УДК 519.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Шефер И.А.,
научный руководитель д-р техн. наук Семенкин Е.С.
Сибирский федеральный университет

Генетические алгоритмы (ГА) – механизм, который, имитируя эволюционные процессы, позволяет решать задачи оптимизации различного рода. Так как в практических задачах часто приходится иметь дело с наличием ограничений, наложенных на значения переменных, то представляет интерес изучение и сравнение методов учета этих ограничений, используемых в ГА.

Сформулируем задачу условной оптимизации в общем виде:

$$f(x) \to extr$$
$$\begin{cases} g_j(x) \le 0,\ j = \overline{1,r} \\ h_j(x) = 0,\ j = \overline{r+1,m} \end{cases}$$

Далее, рассмотрим основные методы учета ограничений, которые используются в генетических алгоритмах.

Одним из наиболее распространенных подходов является метод штрафных функций, основная идея которого заключается в том, что пригодность индивида вычисляется не только в зависимости от соответствующего ему значения целевой функции, но и от меры нарушения ограничений:

$$fitness(x) = f(x) + \delta \cdot \lambda(t) \cdot \sum_{j=1}^{m} f_j^{\beta}(x)$$

где t – номер текущего поколения, $\delta = 1$, если решается задача минимизации, $\delta = -1$, если решается задача максимизации; $f_j(x)$ - штраф за нарушение j-го ограничения, β - вещественное число. Штрафные функции $f_j(x)$ вычисляются по формуле:

$$f_j(x) = \begin{cases} \max\{0, g_j(x)\},\ j = \overline{1,r} \\ |h_j(x)|,\ j = \overline{r+1,m} \end{cases}$$

Так, в статических штрафах полагают, что $\lambda(t) = 1, \beta = 2$. Далее в работе этот метод не рассматривается.

В динамических штрафах $\lambda(t) = (C * t)^{\alpha}$. Таким образом, для этого метода требуется задать значение трех параметров, что в общем случае усложняет задачу. Однако авторы этого метода дают рекомендации, что зачастую оптимальными значениями будут $\text{C} = 0.5,\ \alpha = \beta = 2$.

Адаптивные штрафы являются развитием метода динамических штрафов. В данном подходе учитывается количество попаданий лучшего индивида популяции в допустимую область:

$$\lambda(t+1) = \begin{cases} \dfrac{\lambda(t)}{\beta_1}, & \vec{b}^i \in D\ \ \forall i: t-k+1 \le i \le t \\ \lambda(t) * \beta_2, & \vec{b}^i \notin D\ \ \forall i: t-k+1 \le i \le t \\ & \lambda(t) \end{cases}$$

Здесь D — допустимая область, k — количество поколений, которые учитываются при вычислении штрафа, $\beta_2, \beta_1 > 1$, $\beta_2 \neq \beta_1$ — действительные числа, $\vec{b}^i$ — лучший индивид популяции на i-ом поколении.

В данном методе на шаге t+1 происходит уменьшение штрафа, если на протяжении k поколений лучший индивид попадал в допустимую область. Если же он все время нарушал ограничения, то величина штрафа увеличивается.

Так же существует метод «лечения» недопустимых, т.е. нарушающих ограничения, индивидов с помощью локального поиска. Для этого для каждого недопустимого индивида p в дочерней популяции случайным образом выбирается допустимый индивид q из родительской популяции. Затем у индивида p начинают изменять генотип в соответствии с генотипом индивида q, до тех пор, пока он не начнет удовлетворять ограничениям. Настраиваемым параметром данного метода является процент недопустимых индивидов, которые будут подвергнуты «лечению».

Сравнение указанных подходов проводилось на 5 тестовых задачах. Для каждой из них проводилось 50 запусков каждого из 90 вариантов ГА с одним из трех методов учета ограничений, описанных выше. Для каждого алгоритма были вычислены такие значения, как надежность (отношение удачных запусков ко всем) и среднее поколение, когда было найдено решение. При сравнении выбирается алгоритм с лучшей надежностью, либо, если они одинаковы, выбирается тот, у кого среднее поколение меньше. В приведенных ниже таблицах указаны лучшие и средние результаты по каждому из трех методов:

Лучшие показатели	Ф1	Ф2	Ф3	Ф4	Ф5
Динамические штрафы	78 70	100 83	100 74	10 224	100 59
Адаптивные штрафы	100 67	100 37	100 34	28 190	100 56
«Лечение»	100 35	100 44	100 62	100 165	100 14

Средняя надежность	Ф1	Ф2	Ф3	Ф4	Ф5
Динамические штрафы	33,28	31,75	29,95	1,75	74,46
Адаптивные штрафы	54,08	84,88	77,4	2,62	69,46
«Лечение»	91,8	80,55	58,82	25,24	94,33

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Среди штрафных методов предпочтение как по лучшим, так и по средним показателям отдается методу адаптивных штрафов.
2. Метод «лечения» показывает результаты, сравнимые с методом адаптивных штрафов, однако требует больше вычислительных затрат в виду положенной в его основу идеи.

Так же следует отметить, что метод «лечения» можно использовать в качестве вспомогательного в паре с одним из штрафных. Что касается собственно штрафных методов, то дальнейшие исследования в этой области связаны с разработкой подходов, не требующих настройки со стороны пользователя.

Приложение. Список тестовых задач.

Задача 1

$$f = 10x - 5y \to max$$
$$x \in [0; 4], y \in [-10; 0]$$

$$\begin{cases} y - 15 \le 0 \\ y + 2x^2 - 20 \le 0 \\ -x^2 - 2y \le 0 \end{cases}$$

$$x^* = 3.651483,\ y^* = -6.(6),\ f^* = 69.8481705$$

Задача 2

$$f = x^2 + y^2 \to max$$
$$x \in [0; 4], y \in [0; 8]$$

$$\begin{cases} y - 7 - \sin(2x) \le 0 \\ 1 - \sin(2x) - y \le 0 \end{cases}$$

$$x^* = 4, \qquad y^* = 7.989358,\ f^* = 79.82984$$

Задача 3

$$f = 5x + 0.5y \to max$$
$$x \in [0; 2.5], y \in [0; 4]$$

$$\begin{cases} y + 2x - 5 \le 0 \\ x - 1.5 - y \le 0 \\ y - 2x - 1 \le 0 \end{cases}$$

$$x^* = 2.16(6),\ y^* = 0.(6),\ f^* = 11.1(6)$$

Задача 4

$$f = (x - 10)^3 + (y - 20)^3 \to min$$
$$x \in [13; 100], y \in [0; 100]$$

$$\begin{cases} -(x-5)^2 - (y-5)^2 + 100 \le 0 \\ (x-6)^2 + (y-5)^2 - 82.81 \le 0 \end{cases}$$

$$x^* = 14.094999, \qquad y^* = 0.8429607,\ f^* = -6961.813875$$

Задача 5

$$f = -\frac{sin^3(2\pi x)\sin(2\pi y)}{x^3(x+y)} \to min$$
$$x \in [0; 10], y \in [0; 10]$$

$$\begin{cases} x^2 - y + 1 \le 0 \\ 1 - x + (y-4)^2 \le 0 \end{cases}$$

$$x^* = 1.227971, \qquad y^* 4.2453733,\ f^* = -0.09582504$$