УДК 735.29.(32)

ЭВЕНТОЛОГИЧЕСКИЙ СКОРИНГ И ФРЕШЕ-ГРАНИЧНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Гильманова Р.Н.
Научный руководитель – доцент Семёнова Д.В.

Сибирский федеральный университет

1. Введение

В работе рассматриваются теоретические и практические вопросы, связанные с Фреше – граничными распределениями и эвентологическим скорингом. Подробно рассмотрены свойства и условия использования данных методов. Анализируются вопросы эвентологии, связанные с понятием Фреше-границ для вероятностей пересечений событий. На основе этого строятся формулы Э-скоринга для Фреше-граничных распределений.

2. Метод эвентологического скоринга.

Пусть (Ω, F, P) - вероятностное пространство, $X \subseteq F$-конечное множество случайных событий, выбранных их алгебры F, а $s \in F$ - некоторое случайное событие, также выбранное из F.

Метод эвентологическое скоринга – это метод исчисления по известной вероятности событий по известным вероятностям событий

$$P(x),\ x \in X,$$

и известным условным вероятностям ($x \in X$)

$$\mathbf{P}(s \mid x) = \frac{\mathbf{P}(x \cap s)}{\mathbf{P}(x)}, \quad \mathbf{P}(s^c \mid x) = \frac{\mathbf{P}(x \cap s^c)}{\mathbf{P}(x)}$$

неизвестных величин

$$\mathbf{P}(s \mid t_s(X)) = \frac{\mathbf{P}(s \cap t_s(X))}{\mathbf{P}(t_s(X))}, \quad X \subseteq \mathfrak{X},$$

условных вероятностей случайного события $s \in \mathcal{F}$, при условии, что наступило случайно событие

$$t_s(X) = s \cap \mathrm{Ter}_X + s^c \cap Ter_{X^c}, \quad X \subseteq \mathfrak{X},$$

где

$$\mathrm{Ter}_X = \bigcup_{x \in X} x, \quad \mathrm{Ter}_{X^c} = \bigcup_{x \in X^c} x$$

события-терраски в форме прямого объединения, порождённые множеством случайных событий $\mathfrak{X}$.

В методе эвентологического скоринга:

- $x \in \mathfrak{X}$ - базовые случайные события,
- $\mathfrak{X}$ - множество базовых случайных событий,
- s – целевое случайное событие,

- $t_s(X), X \subseteq \mathfrak{X}$ - интерпретирующие случайные события.

Следует заметить, что вероятности событий $\mathbf{P}(x),\ x \in \mathfrak{X}$, есть ни что иное , как вероятности II-го рода для моноплетов событий, т.е. $\mathbf{P}(x) = p_x,\ x \in \mathfrak{X}$.

3. Фреше-граничные Э-распределения

Рассмотрим проекцию $(2^{|\mathfrak{X}|} - 1)$–мерного $2^{|\mathfrak{X}|}$ -вершинного Э-симплекса $\mathcal{S}_{\mathfrak{X}}^{(2^{|\mathfrak{X}|})}$ на - $[0,1]^{|\mathfrak{X}|}$ -мерный Э-гиперкуб $[0,1]^N$.

Каждая из 2^N вершин Э-симплекса проектируется на одну из 2^N вершин Э-гиперкуба: X – вершина $\bar{p}(X) = (p(X) = 1, p(Y) = 0, Y \neq X)$ Э-симплекса, проектируется в X – вершину $\overline{P}(X) = (\mathbf{P}(x) = 1, x \in X; \mathbf{P}(x) = 0, x \in \mathfrak{X} - X)$ Э-гипрекуба для каждого $X \subset \mathfrak{X}$. Каждая $|\mathfrak{X}|$ -мерная точка $\check{p} = (\mathbf{P}(x),\ x \in \mathfrak{X})$ Э-гиперкуба служит проекцией гипермногогранника, 2^N - мерные точки которого соответствуют Э-распределениям $\mathfrak{X}$ с фиксированными вероятностями событий $(\mathbf{P}(x),\ x \in \mathfrak{X}) = \check{p}$, а сам гипермногогранник, который называется *Фреше-многогранником*, соответсвует классу всех таких Э-распределений.

Определение 1: Вершинам Фреше-многогранника соответствуют Э-распределения, которые называются крайними *Фреше-граничными распределениями* для Э-распределений с фиксированными вероятностями событий $\check{p}$ Каждое такое Э-распредление представимо в виде выпуклой комбинации своих крайних Фреше-граничных Э-распределений.

4. Построение диаграммы Венна для четырех событий.

Пострим диаграмму Венна для четырех событий, где где X = $\{x, y, z\}$ – триплет событий, а S = $\{s\}$ – целевое событие.

Пространство Ω делится на целевое событие s и его дополнение s^c, как показано на рисунке 1.

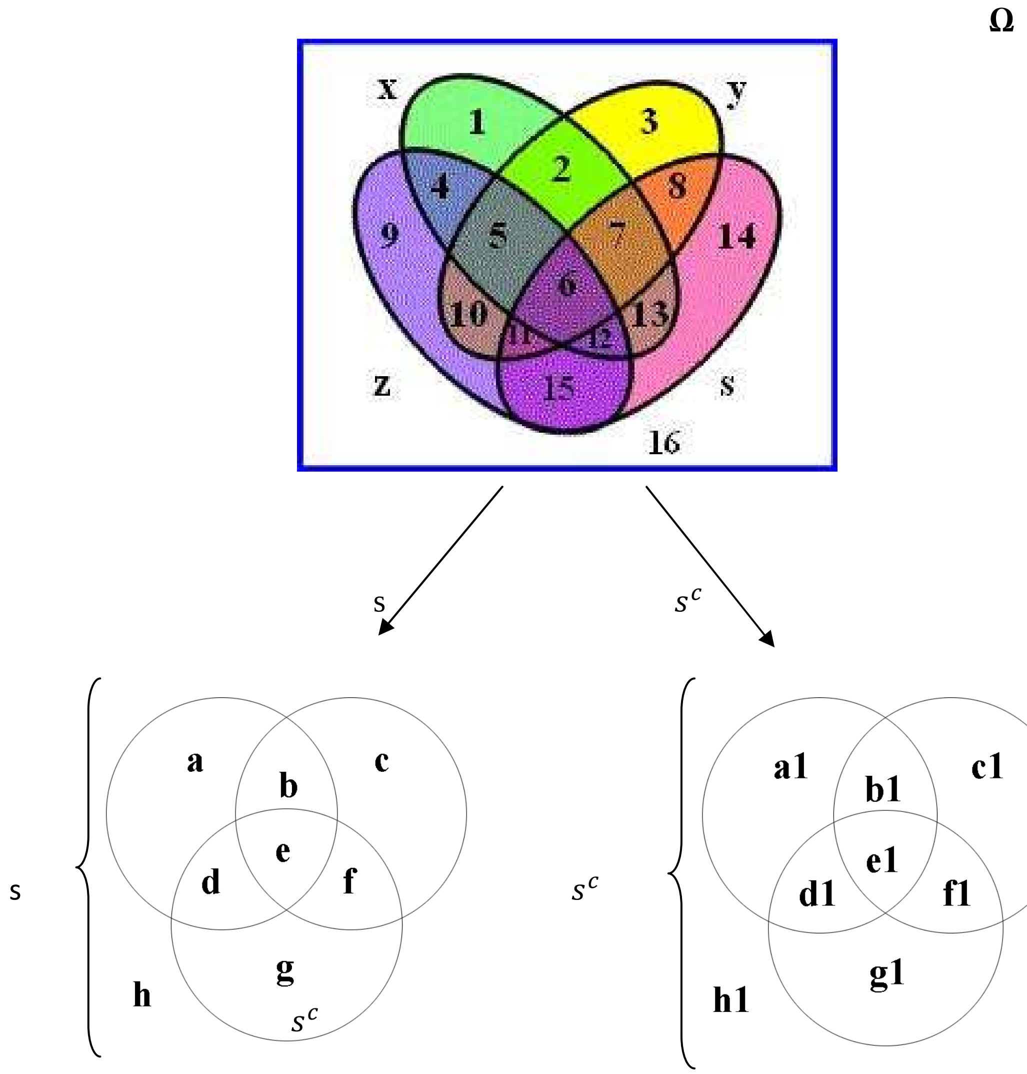

Рис. 1

Далее построим соответствующие пересечения для пространства Ω.

1. $x \cap y^c \cap z^c \cap s^c$
2. $x \cap y \cap z^c \cap s^c$
3. $x^c \cap y \cap z^c \cap s^c$
4. $x \cap y^c \cap z \cap s^c$
5. $x \cap y \cap z \cap s^c$
6. $x \cap y \cap z \cap s$
7. $x \cap y \cap z^c \cap s$
8. $x^c \cap y \cap z^c \cap s$
9. $x^c \cap y^c \cap z \cap s^c$
10. $x^c \cap y \cap z \cap s^c$
11. $x^c \cap y \cap z \cap s$
12. $x \cap y^c \cap z \cap s$
13. $x \cap y^c \cap z^c \cap s$
14. $x^c \cap y^c \cap z^c \cap s$
15. $x^c \cap y^c \cap z \cap s$
16. $x^c \cap y^c \cap z^c \cap s^c$

Также построим пересечения для разбиений пространства Ω:

a: $x \cap y^c \cap z^c \cap s$

b: $x \cap y \cap z^c \cap s$

c: $x^c \cap y \cap z^c \cap s$

d: $x \cap y^c \cap z \cap s$

e: $x \cap y \cap z \cap s$

f: $x^c \cap y \cap z \cap s$

g: $x^c \cap y^c \cap z \cap s$

h: $x^c \cap y^c \cap z^c \cap s$

a1: $x \cap y^c \cap z^c \cap s^c$

b1: $x \cap y \cap z^c \cap s^c$

c1: $x^c \cap y \cap z^c \cap s^c$

d1: $x \cap y^c \cap z \cap s^c$

e1: $x \cap y \cap z \cap s^c$

f1: $x^c \cap y \cap z \cap s^c$

g1: $x^c \cap y^c \cap z \cap s^c$

h1: $x^c \cap y^c \cap z^c \cap s^c$

И увидим их соответствие:
1 – a1
2 – b1
3 – c1
4 – d1
5 – e1
6 – e
7 – b
8 – c
9 – g1
10 – f1
11 – f
12 – d
13 – a
14 – h
15 – g
16 – h1

5. Фреше-граничные Э-распределения для триплета событий.

Для некоторых случаев из таблицы 4(из статьи О.Ю. Воробьева «Фреше-граничные Э-распредления и их применения»): Крайние Фреше-граничные Э-распределения триплета событий $\mathfrak{X} = \{x_1, x_2, x_3\}$ изобразим диаграммы Венна, на основе которых в дальнейшем будут строиться формулы для эвентологического скоринга.

Рассмотрим 3 и 4 случай:

3	4
$1 - S_{13}$	$1 - S_{12}$
$p_3 - p_2$ 0 p_1	0 $p_2 - p_3$ p_1
p_2 0 0	p_3 0 0
0	0
	$p_2 > p_3$

здесь пересечение трех событий $\{x_1, x_2, x_3\}$ равно нулю, вероятность p2 вложена в вероятность p3. Построим диаграммы Венна: для случая 3 соответствует рис. 2, для 4го случая рис. 3

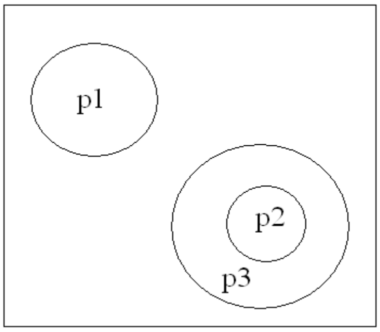

Рис.2

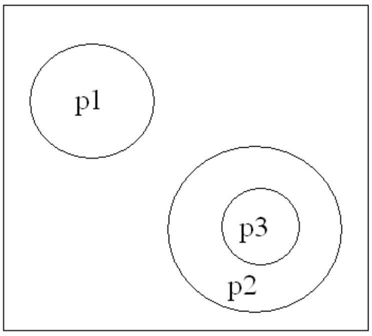

Рис.3

6. Построение формул Э-скоринга для Фреше-граничных распределений.

Из рисунка3 построим формулу для Э-скоринга.
Обозначим p1 = x , p2 = y , p3 = z , тогда формула Э-скоринга для этого распределения будет иметь вид:

$$\mathbf{P}(s|t_s(\{x,y\})) = \frac{\mathbf{P}\left((x\cap s)\cup(y\cap s)\right)}{\mathbf{P}\left((x\cap s)\cup(y\cap s)\right)+\mathbf{P}\left(z\cap s^c\right)}$$

7. Заключение.

В дальнейшем планируется рассмотреть более подробней оба метода и на их основах строить формулы для Э-скоринга.