

EDN: EEXLRS

УДК 621.928.6

## Justification of Taking into Account the Aerodynamic Drag Force when Particles Move Along the Inclined Shelf of the Pneumatic Separator

Vladimir B. Ponomarev\* and Ivan P. Fesun  
*Ural Federal University  
Yekaterinburg, Russian Federation*

Received 30.11.2023, received in revised form 13.02.2024, accepted 14.02.2024

**Abstract.** The article considers a mathematical model of the movement of single particles along the inclined shelves of pneumatic separators. It is noted that in the practice of such analytical calculations, the force of aerodynamic resistance of the airflow to the movement of particles along an inclined plane is considered negligible compared to the friction force on the shelf surface. The results of simulation experiments for calculating the final velocity of particles falling off the shelf with varying values of their sizes and coefficient of friction are analyzed. The substantiation of the consideration of the aerodynamic drag force is carried out to describe the movement of particles in separators not only in free flow, but also when they move along inclined shelves. It is concluded that for engineering calculations, the aerodynamic resistance of the medium can be neglected only for particles larger than a certain size.

**Keywords:** mathematical model, particle, aerodynamic drag, friction resistance.

Citation: Ponomarev V. B., Fesun I. P. Justification of taking into account the aerodynamic drag force when particles move along the inclined shelf of the pneumatic separator. *J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol.*, 2024, 17(2), 142–147. EDN: EEXLRS



# Обоснование учета силы аэродинамического сопротивления при движении частиц по наклонной полке пневматического сепаратора

**В. Б. Пономарев, И. П. Фесун**  
*Уральский федеральный университет  
Российская Федерация, Екатеринбург*

**Аннотация.** В статье рассматривается математическая модель движения одиночных частиц по наклонным полкам пневматических сепараторов. Отмечается, что в практике подобных аналитических расчетов сила аэродинамического сопротивления воздушного потока движению частиц по наклонной плоскости считается пренебрежительно мала по сравнению с силой трения о поверхность полки. Анализируются результаты имитационных экспериментов расчета конечной скорости схода частиц с полки при варьированных значениях их размеров и коэффициента трения. Проводится обоснование учета силы аэродинамического сопротивления для описания движения частиц в сепараторах не только в свободном потоке, но и при движении их по наклонным полкам. Делается вывод, что для инженерных расчетов можно пренебрегать аэродинамическим сопротивлением среды только для частиц крупнее определенного размера.

**Ключевые слова:** математическая модель, частица, аэродинамическое сопротивление, сопротивление трения.

Цитирование: Пономарев В. Б. Обоснование учета силы аэродинамического сопротивления при движении частиц по наклонной полке пневматического сепаратора / В. Б. Пономарев, И. П. Фесун // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2024, 17(2). С. 142–147. EDN: EEXLRS

## Введение

Фракционирование полидисперсного материала по крупности в пневматических сепараторах осуществляется под действием массовых сил гравитации и инерции и сил сопротивления движению частиц на пересыпных полках и в пространстве между ними.

Если при свободном движении двухфазной среды определяющим фактором разделения ее по размерам или плотности является взаимодействие сил гравитации и аэродинамического сопротивления, то при движении частиц по наклонной поверхности добавляется сила сопротивления движению или сила трения о поверхность полки.

Существует мнение, что сила трения движения частицы по плоскости в спокойной газовой среде во много раз превосходит силу аэродинамического сопротивления и последней можно пренебречь [1–4].

В случае если поверхность обдувается встречным газообразным потоком, аэродинамическое сопротивление частиц в расчетах, наоборот, учитывается [5, 6].

Таким образом, обсуждение данного вопроса является актуальным и востребованным.

## Методы и принципы исследования

Рассмотрим пневматический сепаратор с обратным потоком воздуха через решетку [7, 8], предназначенный, например, для фракционирования материала размером 50–1000 мкм. Части-

цы разделяемого материала движутся сверху вниз по решетке, образованной параллельными пластинами с длиной полки до 100 мм, мелкие фракции при пересыпке с полки на полку захватываются потоком внутрь аппарата, крупные разгружаются с нижней ее части. Расстояние между жалюзи намного превышает размер частиц, воздушный поток входит без поворота, поэтому у поверхности пластин скорость потока можно считать близкой к нулевой.

Так как частица движется по наклонной полке, проецируем имеющиеся силы на ось, параллельную плоскости движения. Дифференциальное уравнение примет вид:

$$m \frac{dv}{dt} = (G - A) \sin \alpha - F_{\text{тр}} - F_c, \quad (1)$$

где  $m$  – масса шарообразной частицы;  $v$  – скорость ее движения по полке;  $G$  – сила тяжести;  $A$  – сила Архимеда;  $F_{\text{тр}}$  – сила трения движения частицы по полке;  $F_c$  – сила аэродинамического сопротивления;  $\alpha$  – угол наклона полки.

После преобразований

$$\frac{dv}{dt} = g \frac{\rho_c - \rho}{\rho_c} \sin \alpha - fg \cos \alpha - C_d \frac{3}{4} \frac{v^2}{d} \frac{\rho}{\rho_c}. \quad (2)$$

Здесь  $g$  – константа ускорения свободного падения;  $\rho$  – плотность дисперсионной среды;  $\rho_c$  – кажущаяся плотность частиц;  $f$  – коэффициент трения частицы по полке;  $d$  – диаметр шарообразной частицы.

Коэффициент аэродинамического сопротивления для переходной зоны чисел Рейнольдса можно вычислить по зависимости [9].

$$C_d = \frac{24}{\text{Re}} (0,92 + 0,147 \text{Re}^{0,55})^{1,45}. \quad (3)$$

Согласно [6] даже сферические частицы имеют трение качения с проскальзыванием. Для частиц, отличающихся по форме от шара, трение о наклонную поверхность имеет сложный физический характер. Будем считать, что коэффициент  $f$  в уравнении (2) – это некоторый обобщенный коэффициент трения частицы о поверхность полки, включающий как трение качения, так и трение скольжения.

### Результаты математического моделирования

Определяющим фактором процесса фракционирования частиц в жалюзийном сепараторе является их начальная скорость схода с полки в движущийся газовый поток. Ее можно рассчитать, решая уравнение (2) численными методами, например Рунге-Кутты с начальными условиями:  $t = 0$ ;  $x = 0$ ;  $v = 0$ . Угол наклона полки 45 градусов к горизонту, длина полки 100 мм. Проведенные расчеты показали, что в исследуемом диапазоне параметров:  $50 \leq d \leq 1000$  мкм,  $\rho_c = 2600$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>,  $f = 0,15$  при угле наклона полки 45 градусов к горизонту скорость частиц увеличивается с длиной пробега по наклонной полке увеличивается, причем для тонких фракций она выходит на постоянное значение (рис. 1).

Если не учитывать аэродинамическое сопротивление частиц, уравнение (2) можно решить в явном виде

$$v = gt \left( \frac{\rho_{\text{ч}} - \rho}{\rho_{\text{ч}}} \sin \alpha - f \cos \alpha \right); \quad (4)$$

$$x = g \frac{t^2}{2} \left( \frac{\rho_{\text{ч}} - \rho}{\rho_{\text{ч}}} \sin \alpha - f \cos \alpha \right). \quad (5)$$

На рис. 1 зависимость скорости частиц, рассчитанной без учета сопротивления газовой среды от длины полки, обозначена цифрой 6. Эта кривая инвариантна к размеру частиц, а конечная скорость схода частиц с полки длиной 100 мм составляет около 1,08 м/с.

Для частиц 1000 мкм (линия 5) расчетная скорость их движения с учетом сопротивления воздуха составляет около 1,06 м/с, что сопоставимо с кривой 6. Чем меньше размер частиц, тем больше это различие. Это связано с тем, что, например, для частиц с размером 50 мкм (линия 1) установившаяся скорость движения 0,117 м/с становится на длине полки около 10 мм, для частиц с диаметром 200 мкм (линия 3) постоянная скорость устанавливается на длине более 1500 мм, а для частиц крупнее 1000 мкм – более 17000 мм.

На рис. 2 представлена зависимость относительного отклонения скоростей частиц при сходе с наклонной полки длиной 100 мм, рассчитанных с учетом силы сопротивления газовой среды и без ее учета от величины коэффициента трения частицы о поверхность полки.

Как видно из графика, для исследуемого диапазона параметров относительное отклонение для частиц 1000 мкм при учете и без учета сопротивления газовой среды составляет около 3 % при изменении коэффициента трения частиц о поверхность полки до 0,75 и в дальнейшем монотонно возрастает до 10 %. Для других фракций наблюдается похожий характер, при этом

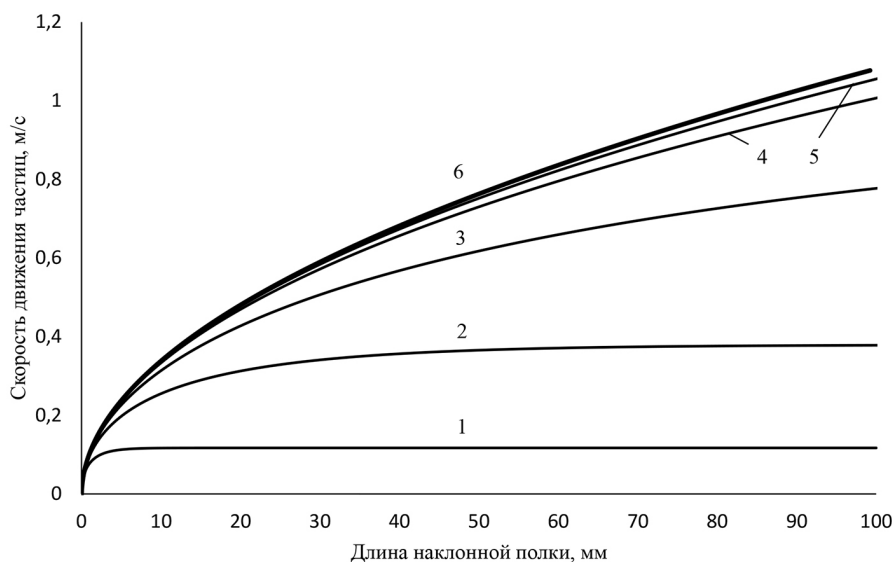


Рис. 1. Изменение скорости движения частиц при движении по наклонной полке с учетом коэффициента аэродинамического сопротивления: 1 –  $d = 50$ ; 2–100; 3–200; 4–500; 5–1000 мкм; 6 – скорость движения частиц любого размера без учета сопротивления среды

Fig. 1. Change in the velocity of particles when moving along an inclined shelf taking into account the coefficient of aerodynamic drag: 1 –  $d = 50$ ; 2–100; 3–200; 4–500; 5–1000 microns; 6 – the speed of movement of particles of any size without taking into account the resistance of the medium

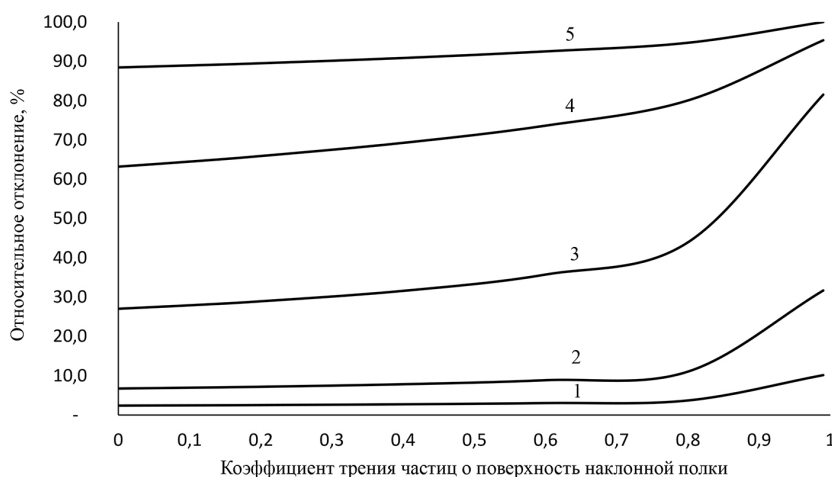


Рис. 2. Изменение относительного отклонения скоростей частиц при спуске с наклонной полки длиной 100 мм, рассчитанных с учетом силы сопротивления газовой среды и без ее учета от величины коэффициента трения частицы о поверхность полки: 1 –  $d = 1000$ ; 2–500; 3–200; 4–100; 5–50 мкм

Fig. 2. Change in the relative deviation of particle velocities when descending from an inclined shelf with a length of 100 mm, calculated taking into account the resistance force of the gas medium and without taking it into account from the value of the coefficient of friction of the particle on the shelf surface: 1 –  $d = 1000$ ; 2–500; 3–200; 4–100; 5–50 microns

относительные отклонения тем выше, чем меньше размер частиц. Если не учитывать сопротивления газовой среды для частиц 50 мкм, относительная погрешность в расчетах скоростей составит до 100 %.

### Выводы

В инженерных расчетах технологического оборудования, в котором осуществляются процессы движения частиц сыпучего материала по наклонным поверхностям, можно не учитывать аэродинамическое сопротивление газовой среды для частиц крупнее определенного размера. Так, для воздушного сепаратора с наклонной решеткой [7] таким размером являются частицы крупнее 1000 мкм. Для более тонких фракций частиц учет сопротивления газовой среды является необходимым условием.

Относительная погрешность в расчетах при игнорировании силы сопротивления газовой среды увеличивается с уменьшением размера частиц, причем с ростом абсолютного значения коэффициента трения частиц о поверхность наклонной полки относительные погрешности возрастают еще больше.

Проведенные в данной работе вычисления относятся к шарообразным частицам, несомненно, возникает интерес, какие будут отличия в расчетах для сыпучих материалов, не имеющих сферической формы.

### Список литературы / References

- [1] Нейков О. Д., Логачев И. Н. *Аспирация и обеспыливание воздуха при производстве порошков*. Москва: Металлургия, 1981. 192 [Nejkov O. D., Logachev I. N. *Aspiration and dedusting of air in the production of powders*. Moskva: Metallurgiya, 1981, 192 (in Rus.)]

[2] Потапов В. Я. Разработка математической модели движения частиц в сепараторе по трению и упругости. *Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал)*, 2014, 2, 324–329 [Potapov V. Ya. Development of a mathematical model of particle motion in a separator by friction and elasticity. *Mining Information and Analytical Bulletin (Scientific and Technical Journal)*, 2014, 2, 324–329 (in Rus.)]

[3] Морозов А. М., Захаров И. П. Математическая модель движения частицы по наклонной плоскости. *Конструирование, использование и надежность машин сельскохозяйственного назначения*, 2003, 1(2), 226–227 [Morozov A. M., Zakharov I. P. Mathematical model of particle motion on an inclined plane. *Design, use and reliability of agricultural machinery*, 2003, 1(2), 226–227 (in Rus.)]

[4] Исаев Ю. М., Семашкин Н. М., Злобин В. А. Теоретическое описание перемещения частицы винтовой поверхностью по плоскости. *Аграрная наука и образование на современном этапе развития: опыт, проблемы и пути их решения: Материалы VI Международной научно-практической конференции, Ульяновск, 06 февраля 2015 года*. Ульяновск: Ульяновская государственная сельскохозяйственная академия им. П. А. Столыпина, 2015, 2015(1), 44–47 [Isaev Yu. M., Semashkin N. M., Zlobin V. A. Theoretical description of the movement of a particle by a helical surface along a plane. *Agrarian science and education at the present stage of development: experience, problems and ways to solve them: Materials of the VI International Scientific and Practical Conference, Ulyanovsk, February 06, 2015*. Ulyanovsk: Ulyanovsk State Agricultural Academy named after P. A. Stolypin, 2015, 2015(1), 44–47 (in Rus.)]

[5] Чиркун Д. И., Левданский А. Э., Левданский Э. И., Опимах Е. В. Исследования многокаскадного гравитационного сепаратора. *Труды БГТУ. Химия и технология неорганических веществ*, 2010, 1(3), 175–178 [Chirkun D. I., Levdansky A. E., Levdansky E. I., Opimakh E. V. Studies of a multistage gravity separator. *Works of BSTU. Chemistry and Technology of Inorganic Substances*, 2010, 1(3), 175–178 (in Rus.)]

[6] Матвиенко О. В., Андропова А. О., Андриасян А. В., Мамадраимова Н. А. Математическое моделирование движения сферической частицы по наклонной поверхности в сдвиговом потоке. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, 2018, 52, 75–88 [Matvienko O. V., Andropova A. O., Andriasyan A. V., Mamadramova N. A. Mathematical modeling of the motion of a spherical particle along an inclined surface in a shear flow. *Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and Mechanics*, 2018, 52, 75–88 (in Rus.)]

[7] Пономарев В. Б. Переработка металлургических шлаков методом пневматической сепарации. *Сталь*, 2015, 2, 82–83 [Ponomarev V. B. Processing of metallurgical slags by pneumatic separation. *Steel*, 2015, 2, 82–83 (in Rus.)]

[8] Ponomarev V. B. Pneumatic fractionation of enriched quartz sand for dry building mixtures *AIP Conference Proceedings: 16th International conference on industrial manufacturing and metallurgy, ICIMM 2021*. Nizhny Tagil: 2022, 030030

[9] Ponomarev V. B., Fesun I. P. Mathematical Modeling of the Particle-Deposition Rate Taking into Account Dynamic Relaxation. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. 2020, 54(5), 906–912