Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт космических и информационных технологий
Кафедра информатики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
______ А.С. Кузнецов
подпись
«____» ______ 2017г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

27.03.03 Системный анализ и управление
Непараметрическая миграционная модель

Руководитель __________ подпись, дата ст. преподаватель, к.т.н. А. А. Корнеева

Выпускник ________ подпись, дата Д. М. Никулина

Красноярск 2017

РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа по теме «Непараметрическая миграционная модель» содержит 37 страниц текстового документа, 14 использованных источников, 15 рисунков.

МИГРАЦИЯ, ПОПУЛЯЦИЯ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, СИСТЕМА «ХИЩНИК-ЖЕРТВА», УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА.

Цель работы — повысить точность модели популяции с использованием генетического алгоритма.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

а) изучить существующие модели популяции;

б) реализовать и исследовать выбранную модель;

в) реализовать генетический алгоритм и исследовать поведение модели в зависимости от изменения параметров генетического алгоритма.

В ходе выполнения работы приведено сравнение с аналогичными методами решения системы уравнений Вольтерра. Было проведено моделирования системы уравнений Вольтерра с нахождением неизвестных коэффициентов с помощью генетического алгоритма.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

По состоянию на 2016 г. на территории Российской Федерации действуют 109 заповедников и 49 национальных парков. Проблема отслеживания миграций животных стоит невероятно остро, поскольку многие животные, чей ареал обитания располагается на территории охраняемых зон, находятся в Красной книге, т. е. фактически пребывают в стадии вымирания, и основная задача заповедников и национальных парков — не допустить вымирания видов. Для этого специалисты, работающие в охраняемых зонах, отслеживают не только число особей в популяциях, но также и миграции популяций в пределах охраняемой зоны.

Что же такое миграция? Миграция — регулярное передвижение популяции животных, в ходе которого особи из одной области обитания перемещаются в другую, но затем возвращаются обратно [1]. Изучение миграции наземных животных – достаточно трудоемкий процесс, так как у некоторых видов животных она происходит несколько раз в жизни, а у других — всего один раз [2].

Для изучения и контроля миграции особей одного вида животных необходимо знать, как изменяется численность популяции данного вида в зависимости от влияния как природных факторов (таких как температура воздуха, ветер, загрязнение окружающей среды), так и факторов хищничества. В связи с этим для построения модели миграции животных вначале необходимо узнать, как изменяется популяция данного вида, то есть построить модель изменения популяции.

Отслеживать изменение популяции можно многими способами, некоторыми из которых являются отслеживание популяции с помощью фотоловушек, чипирование особей. Кроме того, существует математический подход, который представляет собой построение математической модели, которая могла бы предсказывать изменение популяции, основываясь на уже имеющихся данных. Имеющиеся на данный момент модели, к сожалению, не обладают достаточной точностью оптимизации коэффициентов, вследствие чего прогноз становится довольно-таки неточным.

Таким образом, можно сформулировать цель и задачи.

Цель работы — повысить точность модели популяции с использованием генетического алгоритма.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

а) изучить существующие модели популяции;

б) реализовать и исследовать выбранную модель;

в) реализовать генетический алгоритм и исследовать поведение модели в зависимости от изменения параметров генетического алгоритма.

1 Моделирование миграций

Как говорилось выше, миграция представляет собой перемещение популяции животных из одной области в другую с последующим возвращением в первоначальное место обитания.

Для построения миграционной модели необходимо ввести следующие допущения:

1. Местообитание (в данном случае – территория заповедной зоны) разделено на некоторое число частей, так называемых «клеток», причем в пределах каждой клетки данный вид можно рассматривать как единую популяцию;
2. Время, затрачиваемое на миграцию, невелико по сравнению с длительностью жизненного цикла особей;
3. Среда однородна, т.е. условия в соседних клетках идентичны.

В системах «хищник-жертва» миграция может относиться к одному из четырех типов:

1. Жертва уходит из клеток, где много особей жертвы;
2. Жертва уходит их клеток, где много хищников;
3. Хищники уходят из клеток, где много хищников;
4. Хищники уходят из клеток, где мало особей жертвы.

Каждой особи популяции приводится матрица размера N×N, где N – число квадратов. Матрица состоит из нулей и единиц, где нулем означается неспособность особи мигрировать из текущего квадрата в любой другой, а единицей – возможность миграции.

Так как для отслеживания миграции необходимо знать численность особей популяции данного вида, становится ясной необходимость построения популяционной модели. Опираясь на данные, полученные при построении популяционной модели, можно будет построить миграционную модель.

Что же такое популяция? Популяция – это совокупность особей одного вида, обитающих на определенной территории, свободно скрещивающихся между собой и частично или полностью изолированных от других популяций.

Проблема построения моделей, показывающих изменение популяции животных, известна очень давно. Сложность построения любых математических моделей в экологии обуславливается тем, что живые организмы изменчивы, и предугадать их поведение в той или иной ситуации крайне трудно. Эта изменчивость может проявляться как при взаимодействии организмов друг с другом (например, в условиях хищничества или конкуренции), так и в реакции организмов на условия окружающей среды. Именно поэтому при построении математической модели обычно упрощают задачу настолько, чтобы было возможно ее исследовать традиционными методами, не используя потенциальные источники изменчивости. Однако даже такое упрощение задачи оставляет достаточно трудными для моделирования и анализа взаимоотношения между особями популяции.

1.1 Анализ литературных источников

Проблематика построения популяционных моделей существует достаточно длительное время. За долгие годы многие ученые пытались построить новые модели или же оптимизировать уже существующие.

В монографии [3] дан обзор современных гипотез динамики численности особей популяции мелких млекопитающих, а также рассмотрены математические модели, соответствующие данным гипотезам. Кроме того, на основе собственных данных авторами была предложена гипотеза популяционной динамики мелких млекопитающих, а также построена модель динамики численности популяций, учитывающая гетерогенность используемого животными пространства.

Диссертационное исследование Пичугиной А. Н. [4] привело к разработке математических моделей в форме систем интегральных уравнений, использующих широкий класс функций, отражающих репродукцию, естественную смертность особей и распределение по возрасту первоначально существующих индивидов.

В статье Беляевой И. В. [5] исследуются некоторые математические модели, используемые для анализа динамики популяций. Кроме того, в данной статье решаются и анализируются дифференциальные уравнения, лежащие в основе моделей, и оцениваются возможности их применения в приближенных к действительности случаям.

Родина Л. И. своей статьей [6] обозначила разработку новой вероятностной модели, применяющейся для описания динамики роста изолированной популяции. Кроме того, в данной статье исследуется динамический режим развития популяции, находящейся на грани исчезновения.

В статье [7] предлагается универсальная математическая модель динамики биологических популяций Лотки-Вольтерры, а также анализируются все варианты исходов для данной модели. Кроме того, была сформулирована биологическая интерпретация данной модели.

1.2 Виды моделей

Все модели условно можно разделить на два вида: словесные и математические модели.

Рассмотрим каждую из этих моделей подробнее.

1.2.1 Словесные модели

Многие специалисты по системному анализу считают построение словесной модели важным этапом, предшествующим моделированию. На этом этапе объединяются все знания о решаемой проблеме с целью выделения той части системы, которую необходимо исследовать. Сложность построения этой модели заключается в том, что разные ученые имеют свое понимание одних и тех же терминов. В качестве примера можно привести Дж. М. Смита, который в своем труде [8] дает прямое разграничение понятиям модели и имитации: имитацией он считает максимально подробное описание с какой-то практической целью, а моделью называет описание общих идей, содержащее как можно меньше деталей. Не все согласны с его позицией, например, Дж. Джефферс не делает такого разграничения, считая моделью любое формальное описание; таким образом, он стремится к объединению понятий «имитация» и «модель»[9].

Отсюда следует, что для построения словесной модели необходимо давать четкое описание каждого используемого термина. Это процесс достаточно трудоемкий, однако такое описание может во многом помочь на стадиях постановки задачи и установлении иерархии целей и задач исследования.

1.2.2 Математические модели

Математическая модель – это приближенное описание объекта моделирования, выраженное с помощью математической символики.

Математические модели характерны тем, что исследователь может выразить свои идеи с помощью символической логики, в то же время сохраняя простоту и рациональность выражения. Из полученной модели можно получить предсказания поведения системы через определенный промежуток времени, и это предсказание будет достаточно точным при правильном построении математической модели. Предсказания позволяют сравнивать модельные системы с реальными объектами, которые они должны представлять, и проверять адекватность модели.

Все математические модели условно можно разделить на детерминистские и стохастические.

Детерминистская модель представляет собой аналитическое представление закономерности, операции и т. д., при которых для данной совокупности входных значений может быть получен только один результат.

Детерминистские модели являются достаточно грубыми, поскольку в них часто игнорируются многие свойства, присущие реальным объектам. В таких моделях также не учитываются случайные факторы, такие как изменение температуры. Конечно, детерминистские модели позволяют существенно экономить инженерное и машинное время, однако для окончательных оценок они недостаточно хороши.

В отличие от детерминистских, стохастические (или вероятностные) модели учитывают случайные факторы, например, случайные отклонения параметров от своих номинальных значений из-за температурных изменений.

Чаще всего случайные значения параметров модели обычно генерируются с помощью датчиков псевдослучайных чисел по заданному закону распределения. Поскольку один прогон модели дает одну реализацию случайного процесса, целесообразно использовать представительную выборку, содержащую в себе большое число данных испытаний модели. К тому же, статическая обработка результатов моделирования расходует немало машинного времени. Следовательно, основной недостаток стохастических моделей – значительные затраты машинного времени на проведение статического моделирования. Поэтому вероятностные модели строят только тогда, когда на детерминистских моделях ориентировочно определены значения параметров проектируемого объекта.

Если основой для имитации служит стохастическая модель, то результаты имитации могут различаться, даже если константы и начальные условия одинаковы. Эту вариабельность обеспечивают вероятностные элементы модели; назначение таких моделей состоит в том, чтобы отразить изменчивость, характерную для живых организмов и экологических систем.

1.3 Выводы по главе 1

Сложность построения любых моделей заключается не только в формулировке проблемы, которую следует решить. Необходимо также дать четкие определения всем терминам, использующимся в данной предметной области, поскольку каждый эксперт имеет свое понятие в зависимости от своих профессиональных компетенций.

Многие эксперты считают, что построение математической модели «с нуля», без подготовки какой-либо базы — достаточно трудоемкое занятие. В связи с этим представляется необходимым построение сначала словесной модели, а после этого — построение уже математической модели.

2 Построение словесной модели

Как говорилось выше, построение словесной модели позволяет не только дать определение всем понятиям, использованным в дальнейшем моделировании, но также определиться с методом решения проблемы, ставящейся перед аналитиком. Кроме того, на этапе построения словесной модели обозначаются цели и задачи, которые необходимо выполнить аналитику для решения какой-либо проблемы.

Цель данного исследования – разработать программный продукт, содержащий в себе математическую модель популяции животных.

Для достижения данной цели необходимо выполнить следующие задачи:

1. изучить литературу;
2. проанализировать все модели и выбрать из них ту, которая наиболее подходит для достижения цели;
3. построить математическую модель;
4. сравнить результаты, полученные в результате моделирования, с реальными данными;
5. сделать вывод о достоверности модели и возможности ее практического применения.

Определения, необходимые для моделирования:

1. Популяция — это совокупность особей одного вида, обитающих на определенной территории, свободно скрещивающихся между собой и частично или полностью изолированных от других популяций.
2. Особь — наименьшая единица данного биологического вида, подверженная действию факторов эволюции [10].
3. Хищник — животное (или же ряд растений), ловящее и поедающее других животных [11].
4. Жертва — особь, подвергающаяся прямому нападению со стороны хищника. Жертва является необходимым звеном в системе «хищник-жертва», в которой жертва — источник питания для хищника [11].

5. Прирост популяции — разница между величиной популяции в начале и конце какого-либо промежутка времени. Прирост популяции может быть, как положительным, так и отрицательным [11].

2.1 Модели популяции животных

Популяция обладает некоторыми особенностями, присущими только ей: численностью, плотностью, пространственным распределением особей.

Рассмотрим существующие математические модели роста популяции хищник-жертва. Для построения данных моделей были приняты следующие допущения:

1. плотность данного вида может быть полностью описана с помощью одной переменной (т. е. мы пренебрегаем возрастными, половыми и генетическими различиями);
2. изменения плотности могут быть адекватно описаны детерминистскими уравнениями;
3. результаты взаимодействия в пределах вида и между видами считаются мгновенными (мы пренебрегаем задержкой между моментом, когда хищник поедает жертву, и моментом, когда переваренные вещества становятся частью новой особи хищника).

Существуют следующие модели роста популяции хищник-жертва:

1. простейшее дифференциальное уравнение;
2. уравнение Вольтерра;
3. модель Лесли;
4. модель Розенцвейга – Мак-Артура.

2.1.1 Простейшее дифференциальное уравнение

Простейшее дифференциальное уравнение, описывающее рост популяции, имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot x \quad , \qquad (1)$$

где x — плотность популяции в момент времени t,

r — постоянная.

Решением данного уравнения является функция (2):

$$x = x_0 e^{rt} \quad , \qquad (2)$$

где x_0 — плотность в момент времени $t = 0$.

Эта функция хорошо подходит для описания роста колонии бактерий до истощения культуральной среды (рисунок 1).

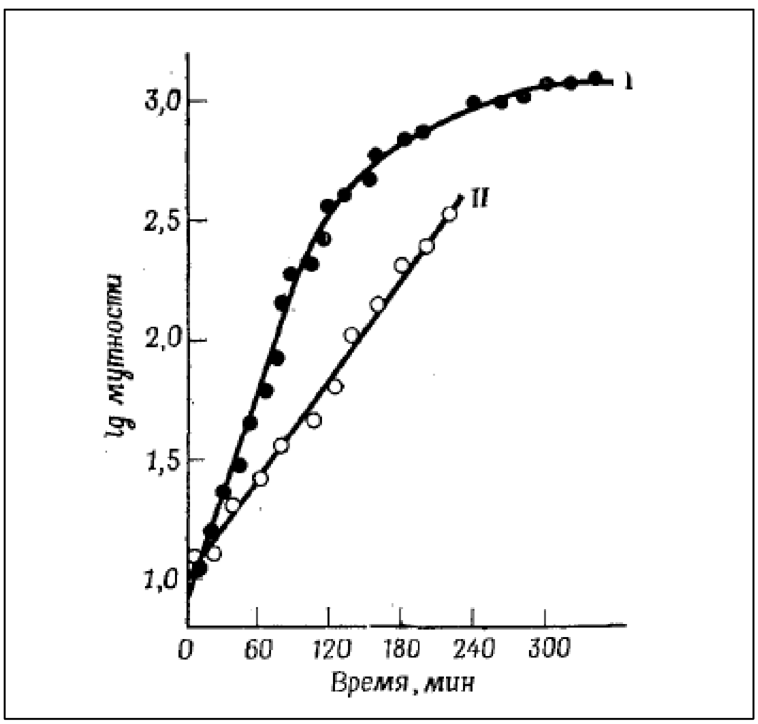

Рисунок 1 — Кривая роста двух колоний растений

(I — на питательном бульоне, II — на синтетической среде)

Это уравнение справедливо только для ограниченного периода времени — в конечном итоге растущая популяция исчерпает ресурсы. Поведение популяции, численность которой стабилизируется на некотором устойчивом уровне, описывают с помощью уравнения (3).

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{k}\right) \tag{3}$$

Здесь r показывает истинную скорость роста, а k — емкость среды. Емкость среды нужна для обозначения равновесной плотности, достигаемой видом жертвы в отсутствии хищника.

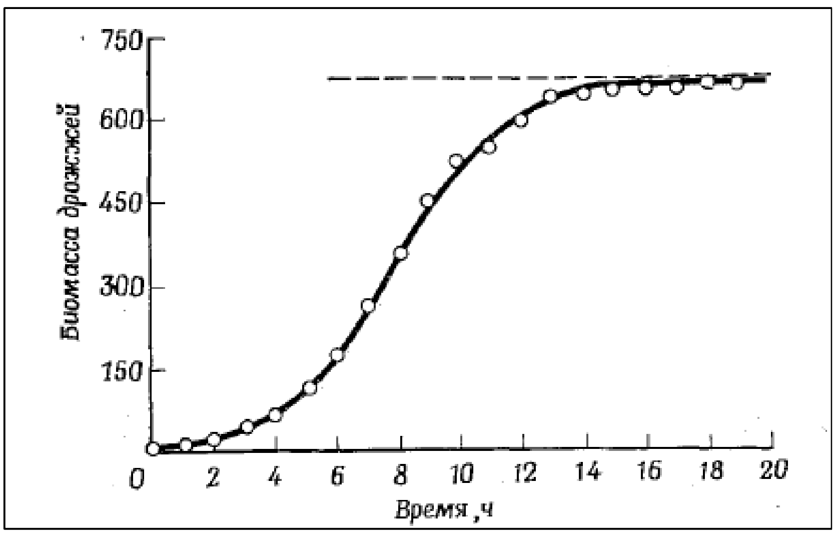

Рисунок 2 — Сравнение кривой роста дрожжевых клеток в культуре с ростом, предсказываемым логистическим уравнением [1]

В чем же различие этих двух уравнений? Уравнение (1) может быть выведено на основании сведений о поведении особей популяции, хотя для этого пришлось бы доказать наличие стабильной возрастной структуры. Уравнение (3) представляет собой простейшее математическое описание определенного типа роста.

2.1.2 Уравнение Вольтерра

Данная модель впервые была получена в 1925 г. А. Лотки, который использовал ее для описания динамики взаимодействующих биологических популяций. В 1926 г. Вольтерра независимо от Лотки разработал аналогичные и даже более сложные модели [12]. Исследования этих ученых в области экологических проблем заложили фундамент для такой науки, как математическая экология.

Вольтерра рассматривал следующие уравнения, описывающие взаимодействия между видом жертвы с плотностью x и истребляющим ее хищником с плотностью y:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - bxy, \\ \frac{dy}{dt} = -cx + dxy \end{cases} \tag{4}$$

В основе этой системы уравнений лежат дополнительные допущения:

1. В отсутствие хищничества рост численности жертвы будет происходить в соответствии с логическим уравнением, с истинной скоростью роста a и емкостью среды a/Ъ.

2. Скорость выедания жертвы пропорциональна произведению плотностей хищника и жертвы.

Допущения Вольтерра справедливы в том случае, если особи одного или обоих видов перемещаются случайным образом, если имеется некоторая постоянная вероятность, что при встрече хищник убьет жертву, и если временем, затрачиваемым хищником на поедание жертвы, можно пренебречь.

Как будет вести себя система этих уравнений? В любой момент времени t состояние системы полностью описывается значениями x и y, т. е. каждому состоянию системы соответствует некоторая точка на плоскости (x,y), которая называется фазовой плоскостью. Если каждой точке фазовой плоскости мы можем сопоставить стрелку, указывающую направление движения в этой точке, то, соединив эти стрелки друг с другом, получим траектории, которые покажут, как будет происходить движение системы.

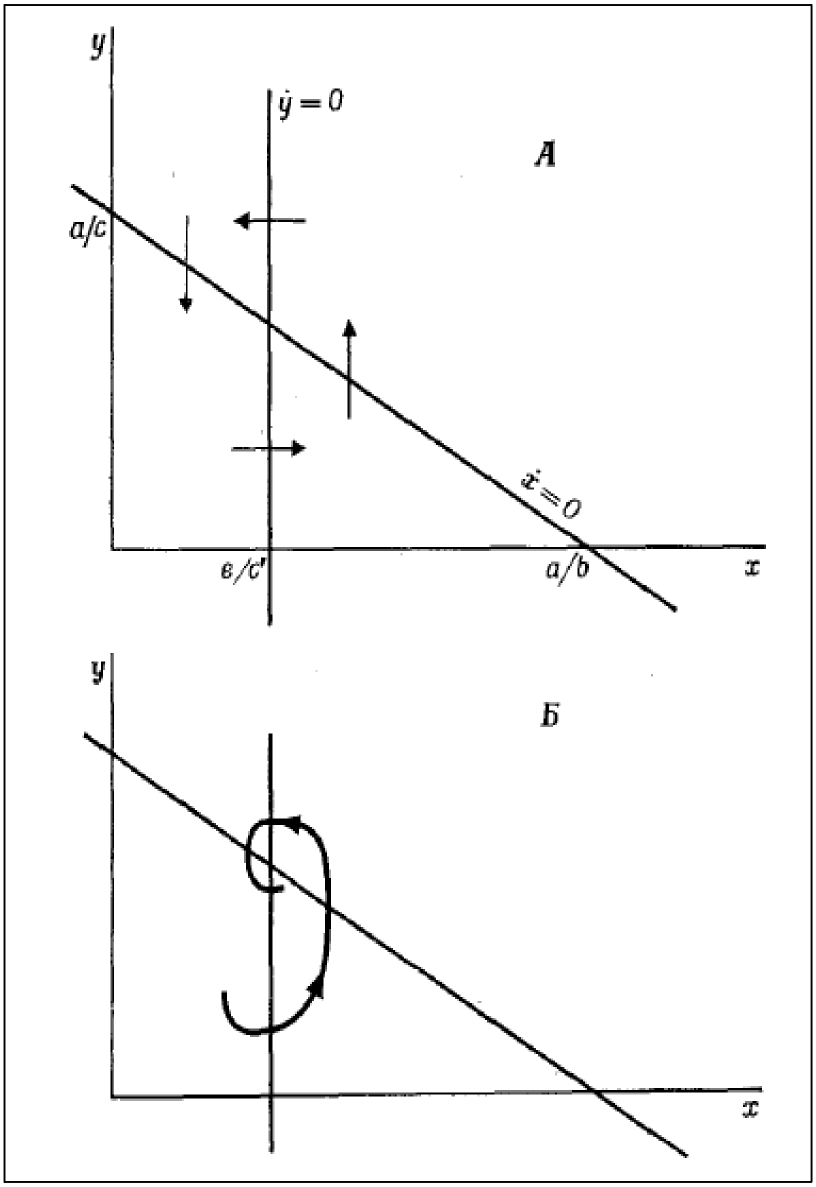

Рисунок 3 — Графическое решение уравнения Вольтерра

2.1.3 Уравнения Лесли

Другую возможную модель взаимоотношений хищник-жертва предложил Лесли [13]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - bxy \\ \frac{dy}{dt} = cx - f\frac{y}{x} \end{cases} \qquad (5)$$

Уравнение Лесли похоже на уравнение Вольтерра, только второй член несколько видоизменен, чтобы учитывать плотность жертвы. Если отношение *x/y* велико (то есть много особей жертвы на одного хищника), то численность особей хищника возрастает по экспоненте. Если же *x/y = f/c*, то численность особей хищника снижается. Кроме того, по Вольтерра увеличение или уменьшение численности хищника зависит только от плотности популяции жертвы, тогда как по Лесли оно зависит от числа особей жертвы, приходящихся на одного хищника. К тому же, в уравнениях Лесли нет связи между скоростью, с которой хищник уничтожает жертву, и скоростью его размножения.

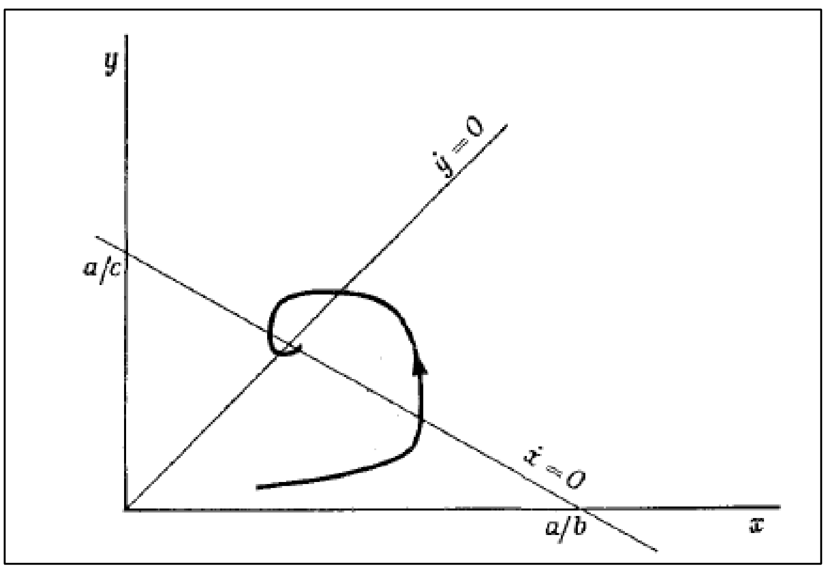

Рисунок 4 – Решение уравнений Лесли

2.1.4 Модель Розенцвейга – Мак-Артура

Рассмотрим систему уравнений (6):

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) - \Phi(x), \\ \dot{y} = -ey + k\Phi(x). \end{cases} \qquad (6)$$

где *f(x)* — скорость изменения *x* в отсутствии хищников;

Ф(x,y) —интенсивность хищничества;

k — эффективность превращения жертвы в хищника;

e — смертность хищника.

Пусть численность хищника ограничивается только численностью жертвы, тогда можно допустить, что скорость, с которой данная особь хищника поедает жертву, зависит только от плотности популяции жертвы и не зависит от плотности популяции хищников. В соответствии с этим систему уравнений (6) можно несколько упростить:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) - y\Phi(x), \\ \dot{y} = -ey + ky\Phi(x). \end{cases} \qquad (7)$$

Решив данную систему графически (рисунок 5), можно сделать следующий вывод: хищник является очень эффективным охотником и поэтому может выжить при плотности популяции жертвы, равной x^ и составляющей лишь небольшую долю емкости среды x_e.

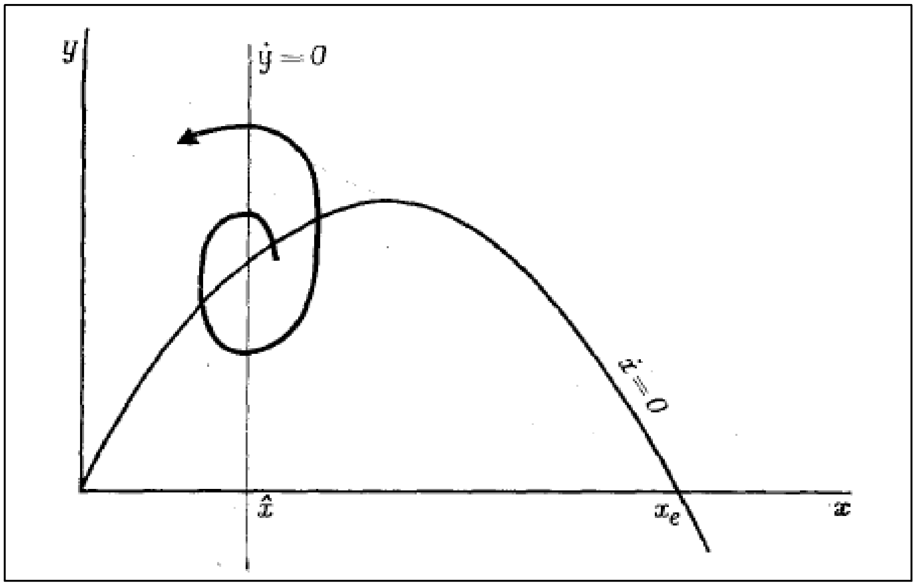

Рисунок 5 – Графическое решение модели Розенцвейга – Мак-Артура

2.2 Способы решения систем уравнений «хищник-жертва»

Для рассмотрения способов решения необходимо определиться с системой, которую планируется рассматривать в данной бакалаврской работе. Для дальнейшего моделирования было принято решение использовать систему уравнений Вольтерра, поскольку данная система получила распространение в научном сообществе.

Система уравнений Вольтерра содержит четыре коэффициента, два из которых (коэффициент рождаемости жертв (8) и коэффициент убыли хищников (9)) можно найти, если имеется обучающая выборка.

$$a = \frac{x_2 - x_1}{x_2}\ , \tag{8}$$

где a — коэффициент рождаемости жертв;

x_1 — численность особей жертв в первый промежуток времени;

x_2 — численность особей жертв во второй промежуток времени.

$$c = \frac{y_2 - y_1}{y_2} \ , \tag{9}$$

где с — коэффициент убыли хищников;

y_1 — численность особей хищников в первый промежуток времени;

y_2 — численность особей хищников во второй промежуток времени.

Сложность построения данной модели заключается в подборе оптимальных коэффициентов (вероятность убийства жертвы и склонность к воспроизводству хищника) в условиях данной задачи.

Для решения системы уравнений используется так называемый интеграл движения (10):

$$y^{\alpha} exp^{-\beta y} x^{\gamma} exp^{-\delta x} = const \ , \tag{10}$$

Однако недостаток этого решения состоит в том, что найденные таким способом коэффициенты не точны, а также восприимчивы к различным помехам. В связи с этим было принято решение использовать для поиска неизвестных коэффициентов какой-либо другой метод нахождения экстремума. Выбор пал на генетические алгоритмы, поскольку данный метод является достаточно точным и позволяет за небольшое количество итераций найти необходимые данные.

2.2.1 Генетические алгоритмы

Генетический алгоритм (ГА) [14] – это эвристический алгоритм поиска, который позволяет найти решение к аналитически неразрешимым или сложно решаемым проблемам путем последовательного подбора, комбинирования и вариации искомых параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию.

Генетические алгоритмы применяются для решения таких задач, как:

1. Поиск глобального минимума;
2. Аппроксимация функций;
3. Задачи о кратчайшем пути;
4. Задачи размещения;
5. Настройка искусственной нейронной сети;
6. Игровые стратегии;
7. Обучение машин.

Любой генетический алгоритм состоит из нескольких этапов. Для наглядности представим алгоритм в виде блок-схемы (рисунок 6).

Рисунок 6 – Блок-схема генетического алгоритма

Начальная популяция формируется случайным образом. Особи не должны генерироваться со значениями, близкими к тем, что нужны аналитику для получения нужных данных; даже если начальная популяция окажется неконкурентоспособной, генетический алгоритм способен выдавать верное решение.

Второй шаг — вычисление функции приспособленности поколения. Этот шаг необходимо выполнять не только после выполнения генетических операций над популяцией (селекция, скрещивание, мутация), но и при получении самой первой популяции. Поскольку начальная популяция выбирается случайным образом, возможна ситуация, когда значения в начальной популяции будут полностью удовлетворять условию поставленной задачи.

Промежуточная популяция — это набор особей, которые получили право размножаться. Приспособленные особи могут быть записаны туда несколько раз. «Плохие» особи с большой вероятностью туда не попадут. Существует несколько способов выбора промежуточной популяции:

1. Панмиксия;
2. Инбридинг;
3. Аутбридинг;
4. Селекция (турнир, рулетка).

Рассмотрим подробнее каждый из этих методов.

Панмиксия представляет собой такой выбор особей, при котором каждая особь популяции имеет равные шансы быть выбранной.

Инбридинг представляет собой отбор, при котором первая особь из числа родителей выбирается случайно, а вторая — наиболее похожая на первого родителя.

Аутбридинг — отбор, при котором первый родитель выбирается случайно, а второй – наиболее не похожий на первого.

Инбридинг и аутбридинг бывает в двух формах:

1. Фенотипная — похожесть особей измеряется в зависимости от значения функции приспособленности (чем ближе значения целевой функции,

тем более особи похожи);

2. Генотипная — похожесть измеряется в зависимости от представления генотипа (чем меньше отличий между генотипами особей, тем более особи похожи).

Стоит сказать, что селекция несколько отличается от выше представленных методов отбора. Панмиксия, аутбридинг и инбридинг применимы к отбору особей для размножения, однако не все особи могут размножаться ввиду естественной смертности. Селекция и представляет собой отбор, который отождествляет собой процесс смерти некоторого количества особей в определенном поколении. Процент смертности особей в одном поколении устанавливается наблюдателем; однако не рекомендуется исследовать поведение алгоритма при значении, большем 60%, поскольку существует вероятность некорректной работы генетического алгоритма на малом числе особей. Существует множество видов селекции, самыми известными из них являются турнирная селекция (из двух случайным образом выбранных особей выбирается одна с лучшим значением функции приспособленности), метод рулетки (чем лучше значение функции приспособленности, тем больше вероятность того, что данная особь будет выбрана) и метод ранжирования (вероятность выбора особи зависит от ее места в списке, отсортированном по значению функции пригодности).

После отбора особи промежуточной популяции случайным образом разбиваются на пары. Каждая из них скрещивается, т. е. к ней применяется оператор рекомбинации, в результате чего получается два потомка. Они записываются в новое поколение.

В моделировании чаще всего применяется промежуточная рекомбинация: новые особи формируются из потомков по формуле (8):

$$O = P_1 + \alpha \times (P_2 - P_1), \tag{10}$$

где P_1, P_2 — потомки,

O — новая особь,

α — масштабирующий множитель, который выбирается случайным образом из интервала [0;1]

К полученному в результате скрещивания новому поколению применяется оператор мутации. Оператор мутации над вещественным числом выполняется по формуле (9):

$$V_m = V \pm r \times \delta \quad , \qquad (11)$$

где V, V_m — значения вещественной переменной до и после мутации;

r = 0,5 —диапазон изменения переменной;

δ — случайное число от 0 до 1.

Для повышения эффективности поиска вероятность мутации изменялась в процессе решения задачи по формуле (10):

$$P_m = P \times e^{\frac{-1}{T}} \quad , \qquad (12)$$

где T — номер поколения.

После проведения всех этих этапов необходимо осуществить отбор особей, которые будут являться начальной популяцией при следующей итерации генетического алгоритма. Способов проведения отбора существует много, однако основными являются:

1. Усечение — все особи сортируются по убыванию функции пригодности, для формирования следующей популяции берутся точки, превышающие какой-то определенный порог, задаваемый аналитиком.

2. Элитарный отбор — все особи сортируются по убыванию функции пригодности, для формирования новой популяции берется какое-то число лучших точек.

3. Отбор вытеснением похож на элитарный отбор и имеет всего одно различие: в элитарном отборе точки могут повторяться, однако в отборе вытеснением берутся только уникальные точки.

Генетический алгоритм может закончить свою работу при выполнении определенного числа итераций или в случае, когда функция приспособленности принимает значение, удовлетворяющее исследователя в условиях данной задачи (например, если исследователю необходимо найти глобальный минимум).

2.3 Выводы по главе 2

Выбор системы уравнений Вольтерра для дальнейшего моделирования обусловлен тем, что она зарекомендовала себя во времени, показав высокую точность. Однако способ решения данной модели не настолько эффективен, в связи с чем принято решение производить моделирование с использованием какого-либо другого метода. Генетический алгоритм подходит для данной задачи, поскольку он достаточно гибок, что подходит для данной задачи, а также способен находить не только локальный, но и глобальный экстремумы.

3 Построение математической модели

Для построения математической модели были взяты данные численности охотничьих животных на территории Белгородской области (таблица 1).

Таблица 1 – Численность охотничьих животных на территории Белгородской области

Вид	Год							
	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Лось	387	346	301	308	322	322	263	266
Косуля	4474	4911	5055	5193	5334	5897	6164	6085
Олень	501	570	562	619	678	782	896	1089
Кабан	2574	2536	2351	2958	3626	3896	4236	4520
Заяц-русак	18361	17676	16261	19792	22631	20246	22636	20418
Лисица	3856	4344	4611	5754	5167	5277	5922	5547
Куница	2025	1820	1628	1910	2696	2770	2308	2298
Хорь	1120	634	461	747	1346	1340	1157	1766
Волк	36	34	41	65	76	74	74	74

Вся выборка была разделена на обучающую (численность особей за первые два года) и тестовую (данные за все оставшиеся промежутки времени). По обучающей выборке будет проводиться настройка модели, по тестовой выборке будет проведено сравнение моделей, а также будет сделан вывод о их качестве.

В данном случае в качестве системы «хищник-жертва» можно взять следующие пары, исходя из принципов пищевой цепи:

1. Волк – лось;

2. Волк – косуля;
3. Волк – олень;
4. Волк – кабан;
5. Лисица – заяц-русак.

Для выполнения практической части бакалаврской работы были использованы PTC Mathcad 2001 для нахождения неизвестных коэффициентов путем решения интеграла движения и Visual Studio 2013 для нахождения неизвестных коэффициентов *a* и *c* с помощью генетического алгоритма. Для вычислительного эксперимента были взяты данные численности популяций всех перечисленных пар «хищник-жертва», однако подробнее рассмотрим работу программ на основе пары «волк – лось». Хищником в данной паре является волк, жертвой – лось.

На рисунке 7 представлен результат подсчета численности популяций системы «хищник-жертва» при нахождении неизвестных коэффициентов путем решения интеграла движения. Первый столбец матрицы означает численность популяции особей жертвы, второй столбец – численность популяции особей хищника.

$$K = \begin{pmatrix} 387 & 36 \\ 346 & 34 \\ 374 & 45 \\ 367 & 49 \\ 362 & 57 \\ 362 & 58 \\ 357 & 62 \\ 351 & 64 \end{pmatrix}$$

Рисунок 7 – Подсчет популяций хищника и жертвы путем нахождения неизвестных коэффициентов с помощью интеграла движения

На рисунке 8 представлен результат подсчета численности особей популяций системы «хищник-жертва» при нахождении неизвестных коэффициентов с использованием генетического алгоритма.

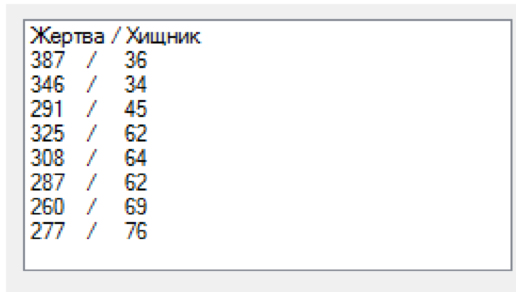

Рисунок 8 – Расчет популяции путем нахождения неизвестных коэффициентов с использованием генетического алгоритма

Результаты подсчета численности популяций с найденными коэффициентами приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты численности популяций

Год	Жертва			Хищник		
	исходные данные	интеграл	ГА	исходные данные	интеграл	ГА
1995	387	387	387	36	36	36
1996	346	346	346	34	34	34
1997	301	374	291	41	45	45
1998	308	367	325	65	49	62
1999	322	362	308	76	57	64
2000	322	362	287	74	58	62
2001	263	357	260	74	62	69
2002	266	351	277	74	64	76

На рисунке 9 представлен график численности особей популяции жертв в соответствии с коэффициентами, найденными двумя способами, а также реальными данными.

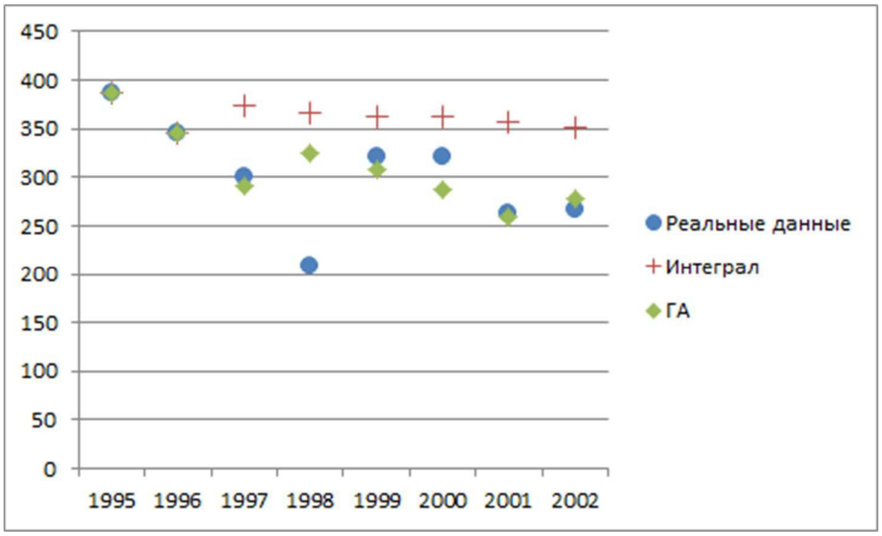

Рисунок 9 – График численности особей популяции жертв

На рисунке 10 представлен график численности особей популяции хищника в соответствии с коэффициентами, найденными двумя способами, а также реальными данными.

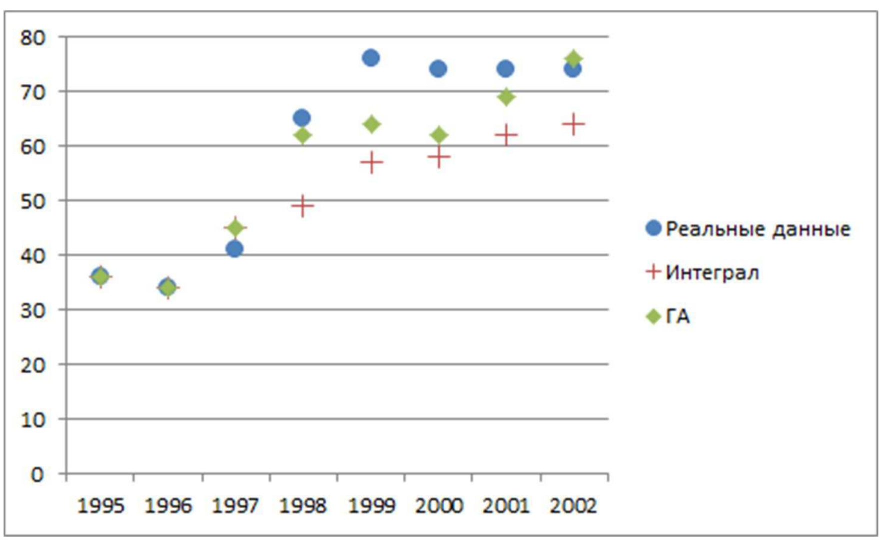

Рисунок 10 – График численности особей популяции хищника

Чтобы определить, какой из способов нахождения неизвестных коэффициентов наиболее точен, подсчитаем относительную ошибку аппроксимации (13):

$$w = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{|y_i - y_x|}{y_i}}{n}, \tag{13}$$

Результаты подсчитанных ошибок для каждого способа нахождения коэффициентов приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Ошибки аппроксимации для пары «волк – лось»

Решение с помощью интеграла движения		Решение с помощью генетического алгоритма	
$w_ж$,%	$w_х$,%	$w_ж$,%	$w_ч$,%
18,167	16,393	4,196	8,062

Как видно из расчетов, наиболее точным является метод нахождения коэффициентов, основанный на использовании генетического алгоритма.

Проверим это утверждение, просчитав ошибки аппроксимации для остальных пар «хищник-жертва».

Таблица 4 – Ошибки аппроксимации

Пара	Решение с помощью интеграла движения		Решение с помощью генетического алгоритма	
	$w_ж$,%	$w_х$,%	$w_ж$,%	$w_ч$,%
Волк - косуля	18,732	16,781	3,182	7,892
Волк – олень	19,198	17,504	6,715	8,460
Волк – кабан	17,826	16,183	7,810	9,402
Лисица – заяц-русак	18,906	16,864	5,673	8,193

График изменения численности особей косули в системе «хищник-жертва» представлен на рисунке 11.

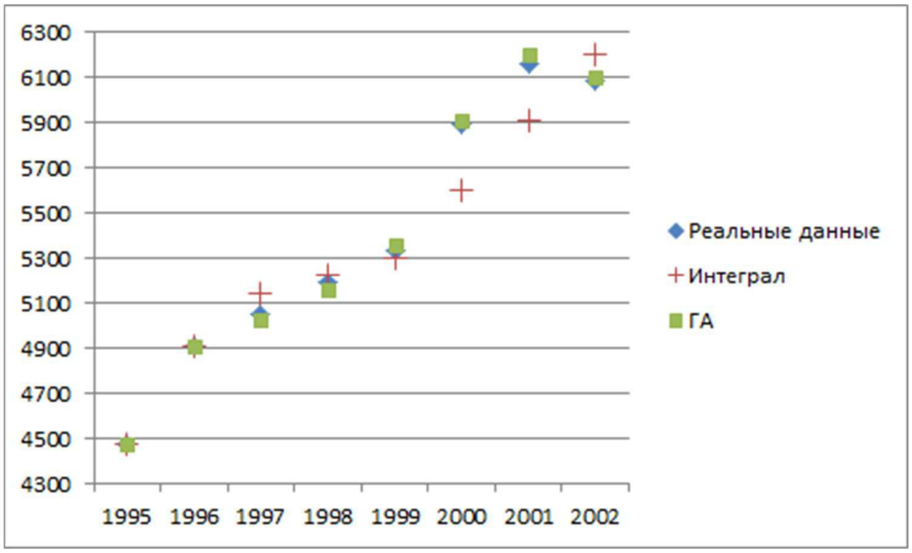

Рисунок 11 – График изменения численности особей косули

График изменения численности особей оленя в системе «хищник-жертва» представлен на рисунке 12.

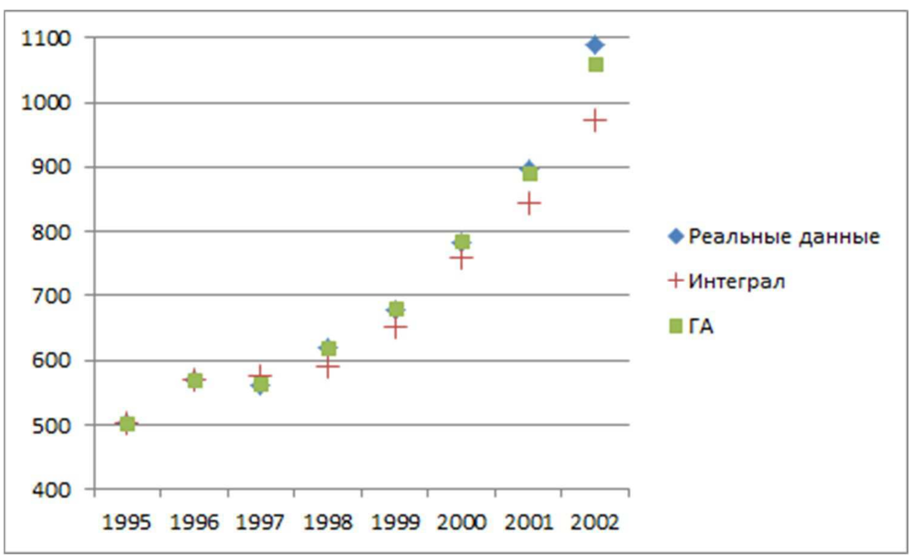

Рисунок 12 – График изменения численности особей оленя

График изменения численности особей кабана в системе «хищник-жертва» представлен на рисунке 13.

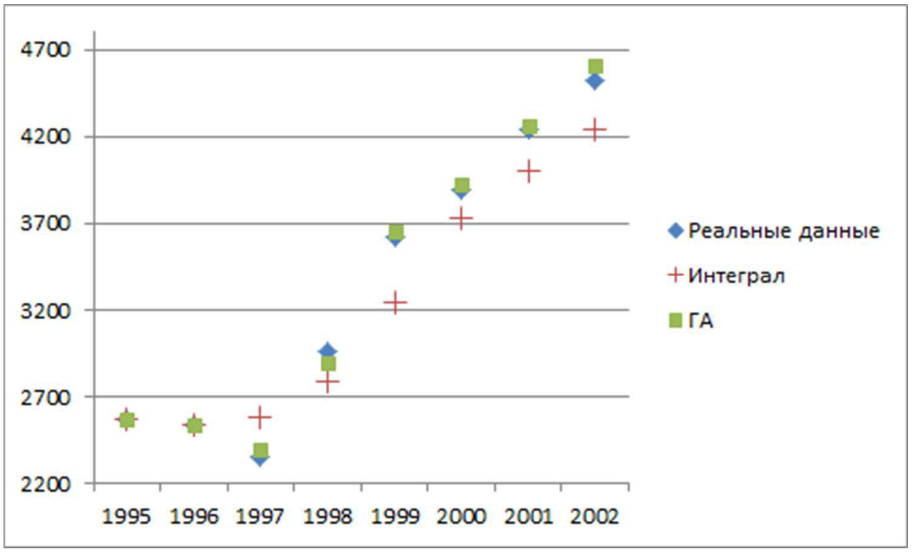

Рисунок 13 – График изменения численности особей кабана

График изменения численности особей зайца-русака в системе «хищник-жертва» представлен на рисунке 14.

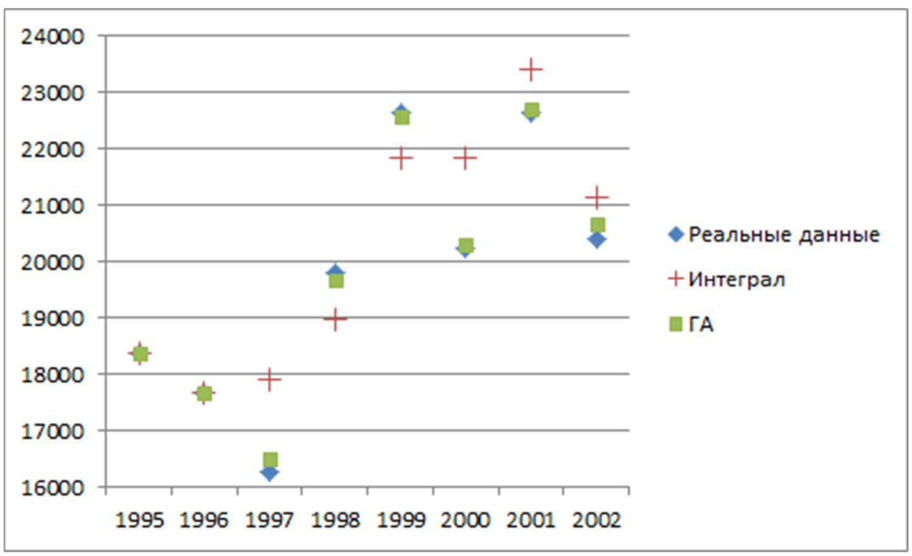

Рисунок 14 – График изменения численности особей зайца-русака

График изменения численности особей лисицы в системе «хищник-жертва» представлен на рисунке 15.

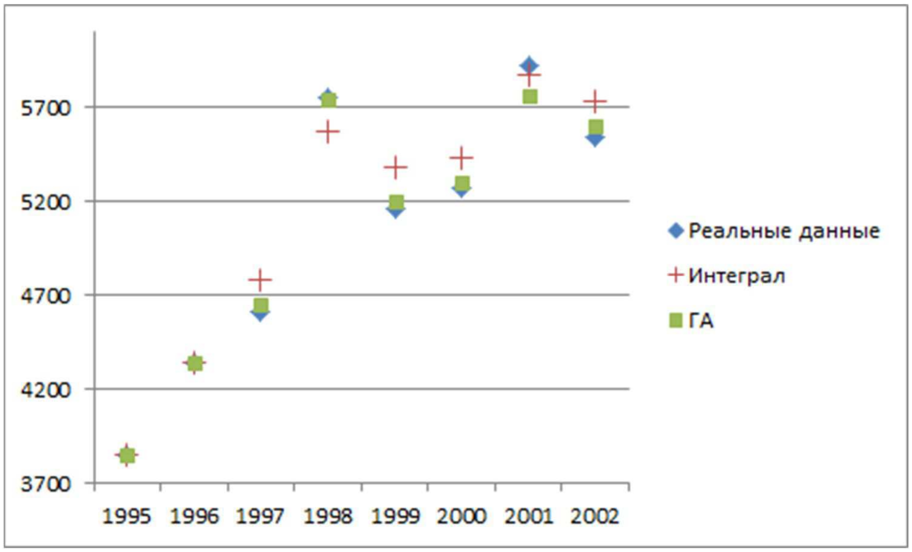

Рисунок 15 – График изменения численности особей лисицы

3.1 Выводы по главе 3

Несмотря на то, что нахождение коэффициентов с помощью решения интеграла движения дает небольшую ошибку в прогнозировании (16-18%), тем не менее, такая ошибка в данной предметной области дает большую вероятность на возможное вымирание популяции. Использование же генетического алгоритма для нахождения коэффициентов дает меньшую погрешность (4-8%), что подтверждает возможность его использования в данных целях. Тем не менее, погрешность прогнозирования все же имеется, что обуславливается многими факторами, такими как температурные условия, емкость среды, антропогенная деятельность, которые в модели Вольтерра не учитываются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выпускной квалификационной работы были изучены уже существующие модели популяции (дифференциальные уравнения, уравнения Вольтерра, модель Лесли, модель Розенцвейга – Мак-Артура). На основе изученного материала были сделаны выводы о дальнейшем моделировании системы уравнений Вольтерра, поскольку данная модель имеет признание в научном сообществе. Кроме того, для нахождения неизвестных коэффициентов системы уравнений Вольтерра был предложен генетический алгоритм, который показал достаточно точные результаты.

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод об увеличении точности вычисления коэффициентов системы уравнений Вольтерра при использовании генетического алгоритма. Данное исследование позволяет точнее прогнозировать изменение популяций «хищник-жертва», что может упростить рабочий процесс служащих заповедников и национальных парков.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Энциклопедия Кольера Миграция животных [Электронный ресурс] // Крупнейший сборник онлайн-словарей — Режим доступа: http://www.onlinedics.ru/slovar/colier/m/migratsija_zhivotnyx.html

2. Клаудсли-Томпсон, Дж. Миграция животных / Дж. Клаудсли-Томпсон. — Москва : Мир, 1982. — 136 с.

3. Садыков, О. Ф. Динамика численности мелких млекопитающих: концепции, гипотезы, модели : монография / О. Ф. Садыков, И. Е. Бененсон. – Москва : Наука, 1992. – 191 с.

4. Пичугина, А. Н. Интегральная модель Лотки-Вольтерра динамики конкурирующих популяций с перекрывающимися поколениями : автореф. дис. ... канд. физ.-мат.наук : 05.13.18 / Пичугина Анна Николаевна. – Барнаул, 2004. – 20 с.

5. Беляева, И. В. Дифференциальные уравнения в моделях динамики численности популяций / И. В. Беляева // Наука и современность. – 2011. – № 10-2. – С. 91–96.

6. Родина, Л. И. О некоторых вероятностных моделях динамики роста популяций / Л. И. Родина // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2013. – № 4. – С. 109–124.

7. Петухова, Н. А. Математическая модель конкурентных процессов на базе модели динамики популяций Лотки-Вольтерры (модель «хищник – жертва») / Н. А. Петухова // Контентус. – 2016. – № 8 (49). – С. 36–39.

8. Смит, Дж. М. Модели в экологии / Дж. М. Смит — Москва : Мир, 1976. — 184 с.

9. Джефферс, Дж. Введение в системный анализ: применение в экологии / Дж. Джефферс — Москва : Мир, 1981. — 256 с.

10. Биологический энциклопедический словарь / Гиляров М.С., Бабаев А.А., Винберг Г.Г., Заварзин Г.А. — 2-е изд. — Москва : Советская Энциклопедия, 1986. — 864 с.

11. Дедю, И.И. Экологический энциклопедический словарь / И. И. Дедю — Кишинев : Главная редакция Молдавской советской энциклопедии, 1989. — 408 с.

12. Eusebius, Doedel Lecture notes on Numerical analysis of bifurcation problems / Doedel Eusebius — Hamburg, 1997. — 49 с.

13. Leslie, P. H. Some further notes on the use of matrices in population mathematics / P. H. Leslie — Biometrica, 1948. — 32 с.

14. Панченко, Т. В. Генетические алгоритмы : учебно-методическое пособие под ред. Ю.Ю. Тарасевича / Т. В. Панченко — Астрахань : Астраханский университет, 2007. — 87 с.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт космических и информационных технологий
Кафедра информатики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
________ А.С. Кузнецов
подпись
« 21 » июня 2017г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

27.03.03 Системный анализ и управление
Непараметрическая миграционная модель

Руководитель ________ 19.06.17 ст. преподаватель, к.т.н. А. А. Корнеева
подпись, дата

Выпускник ________ 19.06.17 Д. М. Никулина
подпись, дата

Красноярск 2017