

EDN: FKUSSI

УДК 533:528

## Simulation of Supercavitating Flows in Desalination Installations with Thermodynamic Effects Included

Ludmila V. Kulagina<sup>\*a</sup>,  
Tatiana A. Pyanykh<sup>a</sup> and Konstantin A. Shtym<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Siberian Federal University  
Krasnoyarsk, Russian Federation*

<sup>b</sup>*Far Eastern Federal University  
Vladivostok, Russian Federation*

Received 15.02.2023, received in revised form 05.03.2023, accepted 11.03.2023

**Abstract.** Improved mathematical model is presented teplomassoobmennyh and hydrodynamic processes in supercavitation evaporators, based on the assumption of local thermodynamic equilibrium, kinematic and between phases and the absence of the interface between water and steam. In contrast to the known, the proposed model allows the design phase and during the operation of power systems elements comprehensively assess the impact of control actions to treatment regimens and increases the precision calculations of the characteristics of the process.

**Keywords:** desalination, supercavitation, the process of evaporation, heat and mass transfer, fluid dynamics, improving the accuracy of calculations.

Citation: Kulagina, L.V., Pyanykh, T.A., Shtym, K. A. Simulation of supercavitating flows in desalination installations with thermodynamic effects included. J. Sib. Fed. Univ. Eng. & Technol., 2023, 16(3), 372–386. EDN: FKUSSI



## Моделирование суперкавитационных течений в опреснительных установках с учетом термодинамических эффектов

Л. В. Кулагина<sup>а</sup>, Т. А. Пьяных<sup>а</sup>, К. А. Штым<sup>б</sup>

*<sup>а</sup>Сибирский федеральный университет  
Российская Федерация, Красноярск*

*<sup>б</sup>Дальневосточный федеральный университет  
Российская Федерация, Владивосток*

**Аннотация.** Изложена усовершенствованная математическая модель теплообменных и гидродинамических процессов в суперкавитирующих испарителях, основанная на предположении локального кинематического и термодинамического равновесия между фазами и отсутствия поверхности раздела между паром и водой. В отличие от известных, предлагаемая модель позволяет на этапе проектирования и в период эксплуатации элементов энергетических систем комплексно оценивать влияние управляющих воздействий на режимы обработки и обеспечивает повышение точности расчетов характеристик процесса.

**Ключевые слова:** опреснение, суперкавитация, процесс испарения, теплообмен, гидродинамика, повышение точности расчетов.

Цитирование: Кулагина Л. В. Моделирование суперкавитационных течений в опреснительных установках с учетом термодинамических эффектов / Л. В. Кулагина, Т. А. Пьяных, К. А. Штым // Журн. Сиб. федер. ун-та. Техника и технологии, 2023, 16(3). С. 372–386. EDN: FKUSI

### Введение

Предприятия энергетической отрасли, как известно, являются одними из крупнейших потребителей воды из природных источников. Как правило, ими используется вода из поверхностных источников, которая содержит различные примеси. Для обеспечения надежной, долговечной и безаварийной работы системы теплоснабжения необходима качественная подготовка подпиточной воды, которая в общем случае включает следующие стадии обработки: удаление из воды катионов накипеобразователей умягчением или обессоливанием; удаление из воды агрессивных газов  $O_2$  и  $CO_2$  атмосферной, вакуумной или химической деаэрацией. Особенно важное значение имеет водоподготовка в открытых системах теплоснабжения, где подпиточная вода должна, согласно требованиям санитарного надзора, соответствовать по всем показателям питьевой воде.

Наименее надежным звеном систем теплоснабжения является транспорт тепла. Основными проблемами тепловых сетей являются коррозионные разрушения и загрязнения трубопроводов. Более 25 % всех повреждений связано с внутренней язвенной коррозией. Как правило, все это является следствием технического и технологического несовершенства применяемых методов обработки воды.

Общей проблемой физико-химической очистки природных вод в энергетических системах является необходимость дальнейшего совершенствования процессов очистки и коррекции свойств воды на базе новых наукоемких энергоэффективных технологий. Возникающие проблемы энергоресурсосбережения и экобезопасности в системах водоподготовки в энергетических комплексах могут быть решены с помощью кавитационной технологии, основанной на ис-

пользовании эффектов кавитации и являющейся по своей сути экологически чистой. Однако вопросы изменения физико-химических свойств воды (реологических, структурных и др.) и их влияния (на макроуровне) на ход и результат технологических процессов на современном этапе изучены недостаточно.

Кроме того, эффекты кавитации играют существенную роль в различных технических системах и технологических процессах. Известно, что кавитация является причиной разрушения трубопроводов и гидроарматуры, гидротехнического и гидравлического оборудования, судовых движителей и многого другого, находящегося в потоках жидкости в условиях режимов течений, способствующих возникновению кавитации (например, как правило, эти явления возникают при открытии-закрытии регулирующей арматуры).

В начальной стадии кавитационной эрозии происходит пластическая деформация поверхности под действием кумулятивных микроструек и импульсов давления, возникающих в результате схлопывания кавитационных пузырьков. При этом образуются следы скольжения, поверхность становится волнистой, а через некоторое время появляются экструзии и интрузии (вспучивания поверхности, образование складок, вмятин и т.д.). При дальнейшем кавитационном воздействии после значительных пластических деформаций происходит разрушение поверхности трубопровода с образованием большого количества микрократеров, которые в процессе своего роста сливаются в макрократеры – полости в материале с размерами до нескольких миллиметров. Образующиеся раковины являются концентраторами напряжений. При действии высоких давлений и ударных нагрузок, являющихся следствием возникновения гидроудара, на внутренней поверхности трубопровода в зонах кавитационной эрозии происходит образование и быстрое распространение микротрещин, которые развиваются и проникают вглубь материала. При этом создаются критические условия для разрыва трубопровода. Таким образом, в потоке происходит взаимодействие кавитационных эффектов и гидроудара в процессе разрушения материала трубопроводов.

Исходя из вышеизложенного, существуют, по крайней мере, две предпосылки для изучения кавитационных течений – при использовании их в целях водоподготовки и для предотвращения преждевременного износа трубопроводов тепловых сетей. В связи с этим возникает много важных вопросов: о нахождении устойчивых режимов обработки воды, о влиянии кавитационного воздействия на физико-химические характеристики и релаксацию полученных свойств и др., ответы на которые должны быть найдены в процессе всесторонних исследований [1–14]. Для выработки мер борьбы с разрушительными следствиями кавитации существует ряд способов, которых на данный момент недостаточно. Требуются дальнейшие научные исследования в направлении создания гидротермодинамических условий бескавитационных течений, в разработке новых кавитационно стойких конструкционных материалов, проектировании оборудования и технологических процессов новых типов. Вследствие чрезвычайной сложности физических процессов, происходящих при кавитации, механизм действия последней трудно поддается теоретическому и экспериментальному исследованию. Важную роль здесь играет численное моделирование кавитационных течений [1, 3, 5, 7, 9].

Физическое моделирование кавитационных течений и воздействий основано на идеях и исследованиях Г. В. Логвиновича, Р. Кнеппа, В. М. Ивченко, В. А. Кулагина и др. В исследование искусственных кавитационных течений внесли вклад ученые: А. Ф. Болотин, А. А. Бутозов,

Л. А. Эпштейн и др., работы которых в значительной степени раскрыли физические процессы, характеризующие явление кавитации, и позволили установить ряд закономерностей. Теоретическим и экспериментальным исследованиям начальной стадии кавитации, в частности статической и динамики одиночного пузырька в безграничной жидкости и вблизи стенки, посвящены работы В. К. Андреева, Хёрринга и др. Однако при проектировании технологических аппаратов для различных производств с применением гидротермодинамических эффектов кавитации и необходимости учета специфических особенностей конкретного технологического процесса не всегда удается воспользоваться предложенными формулами и методами. Существующие теория и методы расчета развитых кавитационных течений не позволяют с достаточной точностью рассчитать суперкавитационные аппараты, возможные экстремальные условия, возникающие в трубопроводах и арматуре и т.п.

### **Анализ методов вычислительной гидродинамики**

С расширением области приложения кавитационной технологии в различных отраслях производства возрастает потребность в исследовании кавитационных течений. Однако одновременное существование граничной динамики, фазового перехода и сильного изменения плотности значительно затрудняет эту задачу.

В последнее десятилетие становится распространенным применение вычислительной гидродинамики (CFD) для анализа кавитационных течений. Усовершенствование CFD-методов в начале 1990-х годов привело к появлению кавитационных моделей, включающих уравнения Навье-Стокса. Выделяют два основных подхода при моделировании многофазных потоков: с взаимопроникающими средами и без взаимопроникновения.

В подходе, который рассматривает не взаимопроникающие среды, четко определяется поверхность раздела в системе «пар – жидкость». Этот подход был разработан для моделирования устойчивых кавитационных течений, в которых известны начальная форма каверны и модель области замыкания (следа). Уравнения движения решаются только для жидкой фазы, а паровая фаза учитывается граничными условиями на поверхности раздела. Массовый поток через поверхность раздела фаз не учитывается. Начальную форму каверны и ее область замыкания R. Hirschi, P. Dupont и F. Avellan [15, 16] определяли с помощью уравнения Рэлея-Плессета, тогда как M. Deshpande, J. Feng [17] и Y. Chen, S. D. Heister [18] применяли критерий статического давления пара. Для учета термодинамических эффектов M. Deshpande, J. Feng [19] использовали уравнение энергии. Однако модели, предполагающие четкую поверхность раздела фаз, не нашли широкого применения.

Как показал анализ работ по исследованию кавитационных течений, наиболее часто встречается подход, основанный на взаимопроникающих средах. В этом случае кавитационный поток рассматривается как гомогенная смесь. Здесь не предполагается поверхность раздела между двумя несмешивающимися жидкостями, поэтому объемная доля фазы может изменяться от нуля до единицы, в зависимости от занимаемого пространства в двухфазном потоке. Для смеси применяются уравнения сохранения импульса и неразрывности, а также замыкающее уравнение, необходимое для нахождения объемной доли. Модели кавитации данного подхода классифицируются по типу уравнений, которые используются для определения содержания доли фазы в потоке, а именно – алгебраические и дифференциальные.

Алгебраические модели предполагают мгновенное влияние локального давления на плотность гомогенной смеси. Поэтому они также известны как баротропные модели или модели, основанные на уравнении состояния. Упрощая уравнение энергии, можно получить следующее баротропное уравнение:

$$c_m^2 \frac{d\rho_m}{dt} = \frac{dP}{dt},$$

где  $c_m$  – скорость звука смеси, м/с;  $\rho_m = \alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_l$  – плотность смеси,  $\rho_v$  и  $\rho_l$  – плотности пара и жидкости соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $\alpha$  – объемная доля пара;  $P$  – давление, Па.

Y. Delannoу и J. Kuenу [20] принимали скорость звука согласно экспериментальным данным. O. Coutier-Delgosha [21] учитывал скорость звука смеси с помощью полиномиального уравнения. D.P. Schmidt и др. [22] использовали переменную скорость звука, основываясь на классической гомогенной модели равновесия Wallis [23]:

$$\frac{1}{c_m^2} = \frac{\partial\rho_m}{\partial P} = \rho_m \left( \frac{\alpha}{\rho_v c_v^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_l c_l^2} \right).$$

В результате интегрирования уравнения (2) можно получить зависимость между давлением и плотностью, которая дает начало алгебраическим моделям кавитации [24–27]:

$$P(\rho_m) = P_n + \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v \rho_l} \frac{1}{(\rho_l c_l)^{-2} + (\rho_v c_v)^{-2}} \log \left[ \left( \frac{\rho_m c_m}{\rho_l c_l} \right)^2 \right].$$

Однако в баротропной модели плотность зависит только от давления, вследствие чего не учитываются некоторые особенности кавитационных течений. Это может быть легко замечено при записи уравнения переноса завихренности:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{\omega} = \vec{\omega} \cdot \nabla \vec{u} + \frac{1}{\rho_m^2} \nabla \rho_m \times \nabla P + \text{viscous terms},$$

где  $\vec{u}$  – абсолютная скорость, м/с;  $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$  – завихренность, 1/с. Второй член с правой стороны равенства при  $\rho_m = \rho_m(P)$  обращается в ноль. В результате исчезает значительный источник турбулентности, который является существенным в области закрытия каверны [27].

Для более полного описания природы гидродинамической кавитации были разработаны дифференциальные модели. К ним относятся модели, основанные на уравнении переноса, а также модели, включающие уравнение Рэлея-Плессета. Наиболее часто применяется уравнение переноса объемной доли паровой фазы, имеющее следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \alpha) + \nabla \cdot (\rho_v \alpha \vec{u}) = S_\alpha,$$

где  $S_\alpha$  – источниковый член, который зависит от свойств жидкости и процесса фазового перехода (испарение или конденсация).

Основная трудность данного метода заключается в определении  $S_\alpha$ . A. Alajbegovic и др. [28], а также W. Yuan и др. [29] предложили кавитационную модель, базирующуюся на уравнении Рэлея. С. L. Merkle [30], R. Kunz [31], V. Ahuja [32], N. Singhal [33] применяли полуаналитические уравнения для массового переноса. В качестве примера приведем выражение для

определения  $S_{\alpha}$ , полученное N. Singhal [33]. В данном случае источниковый член складывается из двух составляющих:

$$R_e = C_e \frac{V_{ch}}{\sigma} \rho_l \rho_v \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{P_{\text{н}} - P}{\rho_v} \right)^{1/2} (1 - \alpha), \text{ при } P \leq P_{\text{н}};$$

$$R_c = C_c \frac{V_{ch}}{\sigma} \rho_l \rho_v \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{P - P_{\text{н}}}{\rho_l} \right)^{1/2} \alpha, \text{ при } P \geq P_{\text{н}};$$

где  $V_{ch}$  – характеристическая скорость, м/с;  $P_{\text{н}}$  – давление насыщения, Па;  $\sigma$  – поверхностное натяжение воды, Н/м;  $C_e = 0,02$  и  $C_c = 0,01$  – эмпирические константы.

Senocak и Shyu [27] получили полностью аналитическую кавитационную модель переноса, основанную на уравнениях сохранения массы и импульса для поверхности раздела «пар – жидкость».

Модели, предложенные A. Alajbegovic и др. [28], а также W. Yuan и др. [29], описывают предельный случай роста сферического пузырька при изменении давления окружающей жидкости. Однако данные модели плохо адаптированы для учета коллапса пузырька и пренебрегают многими эффектами, которые определяют поведение пузырьков. Влияние инерции, вязкости, поверхностного натяжения жидкости и сжимаемости парогазовой составляющей смеси на структуру кавитационного потока моделируется более универсальным уравнением Рэлея-Плессета [34]:

$$\rho \left( R \cdot \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right) = P_v + P_g - P_l - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} - 2 \frac{\sigma}{R},$$

где  $R$  – радиус кавитационного пузырька, м;  $P_v, P_g, P_l$  – давление пара, газа и жидкости в кавитационной области соответственно;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости, Па·с.

В течение долгого времени уравнение Рэлея-Плессета (8) решалось в одномерном виде. Однако в связи с повышением мощности ЭВМ появились работы, отражающие расчетный анализ двух и трехмерных нестационарных кавитационных потоков [35–39]. В настоящее время стало возможным исследование кавитации при помощи «тяжелых», в вычислительном смысле, моделей E. Giannadakis, M. Gavaises, H. Roth, C. Arcoumanis [36] и G. L. Chahine [37], которые включают уравнение для динамики группы пузырей радиуса  $R$  и плотности их числа  $n$ , полученное A. Kubota и др. [35]:

$$R \cdot \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 = \frac{P_v - P}{\rho} + \frac{P_{g,0}}{\rho} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} -$$

$$- \frac{2\sigma}{\rho R} - \frac{4\mu}{\rho} \frac{\dot{R}}{R} - 2\pi \cdot \Delta r^2 \cdot (nR^2 \ddot{R} + \dot{n}R^2 \dot{R} + 2nR\dot{R}^2),$$

где  $P_{g,0}$  и  $R_0$  – первоначальные давление газа и радиус пузырька,  $\gamma$  показатель политропы. Последний член в этом уравнении моделирует динамику пузырьков на подсеточном масштабе  $\Delta r$ . Эта особенность становится полезной при использовании грубых сеток, где давление распределяется между несколькими пузырьками в вычислительной ячейке.

Сравнение математических моделей кавитационных потоков показывает, что наиболее эффективным является подход, основанный на взаимопроникающих средах. В табл. 1 при-

Таблица 1. Свойства математических моделей кавитации

Table 1. Properties of mathematical models of cavitation

Факторы	Алгебраические модели	Дифференциальные модели	
		Модели, основанные на уравнении переноса	Модели, основанные на уравнении Рэлея-Плессета
Фазовый переход	Равновесие фаз	Неравновесное состояние фаз; постоянная скорость фазового перехода	Неравновесное состояние фаз; переменная скорость фазового перехода
Зависимость плотности от давления	Баротропная модель	Бароклиническая модель	Бароклиническая модель
Эффекты кавитационных ядер	Не учитываются	Могут быть учтены	Могут быть учтены
Турбулентность	Пренебрегается или учитывается для смеси	Учитывается для смеси	Учитывается для смеси или жидкости

ведены свойства трех широко применяемых типов кавитационных моделей данного подхода.

Алгебраические модели предполагают явное влияние давления на объемную долю паровой фазы, тем самым представляя природу потока баротропной. Модели, которые используют дифференциальные уравнения, описывают бароклиническую природу кавитационного потока, более соответствующую реальности. Модели кавитации, основанные на уравнении переноса, являются устойчивыми и популярными в CFD относительно моделей, основанных на уравнении Рэлея-Плессета. Однако последние более пригодны для моделирования нестационарных кавитационных течений, хотя и требуют больших вычислительных ресурсов.

### **Математическая модель тепломассообменных и гидродинамических процессов в суперкавитирующих испарителях**

В условиях дефицита пресной воды актуальна задача совершенствования существующих и разработки новых методов водоподготовки. Один из перспективных способов обессоливания воды – применение суперкавитационных испарителей. Процесс испарения в аппаратах суперкавитирующего типа осуществляется за счет создания развитого кавитационного течения при обтекании недогретой жидкостью кавитатора с последующим отбором пара из образовавшихся каверн [9]. Высокая интенсивность теплообмена по сравнению с другими способами генерирования пара объясняется особенностями процесса испарения с поверхности каверны. Так как каверна образуется за счет гидродинамических факторов (увеличения местных скоростей течения при обтекании кавитатора), то давление в каверне существенно ниже давления омывающей ее жидкости, поэтому при суперкавитационном испарении возникает ряд дополнительных эффектов, усиливающих испарение с поверхности каверны: разность температур, обусловленная гидродинамическим перепадом давления; разность парциальных давлений водяного пара в жидкости и в каверне, др.

С повышением температуры давление насыщения водяного пара и наклон касательной к линии насыщения [40] резко возрастают (рис. 1), что приводит к существенному влиянию теплообменных процессов на размеры кавитационных полостей.

Теплота парообразования ( $L$ ), давление ( $p$ ), температура ( $T$ ), удельный объем сухого насыщенного водяного пара ( $v''$ ) и кипящей воды ( $v'$ ) связаны уравнением Клапейрона – Клаузиуса:

$$\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{L}{T(v'' - v')} \quad (1)$$

Для изотермических случаев интенсивность кавитации при течении жидкостей определяется числом кавитации  $\sigma_\infty = (p_\infty - p_v(T_\infty))/0,5\rho_l U_\infty^2$ , где  $p_v(T_\infty)$  – постоянное давление насыщения при заданной температуре жидкости. Для неизотермических случаев число кавитации  $\sigma_\infty = (p_\infty - p_v(T))/0,5\rho_l U_\infty^2$  включает давление насыщения, выраженное в виде функции от локальной температуры  $p_v(T)$ . Принимая функцию  $p_v(T)$  в рассматриваемом интервале температур  $\Delta T$  непрерывной и ограничиваясь двумя первыми членами ряда Тейлора, получим уравнение:

$$\sigma = \sigma_\infty - \frac{\partial p}{\partial T} \frac{\Delta T}{0,5\rho_l U_\infty^2}; \Delta T = T - T_\infty < 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) определяет зависимость числа кавитации от температуры. Как видно из этого уравнения, местное понижение температуры приведет к повышению числа кавитации и, следовательно, понизит интенсивность кавитации [41].

Для моделирования рабочих процессов суперкавитационного испарителя использовали модель двухфазного гомогенного потока, которая основывается на предположении локального кинематического и термодинамического равновесия между фазами и отсутствия поверхности раздела между паром и водой. Также пренебрегаем выделением тепла за счет вязкостного тре-

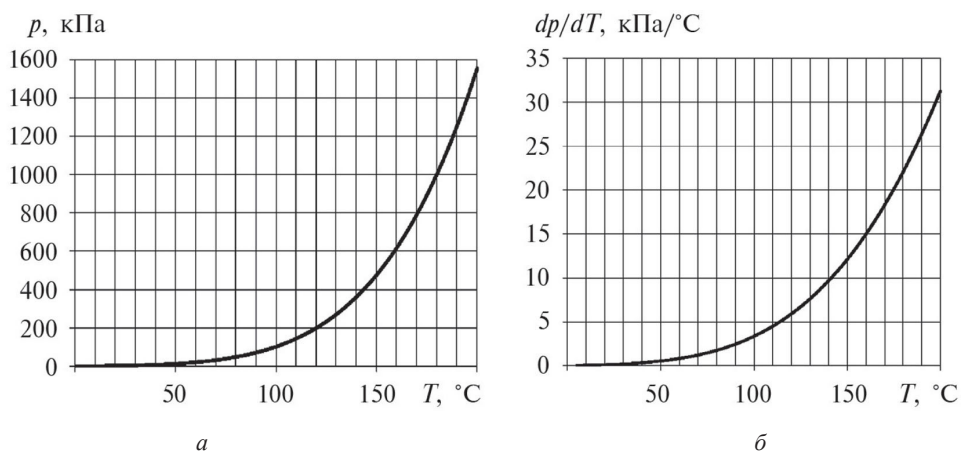


Рис. 1. Зависимость давления насыщения водяного пара  $p$  от температуры  $T$ :  $a$  – кривая насыщения водяного пара;  $b$  – скорость изменения давления насыщения от температуры

Fig. 1. Dependence of the saturation pressure of water vapor  $p$  on temperature  $T$ :  $a$  – the saturation curve of water vapor;  $b$  – the rate of change of saturation pressure from temperature



ния, при этом температурное поле определяется только испарением и конденсацией. Кавитационное течение жидкости в этом случае описывается уравнениями неразрывности, сохранения момента импульса, уравнением сохранения энергии и уравнением переноса жидкой фазы, представленными в стационарном виде [41–45]:

$$\partial(\rho_m u_j) / \partial x_j = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_m u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_m + \mu_T) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} [\rho_m u_j (h + f_v L)] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\mu_m}{Pr_m} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} \right]; \quad (5)$$

$$\partial(\alpha_l u_j) / \partial x_j = m^+ + m^- \quad (6)$$

где  $\rho_m$  – плотность смеси;  $h$  – удельная энтальпия жидкости;  $u$  – локальная скорость смеси;  $\mu_m, \mu_T$  – коэффициенты динамической и турбулентной вязкости смеси соответственно;  $Pr_m, Pr_T$  – ламинарное и турбулентное числа Прандтля соответственно;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\delta_{ij} = 0 (i \neq j), \delta_{ij} = 1 (i = j)$ ;  $\alpha_l$  – объемная доля жидкости;  $m^+, m^-$  – скорость испарения и конденсации.

Теплофизические параметры смеси  $\varphi_m$  и массовая доля пара  $f_v$  определяются выражениями:

$$\varphi_m = \alpha_l \varphi_l + (1 - \alpha_l) \varphi_v; \quad (7)$$

$$f_v = \frac{\rho_v (1 - \alpha_l)}{\rho_m}, \quad (8)$$

где индекс  $l$  обозначает жидкость,  $v$  – пар, а  $m$  – смесь.

Источниковый  $m^+$  и стоковый  $m^-$  члены в уравнении (6) зависят от многих факторов, и их формулировка в настоящее время не унифицирована для различных конструктивных и режимных параметров, встречающихся в различных прикладных задачах. Обзор методов определения этих членов приведен в [43]. Пренебрегая производной второго порядка и поверхностным натяжением в уравнении Рэлея – Плессета, можно получить следующие выражения для скорости испарения и конденсации [46, 47]:

$$m^+ = -F_v \frac{3\alpha_{nuc} \alpha_l \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \max\left(\frac{p_v - p(T)}{\rho_l}, 0\right)}; \quad (9)$$

$$m^- = F_c \frac{3(1 - \alpha_l) \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \min\left(\frac{p_v - p(T)}{\rho_l}, 0\right)}; \quad (10)$$

где  $F_v$  и  $F_c$  – эмпирические постоянные, которые в этих уравнениях учитывают тот факт, что процесс конденсации протекает медленнее испарения [48],  $\alpha_{nuc}$  – объемная доля неконденсированного газа в воде,  $R_B$  – радиус зародышей кавитации. Сферические пузырьки неконденсирующегося газа в воде являются зародышами для образующихся паровых полостей. Для расчетов принимались следующие значения:  $\alpha_{nuc} = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $R_B = 10^{-6}$  м,  $F_v = 50$ ,  $F_c = 0,01$ .

Для учета турбулентности использовалась  $k - \epsilon$  модель. Уравнения переноса кинетической энергии турбулентности  $k$  и диссипации энергии  $\epsilon$ :

$$\frac{\partial(\rho_m u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu_m + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \rho_m \varepsilon; \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\rho_m u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu_m + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G - C_2 \rho_m \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (12)$$

где  $G$  – скорость генерации турбулентности, которая определяется согласно уравнению:

$$G = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad (13)$$

где  $\tau_{ij}$  – тензор напряжений Рейнольдса:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho_m u'_i u'_j} = \mu_T \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2\rho_m k \delta_{ij}}{3}. \quad (14)$$

Коэффициент турбулентной вязкости  $\mu_T$  определяется по формуле

$$\mu_T = \frac{\rho_m C_\mu k^2}{\varepsilon}. \quad (15)$$

Эмпирические константы  $\sigma_k = 1,0$ ;  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ ;  $C_1 = 1,44$ ;  $C_2 = 1,92$ ,  $C_\mu = 0,09$ .

Объемная доля фазы может изменяться от нуля до единицы, в зависимости от занимаемого пространства в двухфазном потоке. Фазы должны полностью заполнять весь объем, поэтому

$$\sum_{i=1}^2 \alpha_i = 1. \quad (16)$$

### Геометрия и граничные условия

На рис. 2 представлена схема рабочего участка суперкавитационного испарителя. В рабочем участке длиной  $L = 470$  мм и диаметром  $D = 70$  мм установлен кавитатор с диаметром основания  $d = 16,8$  мм на расстоянии  $l = 50$  мм от входа в рабочий участок. В качестве кавитатора использовался конус с углом раствора  $53^\circ$ . Исследования проводились в условиях существенного влияния стеснения потока на форму и размеры каверны существенно. Трубка, расположенная вдоль оси рабочего участка, служит для крепления кавитатора и отбора пара из каверны.

Численное решение задачи проводилось с использованием метода контрольного объема при помощи программы ANSYS CFX. Расчётная сетка состояла из гексаэдрических элементов и имела специальное сгущение в месте предполагаемого образования каверны.

Задача рассматривалась в стационарной осесимметричной постановке. Для замыкания системы уравнений принимали следующие граничные условия: на входе в рабочий участок – скорость 6 м/с, линейный масштаб 0,005 и интенсивность турбулентности 0,03, объемные доли пара и воды 0,0 и 1,0 соответственно; на выходе – давление 147 кПа. На стенках скорость равна нулю. Расчеты проводили для воды температурой 110 С, что соответствует максимальной температуре воды на входе в первую ступень испарения большинства современных испарительных установок. В основании кавитатора осуществлялся отбор пара в количестве 0,0414 кг/ч. Теплофизические параметры воды и пара принимались согласно [40].

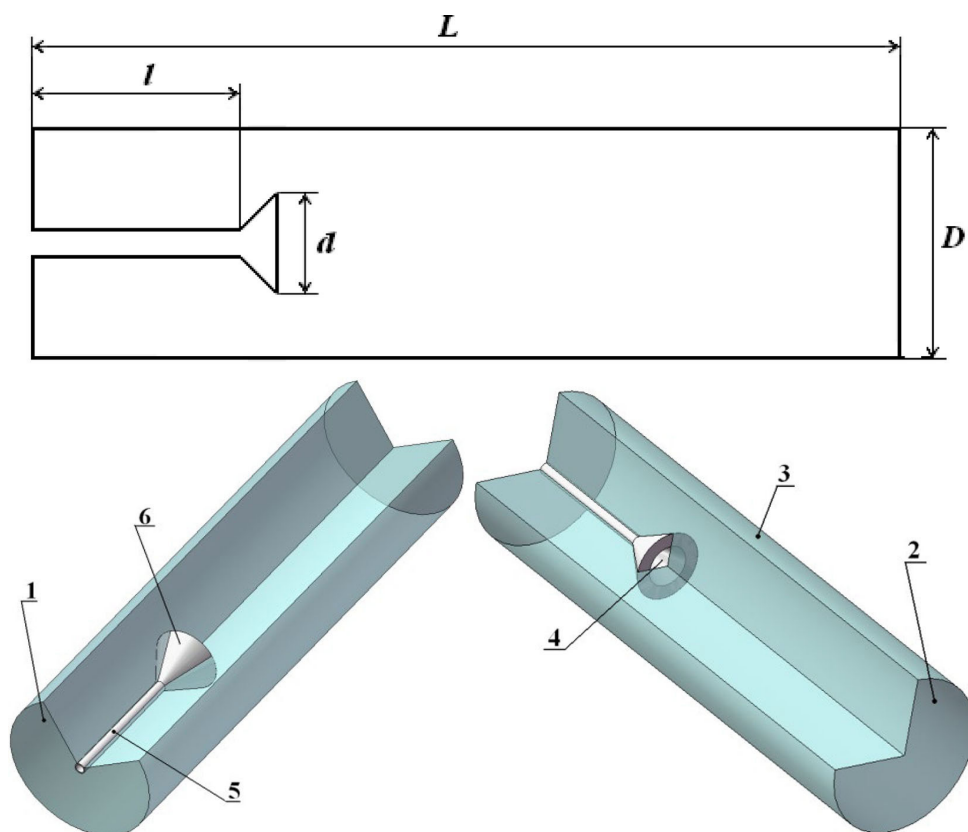


Рис. 2. Расчётная область ступени испарения суперкавитационного испарителя: 1, 2 – вход и выход рабочего участка; 3 – внутренняя стенка корпуса рабочего участка; 4 – отверстие для отбора пара из каверны; 5 – пароотводящая трубка; 6 – кавитатор

Fig. 2. Calculated area of the evaporation stage of the supercavitation evaporator: 1, 2 – the entrance and exit of the working area; 3 – the inner wall of the housing of the working area; 4 – a hole for the extraction of steam from the cavity; 5 – a steam–draining tube; 6 – a cavitator

### Результаты численного исследования

Получены поля скоростей, давлений, температуры и доли пара в смеси (рис. 3), а также распределение кинетической энергии и скорость диссипации.

Область фазового перехода объемной доли пара в потоке смеси имеет довольно тонкую границу (см. рис. 3, а), что объясняется высокими градиентами давления в этой области (см. рис. 3, в). Расчетная длина каверны для заданных условий составила 12 мм. Температура в каверне уменьшилась относительно температуры на входе в рабочий участок приблизительно на 38 °С, а в области «хвоста» каверны выросла на 24 °С (см. рис. 3, б).

Эффект возрастания температуры в области замыкания каверны объясняется повышением давления в этой области и завихрением: в месте замыкания каверны в небольшом объеме достаточно высокое тепловыделение за счет конденсации пара, что является причиной роста температуры в этой области. Как показали результаты расчета, заданный отбор пара из каверны не приводит к разрушению каверны, что объясняется интенсивным испарением на ее поверхности и устойчивой граничной динамикой.

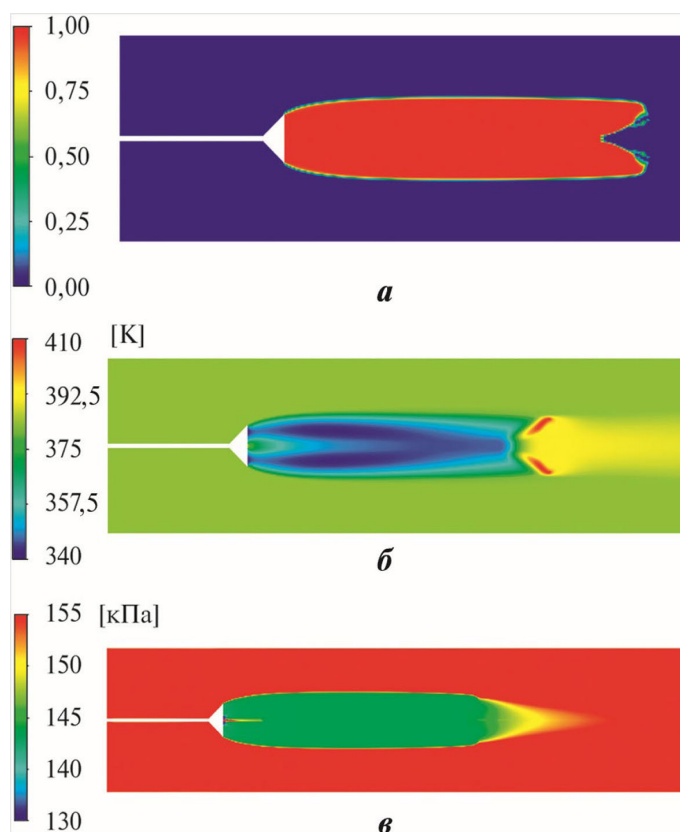


Рис. 3. Результаты расчета: *a* – доля пара; *б* – температурное поля; *в* – поле давлений

Fig. 3. Calculation results: *a* – vapor fraction; *б* – temperature field; *в* – pressure field

### Выводы

1. Анализ зависимости числа кавитации от температуры показал, что с уменьшением температуры интенсивность кавитации в потоке воды понижается. При повышении температуры воды, поступающей в рабочий участок суперкавитационного испарителя, и увеличении паротбора из каверны влияние термодинамических эффектов усиливается.

2. Разработана математическая модель, позволяющая проводить расчетные исследования кавитационных течений с учетом термодинамических эффектов. Проведено моделирование рабочих процессов суперкавитационного испарителя. Полученные расчетные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

3. Суперкавитационный метод является перспективным способом опреснения и требует дальнейшего изучения.

### Список литературы / References

- [1] Кулагин В. А., Москвичев В. В., Махутов Н. А., Маркович Д. М., Шокин Ю. И. Проблемы физического и математического моделирования в области гидродинамики больших скоростей на экспериментальной базе Красноярской ГЭС [J], *Вестник Российской академии наук*. 2016. 86(11). 978–990. DOI: 10.7868/S 0869587316110062 [V. A. Kulagin, V. V. Moskvichev, N. A. Makhutov,

D. M. Markovich, Yu. I. Shokin Physical and Mathematical Modeling in the Field of High-Velocity Hydrodynamics in the Experimental Base of the Krasnoyarsk Hydroelectric Plant [J], *Herald of the Russian Academy of Sciences*, 2016. 86(6). 454–465. DOI: 10.1134/S 1019331616060034].

[2] Ивченко В. М., Кулагин В. А., Есиков С. А., Лаврик Н. Л. Кинетика кавитационного воздействия на элементы гидротехнических сооружений и гидроэнергетического оборудования. *Известия ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева*. Л., Энергоатомиздат, 1987. 200. 43–48 [Ivchenko V. M., Kulagin V. A., Esikov S. A., Lavrik N. L. Kinetics of cavitation impact on elements of hydraulic structures and hydropower equipment. *Izvestiya VNIIG im. B. E. Vedeneeva*. 200. L., Enogoatomizdat, 1987. 43–48].

[3] Витер В. К., Кулагин В. А. *Крупномасштабные гравитационные гидродинамические трубы* [М]. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. 243. [V. K. Viter and V. A. Kulagin, *Large-Scale Gravitational Hydrodynamic Tunnels* [M] (IPtS KGTU, Krasnoyarsk, 2006) (in Rus.)].

[4] Radzyuk A. Yu., Kulagin V. A., Istyagina E. B., Pianykh T. A. Modernization of the cavitation stand for the investigation of two-phase flow regimes, *J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol.*, 2019, 12(4), 468–475. DOI: 10.17516/1999–494X-0155.

[5] Кулагин В. А., Пьяных Т. А. Исследование кавитационных течений средствами математического моделирования [J], *Журнал СФУ. Техника и технологии*. 2012. 5(1). 57–62 [Kulagin V. A. and P'yanykh T. A. Investigation of cavitation flows by means of mathematical modeling [J], *J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol.* 2012. 5(1). 57–62 (in Rus.)].

[6] Демиденко Н. Д., Кулагин В. А., Шокин Ю. И. *Моделирование и вычислительные технологии распределенных систем*. Монография Новосибирск, Наука, 2012. 436. [N. D. Demidenko, V. A. Kulagin, Yu. I. Shokin Modeling and computing technologies of distributed systems [M], (Nauka, Novosibirsk, 2012) (in Rus.)].

[7] Kulagin V. A., Vil'chenko A. P., Kulagin T. A. *Modeling of two-phase supercavitation flows*; Editor V. I. Bykov. Krasnoyarsk: KSTU, 2001. 187.

[8] Ivchenko, V. M., 1985, *Supercavitation mechanism hydrodynamics*, Irkutsk: Irkutsk Univ. Publishing Comp., 232.

[9] Ивченко В. М., Кулагин В. А., Немчин А. Ф. *Кавитационная технология*: Монография; ред. Г. В. Логвинович. Красноярск, Изд-во КГУ, 1990. 200. [Ivchenko V. M., Kulagin V. A. and Nemchin A. F., *Cavitation Technology*, Ed. by G. V. Logvinovich [M], Izd. KGU, Krasnoyarsk (1990). 200. (in Rus.)].

[10] Zhi-Ying Zheng, Qian Li, Lu Wang, Li-Ming Yao, Wei-Hua Cai, Vladimir A. Kulagin, Hui Li, Feng-Chen Li Numerical study on the effect of steam extraction on hydrodynamic characteristics of rotational supercavitating evaporator. *Desalination* 455 (2019) 1–18; doi.org/10.1016/j.desal.2018.12.012.

[11] Qian Li, Zhi-Ying, Feng-Chen Li, Vladimir A. Kulagin Numerical study on the characteristics of natural supercavitation by planar symmetric wedge-shaped cavitators for rotational supercavitating evaporator. *Science China Technological Sciences*. 2015. 58(6). 1072–1083; doi: 10.1007/s11431–015–5827-y.

[12] Likhachev D. S., Li Feng-Chen, Vladimir A. Kulagin Experimental study of thermohydrodynamic characteristics of a rotational supercavitating evaporator for desalination. *Sci. China. Tech. Sci.*, 2014, 57: 2115–2130, doi: 10.1007/s11431–014–5631–0.

[13] Kulagin V. A., P'yanykh T. A. Modeling of processes in supercavitation evaporator with consideration of thermodynamic effects. *Chemical and Petroleum Engineering*. 50. 2014. 24–29. DOI 10.1007/s10556–014–9848–3.

- [14] Кашкина Л. В., Кулагин В. А., Кулагина Л. В., Стебелева О. П. Изучение эффектов кавитационного диспергирования твердофазных материалов. *Энергетика в глобальном мире: сб. докладов первого Международного научно-технического конгресса*. Красноярск, ООО «Версо», 2010. 398–406 [Kashkina L. V., Kulagin V. A., Kulagina L. V., Stebeleva O. P. Study of the effects of cavitation dispersion of solid-phase materials. *Energy in the global world: Sat. reports of the first International Scientific and Technical Congress*. Krasnoyarsk, LLC “Verso”, 2010. 398–406 (in Rus.)].
- [15] Hirschi R. *Prediction par Modelisation Numerique Tridimensionnelle des Effets de la Cavitation a Poche dans les Turbomachines Hydrauliques*. PhD thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 1998 (N°1777).
- [16] Hirschi R., Dupont P. and Avellan F. Centrifugal pump performance drop due to leading edge cavitation: Numerical predictions compared with model tests. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* 120 (december 1997), 705–711.
- [17] Deshpande M., Feng J., AND 1994, C. L. M. Cavity flow predictions based on the euler equations. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* 116 (march 1994), 36–44.
- [18] Chen Y. and Heister S.D. A numerical treatment for attached cavitation. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* 116 (september 1994), 613–618.
- [19] Deshpande M., Feng J. and C.L.M. Numerical modeling of the thermodynamic effects of cavitation. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* 119 (june 1997), 420–427.
- [20] Delannoy Y. and Kueny J.L. Two phase flow approach in unsteady cavitation modelling. *In ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum* (1990), vol. 109, 153–159.
- [21] Coutier-Delgosha O. *Modelisation des Ecoulement Cavitants: Etude des Comportements Instationnaires et Application Tridimensionnelle aux Turbomachines*. PhD thesis, LEGI-INPG, Grenoble, France, Nov. 2001. UMR 5519.
- [22] Schmidt D.P. Rutland C.J. and Corradini M.L. (1997) A numerical study of cavitating flow through various nozzle shapes. *SAE paper 971597*, 10.
- [23] Wallis G. B., 1969. *One-dimensional two-phase flow*, Mc Graw-Hill, p. 143, New-York.
- [24] Schmidt D.P. and Corradini M.L. (2001), The internal flow of diesel fuel injector nozzles: a review. *Int. J. Engine Research*. 2(1), 1–22.
- [25] Qin, J.-R., et al. (2001) Direct Calculations of Cavitating Flows by the Space-Time CE/SE Method. *AIAA conf. Paper*
- [26] Dumont N., Simonin O., and Habchi C. (2001) Numerical simulation of cavitating flows in Diesel injectors by a homogeneous equilibrium modelling approach. *4th Int. Symposium on Cavitation: CAV2001*.
- [27] Senocak I., and Shyy W., Evaluation of cavitation models for Navier-Stokes computations. *Proceedings of the 2002 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Paper FEDSM2002–31011, 2002.
- [28] Alajbegovic A., Grogger H. A., Philipp H. (1999) Calculation of transient cavitation in nozzle using the two-fluid model. *Proc. ILASS-Americas’99 Annual Conf.*, 373–377.
- [29] Yuan W., Sauer J. and Schnerr G. H. 2001. Modeling and computation of unsteady cavitation flows in injection nozzles. *Journal of Mechanical Industry*, 2, 383–394.
- [30] Merkle C. L., Feng J. and Buelow P. E.O. 1998. Computational modeling of the dynamics of sheet cavitation. *Third international symposium on cavitation (CAV1998)*, Grenoble, France, 307–311.

- [31] Kunz R. F., Boger D. A., Stinebring D. A., Chyczewski T. S., Gibeling H. J., Venkateswaran S., and Govindan T. R. A preconditioned navier-stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction. *Computers & Fluids* 29 (2000), 849–875. Elsevier Science Ltd.
- [32] Ahuja V., Hosangadi A., and Arunajatesan S., Simulations of Cavitating Flows Using Hybrid Unstructured Meshes. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* 123 (June 2001), 331–340.
- [33] Singhal N. H., Athavale A. K., Li M. and Jiang Y. Mathematical basis and validation of the full cavitation model. 2002. *Tr. ASME, Journal of Fluids Engineering.* 124, 617–624.
- [34] Schmidt D. P., Rutland C. J., and Corradini M. L. (1999) A fully compressible twodimensional model of high-speed cavitating nozzle. *Atomization and Sprays.* 9.
- [35] Kubota A., Kato H., and Yamaguchi H. A New modelling of cavitating flows: A numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section. *J. Fluid Mech.* 240 (March 1992), 59–96.
- [36] Giannadakis E., Gavaises M., Roth H. and Arcoumanis C. (2004) Cavitation Modelling in Single-Hole Injector Based on Eulerian-Lagrangian Approach, *Conference: THIESEL 2004 Conference on Thermo- and Fluid Dynamic Processes in Diesel Engines*
- [37] Chahine G. L. (2004) Nuclei Effects on Cavitation Inception and Noise. *25th Symposium on Naval Hydrodynamics.* St. Johns, Newfoundland and Labrador, Canada, 8–13 August 2004. 14.
- [38] Delale C. F. (2001) Thermal Damping in Cavitating Nozzle Flows. *Proc. of the 4th Int. Symposium on Cavitation: CAV2001,* 7.
- [39] Brennen C. E. *Cavitation and Bubble Dynamics.* Oxford University Press, New-York, 1995.
- [40] Ривкин С. Л., Александров А. А. *Термофизические свойства воды и водяного пара.* М., Энергия, 1980. 424. [Rivkin S. L., Aleksandrov A. A. *Thermophysical properties of water and steam.* Moscow, Energy, 1980. 424. (in Rus.)].
- [41] Goel T., Zhao J., Thakur S., Haftka R. T., Shyy W., Zhao J. *International Journal for Numerical Methods in Fluids.* 2008. 58. 969–1007.
- [42] Utturkar Y., Wu J., Wang G., Shyy W. *Prog. Aerospace Sci.* 2005. 41(7). 558–608.
- [43] Wu J. Y. *Filter Based Modeling of Unsteady Turbulent Cavitating Flow Computational,* Ph. D. Thesis, University of Florida, Gainesville, 2005.
- [44] Tseng C.-C., Shyy W. *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2010. 53. 513–525.
- [45] Senocak I., Shyy W. *International Journal for Numerical Methods in Fluids.* 2004. 44. 997–1016.
- [46] Маркина Н. Л. *Численное моделирование кавитационных течений:* дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. Москва, 2011. 107. [Markina N. L. *Numerical modeling of cavitation flows:* dis. ... cand. Phys.-Math. Sciences: 01.02.05. Moscow, 2011. 107].
- [47] Zwart P. J., Gerber A. G., Belamri T. *International Conference on Multiphase Flow.* 2004. 152. 45–56.
- [48] Baradaran Fard M., Nikseresht A. H. *Scientia Iranica, Transactions B: Mechanical Engineering.* 2012. 19. 1258–1264.