

**ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ШТРАФОВ ДЛЯ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ
ГЕНЕТИЧЕСКИМ АЛГОРИТМОМ**

Родионова А.В.

**научный руководитель канд. тех. наук Панфилов И.А.
Сибирский федеральный университет**

В настоящее время все чаще для решения задач оптимизации применяются стохастические методы и, в частности, генетические алгоритмы (ГА) – методы, основанные на естественном отборе, то есть в них используются аналоги биологических процессов эволюции: мутация, селекция, скрещивание.

Генетические алгоритмы применимы для широкого класса задач оптимизации во многом за счет того, что они являются методами прямого поиска, а значит, не требуют множественных условий на целевую функцию, например, не важна ее непрерывность или дифференцируемость. Помимо всего этого, правильно настроенные ГА прекрасно справляются и с задачами, в которых существуют ограничения на переменные, то есть с задачами условной оптимизации. Такие задачи в общем виде могут быть представлены следующим образом:

$$f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \rightarrow opt$$

$$left(i) \leq x_i \leq right(i), i = \overline{1, N}$$

$$g_i(X) \leq 0, i = \overline{1, q}$$

$$h_i(X) = 0, i = \overline{q + 1, m}$$

Существует множество подходов к решению задач условной оптимизации. Одним из таких подходов является метод, основанный на штрафных функциях.

В данной работе подробно рассмотрены два метода, построенные на штрафных функциях: метод статических штрафов и метод динамических штрафов.

Метод статических штрафов предполагает для каждого ограничения настройку определенного числа уровней нарушения ограничения, затем для каждого нарушения требуется задать коэффициент штрафа, то есть каким образом нарушение того или иного ограничения будет влиять на функцию пригодности.

Метод динамических штрафов основан на зависимости размера штрафа от времени, то есть номера популяции. Это позволяет на начальных итерациях штрафовать нарушение ограничений не так жестко, как на последних.

Данные методы были рассмотрены на множестве тестовых функций. Далее будут перечислены выводы, которые были получены в результате анализа применения этих методов.

Метод статических штрафов требует от пользователя знания дополнительной информации о задаче, поскольку при работе с ним нужно настраивать большое количество параметров, например, множество уровней нарушения ограничений или коэффициенты штрафа. Стоит отметить, что для каждой отдельной задачи все параметры подбираются индивидуально. Таким образом, можно утверждать, что данный метод требует множества усилий при настройке, но, с другой стороны, именно это позволяет ЛПР более точно настраивать алгоритм под задачу, чем при других методах. К положительным аспектам стоит также отнести то, что при использовании метода статических штрафов, возможен учет каждого ограничения в отдельности, то

есть важность того или иного условия, что невозможно при использовании динамических штрафов.

Важно также учитывать тот факт, что данный метод тесно связан с методами, основанными на предположении о превосходстве допустимых индивидов над недопустимыми. Этот эффект будет присутствовать при слишком жестких штрафах для нарушения ограничений. Результаты работы алгоритма на примере мультипликативной потенциальной функции с жесткими штрафами представлены ниже.

Постановка задачи:

$$f(x_1, x_2) = -z(x_1)z(x_2)$$
$$z(x) = -\frac{1}{(x-1)^2 + 0.2} - \frac{1}{2(x-2)^2 + 0.15} - \frac{1}{3(x-3)^2 + 0.3}$$
$$x_1(x_2 + 3) \leq 2, \quad 10x_1 + 2x_2 \leq 7, \quad x_1 - x_2 \leq -2$$
$$x_1, x_2 \in [0; 4]$$

Без нарушения ограничений на координаты, было найдено оптимальное решение:

$$f(0.062745, 2.07059) = -8.04522$$

После дополнительных настроек параметров и ослабления штрафов на незначительные нарушения ограничений было найдено дополнительное решение:

$$f(0.0941176, 2.07059) = -8.46802$$

Данное решение незначительно нарушает последнее ограничение на координаты, но в свою очередь дает значительное улучшение оптимума целевой функции.

Таким образом, при использовании метода статических штрафов, ЛПР может идти на компромисс – допускается нарушение ограничений при значительных улучшениях оптимума целевой функции.

Метод динамических штрафов намного проще в реализации, чем метод статических штрафов, так как для него не требуется настройки большого количества параметров. Главной особенностью метода является то, что с увеличением номера поколения штрафы за нарушение ограничений возрастают. В данном методе путем вариации лишь нескольких параметров можно добиться как компромисса “ограничения – целевая функция”, о котором говорилось выше, так и смертельных штрафов на последних итерациях алгоритма.

Результаты работы метода динамических штрафов с различными параметрами на представленной выше мультипликативной потенциальной функции приведены далее. Запуски алгоритма проводились с ресурсами 50 индивидов на 100 поколений. Поскольку генетические алгоритмы являются стохастическими методами, то проводилось 100 независимых запусков одного и того же алгоритма на одной задаче в одинаковых условиях. Все результаты усреднялись.

- Разброс надежности (то есть процент успешных запусков к общему числу запусков) составил 93% до 100%.

- Скорость сходимости (номер итерации, когда решение было найдено, усредненное по числу успешных запусков) варьируется от 26.28 до 84.63.

Стоит отметить, что при вариации параметров, а именно, влияния номера итерации при вычислении функции пригодности, скорость сходимости изменяется. Но также изменяется и выборочная дисперсия. Для данной задачи результаты представлены в таблице:

Влияние номера итерации	Скорость сходимости	Выборочная дисперсия
Умеренное	84.63	13.09
Среднее	30.43	67.21
Значительное	26.28	214.12

Таким образом, при уменьшении влияния номера итерации при штрафовании, поиск решения происходит более плавно. При увеличении влияния поиск оптимального решения происходит более скачкообразно. Значит, если ЛПР ограничен в ресурсах на количество итераций в одном запуске, но не ограничен в количестве запусков для настройки параметров, то стоит придерживаться среднего влияния номера итерации при вычислении функции пригодности.

Анализ результатов на тестовых задачах показал, что при условной оптимизации правомерно использование и метода статических штрафов, и метода динамических штрафов. Но ЛПР должен понимать, что выбор метода всегда зависит от конкретной задачи. Также необходимо отметить, что при статических штрафах требуется большее количество настроек, а значит, и времени на тестирование задачи. Поэтому данный метод стоит использовать, когда ЛПР четко сознает, какие условия для него являются приоритетными. Если требуется получить решение без особых усилий при реализации, то лучше использовать метод динамических штрафов.