partial \dot{D}}{\partial R} = \frac{rn \cos \alpha s}{\rho D_0^2 (1 + s^2)^{3/2}} (D_0^2 (1 + s^2) - R(R - r \cos \alpha)), \quad (127)$$

$$\frac{\partial \dot{D}}{\partial r} = \frac{Rn \cos \alpha s}{\rho D_0^2 (1 + s^2)^{3/2}} (D_0^2 (1 + s^2) - r(r - R \cos \alpha)), \quad (128)$$

то можно вывести из данных представлений те же частные производные для наших элементов r , α и u , которые будут выражаться через формулы (129)-(131):

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{D}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \dot{D}}{\partial \alpha_0}, \\ \frac{\partial \dot{D}}{\partial u} = \frac{\partial \dot{D}}{\partial u_0}, \end{cases} \quad (129)$$

$$\frac{\partial \dot{D}}{\partial R} = \frac{1}{D} [\alpha - R \cos \alpha \cos(u - u_0)], \quad (130)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \alpha} &= \frac{n}{D} R \cos \alpha \sin(u - u_0) + \\ &+ \frac{n}{D^3} [-\alpha^2 R \cos \alpha \sin(u - u_0) + \\ &+ aR^2 \cos^2 \alpha \sin(u - u_0) \cos(u - u_0)]. \end{aligned} \quad (131)$$

С учетом всех произведенных преобразований формула (123) примет следующий вид, формула (132):

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{D} = & \left\{ \frac{n}{D} R \cos \alpha \sin(u - u_0) + \right. \\
& + \frac{n}{D^3} - \alpha^2 R \cos \alpha \sin(u - u_0) + \\
& + aR^2 \cos^2 \alpha \sin(u - u_0) \cos(u - u_0) \delta r - \\
& \left. - \frac{\partial \dot{D}}{\partial u_0} \delta u + \frac{\partial \dot{D}}{\partial \alpha_0} \delta \alpha_0 + \delta \dot{D} \right. .
\end{aligned} \tag{132}$$

Решая данные уравнения относительно погрешностей элементов орбит и поправок контрольного пункта при постоянной ошибке $\delta \dot{D}$, получим следующую систему уравнений, выраженную через формулу (133):

$$\begin{cases} \delta u_0 = \delta u, \\ \delta \alpha_0 = \delta \alpha + A \operatorname{ctg} \alpha \delta r, \\ A = \frac{D^2 - \alpha^2 + \alpha R \cos \alpha \cos(u - u_0)}{-\alpha D^2 - \alpha^2 R \cos \alpha \cos(u - u_0)}. \end{cases} \tag{133}$$

Выражая δu , δr , $\delta \alpha$ через погрешности элементов орбиты, получаем выражения для частных производных от погрешностей навигационных определений по параметрам орбит по формулам (134)-(141):

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial \lambda_0} = -1, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial \lambda_0} = 0, \tag{134}$$

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial \dot{\lambda}} = -\Delta t, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial \dot{\lambda}} = 0, \tag{135}$$

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial \ddot{\lambda}} = -\frac{1}{2} \Delta t^2, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial \ddot{\lambda}} = 0, \tag{136}$$

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial i} = 0, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial i} = \sin u_0, \tag{137}$$

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial \Omega} = 0, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial \Omega} = -\cos u_0, \quad (138)$$

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial k} = 2 \cos u_0, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial k} = \alpha A \operatorname{ctg} \alpha \sin u_0, \quad (139)$$

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial q} = -2 \cos \alpha_0, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial q} = \alpha A \operatorname{ctg} \alpha \cos u_0, \quad (140)$$

$$\frac{\partial \delta u_0}{\partial \dot{\Omega}} = 0, \quad \frac{\partial \delta \alpha_0}{\partial \Omega} = -\cos u_0 \Delta t. \quad (141)$$

Добавление в расчеты баллистического обеспечения навигационных пунктов на Луне не меняет схему взаимодействия системы в целом, при этом дополнительная информация для целей радиоконтроля может быть получена с меньшими потерями при передаче информации с лунных стационарных станций на Землю или же с КА по межспутниковой линии связи КА-КА также с меньшими потерями и за меньшее время, что позволяет осуществлять более частый радиоконтроль при групповом запуске.

Однако, остается нерешенной задача определения модели расчета элементов орбиты. При использовании численных методов для определения движения и положения КА на орбите необходимо постоянно производить операции интегрирования, что оказывается на оперативности решения задач. При проектировании селенодезической сети невозможно обеспечить полноценную постоянную и оперативную передачу ЭИ для осуществления вычисления параметров орбиты на Земле, в связи с чем появляется необходимость расчета навигационных параметров непосредственно на борту КА. Борт ИСЛ невозможно оснастить достаточно мощной вычислительной аппаратурой, так как вывод на орбиту Луны подобного груза будет экономически не выгоден, а построение селенодезической сети в

принципе станет нецелесообразным. В связи с чем необходимо проработать вопрос создания такой модели движения КА для окололунных орбит, при котором радиоконтроль движения спутников при групповом запуске не только будет много легче и займет меньше времени на математические вычисления, но также разгрузит канал передачи в радиолинии между Луной и Землей, используя только данные эфемерид.

В таком случае очевидным способом повышения оперативности решения задачи по определению параметров орбит КА является устранение из решения многократного интегрирования уравнений движения на протяжении мерного интервала, который применяется для многократного вычисления частных производных от того или иного измерительного параметра по начальным условиям движения и расчётных значений измеряемого параметра при итерационном способе решения уравнений.

Для решения поставленной проблемы необходимо воспользоваться и проработать численно–аналитический метод расчета параметров движения КА.

3 Модель движения космического аппарата при групповом запуске

Особенность группового выводения КА заключается в том, что при начальном этапе движения спутника точно известно движение аппаратов друг относительно друга. В итоге, используя данные априорные значения относительных параметров можно уточнить на основе одного КА параметры движения всех спутников. Подобным значением можно оперировать в течение нескольких недель, одновременно уточняя параметры всех оставшихся КА группового запуска. Для подобного рода управления группировкой ИСЛ необходимо высокое качество и точность проведения радиоконтроля.

Как уже было сказано ранее, для повышения качества радиоконтроля движения космического аппарата на лунной орбите при групповом запуске ИСЗ важно избавиться от больших массивов данных, чтобы не перегружать канал связи между Луной и Землей, это позволит использовать для радиоконтроля один центральный пункт обработки информации. При помощи построения сelenоцентрической системы координат с использованием навигационной системы, а также при помощи замены модели движения спутника, использующей многократное интегрирование уравнений движения на протяжении всего мерного интервала, возможно повысить точность и качество радиоконтроля, воспользовавшись аналитической моделью движения. В свою очередь построение сelenоцентрической системы координат требует вывода согласующей модели гравитационного поля Луны, повышения точности аналитической теории до сравнимой точности численных методов.

Для повышения оперативности вычислений расчётных значений измеряемых параметров на заданных интервалах при сохранении точности расчёта необходимо использовать согласующую модель гравитационного поля Луны и аналитические модели движения КА первого порядка.

Рассмотрим возмущённое движение ИСЛ по орбите с малым эксцентризитетом в гравитационном поле Луны, ограниченном основными гармониками с индексом «20», «22» и «30» [19, 20], которые аналогичны земным гармоникам «20», «30» и «40» соответственно, а параметры элементов орбиты возьмем равными ИСЛ «Луна-19». В таком случае высотаperiцентра предполагаемой лунной группировки составит 124 км, эксцентризитет 0.004, период обращения 126 минут, наклонение 40.5° , что в радианах составляет 0.7068583 радиана и угловое расстояние перицентра от узла составляет 90.1° , что в радианах составляет 1.572542 радиана.

Движение спутников по орбитам с малыми эксцентризитетами из-за малых делителей в выражениях для возмущений в элементах рассмотрим, как и принято для орбит Земли, в элементах $a, i, \Omega, q, k, \lambda$.

Применим аналогично, как и в случае с определением орбит ИСЗ, уравнения Лагранжа, определяемые по формулам (142)–(147):

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{dR}{d\lambda}, \quad (142)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\frac{1}{\sin i}}{na^2} \frac{dR}{di}, \quad (143)$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{\frac{1}{\sin i}}{na^2} \frac{dR}{d\Omega} + \frac{\cot i}{na^2} \left(q \frac{dR}{dk} - k \frac{dR}{dq} + \frac{dR}{d\lambda} \right), \quad (144)$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{na^2} \frac{dR}{dq} - \frac{k}{2na^2} \frac{dR}{d\lambda} - \frac{q \cot i}{na^2} \frac{dR}{di}, \quad (145)$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{na^2} \frac{dR}{dk} - \frac{q}{2na^2} \frac{dR}{d\lambda} + \frac{k \cot i}{na^2} \frac{dR}{di}, \quad (146)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{2}{na} \frac{dR}{da} + \frac{1}{2na} \left(k \frac{dR}{dk} + q \frac{dR}{dq} \right) - \frac{\cot i}{na^2} \frac{dR}{di}. \quad (147)$$

При преобразовании выражений, учите основных возмущающих гармоник определяем системы уравнений для нахождения расхождений в элементах при воздействии гравитационного поля Луны гармоники «20», «22» и «30». Так для гармоники «20» справедливы следующие выражения, определенные по формулам (148)–(153):

$$\delta a = \frac{3}{2} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 C_{20} \sin^2 i \cos(2\lambda), \quad (148)$$

$$\begin{aligned} \delta k = & -\frac{3}{2} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 C_{20} \left[\left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) (1 + \dot{\lambda}) qnt + \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 i \right) \sin \lambda + \frac{1}{12} \sin^2 i \sin(3\lambda) \right], \end{aligned} \quad (149)$$

$$\begin{aligned} \delta q = & -\frac{3}{2} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 C_{20} \left[\left(-2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) (1 + \lambda^2) knt + \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{5}{4} \sin^2 i \right) \cos \lambda + \frac{1}{12} \sin^2 i \cos(3\lambda) \right], \end{aligned} \quad (150)$$

$$\delta \Omega = \frac{3}{2} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 C_{20} \cos i \left[(1 + \dot{\lambda}) nt - \frac{1}{2} \sin(2\lambda) \right], \quad (151)$$

$$\delta i = -\frac{3}{4} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 C_{20} \sin i \cos i \cos(2\lambda), \quad (152)$$

$$\begin{aligned} \delta \lambda = & -\frac{3}{2} \left(\frac{a_e}{a} \right)^2 C_{20} \left[(3 - 4 \sin^2 i) (1 + \dot{\lambda}) nt + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \sin(2\lambda) \right]. \end{aligned} \quad (153)$$

Для гармоник типа «22» уравнения примут следующий вид по формулам (154)–(156):

$$\delta q = -\frac{1}{4} \left(\frac{a_e}{a}\right)^3 C_{22} \sin i \left(\frac{15}{2} \sin^2 i - 6\right) nt, \quad (154)$$

$$\delta \lambda = \frac{1}{8} \left(\frac{a_e}{a}\right)^3 C_{22} \frac{1}{\sin i} \left(12 - 159 \sin^2 i + \frac{345}{2} \sin^4 i\right) knt, \quad (155)$$

$$\delta a \approx \delta i \approx \delta k \approx \delta \Omega \approx 0. \quad (156)$$

Возмущения от гармоник с индексом «30» могут быть записаны следующим образом через формулы (157)–(159):

$$\delta \Omega = \frac{15}{16} \left(\frac{a_e}{a}\right)^4 C_{30} \cos i (7 \sin^2 i - 4) nt \quad (157)$$

$$\delta \lambda = \frac{15}{16} \left(\frac{a_e}{a}\right)^4 C_{30} \left(\frac{147}{2} \sin^4 i - 93 \sin^2 i + 24\right), \quad (158)$$

$$\delta a \approx \delta i \approx \delta k \approx \delta q \approx 0. \quad (159)$$

Из приведенных формул возмущающих гармоник можно заключить, что все возмущенные элементы в итоговом виде могут быть записаны в следующем виде, представленном в формулах (160)–(165):

$$a = a_0 + \delta a, \quad (160)$$

$$i = i_0 + \delta i, \quad (161)$$

$$k = k_0 + k^0 t + \delta k, \quad (162)$$

$$q = q_0 + q^0 t + \delta q, \quad (163)$$

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega} t + \delta \Omega, \quad (164)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \dot{\lambda} t + \delta \lambda. \quad (165)$$

где $\dot{k}, \dot{q}, \dot{\Omega}, \dot{\lambda}$ – известные постоянные коэффициенты при вековых возмущениях;

$\delta a, \delta i, \dots, \delta \lambda$ – возмущения, содержащие только периодические члены.

Введем обозначение средних элементов для выбиравшегося момента времени в виде формул (166)–(171):

$$\bar{a} = a_0, \quad (166)$$

$$\bar{i} = i_0, \quad (167)$$

$$\bar{k} = k_0 + \dot{k} t, \quad (168)$$

$$\bar{q} = q_0 + \dot{q} t, \quad (169)$$

$$\bar{\Omega} = \Omega_0 + \dot{\Omega} t, \quad (170)$$

$$\bar{\lambda} = \lambda_0 + \dot{\lambda} t. \quad (171)$$

Используя значения средних элементов формулы (160)–(165) преобразуются в следующие соотношения для возмущенных элементов в виде формул (172)–(177):

$$a = \bar{a} + \delta a, \quad (172)$$

$$i = \bar{i} + \delta i, \quad (173)$$

$$k = \bar{k} + \delta k, \quad (174)$$

$$q = \bar{q} + \delta q, \quad (175)$$

$$\Omega = \bar{\Omega} + \delta \Omega, \quad (176)$$

$$\lambda = \bar{\lambda} + \delta \lambda. \quad (177)$$

Из формул (172)–(177) следует, что движение спутника Луны может по аналогии с земным спутником осуществляться относительно среднего эллипса, при этом менять постоянную скорость смещения долготы λ . Так как периодические возмущения в подобном случае будут слабо зависеть от изменения значений средних элементов, по которым они рассчитываются [5], то для рассматриваемой орбиты изменение в ее элементах на моменты измерений будут определяться изменениями среднего движения, что представлено в формулах (178)–(183):

$$\Delta a \approx \Delta a_0, \quad (178)$$

$$\Delta i \approx \Delta i_0, \quad (179)$$

$$\Delta k \approx \Delta k_0 + \Delta \dot{k}(t - t_0), \quad (180)$$

$$\Delta q \approx \Delta q_0 + \Delta \dot{q}(t - t_0), \quad (181)$$

$$\Delta\Omega \approx \Delta\Omega_0 + \Delta\dot{\Omega}(t - t_0), \quad (182)$$

$$\Delta\lambda \approx \Delta\lambda_0 + \Delta\dot{\lambda}(t - t_0). \quad (183)$$

Как и в случае с Землей, основные возмущения на окололунной орбите вызывает гармоника геопотенциала с индексом «20», характеризующая сжатие Луны, а прочие гравитационные гармоники вносят незначительные возмущения.

Для оценки и наглядного представления учета возмущений гравитационных сил на Луне построим аналитическую модель ИСЛ для возмущающих элементов при следующих значениях гармоник [21], представленных в таблице 1:

Таблица 1 – Гармоники гравитационных возмущений Луны

Номер гармоники	Значение гармоники
C_{20}	-203.4495×10^{-6}
C_{22}	22.3722×10^{-6}
C_{30}	-8.4328×10^{-6}

Для того, чтобы соблюсти размерность расхождения в элементах, мы воспользуемся при расчете расхождений формулами преобразования, формулы (184)–(189), которые приведут к общему виду все имеющиеся расхождения в элементах орбиты:

$$\delta a_{km} = \delta a, \quad (184)$$

$$\delta k_{km} \approx a \delta k, \quad (185)$$

$$\delta q_{km} \approx a \delta q, \quad (186)$$

$$\delta\Omega_{km} \approx a \delta\Omega, \quad (187)$$

$$\delta i_{km} \approx a \delta i, \quad (188)$$

$$\delta\lambda_{km} \approx a \delta\lambda \quad (189)$$

Таким образом значения возмущений в элементах орбиты для гармоники с индексом «20» примет следующий вид, отображенный на рисунке 2:

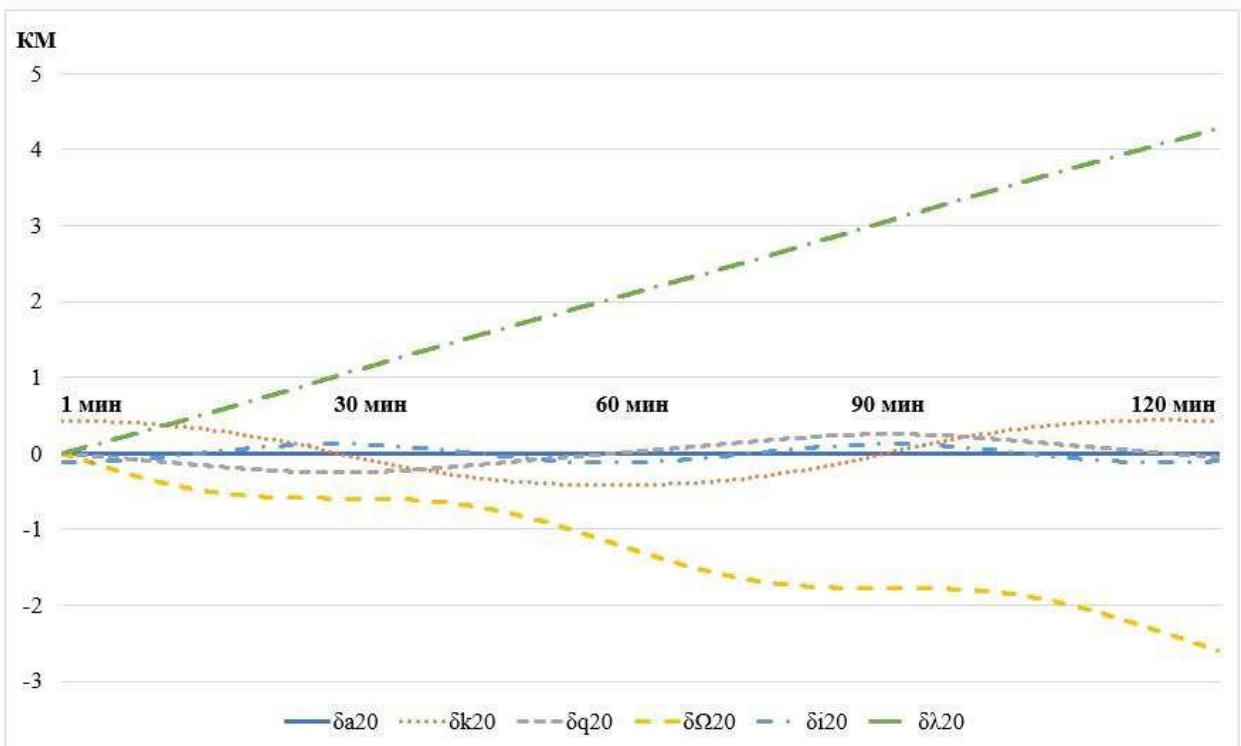


Рисунок 2 – Возмущения в элементах орбиты, вносимые гармоникой с индексом «20» на одном витке равном 126 минут

Больше всего возмущений вносит элемент $\delta\lambda$, величина которого на одном витке достигает значения в 4 километра. Возмущение же от элемента большой полуоси крайне малое, которое не различимо на графике при

подобном масштабе. Расчетное значение погрешности большой полуоси составляет 11 сантиметров.

Значения возмущений в элементах орбиты для возмущающей гармоники Луны с индексом «22» примут следующий вид, отображенный на рисунке 3:

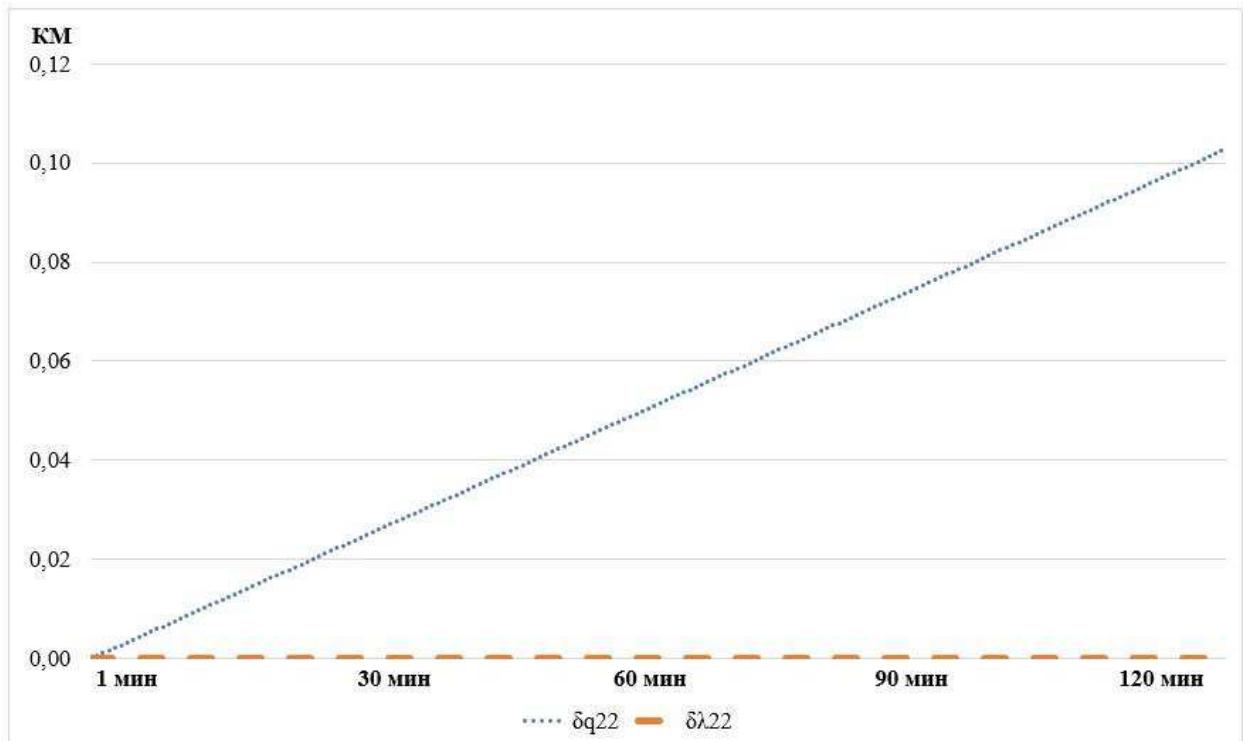


Рисунок 3 – Возмущения в элементах орбиты, вносимые гармоникой с индексом «22» на одном витке равном 126 минут

Как видно из графика, приведенном на рисунке выше, расхождение в элементах с учетом гармоники с индексом «22» много меньше, вносимой гармоникой с индексом «20» и составляет максимум в элементе δq на одном витке 0,1 километр или чуть более 100 метров.

Значения возмущений в элементах орбиты для гравитационной гармоники Луны с индексом «30» примут вид, отображенный на рисунке 4:

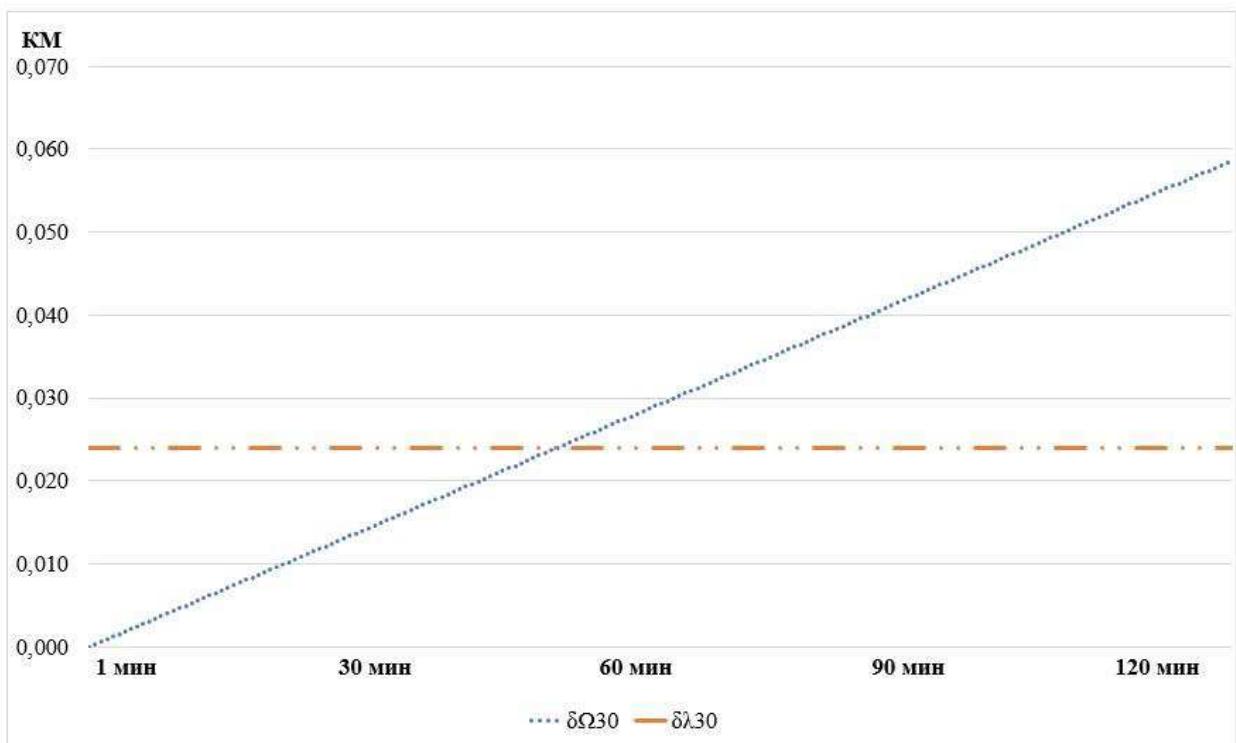


Рисунок 4 – Возмущения в элементах орбиты, вносимые гармоникой с индексом «30» на одном витке равном 126 минут

Как видно из графика, приведенном на рисунке 4, расхождение в элементах с учетом гармоники с индексом «30» мало в сравнении с прочими возмущениями, которые вносят гармоники с индексами «20» и «22». Гармоника с индексом «30» наибольшее вносит возмущение в элемент $\delta\Omega$, который составляет 60 метров.

Из вышеприведенных результатов вычислений возмущений в элементах орбиты Луны можно заключить, что учет основных возмущений возможно осуществить благодаря учету воздействия первой возмущающей гармоники, имеющей индекс «20», которая учитывает влияние сжатия Луны, аналогичное гравитационной гармонике «20» для Земли.

Элементы орбиты предлагаемой модели представляются в итоге суммой средних элементов и периодических возмущений. Вычисление периодической части с помощью аналитических выражений позволяет:

- 1) оценить воздействие возмущений в элементах;
- 2) исключить возмущения, оказывающие пренебрежимо малое влияние на элементы орбиты;
- 3) повысить устойчивость амплитуд периодических возмущений к небольшим колебаниям значений данных возмущений;
- 4) упростить вычислительный процесс за счет пренебрежения к незначительным колебаниям возмущений, проистекающего от устойчивости амплитуд периодических возмущений.

Следовательно, можно заключить, что подобное свойство движения ИСЛ в гравитационном поле Луны нужно использовать для повышения оперативности решения задачи по уточнению начальных условий движения. Для этого при создании системы нормальных уравнений необходимо применять численно-аналитический метод расчёта параметров движения КА на орбите, где опорное движение будет рассчитываться численным методом по начальным условиям, подлежащим уточнению, а все поправки к нему и возмущения по элементам будут рассчитываться по конечным аналитическим формулам изменения элементов в поле, которое в свою очередь учитывает гравитационные возмущения Луны за счёт уточнения начальных условий.

Приведенной моделью движения можно пользоваться на интервале времени не больше, чем на протяжении до 3 месяцев. При длительном расчетном периоде свыше 3 месяцев необходимо учитывать долгопериодические возмущения, которые по факту повышают сложность вычислительных процессов. Данные долгопериодические возмущения возникают по причине вращения системы Земля-Луна вокруг Солнца. Возмущениями же от атмосферы, которые при подобной системе построения

навигационной сети учитываются для ИСЗ, в случае с Лунной можно пренебречь из-за отсутствия у Луны атмосферы, которая была бы аналогична земной атмосфере.

Расчет параметров движения при каждом приближении осуществляется интегрированием уравнений движения, которое происходит по одним и тем же начальным условиям. Если на начало сеансов измерений уже существует набор параметров движения, которые соответствуют уточняемым условиям движения, тогда интегрирование уравнений возможно проводить только на сеансах измерений, что позволит повысить радиоконтроль за группировкой космическими аппаратами, не нагружая дополнительными расчетами бортовую аппаратуру спутников или не загружая линию связи Земля-Луна.

При самых неблагоприятных условиях, когда при решении необходимо определить начальные условия по каждому сеансу измерений, задача предлагаемым методом будет решена быстрее, нежели при использовании только численных методов расчета. Быстрота и оперативность расчета параметров и элементов орбиты, а также положения КА и проекций скоростей будет осуществляться и определяться во столько раз быстрее, насколько аналитической моделью было заменено операций расчетов численной модели, использующей множественные итерации расчетов численного интегрирования.

Начальные условия измерений для последующих сеансов могут быть просчитаны данным методом на предыдущем шаге еще до окончания измерений за сеанс. Для такого расчета важной составляющей является ЭИ и ее оперативное обновление на борту КА. В случае небольших погрешностей численно-аналитического способа расчёта параметров движения, для решений могут быть использованы ранее рассчитанные параметры на начало сеансов измерений. Для планируемых же сеансов измерений начальные условия получатся автоматически при расчёте ЭИ. Таким образом, при осуществлении взаимодействия с группировкой спутников на окололунной

орбите с Земли каждый аппарат из данной группировки при включении может отправлять информацию о своем местоположении, которое будет базироваться на аналитических расчетах по заранее подготовленной информации на основе последнего доступного сеанса измерений.

Из всего вышеизложенного можно заключить, что приведенная в работе модель радиоконтроля КА при групповом запуске может управляться одним центром, то есть иметь одну измерительную станцию. Загрузка станции на один сеанс займет по аналогии с земными средствами менее 15 минут в расчете на 20 суток из-за исключения расчета воздействия атмосферы Земли на ИСЛ и сопутствующих возмущающих факторов, элементов. В качестве основы для реализации аналитического метода может быть использован комплекс программ, ранее разработанный для земных станций, обеспечивающих радиоконтроль группового запуска ИСЗ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатом теоретического исследования и разработки методики радиоконтроля движения космического аппарата на лунной орбите при групповом запуске искусственного спутника Земли явилось заключение о необходимости использования численно-аналитической модели, учитывающей гравитационные возмущения Луны, просчитаны возмущения с индексами «20», «22» и «30». Сопутствующим результатом работы стало точное обоснование и предложение использования запросного метода радиоконтроля орбит при групповом запуске. Также обоснован метод, обеспечивающий радиоконтроль, необходимый для внедрения в случае использования группового запуска КА для Луны и соответствующих лунных потребителей. Благодаря точному учету гравитационных возмущений мы определили влияние гармонических возмущений, учет которых возможен на бортовых аппаратных средствах, использующие численно-аналитическую модель для определения начального состояния и положения на сеансе измерений. Метод радиоконтроля, прорабатываемый для использования при групповом запуске ИСЛ, предусматривает упрощение расчета невязок и расхождений в элементах орбиты, а в соответствии с проведенным повышением точности эфемерид, можно говорить о повышении надежности системы радиоконтроля, точности в определении положения КА на орбите. Однако, предлагаемое в работе использование численно-аналитического подхода не предполагает полного перехода к расчету элементов орбиты в аналитическом представлении.

Общие преследуемые цели работы достигнуты:

- 1) создана методика радиоконтроля движения космического аппарата;
- 2) произведено повышение точности определения космического аппарата на орбите Луны за счет предлагаемого численного-аналитического метода и уточнении эфемеридной информации;

3) предложено улучшение радиоконтроля при групповом запуске за счет выбора оптимального запросного радиоконтроля движения КА;

4) с учетом всех произведенных операций по преобразованиям расхождений в элементах орбиты и с учетом выбора оптимальной схемы радиоконтроля удалось по итогу повысить надежность сelenодезической сети при групповых запусках искусственных спутников.

При осуществлении взаимодействия с группировкой спутников на окололунной орбите с Земли каждый аппарат из данной группировки при включении может отправлять информацию о своем местоположении, заранее подготовленную на основе последнего доступного сеанса измерений. Как следствие, на Земле необходимо получать малую часть параметров орбиты в виде данных ЭИ с заданной периодичностью, чтобы оперативно осуществлять радиоконтроль движения за КА.

По итогу работы можно заключить, что при построении сelenодезической сети достаточно базироваться на навигационных наработках спутниковых систем первого поколения. Что позволит использовать ранее разработанные комплексы программного обеспечения. При этом за основу модели движения группового радиоконтроля необходимо брать непосредственно аналитические методы вычисления возмущений элементов орбиты, действующих на космический аппарат.

Дальнейшее развитие радиоконтроля КА при групповых запусках для окололунных орбит возможно в части беззапросных систем, а также возможно рассмотреть построение созвездий КА, которые будут навигироваться, используя только аналитические модели движения по орбите. Достижения в данном направлении позволят повысить надежность системы и увеличат период возможного прогнозирования местоположения КА на орбите.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

- | | |
|------|---|
| ГНСС | — глобальная навигационная система связи; |
| ГПЛ | — гравитационное поле Луны; |
| ИСЗ | — искусственный спутник Земли; |
| ИСЛ | — искусственный спутник Луны; |
| КА | — космический аппарат; |
| ЛСНС | — лунная спутниковая навигационная система; |
| МНК | — метод наименьших квадратов; |
| ЭИ | — эфемеридная информация. |

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Шебшаевич, В. С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В. С. Шебшаевич, П. П. Дмитриев , Н. В. Иванцев. – Москва : «Радио и связь», 1993. – С. 408.
- 2 Чеботарев, В. Е. Земные навигационные технологии в сelenодезическом обеспечении / В. Е. Чеботарев, В. И. Кудымов, А. В. Коняев. – Железногорск. Изд. Ассоциация «Технологическая платформа «Национальная информационная спутниковая система», 2018. – С. 48.
- 3 Эльясберг, П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли / П. Е. Эльясберг. – Москва : Наука, 1965. – 540 с.
- 4 Вейс, Г. Геодезическое использование искусственных спутников Земли / Георге Вейс. – Москва : Недра, 1967. – 116 с.
- 5 Кудымов, В. И. Повышение точности навигационного обеспечения с использованием низкоорбитальных космических аппаратов на основе численно-аналитических моделей движения / В. И. Кудымов. – Красноярск, 1988. – 252 с.
- 6 Меллер, И. Введение в спутниковую геодезию / И. Меллер. – Москва: Мир, 1967. – 367 с.
- 7 Арнольд, К. Методы спутниковой геодезии / К. Арнольд. – Москва: Недра, 1973. – 223 с.
- 8 Каула, У. Спутниковая геодезия. Теоретические основы / У. Каула. – Москва: Мир, 1970. – 172 с.
- 9 Балк, М. Б. Элементы динамики космического полета / М. Б. Балк. – Москва: Наука, 1965. – 339 с.
- 10 Сухих, Б. И. Аналитические методы в определении орбит навигационных ИСЗ / Б. И. Сухих. – КБПМ: Министерство общего машиностроения, 1973. – 104 с.

- 11 Брауэр, Д. Методы небесной механики / Д. Брауэр, Дж. Клеменс. – Москва: Мир, 1964. – 514 с.
- 12 Чеботарев, Г. А. Аналитические и численные методы небесной механики / Г. А. Чеботарев. – Москва-Ленинград: Изд. «Наука», 1965. – 369 с.
- 13 Дубошин, Г. Н. Небесная механика. Аналитические и качественные методы / Г. Н. Дубошин. – Москва: Наука, 1978. – 456 с.
- 14 Уинтнер, А. Аналитические основы небесной механики / А. Уинтнер. – Москва: Наука, 1967. – 523 с.
- 15 Изотов, А. А. Основы спутниковой геодезии / А. А. Изотов. – Москва: Изд. «Недра», 1974. – 321 с.
- 16 Дубошин, Г. Н. Справочное руководство по небесной механике и астрономии / Г. Н. Дубошин. – Москва: Изд. «Наука», 1978. – 889 с.
- 17 Шарлье, К. Небесная механика / К. Шарлье. – Москва: Наука, 1966. – 627 с.
- 18 Кудымов, В. И. Оценка влияния погрешности интегрирования на параметры орбиты в центральном поле / В. И. Кудымов, А. В. Коняев, В. А. Шабулкин. – Пенза. Изд. МЦНС «Наука и просвещение», 2019. – 272 с.
- 19 Баркин, М. Ю. Метод построения аналитической теории вращательного движения Луны. Основные закономерности в ее движении / М. Ю. Баркин. – Москва: НП «НЭИКОН», 2018. № 03. – С. 1–19.
- 20 Seidelmann, P. K. Numerical value soft he constants of the Joint Report of the Working Groups of IAU Commission 4 / P.K. Seidelmann ; Celestial Mechanics. 1977. Vol. 16. No. 2. Pp. 165-177.
- 21 Matsumoto, K. An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: Revealing the farside gravity features / K. Matsumoto, S. Goossens, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Iwata, N. Namiki, H. Noda, H. Hanada , N. Kawano, F. G. Lemoine, D. .D. Rowlands ; J. of Geophysical Research. Ser. E. Planets, 2010. Vol. 115. No. 6. P. E06007.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
институт

Межинститутская базовая кафедра
«Прикладная физика и космические технологии»
кафедра

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
Б.Е. Косенко
подпись инициалы, фамилия
«26 » 06 20 19 г

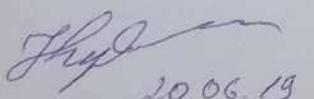
МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Разработка методики радиоконтроля движения космического аппарата на
лунной орбите при групповом запуске искусственного спутника Земли
тема

01.04.02 «Прикладная математика и информатика»
код и наименование направления

01.04.02.04 «Навигация и управление движением»
код и наименование магистерской программы

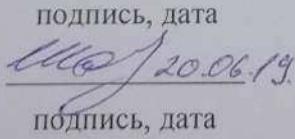
Научный
руководитель


20.06.19

Профессор МБК ПФиКТ,
д-р техн.наук

В.И. Кудымов

Выпускник


20.06.19

подпись, дата

должность, ученая степень

ициалы, фамилия

В.А. Шабулкин

Рецензент

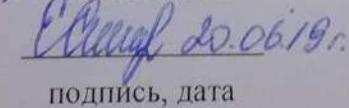

20.06.19

Начальник сектора АО
«ИСС» канд.техн.наук

ициалы, фамилия

Е.В. Ислентьев

Нормоконтролер


20.06.19

подпись, дата

должность, ученая степень

ициалы, фамилия

Е.С. Сидорова

ициалы, фамилия

Красноярск 2019