

УДК 621.317.18, 536.531

Thermistor Temperature Measurement Network with a Small Number of Wires

Vladimir V. Shaydurov^{a,b} and Anna A. Korneeva^{*a}

^aSiberian Federal University

79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041, Russia

^bInstitute of Computational Modeling SB RAS

50/44 Akademgorodok, Krasnoyarsk, 660036, Russia

Received 15.11.2018, received in revised form 15.01.2019, accepted 20.02.2019

The article proposes a new measuring circuit for temperature control at multiple points of the product using a sequence of thermistors and diodes with three connecting wires and two voltage sources. A mathematical model and a computational algorithm for calculating the resistance of thermistors are presented which consist in the formation and sequential solution of systems of linear algebraic equations for different ratios of voltages of two power sources. A model problem and the results of a computational experiment are considered.

Keywords: temperature measurement, thermistor network, mathematical model, numerical algorithm.

Citation: Shaydurov V.V., Korneeva A.A. Thermistor temperature measurement network with a small number of wires, J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol., 2019, 12(3), 284-292. DOI: 10.17516/1999-494X-0136.

Терморезисторная сеть измерения температуры с небольшим количеством проводов

В.В. Шайдуров^{a,б}, А.А. Корнеева^a

^aСибирский федеральный университет

Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79

^бИнститут вычислительного моделирования СО РАН

Россия, 660036, Красноярск, Академгородок, 50/44

В статье предложена новая измерительная схема для контроля температуры на множестве точек изделия с помощью последовательности терморезисторов и диодов с

три соединительными проводами и двумя источниками напряжения. Представлены математическая модель и расчетный алгоритм вычисления сопротивления терморезисторов, состоящие в формировании и последовательном решении систем линейных алгебраических уравнений при разных соотношениях напряжений двух источников питания. Рассмотрена модельная задача и результаты вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: измерение температуры, сеть терморезисторов, математическая модель, численный алгоритм.

Введение

Наличие большого количества соединительных проводов усложняет реализацию измерительной системы на контролируемом изделии, особенно на борту космического аппарата. Поэтому образцы измерительных сетей с небольшим количеством проводов активно используются для температурного анализа исследуемых объектов в труднодоступных, экстремальных или агрессивных средах [1-7]. В таких сетях поступление всего одного измерения для анализа большого количества данных может компенсироваться динамической вариацией источника питания и последующей компьютерной обработкой данных [7].

В статье представлена измерительная сеть с тремя соединительными проводами и двумя источниками напряжения: постоянного тока и с пилообразным сигналом. В сети измеряется только ток в одном из проводов, а требуемые температуры (зависящие от текущих сопротивлений термисторов [8-10]) рассчитываются специальным компьютерным алгоритмом обработки имеющейся информации. Источник напряжения пилообразного сигнала создает различные режимы питания, которые приводят к переключению состояния сети за счет перехода части диодов из закрытого состояния в открытое. Грубо говоря, закрытые диоды трансформируют исходную сеть в более простую [11], так что, по существу, одна и та же величина напряжения последовательно снимается с нескольких разных сетей. Полученные с их помощью искомые температурные данные можно считать вычисленными с определенной точностью либо использовать их как начальное приближение для последующего уточнения при требованиях повышенной точности.

Принципиальная схема и расчетная модель измерительной сети

Рассмотрим принципиальную схему на рис. 1. «Опорное» постоянное напряжение E_1 подается на последовательную цепь «делителя напряжения» из резисторов R_0, R_1, \dots, R_n . Пилообразное напряжение E_2 подается на общий контакт n пар диод-терморезисторов $D_1 + T_1, \dots, D_n + T_n$, которые подключены между соседними резисторами «делителя напряжения».

Значения сопротивлений терморезисторов являются искомыми величинами. Для их определения используются два заданных значения E_1, E_2 и измеряемый ток I по показаниям амперметра A . Затем сопротивление каждого терморезистора пересчитывается в его температуру с учетом графика строгой монотонной зависимости сопротивления от температуры. При наличии вольтметра измерение тока можно заменить измерением падения напряжения на резисторе R_0 с исключением из цепи амперметра A .

Геометрически реализация схемы осуществляется путем компактного последовательного расположения троек $D_k + T_k + R_k$, соединяемых с соседями двумя проводниками по всей длине

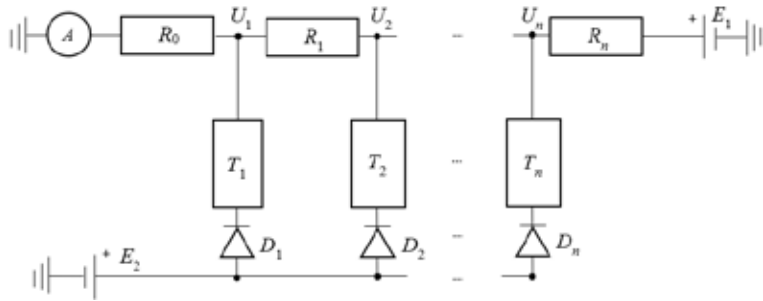


Рис. 1. Измерительная схема

Fig. 1. Measuring circuit

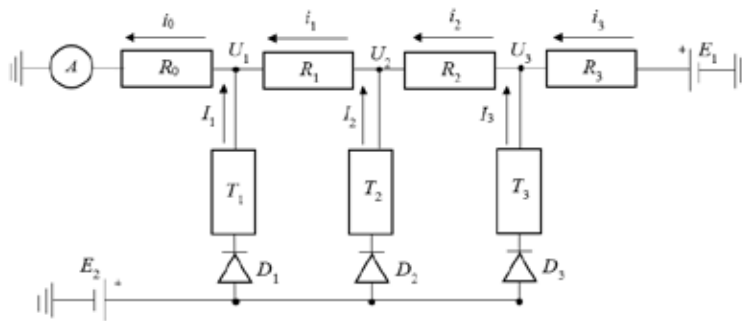


Рис. 2. Направления токов в схеме с тремя терморезисторами

Fig. 2. Directions of currents in the circuit with three thermistors

цепи, располагаемой по площади или объему контролируемого изделия. Третий провод используется только в конце измерительной сети для подачи опорного напряжения. Использование общего заземления (например, на металлоконструкциях) может вообще устранить его протяженную реализацию.

Для упрощения обозначим численные значения сопротивлений резисторов R_k , диодов D_k и терморезисторов T_k одноименными символами с этими элементами схемы. Для формирования математической модели зафиксируем эти сопротивления и напряжения E_1, E_2 . Ток, входящий в k -тый узел со стороны $k+1$ -го узла, обозначим через i_k , а ток со стороны k -той измерительной пары $D_k + T_k$ – через I_k . Величина i_0 соответствует току, входящему из первого узла в сторону заземления. Выбор знаков поясняется на рис. 2 для трех измерительных пар. Выпишем первый закон Кирхгофа для токов в узлах с номерами $k = 1, \dots, n$ [11]:

$$\begin{aligned}
 -i_0 + i_1 + I_1 &= 0, \\
 -i_1 + i_2 + I_2 &= 0, \\
 &\dots \\
 -i_{n-1} + i_n + I_n &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Заменим токи напряжениями по закону Ома и приведем подобные члены:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{T_1 + D_1} + \frac{1}{R_1} \right) - U_2 \frac{1}{R_1} = E_2 \frac{1}{T_1 + D_1}, \\ U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{T_2 + D_2} + \frac{1}{R_2} \right) - U_1 \frac{1}{R_1} - U_3 \frac{1}{R_2} = E_2 \frac{1}{T_2 + D_2}, \\ \dots \\ U_n \left(\frac{1}{R_{n-1}} + \frac{1}{T_n + D_n} + \frac{1}{R_n} \right) - U_{n-1} \frac{1}{R_{n-1}} = E_2 \frac{1}{T_n + D_n} + E_1 \frac{1}{R_n}. \end{array} \right. \quad (2)$$

В результате получилась система линейных алгебраических уравнений метода узловых потенциалов с трехдиагональной матрицей для определения неизвестных U_1, U_2, \dots, U_n . Матрица неразложима, имеет диагональное преобладание, причем строгое в первой и последней строках [12]. Поэтому она невырождена и при положительных E_1, E_2 все потенциалы U_1, U_2, \dots, U_n тоже положительны [12]. Вообще говоря, все уравнения системы (2) можно записать в однородной форме

$$-U_{k-1} \frac{1}{R_{k-1}} + U_k \left(\frac{1}{R_{k-1}} + \frac{1}{T_k + D_k} + \frac{1}{R_k} \right) - U_{k+1} \frac{1}{R_k} = E_2 \frac{1}{T_k + D_k} \quad \text{для } k=1, \dots, n \quad (3)$$

с учетом «краевых значений» $U_0 = 0$ и $U_{n+1} = E_1$.

Проиллюстрируем основную идею в частном случае с тремя терморезисторами, представленном на рис. 2. В этом случае система (2) записывается в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{T_1 + D_1} + \frac{1}{R_1} \right) - E_2 \frac{1}{T_1} - U_2 \frac{1}{R_1} = 0, \\ U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{T_2 + D_2} + \frac{1}{R_2} \right) - U_1 \frac{1}{R_1} - E_2 \frac{1}{T_2} - U_3 \frac{1}{R_2} = 0, \\ U_3 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{T_3 + D_3} + \frac{1}{R_3} \right) - U_2 \frac{1}{R_2} - E_2 \frac{1}{T_3} - E_1 \frac{1}{R_3} = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Процесс нахождения неизвестных сопротивлений терморезисторов T_1, T_2 и T_3 состоит из последовательного рассмотрения трех состояний измерительной схемы: $U_1 < E_2 < U_2$, $U_2 < E_2 < U_3$ и $E_2 > U_3$.

При $U_1 < E_2 < U_2$ диод D_1 открыт, а диоды D_2, D_3 находятся в закрытом состоянии. Рассмотрим «идеальные» диоды, у которых сопротивление открытого состояния близко к нулю: $D_1 = 0$, а у закрытого состояния проводимость близка к нулю: $D_2 = +\infty$ и $D_3 = +\infty$. Тогда система (4) принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{T_1} + \frac{1}{R_1} \right) - E_2 \frac{1}{T_1} - U_2 \frac{1}{R_1} = 0, \\ U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - U_1 \frac{1}{R_1} - U_3 \frac{1}{R_2} = 0, \\ U_3 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - U_2 \frac{1}{R_2} - E_1 \frac{1}{R_3} = 0. \end{array} \right. \quad (5)$$

Из первого уравнения следует, что

$$T_1 = (U_1 - E_2) / \left(\frac{U_2}{R_1} - U_1 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} \right) \right). \quad (6)$$

U_1 известно, поскольку является (измеренным) падением напряжения на фиксированном резисторе R_0 . U_2 при «разомкнутых» ветвях $D_2 + T_2$ и $D_3 + T_3$ определяется делителем напряжения между потенциалами E_1 и U_1 :

$$U_2 = (E_1 - U_1) R_1 / (R_1 + R_2 + R_3).$$

В итоге, все величины в (6) известны и однозначно определяют T_1 .

При открытых диодах D_1 и D_2 ($U_2 < E_2 < U_3$) система (4) принимает вид

$$\begin{cases} U_1 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{T_1} + \frac{1}{R_1} \right) - E_2 \frac{1}{T_1} - U_2 \frac{1}{R_1} = 0, \\ U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{R_2} \right) - U_1 \frac{1}{R_1} - E_2 \frac{1}{T_2} - U_3 \frac{1}{R_2} = 0, \\ U_3 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - U_2 \frac{1}{R_2} - E_1 \frac{1}{R_3} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Из второго уравнения следует, что

$$T_2 = (U_2 - E_2) / \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_3}{R_2} - U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right). \quad (8)$$

В правой части нам известно (новое измеренное) U_1 . Поскольку T_1 ранее определено, из первого уравнения определяем U_2

$$U_2 = R_1 U_1 \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{T_1} + \frac{1}{R_1} \right) - E_2 \frac{R_1}{T_1}. \quad (9)$$

U_3 при «разомкнутой» ветви $D_3 + T_3$ определяется делителем напряжения между потенциалами E_1 и U_2 :

$$U_3 = (E_1 - U_2) R_2 / (R_2 + R_3).$$

В итоге, все величины в (8) известны и однозначно определяют T_2 .

При $E_2 > U_3$ все диоды открыты. Тогда из третьего уравнения системы (4) вытекает, что

$$T_3 = (U_3 - E_2) / \left(\frac{U_2}{R_2} + \frac{E_1}{R_3} - U_3 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \right). \quad (10)$$

Поскольку T_1 и T_2 уже определены, из первого уравнения определяем U_2 по формуле (9), а из второго уравнения вычисляем

$$U_3 = R_2 U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{R_2} \right) - U_1 \frac{R_2}{R_1} - E_2 \frac{R_2}{T_2}. \quad (11)$$

Подставляя их в (10), однозначно определяем величину T_3 .

В случае большого количества троек $D_k + T_k + R_k$ вычисление T_k осуществляется аналогично по нарастанию индекса k от 1 до n в момент подачи напряжения $E_2 \in (U_k, U_{k-1})$ для открывания диодов $D_1, \dots, D_k = 0$ при закрытых диодах $D_{k+1}, \dots, D_n = +\infty$. К этому моменту считаются вычисленными величины T_1, \dots, T_{k-1} . Тогда из уравнения (3) получаем

$$T_k = (U_k - E_2) / \left(\frac{U_{k-1}}{R_{k-1}} + \frac{U_{k+1}}{R_k} - U_k \left(\frac{1}{R_{k-1}} + \frac{1}{R_k} \right) \right). \quad (12)$$

Участвующие в этой формуле U_{k-1} и U_k вычисляются из уравнений (3) с нулевыми D_i :

$$U_i = R_{i-1} \left(-\frac{U_{i-2}}{R_{i-2}} + U_{i-1} \left(\frac{1}{R_{i-2}} + \frac{1}{T_{i-1}} + \frac{1}{R_{i-1}} \right) - \frac{E_2}{T_{i-1}} \right) \quad \text{для } i = 2, \dots, k. \quad (13)$$

А U_{k-1} вычисляется из других уравнений (3) с бесконечными D_i , что численно реализуется в виде делителя напряжения между E_1 и U_k :

$$U_{k+1} = (E_1 - U_k) R_k / (R_k + \dots + R_{n+1}). \quad (14)$$

Вычислительный эксперимент

Рассмотрим модельную задачу с «идеальными» диодами. Пусть $E_1 = 5 \text{ В}$, $R_0 = R_1 = R_2 = R_3 = 900 \text{ Ом}$, $T_1 = 2000 \text{ Ом}$, $T_2 = 3000 \text{ Ом}$, $T_3 = 4000 \text{ Ом}$. Для расчета параметров электрической цепи применяли описанный метод узловых потенциалов. В тестовых расчетах использовались «идеальные» диоды в следующем смысле: у открытого диода сопротивление равно нулю, а у закрытого – проводимость равна нулю. Отметим, что эти условия плохо выполняются при незначительном падении напряжения на реальном диоде. Поэтому при измерениях следует избегать ситуаций, близких к точкам переключения диодов.

Сначала проведем вычисление узловых потенциалов при изменении постоянного напряжения E_2 в интервале $[0.2, 5.0]$ с шагом 0.2. Полученные значения представлены в табл. 1-4.

В качестве исходных данных для работы алгоритма были выбраны три ситуации с разными состояниями диодов:

- 1) состояние 8: $E_1 = 5.0 \text{ В}$, $E_2 = 1.8 \text{ В}$, $U_1 = 1.39 \text{ В}$;

Таблица 1. Все диоды находятся в закрытом состоянии

Table 1. All diodes are in the closed state

Такт	$E_2, \text{ В}$	$U_1, \text{ В}$	$U_2, \text{ В}$	$U_3, \text{ В}$
0	0.20	1.25	2.50	3.75
1	0.40	1.25	2.50	3.75
2	0.60	1.25	2.50	3.75
3	0.80	1.25	2.50	3.75
4	1.00	1.25	2.50	3.75
5	1.20	1.25	2.50	3.75

Таблица 2. Диод D_1 открыт, D_2 и D_3 закрыты

Table 2. Diode D_1 is open, D_2 and D_3 are closed

Такт	$E_2, \text{ В}$	$U_1, \text{ В}$	$U_2, \text{ В}$	$U_3, \text{ В}$
6	1.40	1.29	2.53	3.76
7	1.60	1.34	2.56	3.78
8	1.80	1.39	2.59	3.80
9	2.00	1.44	2.63	3.81
10	2.20	1.49	2.66	3.83
11	2.40	1.54	2.69	3.85
12	2.60	1.59	2.73	3.86

Таблица 3. Диоды D_1 и D_2 открыты, D_3 закрыт

Table 3. Diodes D_1 and D_2 are open, D_3 is closed

Такт	E_2 , В	U_1 , В	U_2 , В	U_3 , В
13	2.80	1.65	2.77	3.88
14	3.00	1.71	2.83	3.92
15	3.20	1.77	2.91	3.95
16	3.40	1.84	2.98	3.99
17	3.60	1.90	3.05	4.02
18	3.80	1.97	3.12	4.06
19	4.00	2.04	3.19	4.09

Таблица 4. Диоды D_1 , D_2 и D_3 открыты

Table 4. Diodes D_1 , D_2 , and D_3 are open

Такт	E_2 , В	U_1 , В	U_2 , В	U_3 , В
20	4.20	2.10	3.26	4.14
21	4.40	2.17	3.34	4.19
22	4.60	2.24	3.42	4.25
23	4.80	2.31	3.50	4.31
24	5.00	2.38	3.59	4.36

Таблица 5. Результаты вычислительного эксперимента

Table 5. Results of the computational experiment

Открытые диоды	U_2 , В	U_3 , В	T_i , Ом
D_1	2.59	3.79	$T_1 = 2000.20$
D_1, D_2	2.91	3.95	$T_2 = 3000.29$
D_1, D_2, D_3	3.42	4.25	$T_3 = 4000.55$

2) состояние 15: $E_1=5.0$ В, $E_2=3.2$ В, $U_1=1.77$ В;

3) состояние 22: $E_1=5.0$ В, $E_2=4.6$ В, $U_1=2.24$ В.

Полученные результаты работы алгоритма представлены в табл. 5.

Ошибка восстановления сопротивлений T_1, T_2, T_3 составила менее 0.014 %.

Заключение

Ясно, что в реальных схемах вольтамперные характеристики диодов не столь идеальны. Поэтому ошибка восстановления сопротивления термисторов получается тем больше, чем больше отклонения характеристик диодов от идеального состояния, т.е. чем больше выражения

$$D_k^{op}/T_k \text{ и } T_k/D_k^{cl} \tag{15}$$

для открытого D_k^{op} и закрытого D_k^{cl} состояний диодов соответственно. Точность будет тем выше, чем меньше величины (15), которые необходимо учитывать при подборе реальных элементов измерительной схемы.

Снижение точности может происходить при большом числе троек $D_k + T_k + R_k$, когда ненулевые обратные токи суммарно могут дать существенный вклад в погрешность изложенного алгоритма. Тогда изложенный алгоритм применяется для получения начального приближения для решения полной системы нелинейных алгебраических уравнений (3), в которых сопротивления D_k , в принципе, не только зависят от направления тока, но и могут нелинейно зависеть от амплитуды напряжения и даже от температуры. В таком случае для решения нелинейных

систем уравнений, получающихся при каждом конкретном режиме включения диодов, должна быть известна (нелинейная) температурная вольтамперная характеристика используемых диодов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта: № 18-47-242005 «Создание эффективных распределенных сетей температурных датчиков для бортовой аппаратуры спутников».

Список литературы

- [1] Линеверг Ф. *Измерение температур в технике*. М.: Металлургия, 1980. 544 с. [Lineveg F. *Temperature measurement in the technique*. М.: Metallurgiya, 1980. 544 p. (in Russian)].
- [2] Васильев Е.Н., Деревянко В.А. Анализ эффективности применения термоэлектрических модулей в системах охлаждения радиоэлементов. *Вестник СибГАУ*, 2013, 4 (50), 9-13 [Vasil'ev E.N., Derevyanko V.A. Analysis of the effectiveness of the use of thermoelectric modules in cooling systems of radioelements. *Vestnik SibSAU*, 2013, 4 (50), 9-13 (in Russian)].
- [3] Деревянко В.А., Латыпов А.Ф. Восстановление распределения температуры среды в двумерной области томографическим методом по результатам измерений электрического сопротивления ориентированных проводников. *Вычислительные технологии*, 2018, 23 (3), 31-38 [Derevyanko V.A., Latypov A.F. Recovery of the temperature distribution of the medium in the two-dimensional domain by the tomographic method from the results of measurements of the electrical resistance of oriented conductors. *Computational Technologies*, 2018, 23 (3), 31-38 (in Russian)].
- [4] Кorneева А.А., Шайдуров В.В. Численный анализ температурных данных с пленочных резисторов электронных плат. *Вычислительные технологии*, 2017, 22 (3), 32-44. [Korneeva A.A., Shaydurov V.V. Numerical analysis of temperature data from film resistors of electronic boards. *Computational Technologies*, 2017, 22 (3), 32-44 (in Russian)].
- [5] Шайдуров В.В., Кorneева А.А. Численный метод анализа нелокальных данных с пленочных терморезисторов электронных плат. *Сибирские электронные математические известия*, 2017, 14, 914-926. [Shaydurov V.V., Korneeva A.A. Numerical method for the analysis of non-local data from film thermistors of electronic boards. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2017, 14, 914-926 (in Russian)].
- [6] Korneeva A., Shaydurov V. Computational algorithms for analysis of data from thin-film thermoresistors on a radio-electronic printed circuit board. *Conference Proceedings of American Institute of Physics*, 2016, 1759, Art. 020048.
- [7] Caltagirone J.P. *Reseau maille de conducteurs electriques, notamment pour mesure de temperatures*. France: Demande de brevet d'invention № 2315689, Intern. Classification G01K7/04. – 1977 [Caltagirone J.P. *Mesh network of electrical conductors, especially for measuring temperatures*. France: Patent application No. 2315689, Intern. Classification G01K7/04. 1977 (in French)].
- [8] Wood S.D., Mangum B.W., Filliben J.J., Tillett S.B. An investigation of the stability of thermistors. *J. Research of the National Bureau of Standards*, 1978, 83 (3), 247-263.
- [9] *Precise and reliable measurement, optimisation and management*. Germany: Heraeus Sensor Technology, 2017. 38 p.

[10] Ядевич А.И. Тонкопленочные платиновые чувствительные элементы для термометров сопротивления. *Мир измерений*, 2010, 3, 52-55 [Yadevich A.I. Platinum thin film sensors for resistance thermometers, *Measurement World*, 2010, 3, 52-55 (in Russian)].

[11] Нейман Л.Р., Демирчян К.С. *Теоретические основы электротехники*. Том I. Л.: Энергоиздат, 1981. 536 с. [Neiman L.R., Demirchyan K.S. *Theoretical foundations of electrical engineering*. Vol. 1. L: Energoizdat, 1981, 536 p. (in Russian)].

[12] Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. *Матрицы и вычисления*. М.: Наука, 1984. 320 с. [Voevodin V.V., Kuzetsov Yu.A. *Matrices and computations*. M.: Nauka, 1984. 320 p. (in Russian)].