

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий

Системы автоматики, автоматизированного управления и проектирования

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ С. В. Ченцов

« \_\_\_\_\_ » июня 2017 г.

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**

**УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ РУДНО-ТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАВКИ В  
УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ПОМОЩЬЮ ИГРОВОЙ  
МОДЕЛИ**

09.04.02. Информационные системы и технологии

09.04.02.02 Информационные системы и технологии в управлении  
технологическими процессами

Научный руководитель	_____	____.06.2017	доц., канд. физ.-мат. наук А. Ш. Любанова
Выпускник	_____	____.06.2017	М. В. Карасев
Рецензент	_____	____.06.2017	канд. физ.-мат. наук А. В. Шмидт
Нормоконтролер	_____	____.06.2017	Т. А. Грудинова

Красноярск 2017

## РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа по теме «Управление процессом рудно-термической плавки в условиях неопределенности с помощью игровой модели» содержит 88 страниц текстового документа, 20 использованных источников, 17 иллюстрации и 3 таблицы.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** РУДНО-ТЕРМИЧЕСКАЯ ПЛАВКА, УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ, СТАТИСТИЧЕСКАЯ ИГРА, РЕГРЕССИОННОЕ УРАВНЕНИЕ, ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА.

Цель проекта: повышение эффективности управления процессом рудно-термической плавки за счет внедрения математической модели и процесса на основе методов теории игр (минимизации удельного потребления электроэнергии).

В результате выполнения ВКР были решены следующие задачи:

- проведен анализ процесса рудно-термической плавки, выявлены его особенности, причинно-следственные связи и основные параметры, влияющие на процесс;
- изучены ранее построенные математические модели процесса рудно-термической плавки;
- создана игровая модель управления производственным процессом на основе имеющихся статистических данных;
- создано программное обеспечение для моделирования режима управления, обеспечивающего минимальное удельное потребление электроэнергии в процессе рудно-термической плавки.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1 Обзор современных теоретических и экспериментальных методов разработки математических моделей рудно-термической плавки. Постановка задачи.....	7
1.1 Математическое моделирование процесса управления рудно-термической плавкой.....	7
1.1.1 Основные понятия теории управления.....	7
1.1.2 Теоретическое описание процесса плавки медно-никелевого агломерата в рудно-термических печах.....	8
1.1.3 Анализ существующих математических моделей.....	13
1.2 Основные сведения из теории матричных игр.....	14
1.2.1 Матричные игры с нулевой суммой.....	14
1.2.2 Статистические игры.....	19
1.3 Постановка задачи.....	21
1.3.1 Обоснование актуальности задачи.....	21
1.3.2 Формулировка задачи.....	22
1.3.3 Описание входной информации.....	23
1.3.4 Описание выходной информации.....	24
2 Математическое моделирование процесса рудно-термической плавки.....	25
2.1 Анализ влияния основных режимных параметров на технологический процесс плавки в РТП.....	25
2.2 Построение регрессионного уравнения для удельного расхода электроэнергии.....	28
2.2.1 Расчет коэффициентов множественной регрессии.....	28
2.3 Игровая модель управления процессом.....	35
3 Разработка приложения «ИУС_РТП».....	39
3.1 Требования к программному изделию.....	39
3.2 Описание программного приложения.....	42
3.2.1 Загрузка и обработка статистической информации.....	43

3.2.2	Закладка «Управление» .....	43
3.2.3	Закладка «Матрица управления».....	43
3.2.4	Закладка «Статистика» .....	44
3.2.5	Сохранение и загрузка установленных значений входных параметров и управления .....	44
3.2.6	Главное меню.....	44
3.3	Руководство пользователя.....	45
3.3.1	Установка программы на компьютер пользователя .....	45
3.3.2	Работа с программным продуктом .....	48
3.3.3	Удаление программы .....	53
	Заключение .....	55
	Список использованных источников .....	56
	Приложение А .....	58
	Приложение Б .....	60
	Приложение В.....	64
	Приложение Г .....	65
	Приложение Д.....	66
	Приложение Е.....	67
	Приложение Ж.....	70
	Приложение И .....	71

## ВВЕДЕНИЕ

Важнейшей отраслью экономики России является металлургическая промышленность. Развитие наукоемких производств и многостадийных технологических процессов вообще, и, в частности, в цветной металлургии, поставило задачу повышения технико-экономических показателей переработки сырья в металлургических агрегатах. Особо остро эта задача стоит при совершенствовании производства пирометаллургических процессов переработки сульфидных руд в рудно-термических печах (РТП), ввиду важности этого процесса не только для цветной металлургии, но и для народного хозяйства в целом.

В настоящее время значительное внимание уделяется вопросу улучшения показателей действующих агрегатов электроплавки на основе создания и внедрения автоматизированных систем управления процессом. Различные аспекты разработки АСУ металлургическими процессами рассмотрены в работах В.П. Цымбала, Б.М. Горенского, О.Е. Гонебной [4-6,18].

В работе О.Е. Гонебной [4] была разработана нейросетевая модель способная прогнозировать основные технологические параметры состояния процесса плавки.

Сложность создания автоматизированных систем управления объясняется тем, что технологические процессы протекают, как правило, в высокотемпературных и химически агрессивных средах, в агрегатах большой единичной мощности, слабо оснащенных системами автоматического контроля основных технологических параметров, что не позволяет оперативно контролировать изменение этих параметров по ходу процесса.

Существующий уже многие десятилетия процесс рудно-термической плавки также является весьма сложной системой. Во-первых, этот процесс относится к классу нестационарных, случайных, нелинейных и многосвязных объектов. Во-вторых, характеризуется большим количеством параметров и неучтенных возмущающих воздействий, наряду с чем представляет собой

комплекс очень сложных химических взаимодействий, усугубленных физическими превращениями, механическими и тепловыми процессами, случайными процессами тепло-массообмена, высокой температурой и агрессивной средой в печи, а также другими, ещё не достаточно изученными явлениями. В-третьих, в процессе плавки нет практически никакой прямой (непрерывной, надежной и полной) информации об основных технологических параметрах, что связано с низким уровнем автоматизации производства. В результате, до настоящего времени процесс рудно-термической плавки ещё до конца не описан логическими и математическими уравнениями достаточно точно и всесторонне. В таких условиях практически невозможно надеяться на успешное управление объектом по известным, уже установившимся схемам, которые могут применяться лишь там, где объект описан полно.

Таким образом, встает вопрос создания модели процесса рудно-термической плавки, включающей как математическое описание, так и установление взаимосвязей внутри объекта. В связи с этим основной целью данной работы является повышение эффективности управления процессом рудно-термической плавки за счет внедрения математической модели и процесса на основе методов теории игр (минимизации удельного потребления электроэнергии).

Данная работа состоит из введения, трех разделов, заключения, списка использованных источников, и 8 приложений.

В первом разделе приведена краткие сведения из теории управления и теории игр, описание процесса рудно-термической плавки, постановка задачи и описание возможных методов её решения.

Второй раздел содержит анализ объекта моделирования, построение и анализ качества регрессионных уравнений, описание построения игровой модели и результаты численных экспериментов.

Третий раздел посвящен разработке информационно-управляющей системы «ИУС\_РТП».

# **1 Обзор современных теоретических и экспериментальных методов разработки математических моделей рудно-термической плавки.**

## **Постановка задачи.**

### **1.1 Математическое моделирование процесса управления рудно-термической плавкой**

#### 1.1.1 Основные понятия теории управления

Под управлением будем понимать процесс такого воздействия на некоторую систему или объект (объект управления), при котором состояние системы или объекта изменяется «в нужную сторону» [8,9,17]. Объектами управления, очевидно, могут быть техническое устройство (например, автомобиль), экономическая ситуация на предприятии или фирме, экосистема региона, процесс разработки программного проекта, сам программный проект и его характеристики и т. п. Предполагается, что мы можем не только оказывать воздействие на объект, но и оценивать результаты этого воздействия по некоторым заданным критериям. Например, критериями качества процесса разработки программного проекта могут служить время завершения проекта и его бюджет (стоимость разработки). Влиять на эти характеристики (управлять ими) мы можем, например, с помощью перераспределения ресурсов между отдельными работами, составляющими данный программный проект.

Объект управления рассматривается как сколь угодно сложная система, преобразующая входные управляющие воздействия  $U(t)$  в выходные сигналы (траектории)  $V(t)$ , характеризующие состояние объекта управления в момент времени  $t$ . Очевидно, что реальный объект управления может иметь множество входов и выходов, определяющих его функциональное взаимодействие с внешней средой. На общей схеме управления (рисунок 1.1) изображены входы и выходы, которые являются существенными для формулирования задачи управления. Каналы связи со средой не показаны.

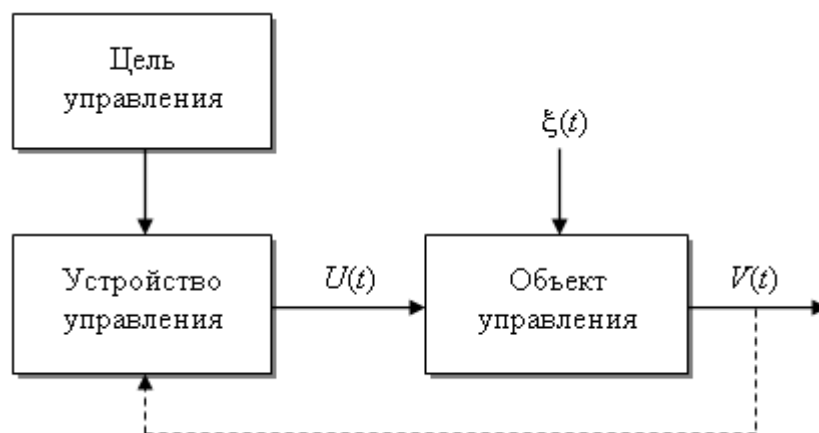


Рисунок 1.1 – Общая схема управления

Объект управления и воздействующее на него устройство управления, называемое управляющим объектом, образуют систему управления. Предполагается, что на объект управления действуют также возмущения  $\xi(t)$ , изменяющие, как правило, в непредсказуемом направлении основные характеристики объекта управления [1,11].

Для определенности предполагается, что все функции времени, изображенные на рисунке 1.1, являются вектор-функциями с вещественными компонентами и заданными размерностями.

Сигнал управления вырабатывается в соответствии с некоторой заданной целью управления, определяемой теми задачами, которые поставлены перед системой управления. Довольно часто в системах управления для выработки управляющих воздействий оказывается необходимой информация о действительном состоянии объекта управления. Эта информация поступает по цепи обратной связи, показанной на рисунке 1.1 пунктирной стрелкой.

### 1.1.2 Теоретическое описание процесса плавки медно-никелевого агломерата в рудно-термических печах

На предприятиях никелевой промышленности в основном



перерабатываются сульфидные медно-никелевые руды и концентраты, а также окисленные никелевые руды. Высокие температуры в зоне плавления шихты создают возможность перерабатывать в электрических печах металлосодержащие материалы практически любого состава. Однако для получения удовлетворительных технико-экономических показателей шихта, поступающая в плавку, должна отвечать следующим требованиям: иметь определенную крупность и содержание серы, минимальную влажность, быть постоянной по составу шлакообразующих компонентов. Этим требованиям в значительной степени отвечает агломерат, поступающий на плавку.

Одним из основных процессов технологической схемы получения никеля из медно-никелевых сульфидных руд и концентратов является рудно-термическая плавка медно-никелевого сырья [3,5]. Показатели процесса плавки в значительной степени определяют технико-экономические показатели всего производства в целом.

Работа рудно-термических печей при плавке медно-никелевого сульфидного сырья характеризуются следующими технико-экономическими показателями:

Удельный проплав по шихте, т/м <sup>2</sup> сут	8-10
Производительность по штейну, т/ч	15-30
Удельный расход электроэнергии на 1 т шихты, кВт ч/т	570-750
Извлечение в штейн, %	
никеля	94-97
меди	94-96
кобальта	75-80
Содержание цветных металлов в отвальных шлаках, %	
никеля	0.07-0.12
меди	0.08-0.15
кобальта	0.06-0.11

Плавка медно-никелевого сырья характеризуется высоким выходом шлаков, с которыми теряется значительное количество цветных металлов. Так

как затраты на сырье при электроплавке сульфидного медно-никелевого сырья составляют значительную часть, то проблема снижения потерь цветных металлов (Ni, Co, Cu) с отвальными шлаками является одной из главных в металлургии никеля. Основные продукты плавки – шлак (отвальный продукт) и штейн (используемый для дальнейшей технологической переработки). Разделение штейна и шлака происходит вследствие разности их плотности. Жидкие продукты плавки выпускают со стороны торцевых стенок печи.

Кроме штейна и шлака при плавке образуются газы, состоящие из азота, кислорода, диоксидов серы и углерода ( $\text{SO}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ) и паров воды. Газы образуются в результате термической диссоциации высших сульфидов и карбонатов и горения углеродистых материалов шихты и электродов. Теоретическое количество технологических газов электроплавки составляет не более  $120 \text{ м}^3/\text{т}$  шихты, но на практике за счет подсосов воздуха достигает  $1100\text{-}1200 \text{ м}^3/\text{т}$  шихты.

Основными процессами, протекающими при электроплавке руд и концентратов, являются:

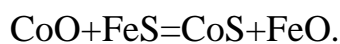
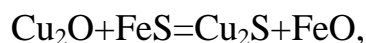
- физико-химические превращения исходных материалов;
- преобразование электрической энергии в тепловую;
- движение твердых и расплавленных материалов и продуктов;
- теплообмен в различных зонах печи;
- движение газов.

Физико-химические превращения, протекающие при электроплавке руд и концентратов, имеют свои особенности, отличающие электроплавку от других процессов. Во-первых, все превращения шихтовых материалов происходят в основном в ванне печи при непосредственном весьма активном участии расплавленного шлака. Расплавленная шлаковая масса взаимодействует с твердой шихтой одновременно с нагревом и плавлением шихты.

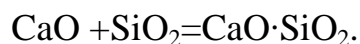
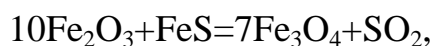
Во-вторых, при электроплавке осуществляется энергичное восстановление оксидов шлака углеродистым восстановителем, вводимым в твердую шихту. Физической основой этого процесса является конвекционное движение шлака,

обеспечивающее непрерывное прохождение массы шлака через так называемый скользящий контакт с восстановителем. Усиленное восстановление оксидов, находящихся в шлаках, совместно с интенсивным перемещением шлаков с каплями сульфидов штейна, обусловлено значительным перегревом всей массы шлака и создает условия для глубокой доработки шлаков в электропечах.

Сульфиды меди, никеля, кобальта и железа взаимно растворяются и образуют основной продукт плавки – штейн. В штейне также растворяются благородные металлы и магнетит. Основными реакциями штейнообразования являются следующие:



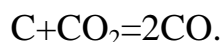
Окисленное железо и другие основные оксиды (CaO, MgO), вступая во взаимодействие с кремнеземом SiO<sub>2</sub>, образуют силикаты типа *m* MeO·SiO<sub>2</sub> которые, смешиваясь в расплавленном состоянии, образуют другой продукт электроплавки - шлак. Основными реакциями шлакообразования являются:



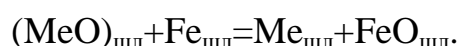
Разделение шлака и штейна в печи происходит вследствие разности их плотностей, которые составляют  $\approx 2.9 \text{ т/м}^3$  для шлака и  $\approx 5 \text{ т/м}^3$  для штейна.

При добавке в шихту углеродистого восстановителя (угольный штыб) шлаки обедняются более эффективно. Взаимодействие оксидов шлака с

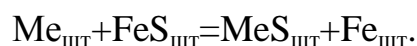
углеродистым восстановителем может быть представлено следующими взаимосвязанными реакциями:



При прохождении капелек металлизированного штейна через шлаковый слой восстановление оксидов цветных металлов металлическим железом штейна протекает по реакции:



Восстановленные металлы растворяются в штейне и, реагируя с сульфидами железа, переходят в сульфидную форму по уравнению



Таким образом, восстановление цветных металлов из шлака осуществляется как углеродистым восстановителем, так и металлическим железом.

Штейн состоит из сульфидов никеля, меди и железа ( $\text{Ni}_3\text{S}_2$ ,  $\text{Cu}_2\text{S}$ ,  $\text{CoS}$ ,  $\text{FeS}$ ), а также содержит некоторое количество свободных металлов (в виде железо-никелевого сплава) и благородные металлы. Штейн имеет следующий химический состав, %: 13,8-15,5 Ni, 8,4-9,7 Cu, 0,43-0,49 Co, 46,6-51,0 Fe, 7-9 Fe (металлическое), 24,8-25,2 S.

Шлаки рудно-термических печей содержат, %: 41-75  $\text{SiO}_2$ , 30-36 FeO, 10-20 MgO, 3-5 CaO, 5-12  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

Кроме того, в шлаке содержится незначительное количество магнетита цветных металлов в сульфидной и окисленной формах. Содержание цветных металлов в шлаке зависит от состава шлака, штейна, их температуры, условий

ведения техпроцесса и обычно составляет 0,06-0,11 % Ni, 0,08-0,13 % Cu, 0,04-0,08 % Co. Температура шлака в печи поддерживается на уровне 1255-1265<sup>0</sup>С.

Преобразование электрической энергии в тепловую в рудно-термической печи происходит как в шлаковом слое ванны, так и в переходном контакте электрод – шлак. Доля мощности, выделяемой в переходном контакте, уменьшается с увеличением заглубления электрода. В результате тепловыделения шлаковый состав разогревается, максимальный перегрев происходит вблизи электродов. Здесь же шлак наиболее насыщен газовыми пузырьками. Следовательно, возникает разность в плотностях слоев шлака, что приводит к его циркуляции в ванне электропечи. Токопроводящей частью ванны служит околоэлектродная зона, в которой верхние слои шлака имеют наибольшую температуру (1350-1450<sup>0</sup>С), а нижние – наименьшую температуру, поэтому наиболее интенсивное плавление шихты происходит на поверхности шлака и шихтовых конусов, обращенных к электроду [6].

### 1.1.3 Анализ существующих математических моделей

В настоящее время существуют такие математические модели, как нейросетевая модель [4], дифференциальные модели на основе уравнений тепло- и массопереноса, а также модели на основе линейной регрессии [18].

Отличие разрабатываемой модели на основе методов теории игр заключается в возможности получения адекватной интервальной оценки управления при любом количестве статистических данных, в отличие от нейросетевой модели, дающей адекватные значения только при достаточной для обучения нейросети выборке статистических данных. Преимущество в сравнении с регрессионными моделями заключается в прямом использовании статистических данных, без необходимости корректировать или даже создавать модель заново.

Это вытекает из того факта, что регрессионная модель не может учитывать все возможные воздействия на такой сложный процесс, и того, что объекты

управления (рудно-термические печи) отличаются друг от друга, а, следовательно, отличаются не только случайные воздействия, но и воздействия, определенные при составлении самой регрессионной модели.

## **1.2 Основные сведения из теории матричных игр**

### **1.2.1 Матричные игры с нулевой суммой**

Математическая теория игр берёт своё начало из неоклассической экономики. Впервые математические аспекты и приложения теории были изложены в классической книге 1944 года Джона фон Неймана и Оскара Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение» [10] (англ. Theory of Games and Economic Behavior).

Во многих практических задачах возникают ситуации, когда требуется принять решение, не имея достаточной информации. Неизвестными могут быть как условия осуществления какой-либо операции, так и сознательные действия лиц, от которых зависит успех этой операции.

Ситуации, в которых сталкиваются интересы двух сторон и результат любой операции, осуществляемой одной из сторон, зависит от действий другой стороны, называются конфликтными.

Математическая модель конфликтной ситуации называется игрой, а математическая теория, помогающая принимать рациональные решения в конфликтной ситуации, - теорией игр [2].

От реальной ситуации игра отличается тем, что в игре противники действуют по строго определенным правилам.

Суть игры состоит в том, что каждый из ее участников принимает такие решения, которые как он полагает, могут обеспечить ему наилучший результат (исход). Исход игры — это значение некоторой функции, называемой функцией выигрыша (платежной функцией).

Матричная игра называется игрой с нулевой суммой, если в этой игре выигрыш одного игрока равняется проигрышу другого игрока. Если в игре участвуют два игрока, то ее называют парной.

Пусть игроки  $A$  и  $B$  располагают конечным числом возможных действий чистых стратегий. Обозначим их соответственно  $A_1, \dots, A_m$  и  $B_1, \dots, B_n$ . Игрок  $A$  может выбрать любую чистую стратегию  $A_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ), в ответ на которую игрок  $B$  может выбрать любую свою чистую стратегию  $B_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ). Если игра состоит только из личных ходов, то выбор пары стратегий  $(A_i, B_j)$  однозначно определяет результат  $a_{ij}$  – выигрыш игрока  $A$ . При этом проигрыш игрока  $B$  составит  $-a_{ij}$ . Если известны значения  $a_{ij}$  выигрыша для каждой пары чистых стратегий  $(A_i, B_j)$ , то можно составить матрицу выигрышей игрока  $A$  (проигрышей игрока  $B$ ) (таблица 1.1)

Таблица 1.1 – Матрица выигрышей

Стратегии	$B_1$	...	$B_n$	$\alpha_i$
$A_1$	$a_{11}$	...	$a_{1n}$	$\alpha_1$
...	.....			...
$A_m$	$a_{m1}$	...	$a_{mn}$	$\alpha_m$
$\beta_j$	$\beta_1$	...	$\beta_n$	

В таблице приведены числа  $\alpha_i$  и  $\beta_j$ . Число  $\alpha_i$  – минимально возможный выигрыш игрока  $A$ , применяющего стратегию  $A_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ):

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}.$$

Число  $\beta_j$  – максимально возможный проигрыш игрока  $B$ , если он пользуется стратегией  $B_j$  ( $j=1, \dots, n$ ):

$$\beta_j = \max_i a_{ij}.$$

Число

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j a_{ij}$$

называют нижней ценой игры (максимином), а соответствующую ему чистую стратегию – максиминной.

Число

$$\beta = \min_j \beta_j = \min_j \max_i a_{ij}$$

называют верхней ценой игры (минимаксом), а соответствующую чистую стратегию – минимаксной. Максимином не превосходит минимакса, то есть  $\alpha \leq \beta$ .

Если  $\alpha = \beta$ , то говорят, что игра имеет седловую точку в чистых стратегиях и чистую цену игры  $v = \alpha = \beta$ . Пару чистых стратегий  $A_{i^*}$  и  $B_{j^*}$ , соответствующих  $\alpha$  и  $\beta$ , называют седловой точкой матричной игры, а элемент  $a_{i^*j^*}$  платежной матрицы, стоящий на пересечении  $i^*$ -й строки и  $j^*$ -го столбца – седловым элементом платежной матрицы. Стратегии  $A_{i^*}$  и  $B_{j^*}$ , образующие седловую точку, являются оптимальными. Тройку  $\{A_{i^*}; B_{j^*}; v\}$  называют решением игры в чистых стратегиях.



Для игр без седловых точек оптимальные стратегии игроков находятся в области смешанных стратегий. Смешанной стратегией игрока  $A$  называют вектор  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m)$ , компоненты которого удовлетворяют условиям

$$p_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; \quad \sum_{i=1}^m p_i = 1.$$

Смешанной стратегией игрока  $B$  называют вектор  $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_n)$ ,

$$q_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; \quad \sum_{j=1}^n q_j = 1.$$

где  $p_i$  и  $q_j$  – вероятности, с которыми игроки  $A$  и  $B$  выбирают свои чистые стратегии  $A_i$  и  $B_j$ . При использовании чистых стратегий игра приобретает случайный характер, случайной становится и величина выигрыша игрока  $A$  (проигрыша игрока  $B$ ). Эта величина является функцией смешанных стратегий  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{q}$  и определяется по формуле

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} p_i q_j.$$

Функцию  $f(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  называют платежной или функцией выигрыша.

Смешанные стратегии  $\mathbf{p}^*$  и  $\mathbf{q}^*$  называются оптимальными [12], если они образуют седловую точку для платежной функции  $f(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ , то есть удовлетворяют неравенству

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{q}^*) \leq f(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}^*) \leq f(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}).$$

Пользуются и другим определением оптимальных смешанных стратегий: стратегии  $\mathbf{p}^*$  и  $\mathbf{q}^*$  называют оптимальными, если

$$\min_{\mathbf{q}} \max_{\mathbf{p}} f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \max_{\mathbf{p}} \min_{\mathbf{q}} f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = f(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}^*).$$

Величину  $f(\mathbf{p}^*, \mathbf{q}^*) = v$  называют ценой игры.

Оптимальные смешанные стратегии  $\mathbf{p}^*$  и  $\mathbf{q}^*$  могут быть найдены в результате решения пары двойственных задач линейного программирования: для игрока  $A$

$$f = \sum_{i=1}^m x_i \rightarrow \min \quad x \in X \quad (1.1)$$

$$X: \sum_{i=1}^m a_{ij} x_i \geq 1, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m;$$

и для игрока  $B$

$$\varphi = \sum_{j=1}^n y_j \rightarrow \max \quad y \in Y \quad (1.2)$$

$$Y: \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j \geq 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$y_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

В результате решения задачи (1.1) находят оптимальный вектор  $x^*$  и  $f_{\min} = f(x^*)$ , а затем

$$v = \frac{1}{f_{\min}}, \quad p_i^* = v x_i^*, \quad i = 1, \dots, m.$$

Решая задачу (1.2), получают оптимальный вектор  $y^*$  и  $\varphi_{\max} = \varphi(y^*)$ , а затем находят

$$v = \frac{1}{\varphi_{\max}}, \quad q_j^* = v y_j^*, \quad j = 1, \dots, n,$$

то есть цену игры.

### 1.2.2 Статистические игры

Матричная игра, в которой игрок взаимодействует с окружающей средой, не заинтересованной в его проигрыше, и решает задачу определения наиболее выгодного варианта поведения с учетом неопределенности состояния окружающей среды, называется статистической игрой или «игрой с природой» (игрок  $\Pi$ ) [16].

Игроком в этой игре называется лицо, принимающее решение (игрок  $A$  – статистик). Создателем теории статистических игр считается А. Ваальд [20]. Он показал, что в теории принятия решений статистические игры являются основным подходом, если решение принимается в условиях частичной неопределенности.

Статистик может использовать  $m$  стратегий  $A_1, \dots, A_m$ , природа может реализовать  $n$  различных состояний  $\Pi_1, \dots, \Pi_n$ . Статистику могут быть известны вероятности  $q_j$ , с которыми природа реализует свои состояния  $\Pi_j$ . Действуя против природы, статистик может пользоваться как чистыми  $A_i$ , так и смешанными  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m)$  стратегиями. Если статистик имеет возможность численно оценить (величиной  $a_{ij}$ ) последствия применения каждой своей чистой стратегии  $A_i$  при любом состоянии  $\Pi_j$  природы, то игру можно задать платежной матрицей.

При выборе оптимальной стратегии статистика пользуются различными критериями. Если вероятности  $q_j$  состояний  $\Pi_j$  природы известны, то пользуются

критериями Байеса и Лапласа. В качестве оптимальной по критерию Байеса принимает чистая стратегия  $A_i$ , при которой максимизируется средний выигрыш статистика, то есть обеспечивается

$$\max_i \bar{a}_i = \max_i \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j.$$

Если статистику представляются в равной мере правдоподобными все состояния  $\Pi_j$  природы, то  $q_1 = \dots = q_n = 1/n$  и оптимальной по критерию Лапласа считается стратегия  $A_i$ , обеспечивающая

$$\max_i \bar{a}_i = \frac{1}{n} \max_i \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

Если вероятности  $q_j$  состояний  $\Pi_j$  природы неизвестны, то пользуются критериями Ваальда, Сэвиджа, Гурвица.

Оптимальной по критерию Ваальда (максиминному критерию) считается чистая стратегия  $A_i$ , при которой статистику обеспечивается

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}.$$

Для смешанных стратегий критерий Вальда формулируется так: оптимальной считается смешанная стратегия  $\mathbf{p}^*$ , найденная из условия

$$\max_{\mathbf{p}} \min_j \sum_{i=1}^m a_{ij} p_i.$$

Оптимальной по критерию Сэвиджа считается та чистая стратегия  $A_i$ , при которой минимизируется величина максимального риска  $r_{ij}$ , то есть обеспечивается

$$\min_i \max_j r_{ij}, \quad r_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}.$$

Для смешанных стратегий согласно критерию Сэвиджа оптимальной считается стратегия  $\mathbf{p}^*$ , найденная из условия

$$\min_{\mathbf{p}} \max_j \sum_{i=1}^m r_{ij} p_i.$$

Оптимальной по критерию Гурвица считается чистая стратегия  $A_i$ , при выборе которой достигается

$$\alpha = \max_i (\gamma \min_j a_{ij} + (1 - \gamma) \max_j a_{ij}),$$

где  $\gamma$  - степень пессимизма, принадлежащая интервалу (0, 1), выбирается из субъективных соображений. Анализ практических ситуаций проводится по нескольким критериям одновременно, что позволяет глубже исследовать суть явления и выбрать наиболее обоснованное решение.

### 1.3 Постановка задачи

#### 1.3.1 Обоснование актуальности задачи

Электроплавка сульфидных руд в рудно-термических печах по физической природе является сложным процессом. Процесс электроплавки слабо автоматизирован.

С целью снижения расхода сырья и энергии, повышения выпускаемой продукции необходимо создание и внедрение информационных систем управления технологическими процессами на основе широкого применения

современных средств вычислительной техники. При разработке системы управления очень остро стоит задача сбора и обработки информации о ходе технологического процесса с целью использования ее в дальнейшем для прогноза динамики изменения основных технологических параметров и выработки управляющих воздействий.

Целью создания АСУ процесса электроплавки является уменьшение содержания никеля, меди, кобальта в шлаке и повышение извлечения цветных металлов в штейн при максимальной производительности и минимальном удельном расходе электроэнергии. Это достигается за счет стабилизации температурного режима работы электропечи.

В настоящее время существует ряд разработок по управлению процессом электроплавки в рудно-термических печах. Однако в большинстве они носят теоретический характер и используются в целях усовершенствования конструкции агрегатов и плавильных цехов в целом, как, например, АСУ процесса электроплавки медно-никелевого агломерата в рудно-термических печах. Система основана на использовании модели расчета управляющих воздействий по загрузке шихты и по изменению ее компонентного состава.

### 1.3.2 Формулировка задачи

Целью магистерской диссертации является повышение эффективности управления процессом рудно-термической плавки за счет внедрения математических моделей и процесса на основе методов теории игр (минимизации удельного потребления электроэнергии).

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

провести анализ процесса рудно-термической плавки, выявить его особенности, причинно-следственные связи и основные параметры, влияющие на процесс;

изучить ранее построенные математические модели процесса рудно-термической плавки;

создать игровую модель управления производственным процессом на основе имеющихся статистических данных;

создать программное обеспечение для моделирования режима управления, обеспечивающее минимальное удельное потребление электроэнергии в процессе рудно-термической плавки.

### 1.3.3 Описание входной информации

Исходными данными является статистический материал, полученный с производства по основным параметрам, описывающим процесс.

Основными входными параметрами процесса рудно-термической плавки являются:

$G_{\text{агл}}$  – загрузка агломерата;

$G_{\text{SiO}_2}$  – загрузка песка (кремнезема);

$G_{\text{кшлака}}$  – заливка конверторного шлака;

$G_{\text{C}}$  – загрузка угля;

выходными параметрами:

$W_{\text{уд}}$  – удельное потребление электроэнергии;

$T$  – температура расплава шлака;

управляющими параметрами –

$U$  – напряжение;

$P$  – мощность.

Согласно требованиям технологии значения основных параметров процесса должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} 40 \leq G_{\text{агл}} \leq 80, \\ 0 \leq G_{\text{кшлага}} \leq 10, \\ 3 \leq G_{\text{с}} \leq 6, \\ 1250 \leq T \leq 1290, \\ 6 \leq G_{\text{SiO}_2} \leq 25, \\ 250 \leq U \leq 550, \\ 35 \leq P \leq 52. \end{array} \right. \quad (1.3)$$

Экспериментально установлено, что удельное потребление электроэнергии и зависит от температуры, загрузки агломерата, заливки конверторного шлака, загрузки угля, напряжения и мощности. Причем зависимости носят линейный характер. Температура в свою очередь также является линейной функцией загрузки агломерата, загрузки песка, заливки конверторного шлака, загрузки угля, напряжения и мощности тока.

#### 1.3.4 Описание выходной информации

Выходными данными является удельное потребление электроэнергии на одну тонну годного металла, температуры расплава и значения управляющих воздействий на объект управления:

$U$  – напряжение;

$P$  – мощность тока.



## **2 Математическое моделирование процесса рудно-термической плавки**

### **2.1 Анализ влияния основных режимных параметров на технологический процесс плавки в РТП**

Анализ технологического процесса электроплавки медно-никелевого агломерата в РТП показал, что данный процесс относится к взаимосвязанному технологическому процессу и характеризуется одновременным воздействием комплекса управляющих воздействий и случайных возмущений. Рассмотрим влияние основных управляющих воздействий на такие выходные параметры процесса, как производительность, удельный расход электроэнергии, содержание цветных металлов в отвальных шлаках, выбросы вредных веществ в агломерат и температура шлака, измеренная на выпуске. В качестве основных управляющих воздействий используются электрические параметры и загрузка шихты по отдельным составляющим. Выбор управляющих параметров обусловлен их весомым влиянием на процесс. При выборе управляемых (выходных) параметров использовали такие, которые характеризуют процесс с различных сторон. То есть позволяют оценить технические, энергетические, экологические аспекты плавки медно-никелевого агломерата в РТП.

Одним из основных показателей электроплавки является удельный расход электроэнергии на 1 т. шихты, зависящий в большей степени от её состава. Чем больше содержание в шихте пустой породы, включающей тугоплавкие компоненты, тем больше теплотребление шихты и тем выше расход электроэнергии. Расход электроэнергии получается тем ниже, чем выше коэффициент загрузки трансформаторов, и соответственно, выше проплав печи. Для снижения расхода электроэнергии рационально загружать в электропечь шихту в горячем состоянии.

Большое значение для работы электропечи имеет электропроводность шлака и толщина его слоя в ванне печи. При работе на глубокой ванне можно

увеличить подэлектродное сопротивление и, следовательно, напряжение вторичной обмотки трансформатора. Это очень выгодно для увеличения мощности, подаваемой на печь, увеличивать силу тока сверх определённого максимума нельзя, вследствие перегрева обмоток трансформатора. Для уменьшения удельного расхода электроэнергии необходимо повысить электропроводность шлака, что может быть достигнуто за счёт снижения  $\text{SiO}_2$  в шлаке и увеличения подачи углеродистого восстановителя.

Важным параметром, характеризующим эффективность электроплавки медно-никелевых руд и концентратов, является снижение потерь никеля, меди и кобальта с отвальными шлаками. При электроплавке принято рассматривать три вида потерь цветных металлов в шлаке: химические, физические и механические.

Физические потери обусловлены с растворением в шлаке сульфидов. Механические потери имеют место при не полном разделении шлака и штейна и возникают в следствии запутывания в шлаке мельчайших капель жидкого штейна.

На химические потери цветных металлов со шлаком существенное влияние оказывает содержание кислорода в газовой фазе. Во всех случаях, когда процесс протекает при сравнительно не большом парциальном давлении кислорода, химические потери никеля, меди и кобальта уменьшаются. Повышение температуры шлака способствует увеличению содержания растворённых цветных металлов в шлаке, то есть возрастают физические потери.

На содержание растворённых цветных металлов большое влияние оказывает состав шлака. Установлено, что с повышением содержания оксидов железа в шлаке химические и физические потери металлов увеличиваются.

На механические потери цветных металлов со шлаками влияют следующие факторы: возрастание вязкости расплава, снижение градиента плотностей шлака и штейна, увеличение глубины шлаковой ванны, интенсивность конвекции шлака, крупность частиц сульфидов, содержание

цветных металлов в штейне.

Определенное значение для механических потерь металлов имеет газовая флотация в растворах мелких взвешенных частиц. Если количество выделившихся из шлака газов будет достаточно большим, то это приведет к выносу пузырьками газа мелких частиц штейна в поверхностный шлаковый слой, где мелкие капли сливаются в более крупные и затем оседают в штейн. Откуда следует, что чем больше газов образуется в шлаке, тем меньше потери со шлаком никеля, кобальта и меди.

Существенное влияние на потери металлов со шлаком оказывает температурный режим процесса плавки. Повышение температуры шлака приводит к снижению вязкости и в большинстве случаев увеличению межфазного натяжения. Обе эти причины способствуют снижению механических потерь со шлаком, хотя при повышении температуры несколько возрастает растворимость цветных металлов в шлаковых расплавах. Однако суммарный эффект снижения содержания цветных металлов от повышения температуры, как правило, положительный.

Температура шлака на высоте слоя, несмотря на интенсивное конвекционное перемещение, неодинакова. В слое шлака под электродом температура медленно снижается и на границе раздела шлак-штейн из шлака могут быть выделены наиболее тугоплавкие компоненты в виде твердых кристаллов, сильно повышающих его вязкость. Вследствие этого опять начинается обогащение шлака цветными металлами за счет задержавшихся в нем капелек штейна. Таким образом, для получения шлака, обеднённого цветными металлами, важно поддерживать на определенном уровне температуру, как в верхних слоях шлака, так и в нижних.

Добавка в шихту плавки медно-никелевых концентратов небольшого количества (2-3%) углеродистого восстановителя уменьшает потери цветных металлов со шлаком. Добавка углеродистого восстановителя приводит также к повышению производительности и незначительному увеличению выбросов  $SO_2$  за счет увеличения содержания сульфидов.

Как показывает анализ влияния основных технологических параметров на процесс, важное значение приобретает поддержание параметров в определенных границах [4,6]. Это может быть достигнуто как применением более эффективных средств автоматизации, так и повышением автоматизации рабочих мест.

## 2.2 Построение регрессионного уравнения для удельного расхода электроэнергии

### 2.2.1 Расчет коэффициентов множественной регрессии

Экспериментально установлено, что удельный расход электроэнергии зависит от мощности, напряжения, температуры расплава шлака, загрузки агломерата, загрузки песка, заливки конверторного шлака, загрузки угля. Причем зависимости носят линейный характер [5]. Поэтому уравнение регрессии следует строить в виде:

$$F = b_0 + b_1P + b_2U + b_3T_{\text{шл}} + b_4G_{\text{агл}} + b_5G_{\text{SiO}_2} + b_6G_{\text{шлака}} + b_7G_C. \quad (2.7)$$

Это уравнение является линейным относительно коэффициентов  $b_i$ .

Обозначая  $P, U, T_{\text{шл}}, G_{\text{агл}}, G_{\text{SiO}_2}, G_{\text{шлака}}, G_C$  за переменные  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7$ , можно свести уравнение (2.4) к случаю множественной линейной регрессии [7]:

$$y = b_0 + b_1z_1 + b_2z_2 + b_3z_3 + b_4z_4 + b_5z_5 + b_6z_6 + b_7z_7. \quad (2.8)$$

В дальнейшем вместо уравнения (2.7) будем строить уравнение (2.8).

Данные наблюдений необходимые для построения регрессионных зависимостей представлены в табличной форме (приложение А). Вектор-столбец экспериментальных значений  $y$  обозначим за  $Y$  (приложение Б). Регрессионную матрицу, в которой  $i$ -я строка ( $i=1,2,\dots,n$ ) представляет собой наблюдение вектора значений независимых переменных  $X_1, X_2, \dots, X_m$  обозначим за  $X$  (приложение Б). В ней первый столбец, состоящий из единиц, введён для свободного члена  $b_0$ . Вектор-столбец размерности  $(m+1)$  параметров

эмпирического уравнения регрессии, где  $m=7$  число переменных, обозначим за  $b$ . Объем выборки (число наблюдений), помещенной в матрицу  $X$ , составляет  $n=50$ .

Вычисление коэффициентов множественной линейной регрессии производится по формуле, в векторной форме имеющей вид:

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

В результате вычислений (приложение В) получаем столбец коэффициентов

$$b = \begin{pmatrix} -104,5486685 \\ 14,3239675 \\ 0,0664021 \\ 0,5860053 \\ -8,8098788 \\ -11,4718624 \\ -9,4744413 \\ -10,8546292 \end{pmatrix}$$

#### Расчет дисперсии и стандартной ошибки коэффициентов

Наиболее удобно формулы расчета дисперсии и стандартной ошибки приводить в матричной форме.

Обозначим через  $q$  вектор-столбец отклонений выборочных значений зависимой переменной  $Y$  от значений, полученных по уравнению регрессии

$$q = \begin{pmatrix} q_1 \\ \dots \\ q_n \end{pmatrix}$$

Построим дисперсионно-ковариационную матрицу по формуле

$$K = \sigma^2 (X^T X)^{-1}.$$

Результат вычисления  $K$  вынесен в приложение Г.

Поскольку истинное значение дисперсии  $\sigma^2$  по выборке определить

невозможно, оно заменяется соответствующей несмещенной оценкой:

$$S^2 = \frac{\sum q_i^2}{41} = 38,2877193$$

Следовательно, по выборке мы можем определить лишь выборочные дисперсии эмпирических коэффициентов регрессии

$$S_{b_j}^2 = S^2 \cdot z_{jj}, \quad j = 0, 1, \dots, m,$$

где  $z_{jj}$  -  $j$ -й диагональный элемент матрицы  $Z^{-1} = (X^T X)^{-1}$ . Тогда  $S = \sqrt{S^2}$  является стандартной ошибкой регрессии, а  $S_{b_j} = \sqrt{S_{b_j}^2}$  является стандартной ошибкой коэффициента регрессии  $b_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, 8$ .

$$S_b = \begin{pmatrix} 141,9150093 \\ 0,2406806 \\ 0,0216607 \\ 0,1128655 \\ 0,1315736 \\ 0,3201783 \\ 0,3613675 \\ 1,1829068 \end{pmatrix}$$

Проверка статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии

Статистическая значимость коэффициентов множественной линейной регрессии с семью объясняющими переменными проверяется на основе  $t$  – статистики [13]

$$t_i = \frac{b_i}{Sb_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 8$$

имеющей в данной ситуации распределение Стьюдента с числом степеней свободы 42. При уровне значимости равном  $\alpha = 0.1$  наблюдаемое значение  $t$  – статистики сравнивается с критической точкой  $t_{\alpha/2, n-m-1} = 1,6819524$  распределения

Стьюдента.

Результаты вычисления  $t$ -статистики (приложение Д)

$$t = \begin{pmatrix} -0,7366992 \\ 59,5144148 \\ 3,0655598 \\ 5,1920662 \\ -66,9578041 \\ -35,8296065 \\ -26,218303 \\ -9,176234 \end{pmatrix}$$

показывают, что  $|t_i| > t_{\alpha/2, n-m-1}$ ,  $i = 2, 4, 5, 6, 7$  следовательно, коэффициенты  $b_1, b_3, b_4, b_5, b_6$  являются статистически значимыми. Так как  $|t_i| < t_{\alpha/2, n-m-1}$  при  $i = 1, 3, 8$  коэффициенты  $b_0, b_2, b_7$  считаются статистически незначимыми, поэтому их можно исключить из уравнения регрессии. Исключение коэффициентов  $b_0, b_2, b_7$  привело к существенной потере качества модели. Проверка ошибки регрессии после исключения какого-либо из коэффициентов  $b_0, b_2, b_7$  показала, что удаление их невозможно, так как происходит нарушение корреляции и сильный рост ошибки регрессии. Это говорит о том, что проверка статистической значимости с помощью  $t$ -статистики является весьма приблизительной.

После корректировки коэффициентов, они приняли следующие значения:

$$b = \begin{pmatrix} -101,9486685 \\ 15,4539675 \\ 0,0664021 \\ 0,5860053 \\ -8,9998788 \\ -15,0718624 \\ -9,6744413 \\ -10,8546292 \end{pmatrix}$$

Проверка общего качества уравнения регрессии

Для проверки общего качества уравнения регрессии используется оценка корреляционного отношения, которая рассчитывается по формуле:

$$R = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}},$$

где  $\bar{Y}$  - выборочное среднее экспериментальных значений  $Y$ , а  $y_i$  - расчетное значение функции  $y$ .

В общем случае  $0 \leq R \leq 1$ . Чем ближе этот коэффициент к единице, тем больше уравнение регрессии объясняет поведение  $Y$ . Для множественной регрессии корреляционное отношение является неубывающей функцией числа объясняющих переменных. Добавление новой объясняющей переменной никогда не уменьшает значение  $R$ .

Скорректированная оценка корреляционного отношения может быть представлена в следующем виде

$$\bar{R} = \sqrt{1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1}}.$$

Отсюда следует, что  $\bar{R} < R$  для  $m > 1$ . С ростом значения  $m$  скорректированная оценка корреляционного отношения растет медленнее, чем (обычная) оценка корреляционного отношения.

Значения  $R$  и  $\bar{R}$ , являются суммарными мерами общего качества уравнения регрессии. В данном случае  $R = 0.9885977$  и  $\bar{R} = 0.9866845$ .

#### Анализ статистической значимости корреляционного отношения

Для того чтобы при заданном уровне значимости  $\alpha$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: \eta = 0$  о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции нормальной двумерной случайной величины при конкурирующей гипотезе  $H_1: \eta \neq 0$ , надо вычислить наблюдаемое значение критерия:

$$T_{\text{набл}} = q\sqrt{n-2} / \sqrt{1-\eta^2},$$

где  $n$  - объем выборки,  $\eta$  - выборочный коэффициент корреляции. Теперь по таблице критических точек распределения Стьюдента, по заданному уровню



$\alpha = 0,001$  и числу степеней свободы  $k = n - 2$  найти критическую точку  $t_{кр}(\alpha; k)$ .

Если  $|T_{набл}| < t_{кр}$  - нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Если  $|T_{набл}| > t_{кр}$  - нулевую гипотезу отвергают. Другими словами, выборочный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, т.е. X и Y коррелированы.

В нашем случае  $\alpha = 0,001$ ,  $T_{набл} = 45,49$ ,  $t_{кр} = 3,5$

$|T_{набл}| > t_{кр}$  - найденный коэффициент корреляции значим, а X и Y коррелированы.

Проверка предпосылок метода наименьших квадратов для множественной регрессии.

Статистическая значимость коэффициентов регрессии и близкое к единице значение  $R^2$  не гарантирует сами по себе высокое качество уравнения регрессии. Для более точного анализа качества модели необходимо проверить выполнение предпосылок метода наименьших квадратов [7,19].

Предпосылка 1. Математическое ожидание случайного отклонения равно нулю.

Вычисляем верхнюю и нижнюю границу доверительного интервала для математического ожидания при уровне значимости равном  $\alpha = 0,05$ . Если доверительный интервал накрывает ноль, то можно принять, что математическое ожидание случайного отклонения равно нулю с доверительной вероятностью равной 0,95. В результате вычисления (приложение E) получаем интервал (8,2731414; -11,8488505). Очевидно, он покрывает ноль, из чего следует выполнение предпосылки 1 с вероятностью 0,95.

Предпосылка 2. Модель является линейной относительно параметров. Выполнимость этой предпосылки следует из линейности построенной модели относительно коэффициентов  $b_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 8$ .

Предпосылка 3. Ошибки  $q_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 50$ , имеют нормальное распределение  $N(0, S)$ . Для проверки нормальности ошибок необходимо, во-первых, сформулировать проверяемую  $H_0$  и альтернативную  $H_1$  гипотезы.

$$H_0: q_i \in N(38, 2877193),$$

$$H_1: q_i \notin N(38, 2877193).$$

Во-вторых, выбираем уровень значимости  $\alpha = 0.001$ . Для проверки гипотез воспользуемся критерием  $\chi^2$ . Вычисляем расчетное и критическое значение  $\chi^2$ . Если расчетное значение меньше критического  $\chi_{кр}^2$ , то гипотеза  $H_0$  подтверждается. В данном случае  $\chi^2 = 1,1338079$ ,  $\chi_{кр}^2 = 16,2662362$ , то есть  $\chi^2 < \chi_{кр}^2$ . Следовательно, с вероятностью  $\alpha = 0.001$  гипотеза  $H_0$  подтверждается.

### 2.3 Игровая модель управления процессом

Для построения математической модели в виде статистической игры, необходимо определить параметры, задающие состояния «природы» и стратегии «статистика», а затем построить платежную матрицу игры. В качестве «природы» выступает система рудно-термической плавки, состояния которой характеризуются диапазонами температур шлака  $T_{\text{шл}}$ :

$$\Pi_1:[1250,1260];$$

$$\Pi_2:(1260,1270];$$

$$\Pi_3:(1270,1280];$$

$$\Pi_4:(1280,1290].$$

Стратегии «статистика» (системы управления) задаются диапазонами значений управляющих параметров напряжения  $U$  и мощность  $P$ . Согласно технологическим ограничениям на  $U$  и  $P$ , а также статистическим данным, общий диапазон возможных значений составляет для  $U$  от  $U'$  до  $U''$  вольт и для  $P$  от  $P'$  до  $P''$  ампер, т.е.

$$U' \leq U \leq U'',$$

$$P' \leq P \leq P''.$$

Поделим диапазоны изменений  $U$  и  $P$  на  $m$  частей и определим стратегии  $S_{i+j}$  «статистика» следующим образом:

$$S_{i,j}: U_{i-1} < U \leq U_i, P_{j-1} < P \leq P_j, i, j = 2, \dots, m;$$

$$S_{1,j}: U_1 \leq U \leq U_2, P_{j-1} < P \leq P_j, j = 2, \dots, m;$$

$$S_{i,1}: U_{i-1} < U \leq U_i, P_1 \leq P \leq P_2, i = 1, \dots, m.$$

Для построения платежной матрицы обратимся к регрессионному уравнению для удельного расхода электроэнергии

$$W_{уд} = b_0 + b_1 P + b_2 U + b_3 T_{шл} + b_4 G_{агл} + b_5 G_{SiO_2} + b_6 G_{кшлака} + b_7 G_C \quad (2.2)$$

Значения коэффициентов  $b_i$  данного уравнения приведены в приложение В.

При каждом наборе значений загрузочных параметров  $G_{агл} = G_{агл}^*$ ,  $G_{кшл} = G_{кшл}^*$ ,  $G_C = G_C^*$  и  $G_{SiO_2} = G_{SiO_2}^*$  платеж  $a_{ijk}$ , соответствующей стратегии «статистика»  $S_{ij}$  и состоянию природы  $\Pi_k$ , формируется следующим образом. Введем обозначение:

$$Z^* = Z(G_{агл}^*, G_{кшл}^*, G_C^*, G_{SiO_2}^*) = b_0 + b_4 G_{агл} + b_5 G_{SiO_2} + b_6 G_{кшлака} + b_7 G_C.$$

Подставляя значения загрузочных параметров в формулу (2.2), получим с учетом введенных обозначений

$$W_{уд} = Z^* + b_1 P + b_2 U + b_3 T_{шл}.$$

Поскольку  $b_1 > 0$ ,  $b_2 > 0$ ,  $b_3 > 0$  получаем

$$a_{ijk} = Z^* + b_1 P_{j+1} + b_2 U_{i+1} + b_3 T_{k+1}$$

В этом случае можно считать, что при  $T \in (T_k, T_{k+1})$  и выборе стратегии  $S_{ij}$  удельный расход электроэнергии будет не более  $a_{ijk}$  кВт·ч/т.

Анализ оптимальной стратегии осуществляется одновременно по всем критериям: Байеса, Лапласа, Ваальда, Гурвица. Для критерия Гурвица параметр  $\gamma$  берется равным 0.5. Оптимальной считается та стратегия, на которую указывает наибольшее число указанных критериев.

## 2.4 Анализ результатов численного эксперимента

С помощью приложения ИУС\_РТП были проведены численные эксперименты для получения оптимальных стратегий при различных значениях загрузочных параметров. Результаты расчетов представлены в таблицах 2.1, 2.2.

Таблица 2.1 – Результаты численных экспериментов

G(SiO <sub>2</sub> )=9160, G(шлака)=4660, G(C)=2660				G(Агл)=40000, G(шлака)=4660, G(C)=2660			
G(Агл)	W(уд)	U(напр)	P(мощн)	G(SiO <sub>2</sub> )	W(уд)	U(напр)	P(мощн)
40000	819	400-475	42-47	9160	819	400-475	42-47
41000	810	400-475	42-47	9460	819	400-475	42-47
42000	801	400-475	42-47	10060	804	400-475	42-47
43000	792	400-475	42-47	12060	773	400-475	42-47
50000	701	400-475	42-47	14060	743	400-475	42-47

Таблица 2.2 – Результаты численных экспериментов

G(SiO <sub>2</sub> )=9160, G(агл)=40000, G(C)=2660				G(SiO <sub>2</sub> )=9160, G(агл)=40000, G(шлака)=4660			
G(шлака)	W(уд)	U(напр)	P(мощн)	G(C)	W(уд)	U(напр)	P(мощн)
4660	819	400-475	42-47	2660	819	400-475	42-47
4760	819	400-475	42-47	2860	819	400-475	42-47
5060	781	400-475	42-47	3360	808	400-475	42-47
5260	781	400-475	42-47	3860	808	400-475	42-47
6860	772	400-475	42-47	5860	771	400-475	42-47

Результаты численных экспериментов показывают, что с увеличением значений нагрузочных параметров удельное потребление электроэнергии снижается. При этом оптимальная стратегия «статистика» (диапазоны значений управляющих параметров) остаются неизменными. Это связано с достаточно грубым разбиением диапазонов для напряжения и мощности. При сужении диапазонов изменения напряжения от 320 В до 480 В и мощности от 36 МВт до 48 МВт получилась следующая оптимальная стратегия: напряжение от 400 В до 440 В и мощность от 42 МВт до 45 МВт.

Таким образом, согласно проведенным экспериментам для оптимизации удельного потребления электроэнергии достаточно поддерживать следующие значения управляющих параметров: напряжение 440 В, а мощность 44 МВт.

## **3 Разработка приложения «ИУС\_РТП»**

### **3.1 Требования к программному изделию**

Требования к функциональным характеристикам системы

Разрабатываемая система должна удовлетворять следующим требованиям:

- соответствовать функциональным требованиям, заявленным в постановке задачи;
- сохранять информацию, полученную от пользователя;
- иметь дружелюбный по отношению к пользователю интерфейс (под дружелюбным интерфейсом понимается, прежде всего, удобство работы с приложением, ненавязчивость, максимально возможная функциональность);
- генерировать рекомендации по управлению техпроцессом в текущий момент времени в понятной для оператора форме;
- уметь адекватно реагировать на возможные ошибки пользователя, обеспечивать простоту администрирования системы.

Требования к надежности

Под надежностью понимается свойство системы выполнять возложенные на нее задачи в определенных условиях эксплуатации. Поэтому необходимо предусмотреть контроль вводимой информации, блокировку некорректных действий пользователя при работе с программой и в случае ошибки выдавать соответствующее сообщение.

Требования по эргономике и технической эстетике

Требования к эргономике и технической эстетике для системы должны определяться действующими общенациональными требованиями по эргономике и технической эстетике автоматизированных систем управления.

Пользовательский интерфейс должен быть адекватен решаемым задачам, прост в обращении, должен содержать справочную систему.

### Требования к лингвистическому обеспечению

Лингвистическое обеспечение АСУ должно удовлетворять следующим требованиям:

- должен быть использован принцип объектно-ориентированного программирования;
- должен быть применен язык высокого уровня, использующий принципы визуального программирования.

Требования по лингвистическому обеспечению также предполагают использование единого логического и понятийного интерфейса для пользователей.

### Требования к программному обеспечению

Система должна работать под управлением семейства операционных систем Win 32 (Windows 98, XP, ME, Vista, Seven). В целях производственной необходимости требования к системному программному обеспечению по согласованию заказчика и исполнителя могут быть изменены с соответствующей корректировкой технического задания.

### Обоснование выбора среды разработки

На текущий момент имеется несколько развитых языков программирования, позволяющих создавать полноценные программы, предназначенные для работы в среде Windows, но основными конкурирующими платформами являются C++ и Delphi.

В последнее время появились программные продукты, реализующие концепцию быстрой графической разработки программ (RAD). Примерами



таких сред программирования для C++ могут являться C++Builder фирмы Borland и Optima++ фирмы Powersoft.

C++ Builder для Windows, выпущенное в 1997г. компанией Borland International – новое средство быстрой разработки корпоративных информационных систем. Это средство сочетает в себе удобства визуальной среды разработки, объектно-ориентированный подход, разнообразные возможности повторного использования кода, открытую архитектуру и высокопроизводительный компилятор языка C++ [17,19].

Интерфейс C++ Builder в значительной мере повторяет модель Delphi с инструментальной панелью компонентов.

Программирование в основном сводится к проектированию форм из элементов графической библиотеки компонентов (Visual Component Library). Разместив компоненты, программист устанавливает их свойства и «привязывает» программные фрагменты к определенным событиям.

Библиотека Visual Component Library содержит более ста компонентов. Помимо стандартных объектов пользовательского интерфейса Microsoft Windows имеются компоненты для:

- наиболее употребительных элементов управления Windows;
- элементов управления, связанных с базами данных;
- объектов баз данных, например, таблиц и транзакций;
- объектов для составления отчетов;
- компонентов Internet.

C++ Builder совместим с элементами ActiveX.

Здесь применена технология инкрементного построения проекта [19], впервые реализованная в Delphi. Проект может быть создан в фоновом режиме, параллельно с редактированием исходного текста, что значительно сокращает время, затрачиваемое на его разработку.

Отладчик C++ Builder полностью интегрирован в пакет. При исполнении программы разработчик имеет доступ к окнам контроля значений переменных, точкам прерываний, потокам, регистрам и стекам вызовов. В любой момент

программу можно приостановить, внести изменения и частично перестроить проект.

Конструктор форм и другие инструментальные средства продолжают функционировать во время выполнения программы, что позволяет в ходе отладки добавлять новые события.

Вышеперечисленные достоинства пакета Borland C++ Builder, делают его очень удобной средой для разработки программ под Windows, что стало решающим аргументом при выборе среды разработки для написания программного продукта.

### **3.2 Описание программного приложения**

Программное приложение разработано в виде одной программы:

- RTPshlak.bpr - является первой точкой входа и содержит ссылки на другие файлы проекта и связывает формы с соответствующими модулями;
- Unit1.cpp – основной модуль приложения;
- xfs.stf – файл статистики, использующийся для загрузки статистических данных по умолчанию;
- xfx.stf – файл статистики, использующийся для начальной загрузки статистических данных при запуске программы;
- xf.stf – файл статистики, изменяющийся при работе с программой (при дополнении из другого файла аналогичного формата);
- help.chm – файл справки, содержащий руководство пользователя.

Блок-схема функционирования программного продукта представлена в приложении Ж.

В программе реализованы следующие функции:

- загрузка статистической информации;
- обработка статистической информации с выводом графиков гистограмм;

- вычисление управления, рекомендуемого при данных значениях входных параметров;
- сохранение и загрузка установленных значений входных параметров управления.

### 3.2.1 Загрузка и обработка статистической информации

Для удобства использования в программном продукте для хранения информации используются файлы «.stf» и «.sav»:

- \*.stf – содержат статистические данные;
- \*.sav – содержат сохраненную информацию об установленных значениях данных управления.

При запуске программы осуществляется первоначальная загрузка статистической информации из файла xfx.stf.

### 3.2.2 Закладка «Управление»

На главной закладке «Управление» (Приложение П) содержатся элементы для установки входных параметров, поля для вывода информации об управлении. Также на этой закладке присутствует график, показывающий зависимость концентрации ценных компонентов в отвальном шлаке от температуры, на него же выводится максимальное значение потерь ценных компонентов при расчете управления.

### 3.2.3 Закладка «Матрица управления»

Закладка «Матрица управления» (Приложение Р) выводит платежную матрицу, а затем рассчитывает управление по выбранным критериям.

В качестве оптимального выбирается управление по критерию Байеса.

### 3.2.4 Закладка «Статистика»

На третьей закладке «Статистика» (Приложение С) выводится текущая таблица, содержащая загруженную статистику. Рядом помещена кнопка, представляющая на расположенном выше графике гистограмму распределения температур в загруженной статистике.

### 3.2.5 Сохранение и загрузка установленных значений входных параметров и управления

Сохранение и загрузка установленных значений осуществляется соответствующими кнопками меню «Файл», при этом используются стандартные диалоговые окна сохранения и открытия файла.

### 3.2.6 Главное меню

В меню «Файл» содержатся кнопки, служащие для реализации функций программы, описанных в пунктах 3.2.1 и 3.2.5 а так же кнопка выхода из программы. Открытие и сохранение реализовано с помощью стандартных для ОС Windows диалоговых окон.

В меню «Справка» содержится кнопка вызова руководства пользователя, открывающая файл help.chm стандартным средством операционной системы.

Пункты меню «Файл»:

- «Загрузить данные управления» – загружает входные данные управления из файлов «.sav», открываемых с помощью стандартного диалогового окна;
- «Сохранить данные управления» – сохраняет входные данные управления в файл «.sav», выбираемый с помощью стандартного диалогового окна;

- «Загрузить статистику по умолчанию» – заменяет используемые в программе статистические данные из файла xfx.stf. Итоговая статистика сохраняется в файл xf.stf;

- «Загрузить статистику из файла» – заменяет используемые в программе статистические данные данными из файла «.stf», выбираемого с помощью стандартного диалогового окна. Итоговая статистика сохраняется в файл xf.stf;

- «Дополнить статистику» – дополняет используемые в программе статистические данные из файла «.stf», выбираемого с помощью стандартного диалогового окна. Итоговая статистика сохраняется в файл xf.stf;

«Выход» – завершает работу программы.

### 3.3 Руководство пользователя

#### 3.3.1 Установка программы на компьютер пользователя

Перед началом установки необходимо войти в систему Windows (98, Me, XP, Vista, Seven) под правами администратора, для того чтобы делать изменения в реестре и самой операционной системе.

Для установки программы запускаем setup.exe. Открывается окно, в котором необходимо выбрать язык установки (рисунок 3.1)

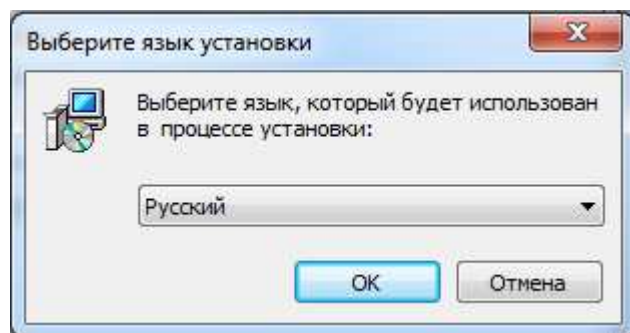


Рисунок 3.1 – Выбор языка установки

Выбираем русский язык. Открывается окно выбора каталога установки (рисунок 3.2)

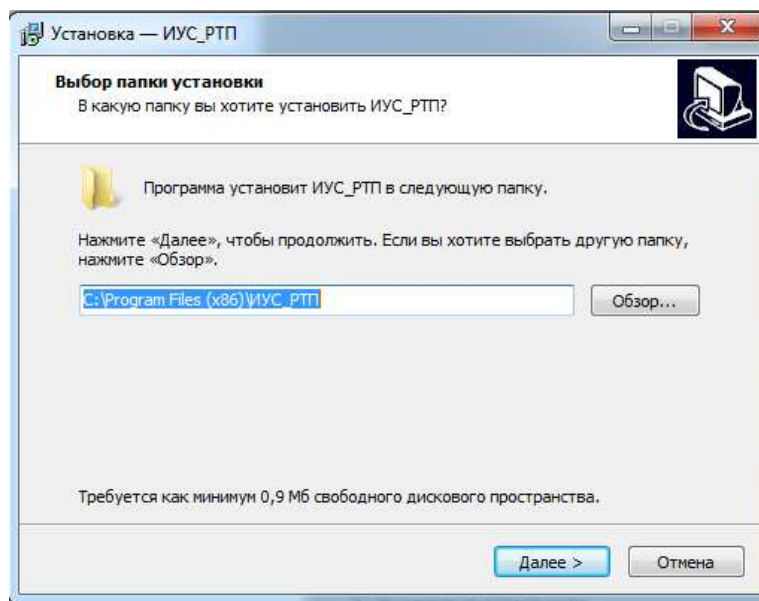


Рисунок 3.2 – Выбор каталога установки

После пользователю предоставляется возможность создать ярлык на рабочем столе (рисунок 3.3).

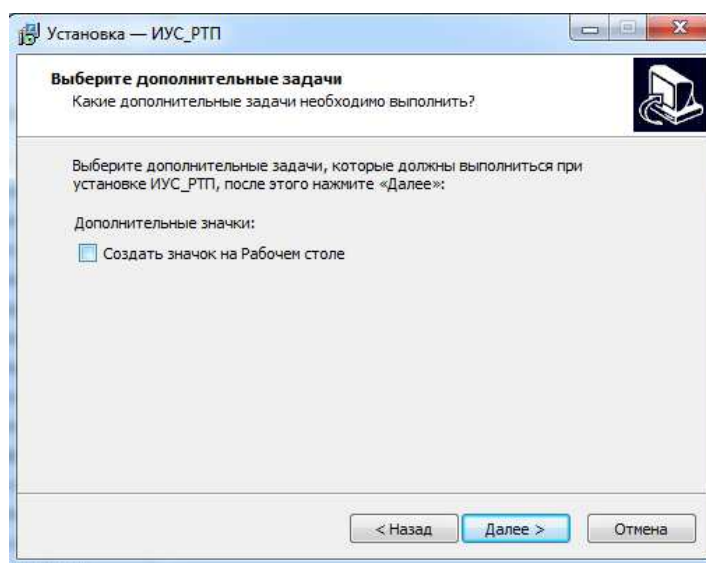


Рисунок 3.3 – Выбор дополнительных задач

Программа установки готова начать установку программного продукта на компьютер пользователя (рисунок 3.8).

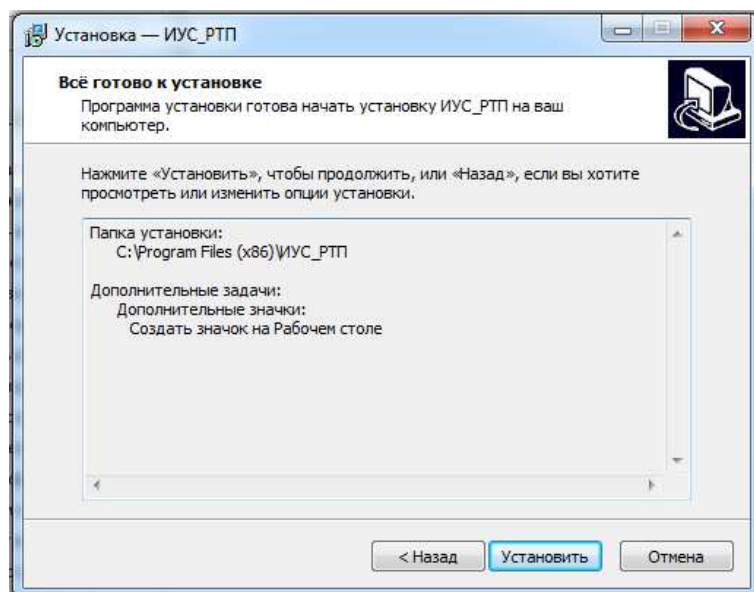


Рисунок 3.4 – Все готово к установке

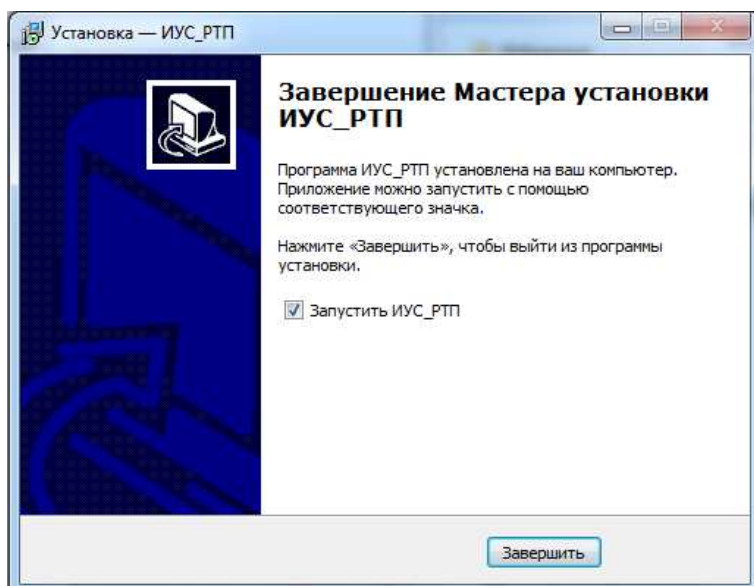


Рисунок 3.5 – Завершение установки

После нажатия кнопки «Звершить», запускается программа «ИУС\_РТП» (рисунок 3.5).

### 3.3.2 Работа с программным продуктом

Для запуска программы следует запустить файл ИУС\_РТП.exe, который находится на рабочем столе.

Выводится окно программы с открытой вкладкой «Управление» (рисунок 3.6). При этом используется файл с текущей статистикой xfx.stf, на основе которой будет сформирован график-гистограмма «Зависимость удельного потребления электроэнергии от температуры».

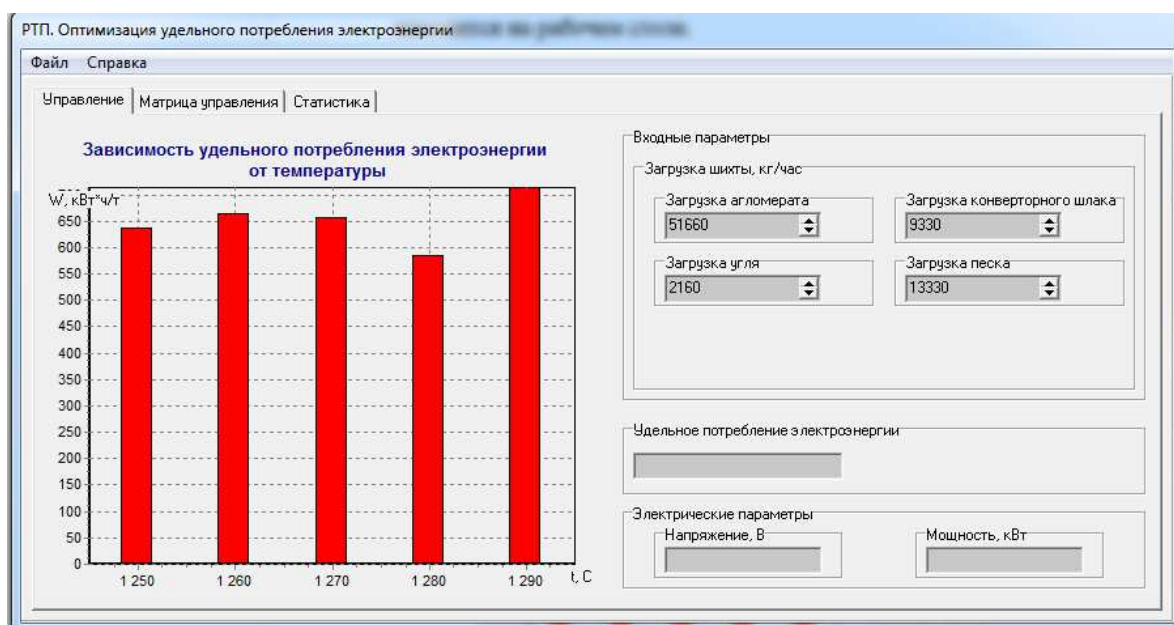


Рисунок 3.6 – Окно программы на закладке «Управление»

На этой закладке пользователю предлагается ввести входные параметры для процесса управления – осуществить загрузку шихты, в которую входит:

- загрузка агломерата;
- загрузка конверторного шлака;
- загрузка угля;



загрузка песка.

Для того чтобы рассчитать управление необходимо перейти к закладке «Матрица управления» (рисунок 3.7)

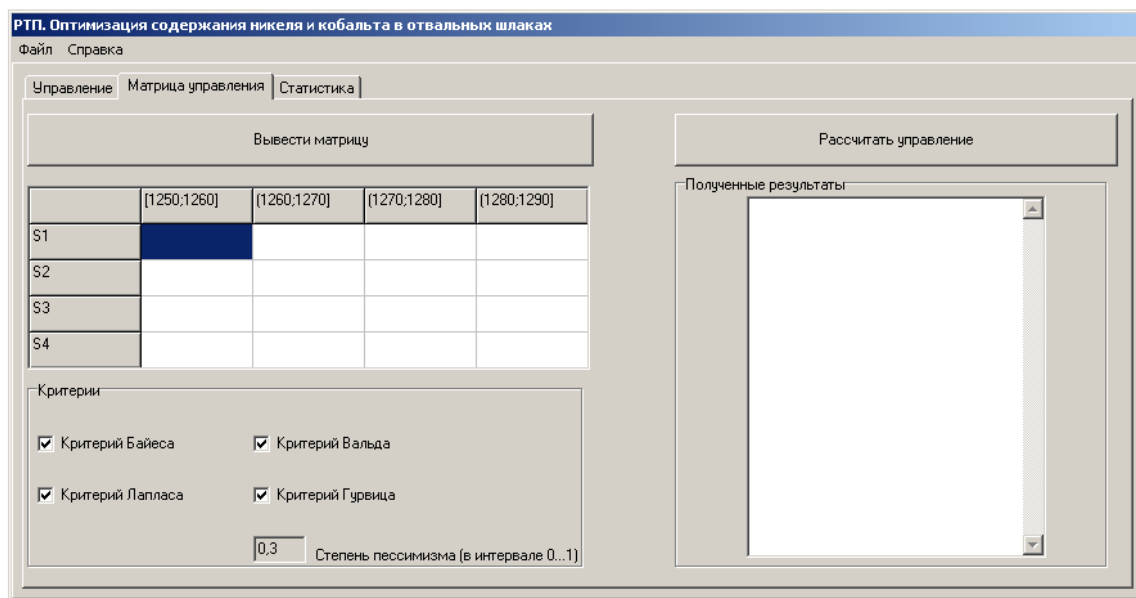


Рисунок 3.7 – Окно программы на закладке «Матрица управления»

Здесь пользователю надо нажать на кнопку «Вывести матрицу» (рисунок 3.8)



Рисунок 3.8 – Закладка «Матрица управления», кнопка «Вывести матрицу»

После вывода матрицы, необходимо нажать на кнопку «Рассчитать управление». Управление рассчитывается по 4 критериям: Байеса, Лапласа, Вальда, Гурвица.

Для критерия Гурвица необходимо ввести степень пессимизма в интервале (0; 1). Если пользователь введет значение, не принадлежащее этому интервалу, будет выведено сообщение (рисунок 3.9)

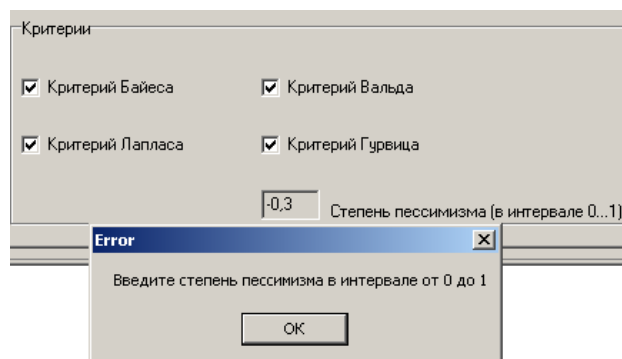


Рисунок 3.9 – Реакция программы на неправильный ввод степени пессимизма

Если степень пессимизма была введена правильно, то результат расчета отобразится в поле «Полученные результаты» (рисунок 3.10)

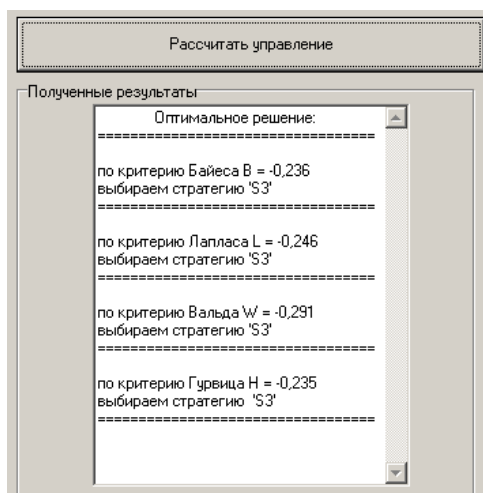


Рисунок 3.10 – Закладка «Матрица управления»,  
кнопка «Рассчитать управление»

Оптимальным считается результат, который дает критерий Байеса.

На закладке «Управление» отображается этот результат, строится график «Зависимость удельного потребления электроэнергии от температуры» (рисунок 3.11)

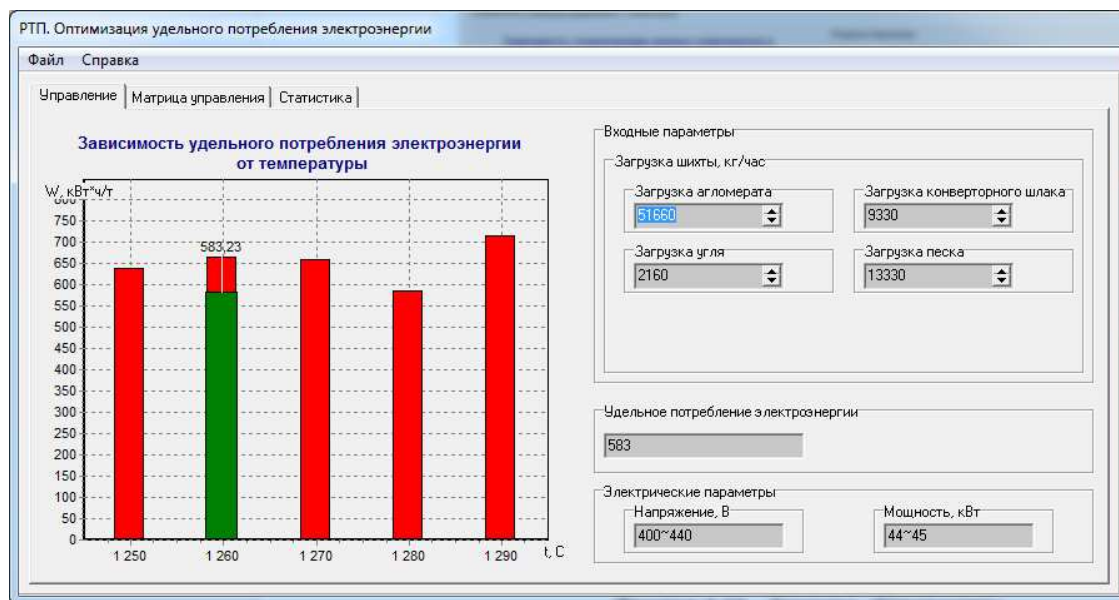


Рисунок 3.11 – Закладка «Управление»

Из меню «Файл» для закладки «Управление» пользователь может загрузить данные управления, если таковые имеются, а также сохранить данные управления (рисунок 3.12)

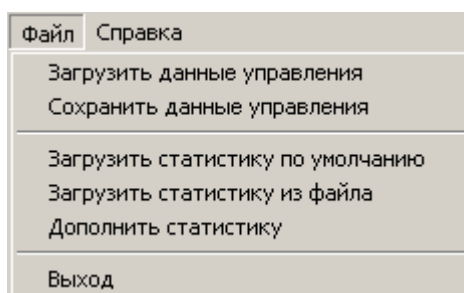


Рисунок 3.12 – Меню «Файл»

При сохранении следует ввести имя файла, либо выбрать готовый файл. Для загрузки данных управления следует выбрать файл с расширением «.sav», предварительно созданный этой программой. При удачном сохранении данных будет выведено сообщение (рисунок 3.13)

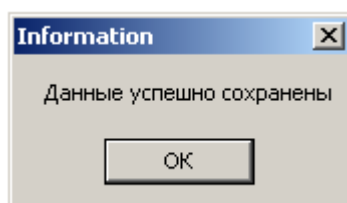


Рисунок 3.13 – Сохранение данных управления

Для закладки «Статистика» пользователь может загрузить статистические данные процесса управления, как по умолчанию, так и из выбранного им файла. Так же пользователь сможет и дополнить уже имеющуюся статистику (рисунок 3.12).

Чтобы просмотреть гистограмму распределения температур, пользователю необходимо нажать на кнопку «Построить гистограмму» (рисунок 3.13):

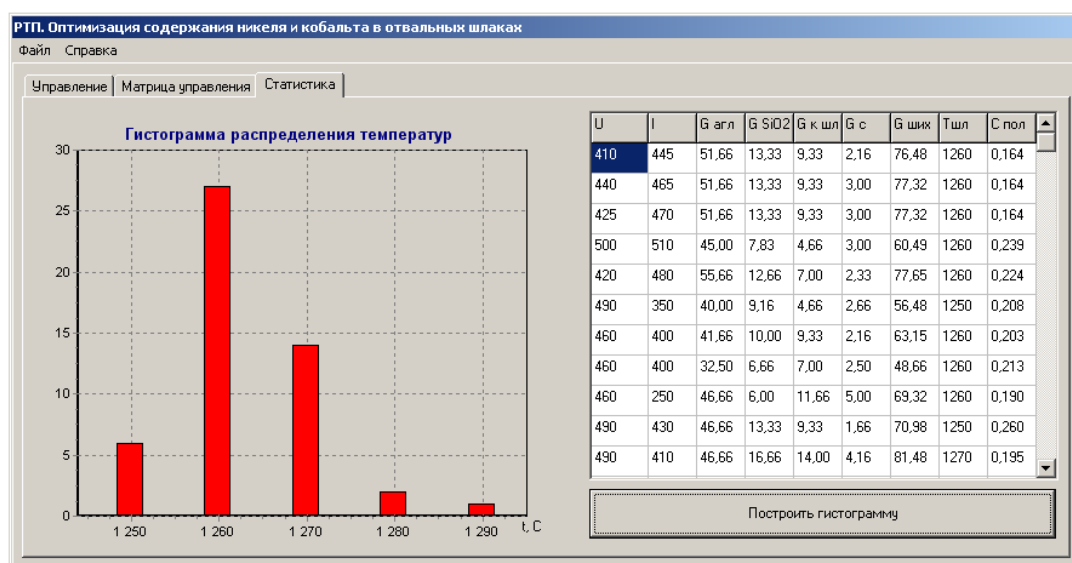


Рисунок 3.13 – Закладка «Статистика»

Для вызова руководства пользователя воспользуйтесь меню «Справка», выбрав пункт меню «Руководство пользователя» (рисунок 3.14)

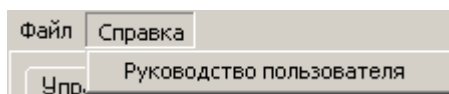


Рисунок 3.14 – Меню «Справка»

Для выхода из программы необходимо воспользоваться меню «Файл», выбрав пункт меню «Выход» (рисунок 3.12).

### 3.3.3 Удаление программы

Для того чтобы удалить программу «ИУС\_РТП с компьютера пользователя, достаточно зайти в Панель управления → Установка и удаление программ. Найти соответствующий ярлык программы и нажать на кнопку «Удалить» (рисунок 3.15)

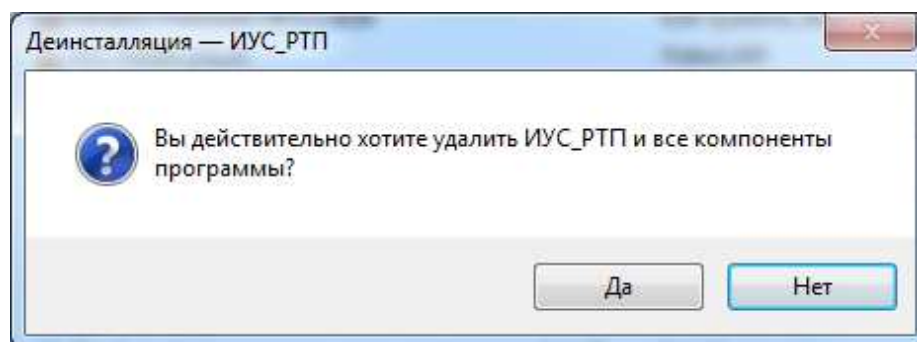


Рисунок 3.15 – Окно удаления программы

Если выбираем «Да», то получаем следующее сообщение (рисунок 3.16)

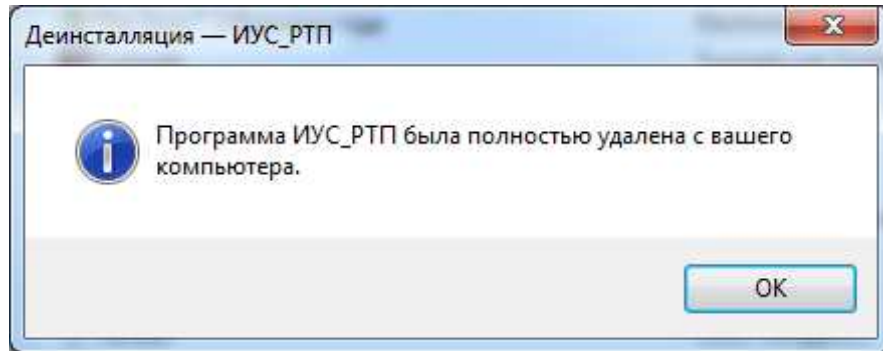


Рисунок 3.16 – Успешное удаление программы

Если - «Нет», то удаление программы отменяется.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были решены следующие задачи:

- проведен анализ процесса рудно-термической плавки, выявлены его особенности, причинно-следственные связи и основные параметры, влияющие на процесс;
- изучены ранее построенные математические модели процесса рудно-термической плавки;
- создана игровая модель управления производственным процессом на основе имеющихся статистических данных;
- создано программное обеспечение для моделирования режима управления, обеспечивающего минимальное удельное потребление электроэнергии в процессе рудно-термической плавки.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Босс В. Лекции по теории управления / В. Босс. – Москва: URSS, 2017. – Т. 1. – 216 с.
2. Вентцель, Е. С. Элементы теории игр: учеб. пособие / Е.С. Вентцель. – Москва: Физматгиз, 1961. – 67с
3. Гальнбек, А. А. Расчеты пирометаллургических процессов и аппаратур цветной металлургии: учебное пособие для вузов / А. А. Гальнбек, Л. М. Шалыгин, Ю. Б. Шмонин. – Челябинск: Металлургия, 1990. - 448 с.
4. Гоневная, О. Е. Принципы построения имитационной системы управления процессом рудно-термической плавки / О. Е. Гоневная // Межвузовский сборник научных трудов ГУ НИИ информатики и процессов управления: сб. науч. тр. / Красноярск, 2002. – Вып. 7. – С. 261– 268.
5. Горенский, Б. М. Автоматизированные системы имитационного управления объектами цветной металлургии: монография / Б. М. Горенский. – Красноярск: ГАЦМиЗ, 2002. – 152с.
6. Горенский, Б. М. Информационные технологии в металлургии: учеб. пособие / Б.М. Горенский, Т.А. Годовицкая, Г.Б. Данькина. – Красноярск: ГУЦМ, 2006. – 176 с.
7. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ. Множественная регрессия: учебник / Н. Дрейпер, Г. Смит. – Москва: Диалектика, 2007. – 912 с.
8. Зайцев, Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования: учебник / Ф. Г. Зайцев. – Киев: Выща школа, 1989. – 431 с.
9. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. Т.5. Методы современной теории автоматического управления. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 784 с.
10. Morgenstern, O. Теория игр и экономическое поведение / О. Morgenstern, Дж. фон Нейман. – Москва: Книга по Требованию, 2012. – 708 с.



11. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления: учебное пособие / А. А. Первозванский. – Санкт-Петербург: Лань, 2015. – 624 с.
12. Петросян, Л.А. Теория игр: учеб. пособие для ун-тов / Л.А. Петросян. – Москва: Высшая школа, Книжный дом «Университет», 1998. – 304 с.
13. Пугачев, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. С. Пугачев. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 2002. – 496 с.
14. Радченко, С. Г. Методология регрессионного анализа: монография / С. Г. Радченко. – Киев: Корнийчук, 2011. – 376 с.
15. Рапопорт, Э. Я. Анализ и синтез автоматического управления с распределенными параметрами: учебное пособие / Э. Я. Рапопорт. – Москва: Высшая школа, 2005. – 292 с.
16. Тер-Григорьянц, А. А. Статистические игры как метод принятия решений в условиях риска / А.А. Тер-Григорьянц // Вестник СевКавГТУ. Серия «Экономика». – 2003. – № 3. – С. 38 – 41.
17. Федоренко Ю. П. Алгоритмы и программы на С++ Builder / Ю. П. Федоренко. – Москва: ДМК Пресс, 2010. – 544 с.
18. Цымбал, В. П. Математическое моделирование сложных систем в металлургии: учеб. для вузов / В. П. Цымбал. – Кемерово: Кузбасвузиздат-АСТШ, 2006. – 431 с.
19. Шлее, М. Qt 5.3 Профессиональное программирование на С++ в подлиннике / М. Шлее. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2015. – 929 с.
20. De Vos, M. Game Theory: A Playful Introduction: textbook / M. De Vos, D. A. Kent. – Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2017. – 360 p.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Исходные статистические данные

$W_{уд}$	P	U	$T_{шл}$	$G_{агл}$	$G_{SiO_2}$	$G_{кшлака}$	$G_c$
кВт*ч	МВт	В	$^{\circ}C$	т/ч	т/ч	т/ч	т/ч
582	45	410	1260	51,66	13,33	9,33	2,16
570	44	440	1260	51,66	13,33	9,33	3,00
596	46	425	1260	51,66	13,33	9,33	3,00
753	45	500	1260	45,00	7,83	4,66	3,00
616	48	420	1260	55,66	12,66	7,00	2,33
680	38	490	1250	40,00	9,16	4,66	2,66
742	47	460	1260	41,66	10,00	9,33	2,16
862	44	460	1260	32,50	6,66	7,00	2,50
516	34	460	1260	46,66	6,00	11,66	5,00
586	43	490	1250	46,66	13,33	9,33	1,66
520	42	490	1270	46,66	16,66	14,00	4,16
545	44	490	1280	46,66	16,66	14,00	3,66
593	41	410	1260	43,33	13,33	9,33	3,66
680	47	365	1260	41,66	11,66	11,66	3,33
627	46	430	1260	40,83	12,50	9,33	4,16
598	45	410	1260	57,16	8,00	9,33	3,00
586	44	430	1260	58,33	5,83	9,33	1,00
790	46	410	1270	50,00	6,66	8,33	1,66
652	46	400	1270	45,00	11,66	11,66	1,66
557	40	520	1270	41,66	15,00	11,66	2,33
849	46	410	1270	25,00	13,33	11,66	2,66
573	39	500	1250	41,66	10,00	14,00	4,33
820	43	440	1260	38,33	5,00	9,33	2,50
560	38	480	1270	41,66	11,66	11,66	1,33
812	52	480	1250	41,66	11,66	11,66	3,00
744	46	500	1270	38,33	13,33	7,00	3,00
718	46	460	1270	45,00	11,66	4,66	3,33
714	45	420	1290	41,66	11,66	7,00	2,83

626	44	420	1280	35,00	13,33	11,66	3,33
716	45	450	1270	41,66	15,00	11,66	3,00
638	44	450	1260	45,00	10,00	11,66	2,50
707	48	460	1270	46,66	12,50	4,66	3,33
777	47	450	1260	36,66	10,00	11,66	2,33
788	48	460	1260	28,33	15,00	11,66	3,66
736	45	410	1260	41,66	6,50	11,66	1,50
638	44	460	1260	36,66	16,66	11,66	4,16
709	46	470	1260	45,00	6,66	11,66	1,66

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Вектор столбец экспериментальных значений

$W_{уд}$
582
570
596
753
616
680
742
862
516
586
520
545
593
680
627
598
586
790
652
557
849
573
820
560
812
744
718
714
626

716
638
707
777
788
736
638
709

Y=

## Регрессионная матрица

	P	U	T <sub>шл</sub>	G <sub>агл</sub>	G <sub>SiO2</sub>	G <sub>кшлага</sub>	G <sub>с</sub>
1	45	410	1260	51,66	13,33	9,33	2,16
1	44	440	1260	51,66	13,33	9,33	3,00
1	46	425	1260	51,66	13,33	9,33	3,00
1	45	500	1260	45,00	7,83	4,66	3,00
1	48	420	1260	55,66	12,66	7,00	2,33
1	38	490	1250	40,00	9,16	4,66	2,66
1	47	460	1260	41,66	10,00	9,33	2,16
1	44	460	1260	32,50	6,66	7,00	2,50
1	34	460	1260	46,66	6,00	11,66	5,00
1	43	490	1250	46,66	13,33	9,33	1,66
1	42	490	1270	46,66	16,66	14,00	4,16
1	44	490	1280	46,66	16,66	14,00	3,66
1	41	410	1260	43,33	13,33	9,33	3,66
1	47	365	1260	41,66	11,66	11,66	3,33
1	46	430	1260	40,83	12,50	9,33	4,16
1	45	410	1260	57,16	8,00	9,33	3,00
1	44	430	1260	58,33	5,83	9,33	1,00
1	46	410	1270	50,00	6,66	8,33	1,66
1	46	400	1270	45,00	11,66	11,66	1,66
1	40	520	1270	41,66	15,00	11,66	2,33
1	46	410	1270	25,00	13,33	11,66	2,66
1	39	500	1250	41,66	10,00	14,00	4,33
1	43	440	1260	38,33	5,00	9,33	2,50
1	38	480	1270	41,66	11,66	11,66	1,33
1	52	480	1250	41,66	11,66	11,66	3,00
1	46	500	1270	38,33	13,33	7,00	3,00
1	46	460	1270	45,00	11,66	4,66	3,33
1	45	420	1290	41,66	11,66	7,00	2,83
1	44	420	1280	35,00	13,33	11,66	3,33
1	45	450	1270	41,66	15,00	11,66	3,00

X=

1	44	450	1260	45,00	10,00	11,66	2,50
1	48	460	1270	46,66	12,50	4,66	3,33
1	47	450	1260	36,66	10,00	11,66	2,33
1	48	460	1260	28,33	15,00	11,66	3,66
1	45	410	1260	41,66	6,50	11,66	1,50
1	44	460	1260	36,66	16,66	11,66	4,16
1	46	470	1260	45,00	6,66	11,66	1,66
1	44	500	1270	58,33	10,00	11,66	2,50
1	42	420	1260	38,33	10,00	11,66	2,50
1	42	430	1270	48,33	10,83	11,66	3,00

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

Расчет коэффициентов множественной линейной регрессии.

Уравнение регрессии имеет вид:

$$y = b_0 + b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_3 z_3 + b_4 z_4 + b_5 z_5 + b_6 z_6 + b_7 z_7$$

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$b = \begin{pmatrix} -104,5486685 \\ 14,3239675 \\ 0,0664021 \\ 0,5860053 \\ -8,8098788 \\ -11,4718624 \\ -9,4744413 \\ -10,8546292 \end{pmatrix}$$



## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Дисперсионно-ковариационная матрица

$$K = \begin{pmatrix} 20139.8698536 & 1.0824277 & -0.3664835 & -15.9337753 & -0.1030997 & 10.728438 & -0.6580017 & -2.7996811 \\ 1.0824277 & 0.0579272 & -0.0011171 & -0.0025472 & -0.0023012 & -0.0148042 & 0.0265368 & 0.0275889 \\ -0.3664835 & -0.0011171 & 0.0004692 & 0.0001915 & -0.0002585 & -0.0017279 & 0.0008142 & -0.0047261 \\ -15.9337753 & -0.0025472 & 0.0001915 & 0.0127386 & -0.0004799 & -0.0079588 & -0.001903 & 0.0004116 \\ -0.1030997 & -0.0023012 & -0.0002585 & -0.0004799 & 0.0173116 & 0.0019327 & 0.0092066 & 0.0185654 \\ 10.728438 & -0.0148042 & -0.0017279 & -0.0079588 & 0.0019327 & 0.1025141 & -0.0138756 & -0.1238243 \\ -0.6580017 & 0.0265368 & 0.0008142 & -0.001903 & 0.0092066 & -0.0138756 & 0.1305864 & -0.0144402 \\ -2.7996811 & 0.0275889 & -0.0047261 & 0.0004116 & 0.0185654 & -0.1238243 & -0.0144402 & 1.3992684 \end{pmatrix}$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Проверка значимости коэффициентов регрессии.

$\alpha = 0,1$  - уровень значимости

$$t_0 := qt\left(1 - \frac{\alpha}{2}, df\right)$$

$t_0 = 1,6819524$  - критическая точка

$$t_i = \frac{b_i}{Sb_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 8 \quad t - \text{статистика имеющая распределение Стьюдента}$$

$b_i$  - найденный коэффициент регрессии

$Sb_i$  - стандартная ошибка коэффициента регрессии

$$t = \begin{pmatrix} -0,7366992 \\ 59,5144148 \\ 3,0655598 \\ 5,1920662 \\ -66,9578041 \\ -35,8296065 \\ -26,218303 \\ -9,176234 \end{pmatrix}$$

Если  $|t| > t_0$ , то коэффициент считается статистически значимым.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Проверка предпосылок метода наименьших квадратов.

1. Математическое ожидание случайного отклонения равно 0:

$$\text{mean}(q) = -1.7878546$$

$$n := \text{length}(q)$$

$$n = 50$$

$$\alpha := 0.05$$

$$1 - \alpha = 0.95$$

$$SS := \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot \text{var}(q)}$$

$$SS = 35.4015034$$

$$df := n - 1$$

$$df = 49$$

$$t_0 := \text{qt}\left(1 - \frac{\alpha}{2}, df\right) \quad t_0 = 2.0095752$$

$$U := \text{mean}(q) + t_0 \cdot \frac{SS}{\sqrt{n}} \quad U = 8.2731414 \quad \text{- верхняя граница}$$

$$L := \text{mean}(q) - t_0 \cdot \frac{SS}{\sqrt{n}} \quad L = -11.8488505 \quad \text{- нижняя граница}$$

Полученный интервал (8,2731414; -11,8488505) - ноль входит.

## 2. Нормальность ошибок:

$$I := 4$$

$$k := 0, 1..I$$

$$Mq := \max(q) + 0.0001$$

$$mq := \min(q) - 0.0001$$

$$h := \frac{(Mq - mq)}{I}$$

$$Mq = 94.7933152$$

$$mq = -98.2142521$$

$$h = 48.2518918$$

$$\text{int}_k := mq + h \cdot k$$

$$\text{int}_k =$$

-98.2142521
-49.9623603
-1.7104685
46.5414234
94.7933152

Гипотеза H0:  $m=0$ ,  $S1=382877193$

$$\text{Hist}_0 := 0 \qquad \text{Hist}_{1+I} := 0 \qquad i := 1..I$$

$$\text{Hist}_i := \text{hist}(\text{int}, q)_{i-1}$$

$$P_0 := \text{pnorm}(\text{int}_0, 0, S1) \qquad P_0 = 0.0051564$$

$$P_i := \text{pnorm}(\text{int}_i, 0, S1) - \text{pnorm}(\text{int}_{i-1}, 0, S1)$$

$$P_{1+I} := 1 - \text{pnorm}(\text{int}_I, 0, S1) \qquad P_{1+I} = 0.3862233$$

$$\text{Hist} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 21 \\ 21 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{Hi} := n \cdot \sum_{i=0}^5 \left[ \frac{\left( \frac{\text{Hist}_i}{n} - P_i \right)^2}{P_i} \right]$$

$$\text{Hi} = 1.1338079 \qquad \text{- расчетное значение } \rangle$$

$$\alpha := 0.001$$

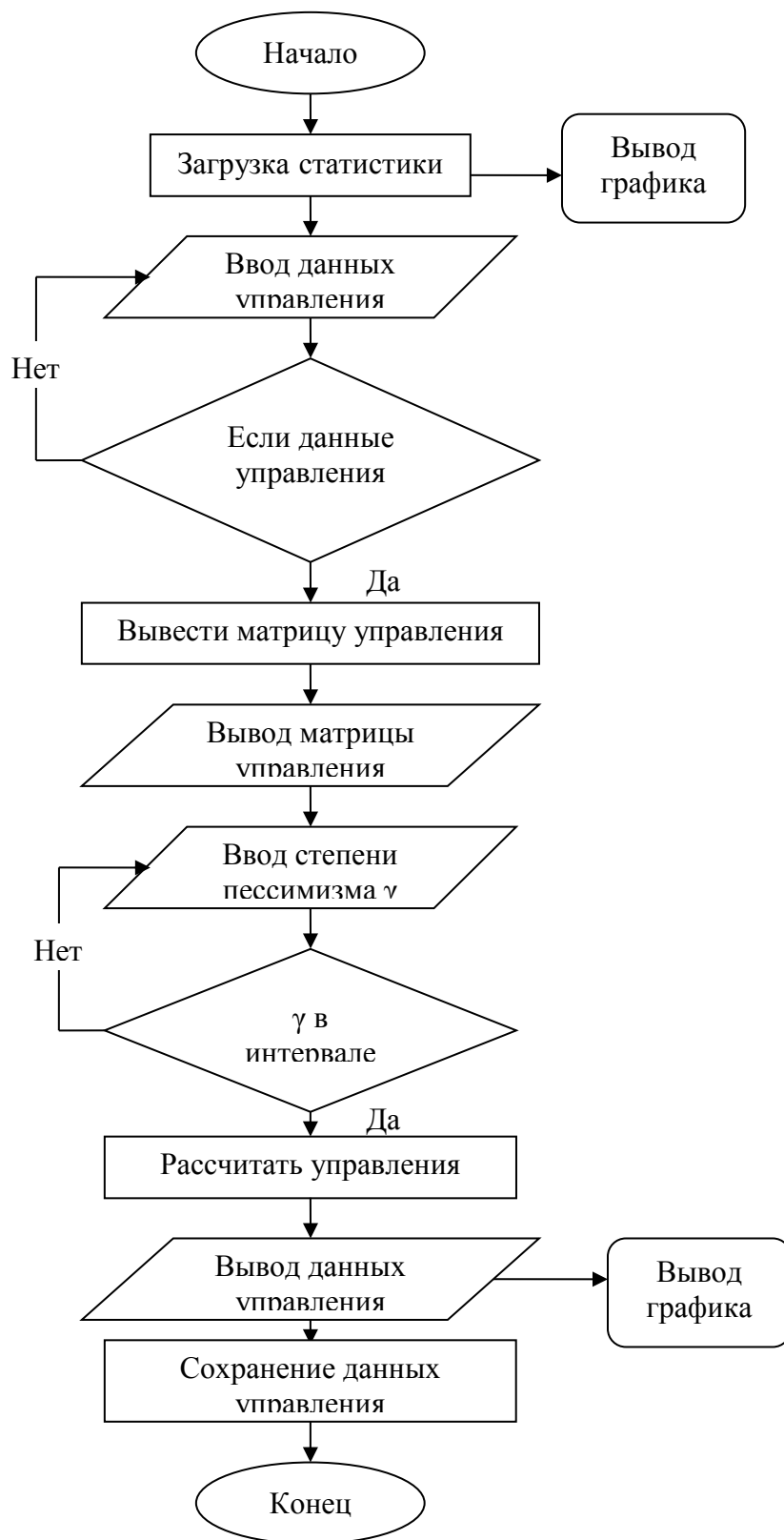
$$X2 := \text{qchisq}(1 - \alpha, I - 1)$$

$$X2 = 16.2662362 \qquad \text{- критическое значение } X$$

$\text{Hi} < X2$ , значит гипотеза подтверждается.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Блок-схема работы программного продукта



## **ПРИЛОЖЕНИЕ И**


Код программы

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт космических и информационных технологий

Системы автоматики, автоматизированного управления и проектирования

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой





 С. В. Ченцов  
« 22 » июня 2017 г.

### МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

#### УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ РУДНО-ТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАВКИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ПОМОЩЬЮ ИГРОВОЙ МОДЕЛИ

09.04.02. Информационные системы и технологии

09.04.02.02 Информационные системы и технологии в управлении  
технологическими процессами

Научный руководитель	 22.06.2017	доц., канд. физ.-мат. наук А. Ш. Любанова
Выпускник	 22.06.2017	М. В. Карасев
Рецензент	 22.06.2017	канд. физ.-мат. наук А. В. Шмидт
Нормоконтролер	 22.06.2017	Т. А. Грудинова

Красноярск 2017