УДК 519.24

К ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Цепкова М.В.
научный руководитель канд. техн. наук Сергеева Н.А.
Сибирский федеральный университет

В настоящей статье рассматривается задача управления динамическим процессом при частичной параметризации его модели. В этом случае учитывается порядок старшей производной выходной переменной, но отсутствует информация о конкретном виде параметрической модели. Задача управления в рассматриваемой ситуации может быть сведена к управлению многомерным статическим объектом. Алгоритм управления динамическим объектом строится на основе непараметрических оценок функции регрессии по наблюдениям «входных-выходных» переменных со случайными ошибками. Представленный алгоритм носит дуальный характер, т.е. использует знания управления объектом с предыдущих тактов и изучающие компоненты, которые отслеживают разницу между текущей траекторией и желаемой.

В общем виде уравнение, описывающее линейный динамический процесс, может быть записано в дискретной форме:

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \ldots + \alpha_n x_{t-n} + \beta_1 u_{t-1} + \ldots + \beta_m u_{t-m}, \quad (1)$$

или в более общем виде:

$$x_t = F(u_t, u_{t-1}, \ldots u_{t-m}, x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-n}). \quad (2)$$

Тогда выходную переменную процесса $x(t)$ в каждый фиксированный момент времени можно интерпретировать как зависящую от входных переменных процесса $u(t)$ и значений выходной переменной $x(t)$, измеренных в предыдущие такты времени $(x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots, x_{t-n})$.

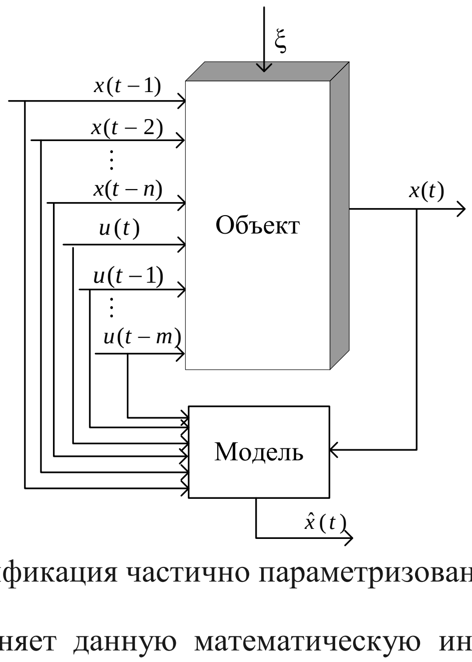

Рис. 1. Идентификация частично параметризованным объектом

Схема на рис. 1 поясняет данную математическую интерпретацию описания процесса, где $\xi(t)$ – случайное воздействие с ограниченной дисперсией: $D\{\xi(t)\} < Const$ и нулевым математическим ожиданием: $M\{\xi(t)\} = 0$, $\hat{x}(t)$ – модель объекта. Тогда динамический процесс может быть интерпретирован как многомерный статический, для идентификации поведения которого могут быть применимы соответствующие методы и алгоритмы теории идентификации и управления статическим объектом.

Для построения алгоритма управления объектом с памятью использовалась непараметрическая теория идентификации. Схема управления частично параметризованным объектом представлена на рис. 2, где УУ – управляющее устройство, h_t^x – случайные помехи, действующие в каналах измерения переменной процесса.

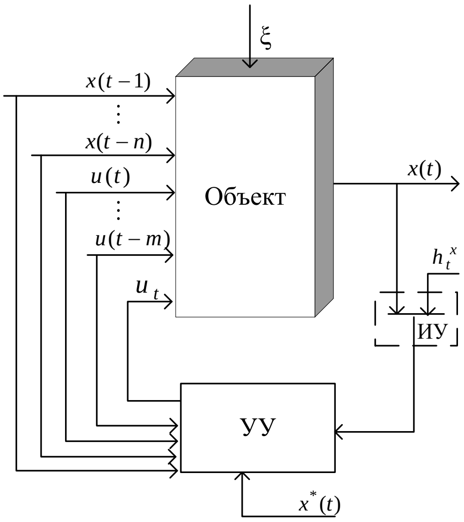

Рис. 2. Управление частично параметризованным объектом

Приведение системы к заданному воздействию $x^*(t)$ осуществляется методом изменения входной переменной процесса определенным образом. Входное воздействие системы $u(t)$ регулируется непараметрической оценкой входной управляемой переменной процесса и некоторой невязкой по выходу объекта. В качестве непараметрического алгоритма управления динамическим объектом, представленном на рис. 2, может быть использована следующая процедура:

$$u_t = u_t^*(x_t^*) + \Delta u_t, \tag{3}$$

где u_t^* – непараметрическая статистика входного воздействия, x_t^* − задающее воздействие, k – некоторый коэффициент. Коэффициент Δu_t определяется по формуле:

$$\Delta u_t = k(x_t^* - x_{t-1}). \tag{4}$$

Без нарушения общности, рассмотрим случай управления динамическим объектом первого порядка. В качестве оценки u_t^* используется непараметрическая оценка регрессии:

$$u_{t-1}^*(t) = \sum_{i=0}^{t-1} u_i H\left(\frac{x_i^* - x_i}{Cs_{t-1}^*}\right) H\left(\frac{x_{t-1} - x_{i-1}}{Cs_{t-1}^*}\right) \Bigg/ \sum_{i=0}^{t-1} u_i H\left(\frac{x_i^* - x_i}{Cs_{t-1}^*}\right) H\left(\frac{x_{t-1} - x_{i-1}}{Cs_{t-1}^*}\right) \tag{5}$$

где Cs – параметр размытости, $H(z)$ – ядерная функция, обладающая известными свойствами сходимости. В предлагаемом подходе предыдущее состояние системы рассматривается в качестве входного воздействия, т.е. значения выходной переменной процесса рассматривается как неуправляемое входное воздействие.

В качестве ядерной функции выбрано усеченное параболическое ядро. Так как на вход объекта подается управляемое входное воздействие $u(t)$ и неуправляемое воздействие x_{t-1}, то каждому входному воздействию соответствует ядерная функция.

Для различных ядерных функций необходимы различные параметры размытости $Cs^*_{t-1} = \beta_1 \left| x^*_t - x_{t-1} \right|$, а Cs^x_{t-1} вычисляется по следующей формуле $Cs^x_{t-1} = \beta_2 \left| x_{t-1} - x_{t-2} \right|$, где $\beta_1, \beta_2 -$ некоторые коэффициенты.

Представленные алгоритмы управления относятся к классу непараметрических алгоритмов дуального управления, а системы управления являются системами с активным накоплением информации. Особенность таких систем заключается в том, что задачи идентификации и управления объединены. При этом элементы выборки измерений $\left\{ x_t, u_t, t = \overline{1,s} \right\}$ используются для построения модели и для управления системой, т.е. носят двойственный характер. В таких системах входные воздействия должны быть одновременно изучающими и управляющими. Исследуемые системы называются системами с дуальным управлением.

Численные исследования. В вычислительном эксперименте рассматривался линейный динамический объект первого порядка:

$$ax'(t) + bx(t) = u(t) \ . \tag{6}$$

Разностное уравнение имеет вид:

$$x_t = \frac{a}{a + b\Delta t} x_{t-1} + \frac{\Delta t}{a + b\Delta t} u_t . \tag{7}$$

Так как выходная переменная процесса рассматривается в качестве входного воздействия, то на первом этапе вычислительного эксперимента необходимо накопить сведения о работе объекта. На вход объекта подается управляющее воздействие $u_0(t) = 0.5t^2, t = 1,2,...,50$

Объект управления имеет вид: $x_t = 0.091x_{t-1} + 0.91u_t$, $k = 0.7$, коэффициент для расчета параметра размытости ядерной функции входного воздействия $u(t)$ $\beta_1 = 0.55$, коэффициент для расчета параметра размытости ядерной функции неуправляемого входного воздействия x_{t-1}: $\beta_2 = 0.6$ На объект действует помеха, распределенная по нормальному закону со среднеквадратическим отклонением $\sigma = 0.1$, объект моделируется на временном отрезке [0;5]. Заданное воздействие имеет вид константы, значения которой в определенные моменты времени изменяются. На рис.3 представлено управление объектом при данных условиях, красной линией обозначен выходная переменная объекта $x(t)$, черная линия – задающее воздействие $x^*(t)$.

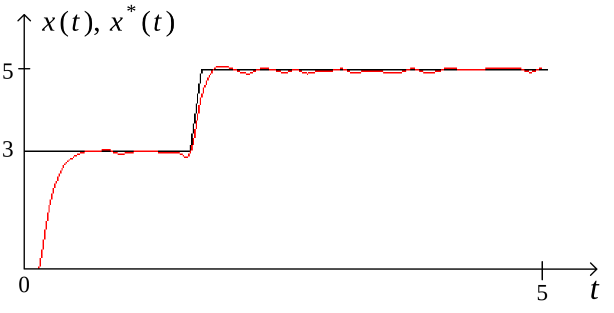

Рис. 3. Управление объектом при задании $x^*_1(t) = 3, x^*_2(t) = 5$

На рис. 3 вначале работы объекта задающее воздействие имело вид константы $x^*_1(t) = 3$. По рис. 3 видно, что после нескольких итераций выход объекта настраивается и приблизительно становится равным задающему воздействию. В некоторый момент времени задающее воздействие изменилось и стало равным $x^*_2(t) = 5$, при этом модель объекта за несколько итераций достигла необходимого значения.

Исследуем управление объектом при другом задающем воздействии. Априорные сведения об объекте не изменились. Задающее воздействие для данного случая имеет вид $x_1^*(t)=3, x_2^*(t)=1, x_3^*=5$. Графическая интерпретация управления объектом представлена на рис. 4.

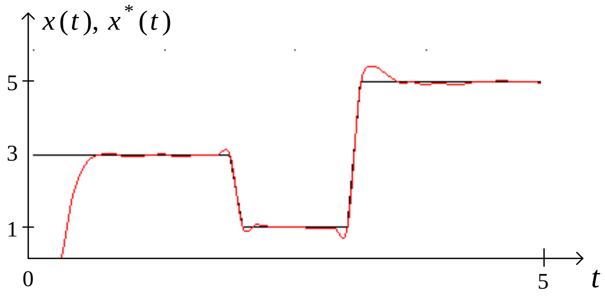

Рис. 4. Управление объектом при задание $x_1^*(t)=3, x_2^*(t)=1, x_3^*=5$

По рисунку видно, что к начальному заданию значение модели сошлось довольно быстро. При изменении задающего воздействия на $x_2^*(t)=1$, модель свела значение выхода объекта к заданному моментально, это связано с тем, что у модели имелись сведения о поведении объекта в диапазоне [0,3] значения выходной переменной процесса $x(t)$. Имея необходимые данные, модель настроила объект на необходимое значение. Затем при изменении задающего воздействия на $x_3^*(t)=5$, которое имеет значение за пределами диапазона накопленных сведений, модели потребовалось чуть больше времени для вывода системы на необходимую траекторию. Данный эксперимент показал эффективность частично параметризованной модели динамического объекта, которая использовалась при управлении объектом.

Заключение. В данной статье исследуется задача управления объектом с памятью. Особенность подхода к решению задачи управления такими объектами состоит в интерпретации задачи динамики как задачи многомерной статики. Это известный прием, который основывается на переобозначении переменных, следует заметить, что простой переход от управления одномерным динамическим объектом к задаче многомерного статического объекта не упрощает задачи, а скорее сводит ее к обычной математической трактовке с тем лишь отличием, что вместо динамического получили статический объект. Таким образом, одномерный динамический объект может быть интерпретирован как многомерный статический объект.

В данной работе приведен алгоритм управления объектом с памятью. Для построения алгоритма управления таким объектом использовалась непараметрическая теория идентификации. Отметим, что в этом случае исходная постановка задачи не соответствует ни параметрическому, ни непараметрическому, а находится где-то «по середине», т.е. имеет место частичная параметризация задачи. Более конкретно, известен старший порядок производной описывающей процесс, но не известен характер процесса, это позволяет в дальнейшем исследовать нелинейные динамические процессы. Приведены соответствующие алгоритмы управления объектом.

В вычислительном эксперименте проводилось исследование задачи управления объектом с памятью. Исследования показали, что объект настраивается на необходимую траекторию, при имеющейся накопленной информации о поведении объекта. При изменении задающего воздействия, значения которого выходят за пределы диапазона имеющейся информации, модели требуется некоторое время для настройки объекта. Численные исследования частично параметризованной модели динамического объекта показали достаточно высокую эффективность.