

EDN: JWRAGD

УДК 544.344.015.32

## Modeling “Composition-Property” Diagrams for the “Aluminum-Silicon” System

Elena Yu. Moshchenskaya\* and Boris M. Stifatov  
*Samara State Technical University  
Samara, Russian Federation*

Received 24.03.2022, received in revised form 21.04.2022, accepted 27.01.2023

**Abstract.** This paper presents equations for calculating the activity and activity coefficients during the crystallization of melts using the example of the Al-Si system, which can be used to calculate the liquidus line of the phase diagram.

A brief review of mathematical modeling of “composition-property” diagrams for metal alloy systems is presented on the example of a double system “aluminum-silicon”. The main attention is paid to the construction of a mathematical model to describe the dependences of various properties of the alloy on the composition, in particular, temperature, activity and activity coefficient.

The results obtained in a systematic study of a number of binary systems with the participation of metals are briefly presented. Equations are given for describing the liquidus line of binary metallic systems. Algorithms for finding empirical distribution parameters have been developed, and the physical meaning of these parameters has been indicated.

**Keywords:** liquidus, eutectic system, activity, activity coefficient, crystallization of alloys, phase diagram, mathematical modeling, distribution parameters.

**Acknowledgements.** The work was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of the design part of the state assignment No. 0778–2020–0005

Citation: Moshchenskaya, E. Yu., Stifatov, B. M. Modeling “composition-property” diagrams for the “aluminum-silicon” system. *J. Sib. Fed. Univ. Chem.*, 2023, 16(1), 107–115. EDN: JWRAGD



## Моделирование диаграмм «состав-свойство» для системы «алюминий-кремний»

**Е. Ю. Мощенская, Б. М. Стифатов**

*Самарский государственный технический университет  
Российская Федерация, Самара*

**Аннотация.** В данной работе представлены уравнения для расчета коэффициентов активности и активности в процессе кристаллизации расплавов на примере системы Al-Si, которые могут быть использованы при расчете линии ликвидуса фазовой диаграммы.

Представлен краткий обзор математического моделирования диаграмм «состав-свойство» для металлических систем сплавов на примере двойной системы «алюминий-кремний». Основное внимание уделяется построению математической модели для описания зависимостей различных свойств сплава от состава, в частности, температуры, активности и коэффициента активности. Кратко представлены результаты, полученные при систематическом исследовании ряда двойных систем с участием металлов. Приведены уравнения для описания линии ликвидуса двойных металлических систем. Разработаны алгоритмы для нахождения эмпирических параметров распределения, а также указан физический смысл этих параметров.

**Ключевые слова:** ликвидус, эвтектическая система, активность, коэффициент активности, кристаллизация сплавов, фазовая диаграмма, математическое моделирование, параметры распределения.

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках проектной части государственного задания № 0778–2020–0005.

Цитирование: Мощенская, Е.Ю., Стифатов, Б. М. Моделирование диаграмм «состав-свойство» для системы «алюминий-кремний». Журн. Сиб. федер. ун-та. Химия, 2023, 16(1). С. 107–115. EDN: JWRAGD

### Введение

Математическое моделирование диаграмм «состав-свойство» имеет большое практическое значение в различных областях науки и техники. Адекватная модель позволяет значительно экономить время при экспериментальном изучении сплавов, предсказывать свойства сплава, а также возможные отклонения состояния сплава от равновесия при достаточно быстром нагревании или охлаждении. Диаграммы состояния существенно упрощают разработку новых и усовершенствование существующих технологических процессов. Существуют различные методы моделирования фазовых диаграмм: основанные на термодинамических данных, для которых требуется много дополнительных параметров (данные об энтальпии и температуре плавления, энтальпии и температуре кипения, температуре вспышки чистых компонентов [1], справочные данные по скрытым теплотам перехода жидкость – твердое [2], энергии смешения в жидкой и твердой фазах, скрытая теплота перехода жидкость – твердое тело в чистых ком-

понентах [3], атомная эвтектическая составляющая компонента [4], расчет и построение фазовых диаграмм бинарных смесей на основе модели минимизации избыточной энергии Гиббса по параметру сольватации [5] и т.д.), расчетно-экспериментальные методы, сочетающие в себе прогнозирование и уточнение данных в ходе термодинамического эксперимента [6–8], а также с определением термодинамических моделей и их параметров, для термодинамического описания активностей компонентов расплава в системах [9–10]. Ряд работ [11–19] посвящен разработке и использованию интегрированных программных продуктов (CALPHAD, MTDATA, FactSage и др.) и баз данных (SGTE, NIST, Phase Equilibria Diagram Database и пр.).

Сплавы Al-Si имеют большое коммерческое значение как литейные сплавы [20–22], например, доэвтектические сплавы с ~ 7 % Si широко используются в автомобильной промышленности, а сплавы, близкие к эвтектическим, широко используются путем литья под давлением. Заэвтектические сплавы, содержащие крупные первичные частицы Si, используются в приложениях, требующих износостойкости. Бинарная фазовая диаграмма Al-Si является основой для понимания микроструктуры этих сплавов [23].

### Материалы и методы

Ранее, в работе [24], для расчета температуры ликвидуса ( $T_l$ ) были предложены следующие уравнения:

$$T_l = \frac{T_i}{1 + \frac{C_j}{C_i} \cdot (a \cdot C_i + b)}, \quad (1)$$

где  $T_i$  – температура плавления чистого компонента,  $x_i$  – молярная доля компонента в сплаве;  $C_i$ ,  $C_j$  – содержание компонентов в сплаве, % мол.,  $C_e$  – состав эвтектики, % мол.,  $a$  и  $b$  – эмпирические постоянные, для вычисления значений которых вычисляются значения функции  $f_{Me_i} = \frac{T_{Me_i}}{T_i}$ ,  $i = \overline{1,2}$

, затем коэффициент рассеивания  $K_{Me_i} = \frac{1 - f_{Me_i}}{f_{Me_i} \cdot \frac{C_{Me_j}}{C_{Me_i}}}$ ,  $i \neq j; i, j = \overline{1,2}$ , после чего находятся урав-

нения прямой регрессии вида:  $y + ax + b = 0$  методом наименьших квадратов (сумма расстояний от которой до точек с координатами  $M_i$  ( $C_i$ ,  $K_i$ ) – минимальна), коэффициенты данного уравнения – искомые  $a$  и  $b$ .

Уравнение (1) используется для нахождения координат эвтектики (наложив дополнительное условие: сумма концентраций в сплаве всегда равна 100 мол. %:  $C_{M_i} + C_{M_j} = 100$ ,  $i \neq j; i, j = \overline{1,2}$ ), а далее, для более точного отображения ликвидуса системы, используется уравнение (2):

$$T_l = T_e + \frac{T_i - T_e}{1 + \frac{100 - C_i}{C_i - C_e} \cdot \left( \hat{a} \cdot 100 \cdot \frac{C_i - C_e}{100 - C_e} + \hat{b} \right)}, \quad (2)$$

где  $C_i$  – состав  $i$ -го компонента в сплаве  $M_i - M_j$ , мол. %;  $C_e$  – состав эвтектики, вычисленный по уравнениям (1), мол. %; коэффициенты  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$ , – новые эмпирические постоянные для двух-

компонентных систем  $M_i - M_j$ , найденные с учетом пересчета концентраций. Параметры распределения  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$  найдены методом математического моделирования [25]: сначала вычисляются

новые координаты экспериментальных точек  $\hat{C}_{M_i} = \frac{C_{M_i}}{C_{e_i}} \cdot 100$ ,  $\hat{C}_{M_j} = 100 - \frac{C_{M_j}}{C_{e_j}} \cdot 100$ ,  $i \neq j; i, j = \overline{1,2}$ ;

$\hat{t}_{M_j} = t_{M_j} - t_e$ ,  $i = \overline{1,2}$ ;  $\hat{t}_i = t_i - t_e$ ,  $i = \overline{1,2}$ , а затем по аналогии с параметрами  $a$  и  $b$  – значения функции

$f_{M_i} = \frac{\hat{t}_{M_i}}{\hat{t}_i}$ ,  $i = \overline{1,2}$ , коэффициент рассеивания; уравнения прямой регрессии.

Если в уравнение (1) ввести коэффициент активности компонента ( $f_i$ ), учитывая, что кривая ликвидуса расположена в узком интервале содержаний от  $C_e$  до 100 % мол., для температуры ликвидуса можно предложить следующее соотношение:

$$T_l = T_e + \frac{T_i - T_e}{1 + \frac{100 - C_i}{C_i - C_{e,i}}} \cdot f_i. \quad (3)$$

Если приравнять правые части уравнений (2) и (3), то можно получить выражение для коэффициента активности компонента ( $f_i$ ):

$$f_i = \frac{100 - C_{e,i}}{(C_i - C_{e,i}) + (100 - C_i) \cdot \left( \hat{a} \cdot 100 \cdot \frac{C_i - C_{e,i}}{100 - C_{e,i}} + \hat{b} \right)}. \quad (4)$$

Очевидно, что при  $C_i \rightarrow C_e$ ,  $f_i \rightarrow f_{e,i} = \frac{1}{\hat{b}}$  т.е. эмпирический коэффициент  $\hat{b} = \frac{1}{f_{e,i}}$  есть не что

иное, как величина, обратная коэффициенту активности  $i$ -го компонента при  $C_i = C_e$ . Эмпирическую постоянную  $\hat{a}$  в уравнении (2), в соответствии с нормальным распределением [25], можно

связать с параметром  $\sigma_i$ , который характеризует распределение твердой фазы  $i$ -го компонента

в жидкой фазе в процессе кристаллизации сплава. То есть  $\hat{a} = \frac{\hat{b}}{\sigma \sqrt{2\pi}}$ , 1/%. В этом случае уравнение (2) преобразуется к следующему виду:

$$T_l = T_e + \frac{T_i - T_e}{1 + \frac{100 - C_i}{C_i - C_e} \cdot \frac{1}{f_{e,i}} \left( 1 \pm \frac{100}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \cdot \frac{C_i - C_e}{100 - C_e} \right)}. \quad (5)$$

Уравнение (5) не содержит эмпирических постоянных  $\hat{a}$  и  $\hat{b}$ , поэтому более корректно описывает процесс кристаллизации эвтектических сплавов.

Одновременно из уравнения (3) можно определить активность ( $a_i$ ) твердой фазы в процессе кристаллизации:

$$a_i = \frac{1}{1 + \frac{100 - C_i}{C_i - C_{e,i}}} \cdot f_i. \quad (6)$$

Следует также отметить, что при  $\sigma_i > 100\%$  эта величина теряет свой физический смысл, и уравнение (5) трансформируется в более простое выражение:

$$T_l = T_e + \frac{T_i - T_e}{1 + \frac{100 - C_i}{C_i - C_e} \cdot \frac{1}{f_{e,i}}} \quad (7)$$

### Результаты и обсуждение

Система сплавов Al-Si доэвтектического состава, согласно кристаллографическим представлениям [26], имеет игольчатую структуру, полученную в результате непрерывного зарождения второй фазы в жидкости в виде игл перед фронтом кристаллизации, что подтверждается произвольной ориентировкой частиц прерывной фазы по отношению к матрице [27]. А также характеризуется хаотичным распределением фаз в эвтектике: глобулярные частицы кремния располагаются в междуветвиях тонкоразветвленных дендритов алюминия, что предопределено уже в процессе кристаллизации доэвтектических сплавов. Фазовый состав, формирующийся при кристаллизации сплава, представляет собой  $\alpha$ -твердый раствор (Al) и эвтектику: (Al)+(Si) [28]. Параметр распределения твердой фазы ( $\alpha$ -Al) в расплаве  $\sigma_{Al}^{Al-Si} = 157,39\%$  (табл. 1), поэтому расчет температуры ликвидуса ( $T_l$ ) можно производить по уравнению (7), без учета этого распределе-

ния. Расчетные и экспериментальные данные табл. 1 находятся в удовлетворительном согласии,

используемые для расчета параметры:  $\hat{a}_{Al}^{Al-Si} = -0,0023 \frac{1}{\%}$ ;  $\hat{b}_{Al}^{Al-Si} = 0,9086$ ;  $\hat{a}_{Si}^{Al-Si} = 0,0030 \frac{1}{\%}$ ;

$\hat{b}_{Si}^{Al-Si} = 0,3650$  [13];  $f_{e,Al} = 1,10$ ;  $\sigma_{Al}^{Al-Si} = 157,39\%$ ;  $f_{e,Si} = 2,74$ ;  $\sigma_{Si}^{Al-Si} = 48,47\%$ .

На рис. 1 можно видеть зависимость активности и коэффициента активности от концентрации компонентов в сплаве, а также диаграмму «состав-температура».

Для заэвтектических сплавов  $\sigma_{Si}^{Al-Si} = 48,47\%$  (табл. 1), а это значит, что в расплаве имеет место более упорядоченное расположение твердой фазы (Si), т.е. в разупорядоченной зоне

Таблица 1. Расчет температур ликвидуса, коэффициентов активности и активности фаз для системы сплавов Al-Si

Table 1. Calculation of liquidus temperatures, activity coefficients and phase activity for the Al-Si alloy system

Al, % мол.	$T_l, ^\circ\text{C}$			Относительная погрешность, %	$f_i$		$a_i$	
	Данные [30]	Расчет			Расчет по ур. (4)		Расчет по ур. (6)	
		по ур. (5)	по ур. (7)		Al	Si	Al	Si
10	1365	1366,81	–	0,13	–	1,043	–	0,925
20	1305	1303,64	–	0,10	–	1,100	–	0,852
40	1160	1171,40	–	0,98	–	1,269	–	0,697
60	960	1001,89	–	4,36	–	1,572	–	0,509
80	710	761,00	–	7,18	–	2,200	–	0,216
90	590	587,71	587,44	0,43	1,116	–	0,128	–
92,5	615	608,59	606,86	1,32	1,126	–	0,379	–
95	630	628,52	623,52	1,03	1,108	–	0,618	–
Средняя ошибка аппроксимации, $A$				1,94				

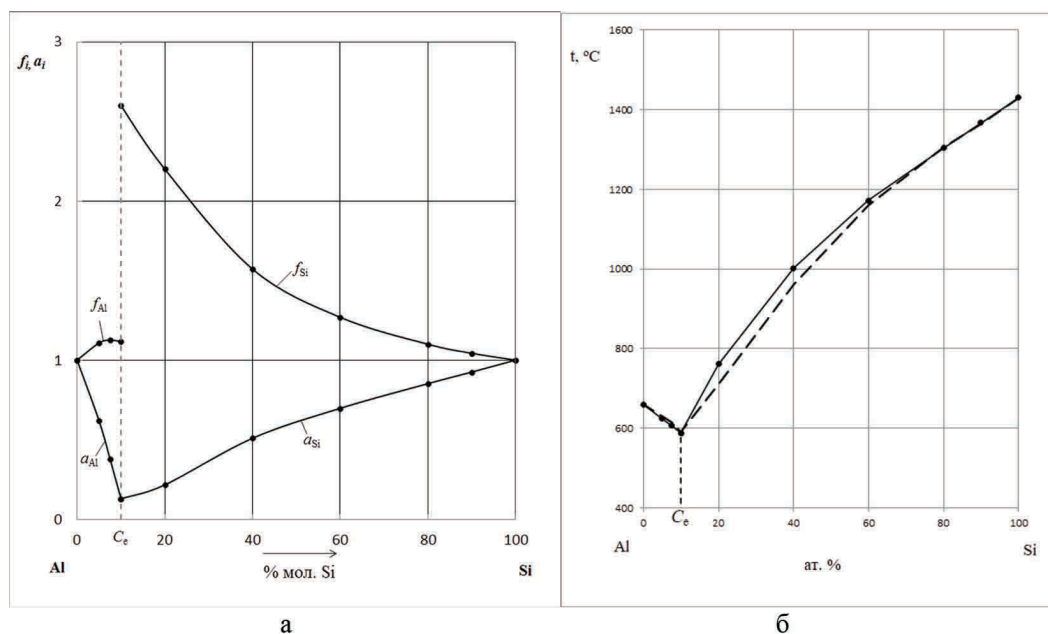


Рис. 1. Коэффициенты активности и активность компонентов сплавов Al-Si при их кристаллизации из расплава (а). Кривая ликвидуса системы Al-Si, рассчитанная по уравнениям (5) и (7), экспериментальные данные обозначены пунктиром (б)

Fig. 1. Activity coefficients and activity of components of Al-Si alloys during their crystallization from the melt (a). Liquidus curve of the Al-Si system, calculated according to equations (5) and (7), experimental data are indicated by dotted lines (b)

расплава распределены статистически устойчивые долгоживущие гетерофазные комплексы с упорядоченностью компонентов кремния. Развитие микрогетерогенности в заэвтектическом расплаве приводит к образованию структур с пониженной степенью совместного роста фаз, обусловленной преимущественным развитием фазы с ковалентными межатомными связями, стабилизирующими устойчивую систему гетерофазных комплексов в области предкристаллизационных температур [29]. В конечном итоге данный процесс приводит к нормальной пластинчатой структуре эвтектики [30]. Поэтому при расчете температуры ликвидуса ( $T_l$ ) заэвтектических сплавов параметром  $\sigma_{Si}^{Al-Si}$  нельзя пренебречь и расчет осуществляют по уравнению (5).

Установлено, что распределение твердой фазы в расплаве предопределяет структуру эвтектики в матрице затвердевшего сплава.

### Заключение

В данной работе представлены результаты, полученные при систематическом исследовании ряда двойных систем с участием металлов. Приведены уравнения для описания линии ликвидуса двойных металлических систем. Разработаны алгоритмы для нахождения эмпирических параметров распределения, а также, указан физический смысл этих параметров.

Предложены уравнения для моделирования диаграмм «состав-свойство», не содержащие эмпирических параметров, зависящие от структуры эвтектического металлического сплава и рас-

пределения фаз в эвтектике. Уравнения для расчета коэффициентов активности и активности в процессе кристаллизации расплавов могут быть использованы при расчете линии ликвидуса фазовой диаграммы, что показано на примере системы Al-Si,

### Список литературы / References

[1] Есина З.Н., Мурашкин В.В., Корчуганова М.Р. Прогнозирование температуры вспышки бинарных смесей по данным о коэффициентах активности. *Вестник ТГУ. Математика и механика* 2013. 2(22). 67–78. [Esina Z. N., Murashkin V. V., Korchuganova M. R. Prediction of the flash point of binary mixtures from the data on the activity coefficients. *Bulletin of the Tomsk State University. Mathematics and Mechanics* 2013. 2(22). 67–78. (In Russ.)]

[2] Есина З.Н., Корчуганова М.Р., Мурашкин В.В. Избыточные характеристики смесей при постоянном давлении. *Вестник СГТУ* 2012. 1(64), вып. 2. 45–49. [Esina Z. N., Korchuganova M. R., Murashkin V. V. Excessive performance of mixtures at constant pressure. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* 2012. 1(64). Issue. 2. 45–49. (In Russ.)]

[3] Захаров М.А., Бараблин Д.О., Панов Г.А. Моделирование эвтектических диаграмм состояния бинарных растворов при наличии растворимости одного из компонентов в твердом состоянии. *Вестник НовГУ* 2012. 68. 12–15. [Zakharov M. A., Barablin D. O., Panov G. A. Modeling of eutectic diagrams of the state of binary solutions in the presence of solubility of one of the components in the solid state. *Bulletin of the Novgorod State University* 2012. 68. 12–15. (In Russ.)]

[4] Захаров М.А. Расчет диаграмм состояния бинарных систем Au-Cu и Au-Ni в рамках обобщенной решеточной модели. *Вестник НовГУ* 2013. 73(2). 18–20. [Zakharov M. A. Calculation of state diagrams of binary systems Au-Cu and Au-Ni in the framework of the generalized lattice model. *Bulletin of Novgorod State University* 2013. 73(2). 18–20. (In Russ.)]

[5] Есина З.Н. *Математическое моделирование фазовых переходов в бинарных растворах: монография*. Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2016. 226. [Esina Z. N. *Mathematical modeling of phase transitions in binary solutions: monograph*. Кемерово: Кемерово State University, 2016. 226. (In Russ.)]

[6] Халиков А.Р. Моделирование эвтектических концентраций многокомпонентных диаграмм состояния. *Вестник УГАТУ* 2010. 14. 2(37). С. 188–194. [Khalikov AR Modeling of eutectic concentrations of multicomponent state diagrams. *Bulletin of USATU* 2010. 14. 2(37). 188–194. (In Russ.)]

[7] Смородинов В.С., Оскорбин Н.М. Математическое моделирование диаграмм плавкости двухкомпонентных солевых систем с твердыми растворами непрерывного ряда. *Известия АлтГУ* 2010. 3–2. 164–168. [Smorodinov V. S., Oskorbin N. M. Mathematical modeling of melting diagrams of two-component salt systems with solid solutions of a continuous series. *Bulletin of the Altai State University* 3–2. 2010. 164–168. (In Russ.)]

[8] Смородинов В.С., Оскорбин Н.М., Гриневич А.Ю. Математическое моделирование концентрационной зависимости равновесных свойств двухкомпонентных систем. *Известия АлтГУ* 2009. 3(63). С. 83–86. [Smorodinov V. S., Oskorbin N. M., Grinevich A. Yu. Mathematical modeling of the concentration dependence of the equilibrium properties of two-component systems. *Izvestiia AltGU* 2009. 3(63). 83–86. (In Russ.)]

[9] Гаркушин И.К., Колядо А.В., Дорохина Е.В. *Расчет и исследование фазовых равновесий в двойных системах из органических веществ*. Екатеринбург: УрО РАН, 2011. 191.

[Garkushin I. K., Kolyado A. V., Dorokhina E. V. *Calculation and study of phase equilibria in binary systems of organic substances*. Yekaterinburg: Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2011, 191. (In Russ.)]

[10] Самойлова О.В., Макровец Л. А., Трофимов Е. А. Термодинамическое моделирование фазовой диаграммы системы  $\text{Cu}_2\text{O}-\text{Na}_2\text{O}-\text{K}_2\text{O}$ . *Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 2. Химия*. 2018. 59(3). 196–204 [Samoilova O. V., Makrovets L. A., Trofimov E. A. Thermodynamic modeling of the phase diagram of the system  $\text{Cu}_2\text{O}-\text{Na}_2\text{O}-\text{K}_2\text{O}$ . *Bulletin of the Moscow University. Ser. 2. Chemistry*. 2018. 59(3). 196–204 (In Russ.)]

[11] Josef Tomiska Thermodynamic activities of alloys. *Thermochimica Acta* 1998. 314(1–2), 145–153.

[12] Ikhmayies S. Phase Diagrams of Al–Si System. Energy Technology 2019. Carbon Dioxide Management and Other Technologies. 2019. 231–237.

[13] Keke Chang, Shuhong Liu, Dongdong Zhao, Yong Du, Liangcai Zhou, Li Chen. Thermodynamic description of the Al–Cu–Mg–Mn–Si quinary system and its application to solidification simulation. *Thermochimica Acta* 2011. 512. 258–267.

[14] Белов Г.В., Воронин Г.Ф., Горячева В.И., Емелина А.Л., Успенская И.А. Алгоритм расчета фазовых диаграмм на основе метода выпуклых оболочек и его программная реализация. *Математическое моделирование* 2006. 18(1). С. 67–78. [Belov G. V., Voronin G. F., Goryacheva V. I., Emelina A. L., Uspenskaya I. A. Algorithm for calculating phase diagrams based on the convex hull method and its software implementation. *Math modeling* 2006. 18(1). 67–78 (In Russ.)]

[15] Удалов Ю.П. *Применение программных комплексов вычислительной и геометрической термодинамики в проектировании технологических процессов неорганических веществ: учебное пособие*. СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2012. 147 [Udalov Yu. P. *Application of software systems of computational and geometric thermodynamics in the design of technological processes of inorganic substances: educational allowance*. SPb.: St. Petersburg State Institute of Technology (TU), 2012, 147. (In Russ.)]

[16] Лупейко Т.Г., Тарасов Н.И., Зяблин В.Н. *Моделирование фазовых систем*. Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2010. 176. [Lupeiko T. G., Tarasov N. I., Zyablin V. N. *Modeling phase systems*. Rostov-on-Don: SFedU Publishing House, 2010, 176. (In Russ.)]

[17] K.C. Hari Kumar, P. Wollants Some guidelines for thermodynamic optimisation of phase diagrams. *Journal of Alloys and Compounds* 2001. 320. 189–198.

[18] R. Ferro, A. Saccone Thermal analysis and alloy phase diagrams. *Thermochimica Acta* 2004. 418. 23–32.

[19] A. L. Udovsky Computational thermodynamics and informational technologies in the field of computer design of materials. *Journal of Mining and Metallurgy* 2002. 38 (3–4). 189–196.

[20] Ellwood E. C. Aluminium-tin bearing alloys: a new bouding method. *Tin and its uses* 1956. 36. 9–10.

[21] Brenner P. Postwar European. Prodress in wrought Aluminium and its alloys. *Metal Progress* 1954. 65(1). 112–115.

[22] Wood D.B. Solid Aluminium Bearings. *Prod. Eng* 1960. 31(27). 42–47.

[23] GF Vander Voort and J Asensio-Lozano The Al-Si Phase Diagram. *Microscopy and Microanalysis* 2009. 15(S 2). 60–61.



[24] Мощенская Е.Ю., Слепушкин В.В. Способ построения кривых ликвидуса двойных эвтектических систем. *Журн. неорг. химии* 2015. 60(1). 78–84. [E. Yu. Moshchenskaya and V. V. Slepushkin Method for Constructing Liquidus Curves of Binary Eutectic Systems. *Russ. J. Inorg. Chem.* 2015. 60(1). 74–79. (In Russ.)]

[25] Слепушкин В.В., Рублинецкая Ю.В. *Локальный электрохимический анализ*. М.: Физматлит, 2010. 312. [Slepushkin V. V., Rublinetskaya Yu. V. *Local electrochemical analysis*. Moscow, Fizmatlit, 2010. 312. (In Russ.)]

[26] Вайнгард У. *Введение в физику кристаллизации металлов*. М.: Мир, 1967. 198. [Weingard W. *An Introduction to the solidification of metals*. Moscow, Mir, 1967, 198. (In Russ.)]

[27] Таран Ю.Н., Мазур В.И. *Структура эвтектических сплавов*. – М.: Metallurgia, 1978.– 311. [Taran Yu.N., Mazur V. I. *Struktura evtekticheskikh splavov* [The structure of eutectic alloys]. Moscow, Metallurgy, 1978, 311. (In Russ.)]

[28] Добош Л.Ю., Голод В.М. Влияние состава многокомпонентных алюминиевых сплавов на величину вторичных междоосных промежутков дендритов. *Литейщик России*. 2013. 3. 35–39. [Dobosh L. Yu., Golod V.M. Influence of the composition of multicomponent aluminum alloys on the size of the secondary inter-axial spacing of dendrites. *Foundry of Russia* 2013. 3. 35–39. (In Russ.)]

[29] Юм-Розери В. *Введение в физическое металловедение*. М.: Metallurgia, 1965. 204. [Hume-Rothery V. *Elements of structural metallurgy*. Moscow, Metallurgiya, 1965, 204. (In Russ.)]

[30] Вол А.Е., Каган И.К. *Строение и свойства двойных металлических систем*. М.: Физматгиз. 1976. 725. [Vol A. E., Kagan I. K. *The structure and properties of double metal systems*. Moscow, Fizmatgiz, 1976, 725. (In Russ.)]