Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
__________/ В. М. Левчук

«___» __________ 2017 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 01.03.01 Математика

СВОЙСТВА И ПРИМЕРЫ ПОЧТИ СЛОЙНО КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Научный руководитель
доктор физико-математических наук,
профессор _____________/ В. И. Сенашов

Выпускник _____________/ Д. С. Ершова

Красноярск 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы заключается в том, чтобы найти, по возможности, все результаты по слойно конечным и по почти слойно конечным группам, провести сравнительный анализ найденных результатов, доказать новые свойства слойно конечных групп, аналогичные результатам по почти слойно конечным группам, привести примеры почти слойно конечных групп.

С. Н. Черников в своей статье [1] ввел и начал изучать класс слойно конечных групп. Группа называется *слойно конечной*, если множество ее элементов любого данного порядка конечно. Примером слойно конечной группы является прямое произведение циклических групп по разным простым порядкам. Слойно конечные группы оказались наиболее изученными среди групп с конечными классами сопряженных элементов. В почти слойно конечных группах классы сопряженных элементов не обязаны быть конечными.

Слойно конечные группы начали изучаться С. Н. Черниковым в связи с изучением групп с условием минимальности в случае, когда конечен индекс центра группы [2]. В этом случае в группе конечно множество элементов каждого порядка. Основой результат, описывающий строение слойно конечных групп был получен С. Н. Черниковым в 1948 г. в работе [3]. В нем говорится, что группа тогда и только тогда слойно конечна, когда ее можно представить в виде произведения двух поэлементно перестановочных подгрупп, из которых первая является слойно конечной абелевой группой, а вторая слойно конечной группой с конечными силовскими подгруппами. Почти слойно конечные группы не обязаны удовлетворять условию минимальности, но близки по свойствам к таким группам.

Напомним, что *почти слойно конечная группа* – группа, являющаяся расширением слойно конечной группы при помощи конечной группы.

Примером почти слойно конечной группы является расширение прямого произведения квазициклической группы при помощи конечной группы.

Остановимся более подробно на содержании дипломной работы.

В разделе 1 собраны свойства слойно конечных и почти слойно конечных примарных групп. Например, С. Н. Черников доказал, что слойно конечные группы обладают такими свойствами как: бесконечная слойно конечная *p*-группа *G* имеет такую подгруппу конечного индекса, которая содержится в ее центре и разлагается в прямое произведение конечного числа квазициклических групп. Я. Д. Половицкий доказал [4], что примарная группа тогда и только тогда слойно конечна, когда она является черниковской и её полная часть содержится в центре группы. Х. Х. Мухаммеджан установил, что слойно конечные *p*-группы и только они являются нильпотентными черниковскими *p*-группами. Р. Бэр охарактеризовал слойно конечные группы в классе примарных групп [11]: *p*-группа *G* слойно конечна тогда и только тогда, когда *Z(G)* слойно конечен и фактор-группа *G/Z(G)* конечна. В. И. Сенашов доказал, что почти слойно конечная *p*-группа является черниковской [6].

В разделе 2 собраны свойства слойно конечных и почти слойно конечных групп с конечными силовскими подгруппами. Например, С. Н. Черников доказал для слойно конечных групп с конечными силовскими подгруппами, что тонкие слойно конечные группы – это в точности локально нормальные группы, все силовские подгруппы которых конечны [3]. В. И. Сенашов доказал, что почти слойно конечную группу можно представить в виде произведения полной абелевой слойно конечной группы и почти слойно конечной группы [6].

В разделе 3 собраны свойства произвольных слойно конечных и почти слойно конечных групп. Например, С. Н. Черников доказал, что группа *G* тогда и только тогда слойно-конечна, когда ее центр содержит такую полную слойно-конечную подгруппу *R*, что фактор-группа *G/R* – тонкая слойно-конечная группа [2]. Я. Д. Половицкий доказал, что периодическая группа *G* тогда и только тогда слойно конечна, когда для любого $p \in \pi(G)$ множество всех ее *p*-элементов порождает черниковскую подгруппу, полная часть которой находится в ее центре и является p-группой [5]. В. И. Сенашов доказал, что класс почти слойно конечных групп совпадает с классом почти локально нормальных групп с силовскими подгруппами, удовлетворяющими условию минимальности [6].

В бакалаврской работе мы приводим примеры почти слойно конечных групп для иллюстрации результатов.

В разделе 4 установлены и доказаны с научным руководителем новые свойства слойно конечных групп. В этом пункте доказаны 4 новых свойства. Мы доказали, что:

- нечерниковская слойно конечная группа обладает бесконечным множеством простых делителей порядков ее элементов;
- класс слойно конечных групп замкнут относительно прямых произведений конечного числа групп и не замкнут относительно конечных расширений;
- класс слойно конечных групп не замкнут относительно объединений групп;
- слойно конечная группа локально нормальна.

В разделе 5 собраны необходимые определения для более удобного чтения дипломной работы.

1. Свойства слойно конечных и почти слойно конечных примарных групп

В этом разделе приведем результаты для слойно конечных и почти слойно конечных p-групп. Напомним, что *p-группа* – группа, в которой порядки всех элементов являются степенями простого числа p.

Рассмотрим строение почти слойно конечных примарных групп. В качестве примера таких групп можно указать:

Пример 1. Расширение прямого произведения конечного числа квазициклических примарных групп по одному и тому же простому числу p при помощи конечной p-группой.

Можно указать следующий критерий слойной конечности группы: если нильпотентная p-группа G содержит лишь конечное множество элементов, какого-нибудь отличного от единицы порядка, то она слойно конечна [8].

Слойно конечные p-группы описаны С. Н. Черниковым в работе [1]. В (теореме 5.1 из [1]) доказано, что бесконечная слойно конечная p-группа G имеет такую подгруппу конечного индекса, которая содержится в ее центре и разлагается в прямое произведение конечного числа квазициклических групп (и потому группа G нильпотентна и удовлетворяет условию минимальности).

В. И. Сенашов в работе [6] доказал аналог для почти слойно конечных групп: бесконечная почти слойно конечная p-группа G содержит нормальную подгруппу конечного индекса, которая разлагается в прямое произведение конечного числа квазициклических групп.

В современной терминологии Я. Д. Половицкий переформулировал результат С. Н. Черникова на языке черниковских групп.

Теорема (Я. Д. Половицкий [4]). *p-группа тогда и только тогда слойно конечна, когда она является черниковской группой, полная часть которой содержится в ее центре.*

С. Н. Черников в работе [1] доказал, что если p-группа слойно конечна, то в ее центре существует такая конечная подгруппа A, что G/A разлагается в прямое произведение конечного множества квазициклических групп и некоторой конечной *p*-группы.

Самым сильным результатом по слойно конечным *p*-группам можно считать следующую теорему:

Теорема (С. Н. Черников [1]). *Бесконечная слойно конечная p-группа G содержит нормальную подгруппу конечного индекса, которая разлагается в прямое произведение конечного числа квазициклических групп (и потому группа G нильпотентна и удовлетворяет условию минимальности).*

Она дает описание бесконечной слойно конечной *p*-группы. Из него следует, в частности, нильпотентность бесконечных слойно конечных *p*-групп.

Для слойно конечных групп Х. Х. Мухаммеджан охарактеризовал слойно конечные *p*-группы в классе нильпотентных черниковских групп:

Теорема (Х. Х. Мухаммеджан [9]). *Слойно конечные p-группы и только они являются нильпотентными черниковскими p-группами.*

Для почти слойно конечных примарных групп справедлива следующая теорема:

Теорема (В. И. Сенашов [6]). *Почти слойно конечная p-группа является черниковской.*

Приведем еще один критерий слойной конечности группы.

Теорема (Р. Бэр [11]). *p-группа G слойно конечна тогда и только тогда, когда Z(G) слойно конечен и фактор-группа G/Z(G) конечна.*

2. Свойства слойно конечных и почти слойно конечных групп с конечными силовскими подгруппами

В этом разделе приведем результаты для слойно конечных и почти слойно конечных групп с конечными силовскими подгруппами. Напомним, что конечные силовские подгруппы – максимальные по включению p-подгруппы.

Для слойно конечных групп существует теорема в которой говорится, что слойно конечную группу можно представить в виде произведения двух поэлементно перестановочных подгрупп, из которых первая является полной абелевой слойно конечной группой, а вторая – слойно конечной группой с конечными силовскими подгруппами [7]. Аналогичный результат имеет место для почти слойно конечных групп:

Теорема (В. И. Сенашов [6]). *Почти слойно конечную группу можно представить в виде произведения полной абелевой слойно конечной группы и почти слойно конечной группы с конечными силовскими подгруппами.*

С. Н. Черников доказал, что слойно конечную группу G можно представить в виде произведения двух поэлементно перестановочных подгрупп, из которых первая является полной абелевой слойно конечной группой, а вторая – тонкой слойно конечной группой [7]. В [6] для почти слойно конечных группы доказано, что во всякой почти слойно конечной группе содержится максимальная нормальная полная абелева слойно конечная подгруппа, фактор-группа по которой является почти слойно конечной группой с конечными силовскими подгруппами.

Тонкие слойно конечные группы – это слойно конечные группы, в которых все силовские примарные подгруппы конечны.

Теорема (С. Н. Черников [3]). *Тонкие слойно конечные группы – это в точности локально нормальные группы, все силовские подгруппы которых конечны.*

С. Н. Черников в работе [10] доказал две теоремы. В этой работе он описал строение тонких слойно конечных групп:

Теорема (С. Н. Черников [10]). *Каждая тонкая слойно конечная группа является подгруппой слойно конечного прямого произведения конечных групп.*

Теорема (С. Н. Черников [10]). *Бесконечная тонкая слойно конечная группа G обладает такой характеристической подгруппой R, что фактор-группа G/R является прямым произведением бесконечного множества отличных от единицы конечных групп, имеющих попарно взаимно простые порядки.*

3. Свойства произвольных слойно конечных и почти слойно конечных групп

В этом разделе приведем результаты произвольных слойно конечных и почти слойно конечных групп.

Для того чтобы множество групп было классом, необходимо, чтобы оно было замкнуто относительно взятия подгрупп, фактор-групп и расширений.

Очевидно, что подгруппы слойно конечной группы слойно конечны.

Замкнутость относительно взятия фактор-групп доказал Я. Д. Половицкий:

Теорема (Я. Д. Половицкий [4]). *Всякая фактор-группа слойно конечной группы G слойно конечна.*

Замкнутость относительно взятия центральных расширений слойно конечной группы при помощи слойно конечной группы установил С. Н. Черников:

Теорема (С. Н. Черников [7]). *Класс слойно конечных групп замкнут относительно центральных расширений при помощи слойно конечных групп.*

В работе [6] показано, что аналогично слойно конечным группам класс почти слойно конечных групп замкнут относительно взятия подгрупп и сечений по нормальным подгруппам.

Теорема (В. И. Сенашов [6]). *Подгруппы и фактор-группы почти слойно конечных групп почти слойно конечны.*

Приведем пример почти слойно конечной группы с конечными классами сопряженных элементов, которая не является черниковской группой:

Пример 2. Конечное расширение прямого произведения бесконечного множества квазициклических групп по разным простым числам.

В качестве примера группы с конечными классами сопряженных элементов, не являющейся почти слойно конечной группой можно предложить:

Пример 3. Прямое произведение бесконечного множества изоморфных между собой конечных групп.

С. Н. Черников установил два следующих критерия слойной конечности группы.

Теорема (С. Н. Черников [7]). *Если группу G можно представить в виде произведения двух слойно конечных нормальных делителей, то группа G слойно конечна.*

Теорема (С. Н. Черников [3]). *Группа, являющаяся расширением слойно конечной группы с помощью слойно конечной группы тогда и только тогда слойно конечна, когда она локально нормальна.*

Напомним, что группа называется *локально нормальной*, если в ней любое конечное множество элементов содержится в конечной подгруппе, нормальной в самой группе.

В следующей теореме С. Н. Черников характеризует толстые слойно конечные группы. Напомним, что *толстые слойно конечные группы* - слойно конечные группы, в которых имеется хотя бы одна бесконечная силовская примарная подгруппа. *Тонкие слойно конечные группы* – это слойно конечные группы, в которых все силовские примарные подгруппы конечны.

Теорема (С. Н. Черников [2]). *Примарно центральные расширения тонких слойно конечных групп и только они является толстыми слойно конечными группами.*

Критерий слойной конечности дает следующая теорема:

Теорема (С. Н. Черников [2]). *Группа G тогда и только тогда слойно-конечна, когда ее центр содержит такую полную слойно-конечную подгруппу R, что фактор-группа G/R –тонкая слойно-конечная группа*.

Пример 4. Сплетение квазициклической группы и циклической группы является почти слойно конечной группой, которая обладает полной частью, не содержащейся в центре группы.

Следующая теорема сводит изучение произвольных слойно конечных групп к изучению тонких слойно конечных групп.

Теорема (С. Н. Черников [2]). *В центре всякой толстой слойно конечной группы G содержится отличная от единицы полная группа. Если H — максимальная полная подгруппа центра группы G, то фактор-группа G/H — тонкая слойно конечная группа.*

Критерий слойной конечности дает следующая теорема:

Теорема (Р. Бэр [11]). *Следующие свойства эквивалентны:*

a) *G – слойно конечная группа;*

b) *Z(G) – слойно конечен и G/Z(G) – периодическая группа, содержащая для каждого простого p только конечное число p-элементов;*

c) *существует подгруппа S в центре G такая, что S и G/S – слойно конечные группы.*

Критерии слойной конечности группы для абелевой группы дает следующая теорема:

Теорема (Р. Бэр [11]). *Следующие свойства для абелевой группы A эквивалентны:*

a) *A – слойно конечная группа;*

b) *A не содержит элементов бесконечного порядка и содержит только конечное множество элементов порядка p (для каждого простого числа p);*

c) *A не содержит элементов бесконечного порядка, и каждая из ее примарных компонент удовлетворяет условию минимальности.*

Критерий слойной конечности дает следующая теорема:

Теорема (Р. Бэр [11]). *Группа G является слойно конечной тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:*

а) G – периодическая группа;

б) для каждого простого числа p существует только конечное число силовских p-подгрупп;

в) для каждого простого числа p существует, по крайней мере одна силовская p-подгруппа в G, которая является слойно конечной группой.

Связь между классами слойно конечных и почти слойно конечных групп установлена в следующей теореме.

Теорема (В. И. Сенашов [6]). *Любая почти слойно конечная группа G обладает слойно конечным радикалом, который имеет конечный индекс в группе G.*

Следующая теорема дает условие при которых класс слойно конечных групп совпадает с классом локально нормальных групп.

Теорема (В. И. Сенашов [6]). *Класс почти слойно конечных групп совпадает с классом почти локально нормальных групп с силовскими подгруппами, удовлетворяющими условию минимальности.*

В работе [7] С. Н. Черников доказал для слойно конечных групп, что каждая полная подгруппа локально нормальной (в частности, слойно конечной) группы *G* содержится в центре группы *G*. Эта теорема распространяется на класс почти слойно конечных групп в следующем виде:

Теорема (В. И. Сенашов [6]). *Каждая полная подгруппа почти слойно конечной группы G содержится в центре слойно конечного радикала группы G (теорема 35, 36 из [6]).*

Еще один критерий слойно конечной группы дает следующая теорема:

Теорема (С. Н. Черников [7]). *Если группу G можно представить в виде произведения двух своих поэлементно перестановочных подгрупп A и B, каждая из которых слойно конечна, то слойно конечна и сама группа G.*

С. Н. Черников установил, что во всякой слойно конечной группе имеется локально разрешимая подгруппа конечного индекса.

Теорема (С. Н. Черников [7]). *Всякая слойно конечная группа является конечным расширением локально разрешимой слойно конечной группы.*

Я. Д. Половицкий доказал, что: периодическая группа *G* тогда и только тогда слойно конечна, когда для любого $p \in \pi(G)$ и для любого $n \in N$ конечно множество всех её элементов порядка p^n.

Теорема (Я. Д. Половицкий [5]). *Любая слойно конечная группа G изоморфно вкладывается в слойно конечное прямое произведение* *черниковских групп, полные части которых – p_i-группы по разным простым p_i и содержится в центрах соответствующих множителей.*

Я. Д. Половицкий характеризовал слойно конечные группы в классе периодических групп.

Теорема (Я. Д. Половицкий [5]). *Периодическая группа G тогда и только тогда слойно конечна, когда для любого $p \in \pi(G)$ множество всех ее p-элементов порождает черниковскую подгруппу, полная часть которой находится в ее центре и является p-группой.*

Указанная характеризация слойно конечных групп позволяет получить многие известные результаты теории не примарных слойно конечных групп. Я. Д. Половицкий в работе [4] получил ряд таких результатов:

- Пусть G – слойно конечная группа, $N_{p'}$ – ее максимальная нормальная подгруппа, не содержащая p-элементов. Тогда $G/N_{p'}$ – черниковская группа, полная часть которой содержится в центре и изоморфна силовской p-подгруппе P полной части группы G.
- Любая слойно конечная группа G разлагается в произведение своей полной части $F \subset Z(G)$ и тонкой слойно конечной группы.
- Если G порождается двумя нормальными слойно конечными подгруппами, то G слойно конечна.

Слойная конечность группы, порожденной двумя нормальными слойно конечными подгруппами, в монографии С. Н. Черникова [7] доказывается иначе, чем у Я. Д. Половицкого в работе [4].

4. Новые свойства слойно конечных групп, аналогичные результатам по почти слойно конечным группам

В черниковской группе множество простых делителей порядков элементов конечно, в то же время черниковские группы почти слойно конечны. В работе [6] доказывается, что нечерниковская почти слойно конечная группа обладает бесконечным множеством простых делителей порядков ее элементов (свойство 5 из [6]).

Для слойно конечных групп справедлива аналогичная теорема.

Теорема 1. *Нечерниковская слойно конечная группа обладает бесконечным множеством простых делителей порядков ее элементов.*

Доказательство. Пусть W – слойно конечная группа. Её можно представить в виде произведения двух поэлементно перестановочных подгрупп A и B, где A – полная абелева группа, а B – локально нормальная группа с конечными силовскими подгруппами. Если бы $\pi(W)$ было конечным, то группа A являлась бы прямым произведением конечного числа квазициклических групп, а группа B – конечной группой, и тогда W была бы черниковской. Противоречие означает, что $\pi(W) = \infty$. Теорема доказана.

Примером нечерниковской слойно конечной группы является прямое произведение бесконечного множества квазициклических групп по разным простым числам.

Для слойно конечных групп справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Класс слойно конечных групп замкнут относительно прямых произведений конечного числа групп и не замкнут относительно конечных расширений.*

Доказательство. Очевидно, что прямое произведение конечного числа слойно конечной группы – слойно конечно. Для доказательства незамкнутости относительно конечных расширений приведем пример не слойно конечной группы, которая является конечным расширением слойно конечной группы: расширение квазициклической группы при помощи циклической группы порядка два, инволюция из которой инвертирует все элементы квазициклической группы. Теорема доказана.

Сформулируем и докажем следующую теорему для слойно конечных групп:

Теорема 3. *Класс слойно конечных групп не замкнут относительно объединений групп.*

Доказательство. Возьмем следующую цепочку подгрупп

$$<a>\,,\ <a> \times <a>\,,\ \ldots\,,\ <a> \times <a> \times \ldots \times <a>\,,\ \ldots$$

Объединение этой цепочки не являться никакой слойно конечной группы, в то время как любая группа из цепочки является конечной. Теорема доказана.

Для доказательства следующей теоремы нам понадобится лемма Дицмана: если в произвольной группе G дано конечное инвариантное множество M, состоящее из элементов конечного порядка, то подгруппа, порождена этим множеством, будет конечной.

Напомним определение локально нормальной группы.

Определение. *Локально нормальная группа* – группа, в которой любое конечное множество элементов содержится в конечной подгруппе, нормальной в самой группе.

Теорема 4. *Слойно конечная группа локально нормальна.*

Доказательство. Пусть G – слойно конечная группа. Возьмем в ней M – конечное множество элементов. Каждый из этих элементов находится в конечном слое элементов группы G. Тогда все элементы множества M находятся в конечном множестве слоев группы G. Очевидно, оно является конечным инвариантным множеством, которое по лемме Дицмана порождает конечную нормальную подгруппу, которая содержит множество M. Это и обозначает, что группа G – локально нормальна. Теорема доказана.

5. **Необходимые определения**

В этом пункте собраны необходимые определения и вспомогательные известные результаты, на которые мы будем ссылаться как на предложения с соответствующим номером.

Определение. Группа G называется *конечным расширением* группы H, если H нормальна в G и ее индекс конечен.

Определение. *Нормальная подгруппа* – это подгруппа, по которой правые и левые смежные классы совпадают.

Определение. Группа G называется *прямым произведением* своих подгрупп, если

1. $G = < A_1, \dots, A_n >$
2. $A_1, \dots, A_n$ нормальны в G
3. $A_i \cap < A_1, \dots, A_{i-1,} A_{i+1}, \dots, A_n > = 1$

Определение. *Абелева* или *коммутативная группа* есть группа, в которой групповая операция является коммутативной.

Определение. *Полная группа* – группа G, в которой для любого элемента g из G и любого целого числа n разрешимо уравнение $nx = g$.

Определение. *Тонкие слойно конечные группы* – это слойно конечные группы, в которых все силовские примарные подгруппы конечны.

Определение. *Периодическая группа* – группа, в которой порядок любого элемента конечен.

Определение. *Группа с конечными классами сопряженных элементов* – группа, в которой все классы сопряженных элементов конечны.

Определение. *Локально нормальная группа* – группа, в которой любое конечное множество элементов содержится в конечной подгруппе, нормальной в самой группе.

Определение. Элемент второго порядка называется *инволюцией*.

Определение. Если произведение всех нормальных слойно конечных подгрупп группы слойно конечно, то оно называется *слойно конечным радикалом группы.*

Определение. *Почти слойно конечная группа* – это расширение слойно конечной группы с помощью конечной.

Определение. Конечные расширения прямых произведений конечного числа квазициклических групп называются *группами Черникова* или *черниковскими группами.*

Определение. *Слойно конечная группа* – группа, содержащая на каждом своем слое конечное число элементов данного порядка.

Определение. *Слой* – множество элементов данного порядка**.**

Определение. *Фактор-группой* называется множество смежных классов по нормальной подгруппе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

1. найдены результаты по слойно конечным и по почти слойно конечным группам;
2. проведен сравнительный анализ найденных результатов;
3. доказаны новые свойства слойно конечных групп, аналогичные результатам по почти слойно конечным группам;
4. приведены примеры почти слойно конечных групп.

Результаты бакалаврской работы доложены в 2016 году на Международной конференции «Молодежь и наука: Проспект Свободный-2016» в СФУ и в 2017 году на III Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы авиации и космонавтики», посвященной Дню космонавтики в СибГАУ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Черников, С. Н. К теории бесконечных специальных *p*-групп / С. Н. Черников // Докл. АН СССР. 1945. – Т. 50, №1. – С. 71–74.
2. Черников, С. Н. Бесконечные слойно конечные группы / С. Н. Черников // Мат. сб. – 1948. – Т. 22, №1. – С. 101–133.
3. Черников, С. Н. О группах с конечными классами сопряженных элементов / С. Н. Черников // Докл. АН СССР. – 1957. – Т. 114, №6. – С. 1177–1179.
4. Половицкий, Я. Д. Непримарные слойно конечные группы / Я. Д. Половицкий // Вестник ПГУ. – 2007. – № 7. – С. 21-25.
5. Половицкий, Я. Д. О локально экстремальных и слойно экстремальных группах / Я. Д. Половицкий // Мат. сб. – 1962. – Т.58, №2. – С. 685–694.
6. Сенашов, В. И. О группах, обладающих сильно вложенной подгруппой / В. И. Сенашов // Алгебра и ее приложения: Труды Междун. алгебраич. конф., посв. 80-летию со дня рожд. А. И. Кострикина. — Нальчик: Каб.-Балк. ун-т, 2009. — С. 118–120.
7. Черников, С. Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп : учебник / С. Н. Черников. – Москва : Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 384 с.
8. Черников, С. Н. О специальных *p*-группах / С. Н. Черников // Мат. сб. – 1950. – Т. – 27, №2. – С. 185–200.
9. Мухаммеджан, Х. Х. О группах, обладающих возрастающим инвариантным рядом / Х. Х. Мухаммеджан // Мат. сб. – 1956. – Т. 39, №2. – С. 201–218.
10. Черников, С. Н. О слойно конечных группах / С. Н. Черников // Мат. сб. – 1958. – Т. 45, №3. – С. 415–416.
11. Baer, R. Finiteness properties of groups / R. Baer // Duke Math. J. – 1948. – Vol. 15, №4. – P. 1021–1032.

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики
Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
________ / В. М. Левчук

«14» июня 2017 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 01.03.01 Математика

СВОЙСТВА И ПРИМЕРЫ ПОЧТИ СЛОЙНО КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Научный руководитель
доктор физико-математических наук,
профессор ________ / В. И. Сенашов
14.06.2017г

Выпускник ________ / Д. С. Ершова
14.06.2017г

Красноярск 2017