

УДК 621.396

The Radar Range Resolution Increasing with Inverse Filtration Using

Sergey M. Semchenkov*,
Evgeni A. Pechenev and Alexey V. Abramnikov
*Military Academy of the Army Air Defense
the Armed Forces of the Russian Federation
a name of Marshal of Soviet Union A. M. Vasilevsky
2 Kotovskogo Str., Smolensk, 214027, Russia*

Received 25.11.2017, received in revised form 02.01.2018, accepted 04.01.2018

The article is devoted to the substantiation of the approach to increasing the radar's resolving power in range by inverse filtering (IF). Since it is known that without signal selection from background noise, the IF it is not effective for resolution, it is proposed to apply it with regularization. As a threshold limitation of relevant signal spectrum is chosen the parameter of regularization. The regularization is achieved by gain of quasiinverse filter solving in relevant of chosen parameter value. Such filter reduces the resolution objectives in compression with inverse filter, but allows to increase of correct resolution probability (CRP). The estimates of CRP in depend on SNR, with obtained by inverse filtration with regularization (IFR). It is shown, that using of IFR allows increase of radar resolution capabilities with the simple radio pulse is four times when SNR from 18–25 dB.

Keywords: digital signal processing, superresolution, inverse filtering.

Citation: Semchenkov S.M., Pechenev E.A., Abramnikov A.V. The radar range resolution increasing with inverse filtration using, J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol., 2018, 11(3), 301-312. DOI: 10.17516/1999-494X-0042.

© Siberian Federal University. All rights reserved

* Corresponding author E-mail address: ssm010283@gmail.com, pecheneff.evgeny@yandex.ru

Повышение разрешающей способности радиолокатора по дальности за счет инверсной фильтрации

С.М. Семченков, Е.А. Печенев, А.В. Абраменков
*Военная академия войсковой противовоздушной обороны
Вооруженных Сил Российской Федерации
имени Маршала Советского Союза А.М. Василевского
Россия, 214027, Смоленск, ул. Котовского, 2*

Статья посвящена обоснованию подхода к повышению разрешающей способности радиолокатора по дальности за счет инверсной фильтрации. Так как известно, что без выделения сигнала на фоне шума инверсная фильтрация для разрешения сигналов не эффективна, предлагается применить ее с регуляризацией. Параметром регуляризации выбран порог ограничения спектра ожидаемого сигнала. Регуляризация достигается расчетом частотной характеристики квазиинверсного фильтра с учетом значения выбранного параметра. Такой фильтр ухудшает показатели разрешения по сравнению с инверсным, но позволяет повысить вероятность правильного разрешения. Приведены оценки зависимости правильного разрешения от отношения сигнал-шум, полученные с помощью инверсной фильтрации с регуляризацией. Показано, что применение регуляризации обеспечивает повышение разрешающей способности радиолокатора с сигналом типа «простой радиоимпульс» в четыре раза при отношении сигнал-шум от 18-25 дБ.

Keywords: цифровая обработка сигналов, сверхразрешение, инверсная фильтрация.

Введение

В современной радиотехнике актуальна задача оценки параметров и обработки сигналов в многосигнальной ситуации [1]. Это повышает требования к разрешающей способности измерителя до значений, превосходящих «рэлеевский предел» [2]. Известными подходами, реализующими «сверхрэлеевское» разрешение в радиолокации, являются методы современного спектрального оценивания [3, 4], многоканального анализа [5, 6], проекционной теории [7] и др. [8]. Применение этих методов ограничено известными недостатками, например, для каждого метода в различной комбинации сочетаются требования к наличию априорной информации (знание количества сигналов или их координат и др.), значительные потребные вычислительные затраты, недостаточная устойчивость получаемых оценок.

Согласно [9] разрешение сигналов можно считать частной задачей апостериорного восстановления сигналов. Одним из широко применяемых методов восстановления искаженных сигналов в подповерхностной радиолокации при разделении суммы двух перекрывающихся во времени импульсов схожей формы [10] и в оптике при повышении контрастности изображений [11] является инверсная фильтрация.

Несмотря на то что на базе инверсного фильтра эффективно решается задача разрешения [12], в радиолокации инверсная фильтрация достаточного распространения не получила. Причина этого заключается в том, что без дополнительных мер по выделению сигнала на фоне шума инверсная фильтрация может применяться только при отношении сигнал-шум (ОСШ) от 30 дБ (здесь и далее приводятся оценки ОСШ относительно пикового значения сигнала на выходе согласованного фильтра). Это обусловлено тем, что спектр зондирующего сигнала (из

которого, как будет показано ниже, можно определить частотную характеристику инверсного фильтра) на некоторых частотах принимает нулевые или близкие к нулевым значения. В результате коэффициент передачи инверсного фильтра на этих частотах в пределе стремится к бесконечности. Последнее приводит к усилению спектральных составляющих шума и снижению качества результата обработки [9, 13, 14]. Задача разрешения с помощью инверсной фильтрации в этом случае становится некорректной.

Решение некорректной задачи можно регуляризовать, приняв меры к исключению источников локальных шумов выходного сигнала. Очевидным подходом к исключению таких источников шумов является коррекция частотной характеристики инверсного фильтра на частотах, где она принимает близкие к нулевым значения.

Исходя из того что в известных работах по инверсной фильтрации [15, 16] рассматривается обработка сигналов, рассогласованных по времени, для примера рассмотрим повышение разрешающей способности радиолокатора по дальности. Для исключения влияния на результат обработки особенностей структуры сигнала в качестве зондирующего примем импульсный сигнал типа «простой радиоимпульс». На данном этапе исследований положим, что принятые сигналы не различаются по частоте.

Таким образом, в статье предлагается рассмотреть повышение разрешающей способности радиолокатора по дальности с импульсным сигналом типа «простой радиоимпульс» за счет инверсной фильтрации с регуляризацией.

Инверсная фильтрация перекрывающихся по дальности простых радиоимпульсов

Для аналитического описания процесса инверсной фильтрации воспользуемся математическим аппаратом, предложенным в [5], и рассмотрим обработку дискретного импульсного сигнала, отраженного от групповой цели, образованной M -точечными источниками вторичного излучения (рис. 1).

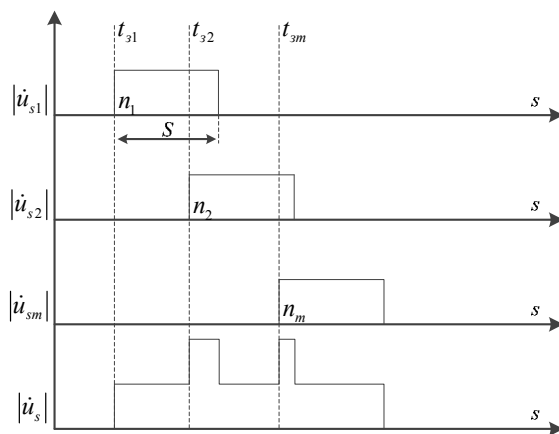


Рис. 1. Импульсный сигнал, отраженный от групповой цели, образованной M -точечными источниками вторичного излучения

Fig. 1. Pulse signal reflected from a group target formed by M -point local sources of secondary radiation

Пусть на входе схемы обработки наблюдается сигнал, описываемый выражением

$$\dot{u}_s = \sum_{m=1}^M a_m e^{j2\pi f_0(s\Delta T - t_{3m})}, \quad n_m \leq s < n_m + S,$$

где a_m – амплитуда m -го импульса; f_0 – частота сигнала; s – номер дискретного отсчета; ΔT – интервал дискретизации; t_{3m} – время запаздывания m -го импульса; $n_m = \lceil t_{3m} / \Delta T \rceil$ – номер дискретного отсчета, которому соответствует фронт m -го импульса; S – число отсчетов в импульсе. Обозначим нормированную к интервалу дискретизации частоту, выраженную в долях ширины фильтра, как относительную частоту $X = f_0 \Delta T N$ и запишем выражение, описывающее спектр \dot{U}_n принятого сигнала

$$\dot{U}_n = \sum_{s=n_m}^{n_m+S} \sum_{m=1}^M \dot{u}_s e^{-j\frac{2\pi}{N}sn} = \sum_{s=n_m}^{n_m+S} \sum_{m=1}^M a_m e^{-j2\pi f_0 t_{3m}} e^{j\frac{2\pi}{N}(X-n)s}, \quad 0 \leq n < N. \quad (1)$$

Применим к (1) соотношение для суммы членов геометрической прогрессии, где за член прогрессии принят $\dot{q} = e^{j\frac{2\pi}{N}(X-n)}$. Тогда данное выражение можно привести к виду

$$\dot{U}_n = e^{j\frac{\pi}{N}(S-1)(X-n)} F_n(X) \sum_{m=1}^M \tilde{a}_m e^{-j\frac{2\pi}{N}n_m n}, \quad (2)$$

где $\tilde{a}_m = a_m e^{-j2\pi f_0 t_{3m}} e^{j\frac{2\pi}{N}X n_m}$; $F_n(X) = \sin\left(\frac{\pi S}{N}(X-n)\right) / \sin\left(\frac{\pi}{N}(X-n)\right)$ – значение амплитудно-частотной характеристики фильтра дискретного преобразования Фурье (ДПФ) с номером n на частоте X . Если к копии зондирующего сигнала $\hat{u}_s = e^{j2\pi f_0 s \Delta T}$, $0 \leq s < S$ применить преобразование (1), то получим спектр ожидаемого сигнала

$$\hat{U}_n = e^{j\frac{\pi}{N}(S-1)(X-n)} F_n(X),$$

из которого определим частотную характеристику инверсного фильтра

$$\hat{U}_n^{-1} = e^{-j\frac{\pi}{N}(S-1)(X-n)} / F_n(X). \quad (3)$$

Перемножение спектра сигнала (2) с частотной характеристикой инверсного фильтра (3) позволяет рассчитать спектр сигнала на выходе инверсного фильтра:

$$\tilde{U}_n = \dot{U}_n \hat{U}_n^{-1} = \sum_{m=1}^M \tilde{a}_m e^{-j\frac{2\pi}{N}n_m n}. \quad (4)$$

Выражение (4) представляет собой сумму гармонических сигналов. Частоты этих колебаний определяются номерами дискрет дальности n_m , в которых начинаются сигналы каждого из M импульсов. Поскольку величины n_m и n являются целыми числами, то это свидетельствует об ортогональности сигналов всех M -источников друг другу, прошедших обработку в инверсном фильтре [17, 18]. Очевидно, что обработка спектра сигнала в инверсном фильтре вида (4) приводит к тому, что модуль спектра преобразуется в прямоугольную форму на интервале

частот от 0 до $N-1$. Обратное БПФ над последовательностью (4) приведет к формированию на оси дальности отдельных пиков с амплитудами \tilde{a}_m в дискретах с номерами n_m и нулей во всех остальных дискретах. Потенциальный интервал разрешения в рассматриваемых условиях определяется интервалом ΔT . Однако при наличии на входе схемы обработки шума на частотах, на которых значение $\sin\left(\frac{\pi S}{N}(X-n)\right)$ равно или близко к нулю, спектральные составляющие шума претерпят значительное усиление – в результате при ОСШ ниже 30 дБ правильное разрешение сигналов станет маловероятным.

Инверсная фильтрация с регуляризацией

Пусть относительно спектра ожидаемого сигнала выбран некоторый порог ν (рис. 2). В процессе инверсной фильтрации участвует та часть спектра, которая находится выше значения порога ограничения ν , т.е. частотная характеристика инверсного фильтра сформирована таким образом, что спектральные составляющие входного сигнала, соответствующие частотам, расположенным ниже порога из обработки, исключаются.

Тогда в обработке инверсным фильтром следует учитывать спектральные составляющие сигнала \tilde{U}_n , принадлежащие окрестностям частот, соответствующих L – лепесткам спектра зондирующего сигнала, превысившим порог.

Введем следующие обозначения: каждый l -й лепесток, превысивший порог, содержит k_l спектральных составляющих и в каждом из l лепестков имеется спектральная составляющая n_l , соответствующая начальному номеру спектральной составляющей l -го лепестка. Учитывая введенные обозначения, отклик инверсного фильтра во временной области при регуляризации получим обратным дискретным преобразованием Фурье от выражения (4) с соответствующим ограничением пределов интегрирования (здесь суммирования):

$$\tilde{u}_s = \sum_{l=1}^L \sum_{n=n_l}^{n_l+k_l} \tilde{U}_n e^{j\frac{2\pi}{N}ns}, \quad 0 \leq s < Nl. \quad (5)$$

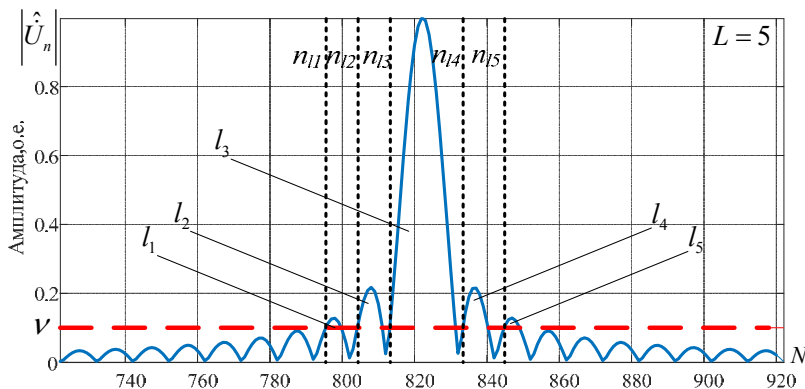


Рис. 2. Спектр зондирующего сигнала и порог ограничения $\nu = 0,1$

Fig. 2. Spectrum of probing signal and limiting threshold $\nu = 0,1$

Раскрыв (6) как сумму членов геометрической прогрессии, получим

$$\tilde{u}_s = \sum_{m=1}^M \tilde{a}_m \tilde{F}_s(n_m) \sum_{l=1}^L e^{j \frac{\pi}{N} (s-n_m)(n_l-k_l-1)}, \quad (6)$$

где

$$\tilde{F}_s(n_m) = \frac{\sin\left(\frac{\pi k_l}{N}(s-n_m)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(s-n_m)\right)}.$$

Из анализа выражения (7) следует: величины $\tilde{F}_s(n_m)$ максимальны при $s = n_m$; ширина главного лепестка $\tilde{F}_s(n_m)$ зависит от числа спектральных составляющих k_l . Таким образом, огибающая сжатого сигнала каждого из M точечных источников будет представлять собой сумму величин $\tilde{F}_s(n_m)$, умноженных на соответствующие амплитуды, и иметь главный и боковые лепестки на оси дальности.

На рис. 3 показана амплитудно-частотная характеристика инверсного фильтра, на рис. 4 – огибающая спектра сигнала с выхода инверсного фильтра. Фазочастотная характеристика инверсного фильтра совпадает с фазочастотной характеристикой согласованного фильтра.

На рис. 3 видно, что частотная характеристика инверсного фильтра при регуляризации режектирует частоты, на которых спектр зондирующего сигнала близок к нулю. При этом чем выше порог ограничения, тем с большим превосходством над шумовыми составляющими отбираются фильтром спектральные составляющие сигнала и тем выше должна обеспечиваться вероятность правильного разрешения. Однако исключение из обработки части составляющих спектра сигнала приводит к расширению отклика инверсного фильтра во временной области. Эту особенность можно пояснить анализом рис. 4.

Модуль спектра отклика инверсного фильтра близок по форме к последовательности прямоугольных импульсов, протяженность которых при повышении уровня ограничения уменьшается, а при уменьшении – увеличивается. Соответственно, при переходе во временную область повышение порога ограничения приводит к расширению отклика инверсного фильтра,

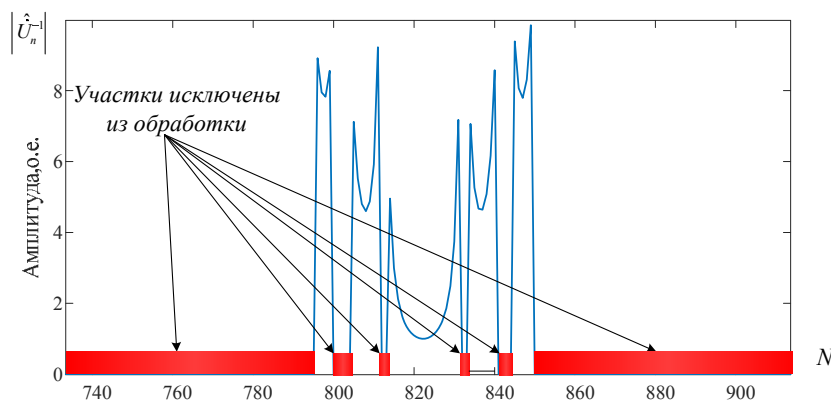


Рис. 3. Частотная характеристика инверсного фильтра

Fig. 3. Frequency response of inverse filter

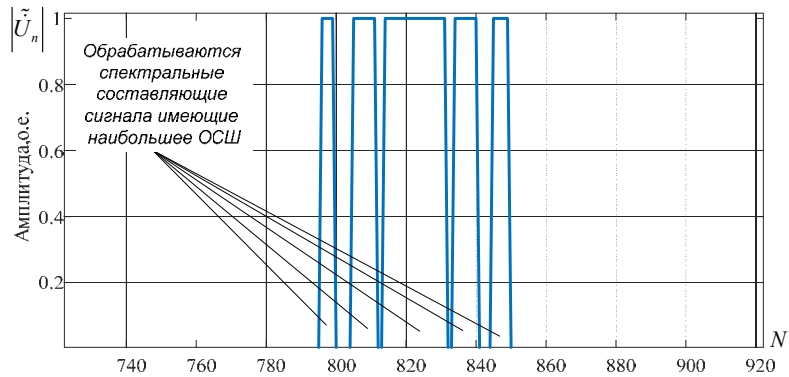


Рис. 4. Спектр отклика инверсного фильтра

Fig. 4. Spectrum response of inverse filter

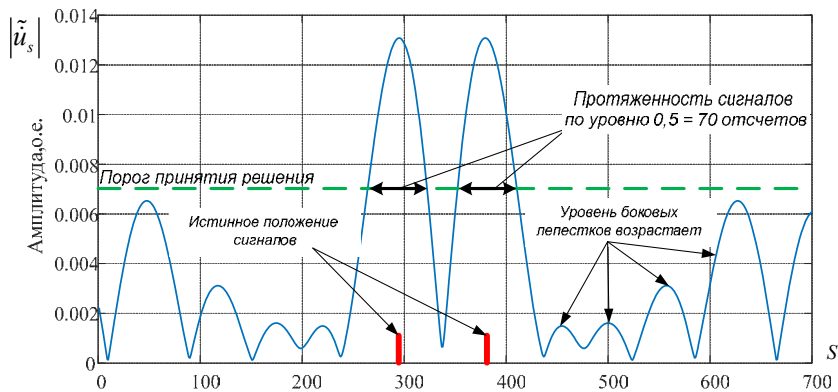


Рис. 5. Отклик инверсного фильтра во временной области

Fig. 5. Temporal response of inverse filter

при уменьшении – к сужению. Таким образом, выбор порога ограничения или значения параметра регуляризации инверсной фильтрации является отдельной задачей, влияющей на качество разрешения сигналов.

На рис. 5 представлен отклик инверсного фильтра, отраженного от двух локальных равноамплитудных источников вторичного излучения, удаленных друг от друга по дальности на 0,25 интервала разрешения по Рэлю.

На рис. 5 видно, что отклик инверсного фильтра уже не определяется интервалом дискретизации ΔT , что наблюдалось при инверсной фильтрации без регуляризации. Вторым негативным фактором предложенной регуляризации можно считать появление боковых лепестков. Однако регулярный характер роста уровня боковых лепестков влево и вправо относительно положения обнаруженных сигналов позволяет разработать различные способы борьбы с ними.

С учетом того, что относительно задачи обнаружения оптимальна согласованная обработка, инверсную фильтрацию следует применять после факта обнаружения сигнала. При этом для борьбы с боковыми лепестками можно использовать в качестве взвешивающей функции

отклик согласованного фильтра, который будет спадать влево и вправо от обнаруженного сигнала. Последним фактором, усложняющим применение инверсной фильтрации с регуляризацией, является выбор значения параметра регуляризации (порога ограничения спектра зондирующего сигнала). Ниже предлагается эмпирически полученный алгоритм выбора этого значения.

Алгоритм выбора значения параметра регуляризации инверсной фильтрации

Значение параметра регуляризации должно изменяться ступенчато согласно количеству спектральных составляющих, подвергающихся обработке при данном уровне ограничения спектра зондирующего сигнала. Однако улучшение качества разрешения при таком строгом выборе значения параметра регуляризации незначительно и не оправдывает затраты на его вычисление. Поэтому предположим, что справедлива гипотеза о допустимости линейной зависимости значения параметра регуляризации от ОСШ.

Для описания линейного закона изменения параметра регуляризации необходимо задать двумя точками. Точки выберем исходя из практической целесообразности применения инверсной фильтрации. Исследования показали, что инверсная фильтрация с регуляризацией применима при ОСШ от 18 до 30 дБ [16]. При более низких ОСШ регуляризация не обеспечивает достаточного качества результатов обработки, при более высоких – оптимальное значение параметра регуляризации близко к нулю.

Согласно [19] при решении задачи разрешения парной цели допускается уровень ложной тревоги $F \leq 0,05$, поэтому требуется определить требуемое значение параметра регуляризации при указанных ОСШ, обеспечивающих уровень ложной тревоги не более 0,05. Для примера рассмотрим систему обработки одиночного сигнала с параметрами: ширина спектра сигнала 20 Гц, длительность импульса 0,1 с, частота 5 МГц, тип сигнала – простой радиоимпульс.

Подберем эмпирически значение порога ограничения ν_1 при ОСШ, равном 18 дБ, обеспечивающее уровень ложных тревог $F \leq 0,05$. Значение порога ограничения при выбранных параметрах сигнала составляет 0,22 от максимального значения спектра зондирующего сигнала. На практике в большинстве случаев это соответствует уровню первых боковых лепестков спектра зондирующего сигнала. Также требуется подобрать значение порога ограничения ν_2 при ОСШ, равном 30 дБ, обеспечивающее уровень ложных тревог $F \leq 0,05$. В этом случае значение порога ограничения составляет 0,04 от максимального значения спектра зондирующего сигнала.

Выбранные значения порога ограничения при ОСШ 18 и 30 дБ позволяют определить зависимость уровня порога ограничения от ОСШ (рис. 6). По выдвинутой гипотезе точки $\nu_1(x_1; y_1)$ и $\nu_2(x_2; y_2)$ принадлежат одной прямой, следовательно, координаты этих точек x, y удовлетворяют уравнению вида $y = kx + b$. Переменная y соответствует значению уровня порога ограничения, переменная x – значению ОСШ, т. е. справедливы равенства, образующие систему уравнений вида

$$\begin{cases} y_1 = kx_1 + b \\ y_2 = kx_2 + b \end{cases} \quad (7)$$

Рассчитав из системы уравнений (8) коэффициенты $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ и $b = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1$, мож-

но определить значение порога регуляризации при наблюдаемом ОСШ. Так, для рассматриваемого примера уравнение определения значения параметра регуляризации будет иметь вид $y = -0,015x + 0,49$. На рис. 6–8 представлена сравнительная оценка инверсной фильтрации без регуляризации и с регуляризацией, полученных имитационным моделированием. Значения параметра регуляризации выбиралось согласно предложенному алгоритму. В качестве предельного относительного интервала разрешения принят предел Хелстрема [7].

На рис. 7–9 видно, что повышение разрешающей способности радиолокатора инверсной фильтрацией с регуляризацией (пунктирная линия) в несколько раз превосходит инверсную фильтрацию без регуляризации (точечная линия) по разрешению и обладает достаточными вероятностями правильного разрешения при ОСШ от 18–25 дБ и более.

Заключение

В статье показано применение инверсной фильтрации с регуляризацией для повышения разрешающей способности радиолокатора с простым радиоимпульсом по дальности. В ка-

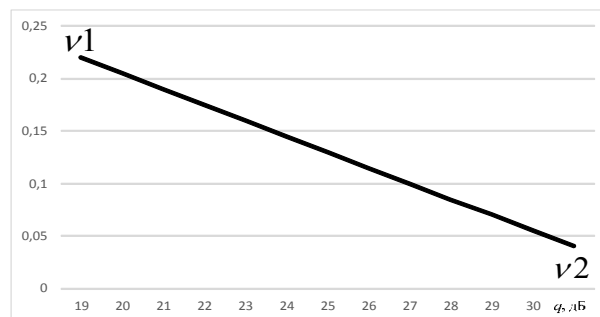


Рис. 6. Зависимость значения параметра регуляризации от ОСШ

Fig. 6. Dependence of the value of limiting threshold by signal-to-noise

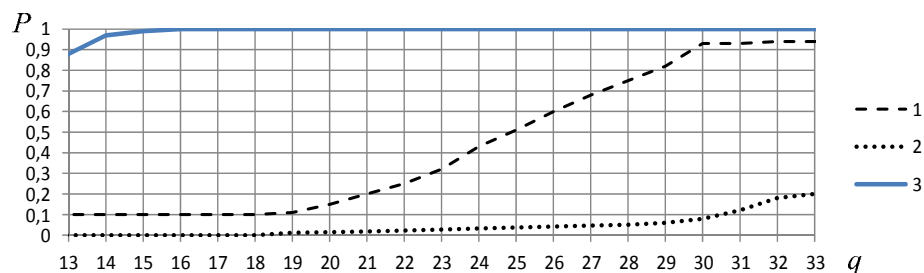


Рис. 7. Зависимость вероятности правильного разрешения двух целей, удаленных друг от друга по дальности на 0,1 интервала разрешения по Рэлею: 1 – инверсная фильтрация с регуляризацией; 2 – инверсная фильтрация без регуляризации; 3 – предельный относительный интервал разрешения

Fig. 7. Dependence of the probability of correct resolution of two impulse, remoted in range by 0.1 of the Rayleigh resolution interval: 1 – inverse filtering method with regularization; 2 – inverse filtering without regularization; 3 – limiting relative resolution interval

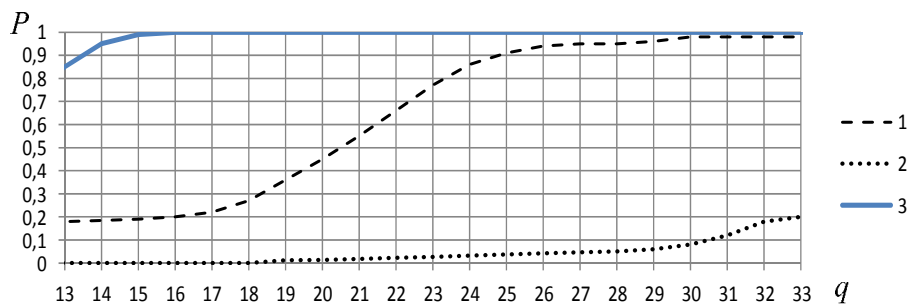


Рис. 8. Зависимость вероятности правильного разрешения двух целей, удаленных друг от друга по дальности на 0,25 интервала разрешения по Рэлею: 1 – инверсная фильтрация с регуляризацией; 2 – инверсная фильтрация без регуляризации; 3 – предельный относительный интервал разрешения

Fig. 8. Dependence of the probability of correct resolution of two impulse, remoted in range by 0.25 of the Rayleigh resolution interval: 1 – inverse filtering method with regularization; 2 – inverse filtering without regularization; 3 – limiting relative resolution interval

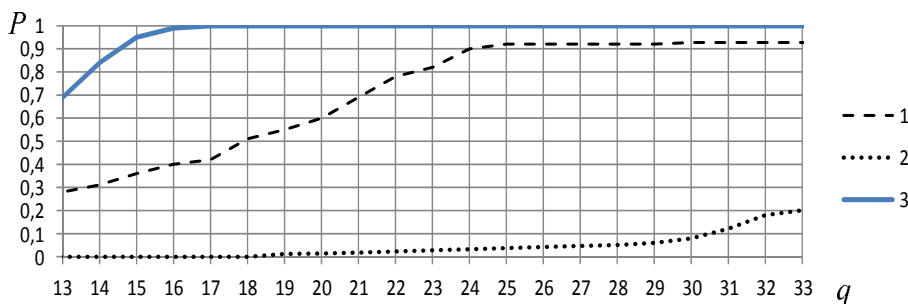


Рис. 9. Зависимость вероятности правильного разрешения трех целей, удаленных друг от друга по дальности на 0,5 интервала разрешения по Рэлею: 1 – инверсная фильтрация с регуляризацией; 2 – инверсная фильтрация без регуляризации; 3 – предельный относительный интервал разрешения

Fig. 9. Dependence of the probability of correct resolution of two impulse, remoted in range by 0.5 of the Rayleigh resolution interval: 1 – inverse filtering method with regularization; 2 – inverse filtering without regularization; 3 – limiting relative resolution interval

честве параметра регуляризации выбран порог ограничения спектра зондирующего сигнала. Наиболее сложной задачей регуляризации является выбор значения порога ограничения. При некоторых допущениях это можно делать на основании эмпирически полученных зависимостей. Предложенный подход позволяет повысить разрешающую способность радиолокатора по дальности не менее чем в четыре раза при ОСШ от 18–25 дБ.

Список литературы

[1] Царьков Н.М. *Многоканальные радиолокационные измерители*. М.: Советское радио, 1980. 192 [Tsar'kov N.M. *Multichannel radar gauges*. Moscow, Soviet Radio, 1980. 192. (in Russian)].

[2] Климов С.А. Потенциальный предел и показатели качества сверхрэлеевского разрешения сигналов, *Журнал радиоэлектроники*, 2013, 8, 53-59 [Klimov S.A. Potential limit and

quality indicators of ultra-Rayleigh signal resolution, *Journal of Radioelectronics*, 2013, 8, 53-59 (in Russian)].

[3] Дрогалин В.В., Меркулов В.И., Родзивилов В.А., Федоров И.Б., Чернов М.В. Алгоритмы оценивания угловых координат источников излучений, основанные на методах спектрального анализа, *Научно-технические серии*, 1999, 1, 52–68 [Drogalin V.V., Merkulov V.I., Rodzivilov V.A., Fedorov I.B., Chernov M.V. Algorithms for estimating the angular coordinates of radiation sources, based on spectral analysis methods, *Scientific and Technical Series*, 1999, 1, 52-68 (in Russian)].

[4] Марпл С.Л. *Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ.* М., Мир, 1990. 584 [Marple S.L. *Digital spectral analysis and its applications: translation from English*. Moscow, Mir, 1990. 584. (in Russian)].

[5] Варюхин В.А. *Основы теории многоканального анализа*. Киев, ВАПВОСВ, 1993. 156 [Varyukhin V.A. *Fundamentals of the theory of multichannel analysis*. Kiev, WAPVOSV, 1993. 156. (in Russian)].

[6] Абраменков В.В., Климов С.А., Савинов Ю.И. Способ и устройство измерения дальностей до М источников вторичного излучения, сигналы которых перекрываются во времени, *Радиотехника*, 2002, 1, 32–38 [Abramenkov V.V., Klimov S.A., Savinov Yu.I. Method and device for measuring ranges to M secondary radiation sources, whose signals overlap in time, *Radio Engineering*, 2002, 1, 32-38 (in Russian)].

[7] Чижов А.А. *Сверхрэлеевское разрешение. Т. 2. Преодоление фактора некорректности обратной задачи рассеяния и проекционная радиолокация*. М., Красанд, 2010. 104 [Chizhov A.A. *Super-Rayleigh resolution. T. 2. Overcoming the factor of incorrectness of the inverse scattering problem and projection radar*. Moscow, Krasand, 2010. 104. (in Russian)].

[8] Ширман Я.Д., Манжос В.Н. *Теория и техника радиолокационной информации на фоне помех*. М., Радиоисвязь, 1981. 416. [Shirman Ya.D., Manzhos V.N. *Theory and technique of radar information against the background of interference*. Moscow, Radio Communication, 1981. 416 (in Russian)].

[9] Василенко Г.И. *Теория восстановления сигналов: О редукации к идеальному прибору в физике и технике*. М.: Сов. радио, 1979. 271. [Vasilenko G.I. *Theory of signal reconstruction: On reduction to an ideal device in physics and engineering*. Moscow: Sov. radio, 1979. 271. (in Russian)].

[10] Финкельштейн М.И., Карпукхин В.И., Кутев В.А., Метелкин В.Н. *Подповерхностная радиолокация*. М.: Радио и связь, 1994. 216. [Finkelstein M.I., Karpukhin V.I., Kutev V.A., Metelkin V.N. *Sub-surface radar*. Moscow: Radio and Communication, 1994. 216. (in Russian)].

[11] Гонсалес Р.С., Вудс Р.Е. *Цифровая обработка изображений. Изд. 3-е, исправл. и доп.* М.: Техносфера, 2012. 1104. [Gonzalez R.S., Woods R.E. *Digital image processing. Ed. 3rd, corrected and augmented*. Moscow: Technosphere, 2012. 1104. (in Russian)].

[12] *Введение в контурный анализ. Приложения к обработке изображений и сигналов*. Под ред. Я.А. Фурмана. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 592. [Introduction to the contour analysis. Applications for image and signal processing. Ed. Y.A. Furman. Moscow: FIZMATLIT, 2003. 592. (in Russian)]

[13] Майорова В.И., Банников А.М., Зайцев К.И. *Математическое моделирование процесса радиометрической коррекции снимков дистанционного зондирования Земли*. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. [Mayorova V.I., Bannikov A.M., Zaitsev K.I. *Mathematical modeling of radiometric correction of images of Earth remote sensing*. Moscow. MSTU them. N.E. Bauman. (in Russian)].

[14] Зражевский А.Ю., Кокошкин А.В., Коротков В.А. Особенности применения инверсной фильтрации для восстановления изображений с учетом квантования яркости при записи в BMP файл, *ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН*. 2016, 6, 31–39 [Zrazhevsky A.Yu., Kokoshkin A.V., Korotkov V.A. Features of the inverse filtering for image recovery with allowance for the quantization of brightness when writing to a BMP file, *IRE them. V.A. Kotelnikov Institute of the Russian Academy of Sciences*. 2016, 6, 31-39 (in Russian)].

[15] Mudukurum Ashok S., Chandrasekar V. and Jeffrey Keeler R. Pulse Compression for Weather Radars. *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing*, vol. 36, no. 1, January 1998.

[16] Barbarossa S., Scaglione A., Giannakis G.B. Product high-order ambiguity function for multicomponent polynomial-phase signal modeling, *IEEE Transaction on signal processing*, vol. 46, 1998.

[17] Баскаков С.И. *Радиотехнические цепи и сигналы*. М.: Высш.шк., 2003. 462. [Baskakov S.I. *Radio engineering circuits and signals*. М.: Higher Education, 2003. 462. (in Russian)].

[18] Абраменков А.В., Васильченко О.В., Семченков С.М., Печенев Е.А. Инверсная фильтрация импульсных сигналов, *Электромагнитные волны и электронные системы*, 4, 2017, 8–12 [Abramenkov A.V., Vasilchenko O.V., Semchenkov S.M., Pechenev E.A. Inverse filtration of pulse signals, *Electromagnetic waves and electronic systems*, 4, 2017, 8-12 (in Russian)].

[19] Чижев А.А. *Сверхрэлеевское разрешение. Т.1: Классический взгляд на проблему*. М.: КРАСАНДР, 2010. 96. [Chizhov A.A. *Super-Rayleigh resolution. Vol. 1: A classic view of the problem*. Moscow, KRASANDR, 2010. 96. (in Russian)].