

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
_____ / В.В. Шайдуров

«__» _____ 2018 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук,
доцент _____ / Е.В. Кучунова

Выпускник _____ / М.Е. Одноконный

Красноярск 2018

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме "ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА" содержит 25 страниц текстового документа, 32 формулы, 5 использованных источников, 12 рисунков и 1 таблицу.

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ УЗЕЛ, ТРИАНГУЛЯЦИЯ, УСЛОВИЕ ДЕЛОНЕ, УРАВНЕНИЕ ПУАССОНА, ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НЕЙМАНА, ВЕКТОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ, РЕГУЛЯРНАЯ СЕТКА, МИНИМИЗИРУЮЩИЙ ФУНКЦИОНАЛ, ЦЕНТР МАСС, ЛЕВАЯ И ПРАВАЯ ОРИЕНТАЦИИ СИСТЕМ КООРДИНАТ.

Цель бакалаврской работы – реализовать метод конечных элементов для стационарной эллиптической задачи уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле для двумерных областей произвольной формы.

В ходе работы были изучены метод конечных элементов, методы триангуляции, методы расстановки точек на области, разработана программа для триангуляции области, проведены расчёты задачи о тепловом равновесии, установлен порядок вычислительной схемы на тестовой задаче о кручении стержня прямоугольного сечения с известным точным решением.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Постановка задачи	Ошибка! Залкада не определена.
2 Триангуляция произвольной области	Ошибка! Залкада не определена.
3 Метод конечных элементов	Ошибка! Залкада не определена.
4 Результаты численных экспериментов.....	Ошибка! Залкада не определена.
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	Ошибка! Залкада не определена.
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	3

ВВЕДЕНИЕ

Невозможно представить себе науку без широкого применения математического моделирования. Работа с моделями объекта позволяет быстро и без существенных затрат исследовать свойства и поведение объекта в любых возможных ситуациях. Вычислительные эксперименты с математическими моделями позволяют подробно и глубоко изучать объекты в достаточной полноте. Особенно этому развитию способствует современное развитие вычислительных методов и электронно-вычислительной техники.

Объектом исследования бакалаврской работы является тепловое поле, перенос тепла от одних участков твердого тела к другим. Тепловое поле в некоторый момент времени t определяется распределением температуры по телу, т.е. функцией $T = T(t, x, y, z)$, где (x, y, z) – декартовы координаты. В простейшем случае тепловой поток направлен из области с более высокой температурой в область с более низкой температурой. В работе рассматривается случай установившихся тепловых полей, которые описывается стационарным уравнением теплопроводности.

Точное решение дифференциальных уравнений удается получить только для некоторых частных случаев. В большинстве случаев для нахождения решения дифференциальных уравнений необходимо прибегать к численным методам. В последнее время наибольшее развитие получил метод сеток, заключающийся в вычислении искомой функции на множестве узлов вычислительной сетки. Существует две основные разновидности метода сеток: метод конечных разностей и метод конечных элементов. Метод конечных разностей более прост в реализации, однако применим в основном для областей прямоугольной формы. Метод конечных элементов более сложен, однако может быть использован для областей произвольной формы.

Метод конечных элементов (МКЭ) стал основным инструментом большинства исследователей, работающих с математическими моделями в виде

краевых и начально-краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными.

Цель работы – реализовать метод конечных элементов для стационарной эллиптической задачи уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле для двумерных областей произвольной формы. Для достижения этой цели необходимо решить **следующие задачи**.

1. Осуществить триангуляцию Делоне для двумерных областей произвольной формы;
2. Реализовать метод конечных элементов для уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле на вычислительной сетке;
3. Провести расчёты для задачи о тепловом равновесии и кручении стержня;
4. Установить порядок сходимости реализованного вычислительного метода.

Решаемая задача может быть рассмотрена как упрощённая модель схемы отопления жилых помещений в связи с проведением расчетов в рамках двумерных выпуклых областях. В данной работе источники тепла представлены материальными точками.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лурье А.И. Теория упругости. – М. Наука, 1970. – 940с.
2. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1981. - 304 с.
3. Системы автоматизированного проектирования: в 9-ти кн. Кн. 4. Математические модели технических объектов: Учеб. пособие для втузов / В.А. Трудоношин, Н.В. Пивоварова; Под ред. И.П. Норенкова. – М.: Высш. шк., 1986. - 160с.
4. Триангуляция Делоне и её применение - А. В. Скворцов, 2002 год.
5. Вычислительная геометрия: Триангуляция - Юрий Попов, Сергей Попов, 2008 год.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Шайду В.В. Шайдуров

« 7 » июня 2018 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Научный руководитель

Кандидат физико-математических наук,
доцент

Е. Кучунова Е.В. Кучунова
7.06.2018

Выпускник

М.Е. Одноконный М.Е. Одноконный
7.06.2018

Красноярск 2018