

УДК 621.39(075.8); 621.395.73

An Approximative Analysis of Electrodynamical Processes at Signals Propagation on Two-conductor Balanced Line

Yanis I. Bulbik* and Fedor G. Zograf
*Siberian Federal University
79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041, Russia*

Received 16.04.2016, received in revised form 02.01.2017, accepted 21.01.2017

Two-conductor balanced lines of the special design are commonly used as connectors between diverse remote-situated high-frequency units or devices, in particular for technological modifications of digital subscriber lines (DSL) which are in demand and development due to increasing requirements to data transfer service quality. Approximative analysis is based on Leontovich's boundary conditions along with a proportion principle for electric and magnetic components of quasi-stationary field. This method acceptability for the analysis of electrodynamic changes, caused by a two-conductor balanced line into signal spectrum distortion and into characteristic parameters at high frequency, constitutes the paper theme. Some numerical results are also presented.

Keywords: communication bands, bandwidth capability, guided electromagnetic signals, field proximity phenomenon, damping and phase coefficients.

Citation: Bulbik Ya.I., Zograf F.G. An approximative analysis of electrodynamic processes at signals propagation on two-conductor balanced line, J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol., 2017, 10(4), 543-556. DOI: 10.17516/1999-494X-2017-10-4-543-556.

Приближённый анализ электродинамических процессов распространения сигналов по двухпроводной симметричной линии

Я.И. Бульбик, Ф.Г. Зограф
*Сибирский федеральный университет
Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79*

Двухпроводные симметричные линии специальной конструкции часто используются в качестве соединителей между дистанционно-удалёнными высокочастотными блоками или узлами

© Siberian Federal University. All rights reserved

* Corresponding author E-mail address: YBulbik@sfu-kras.ru

аппаратуры, в частности для различных технологических модификаций цифровых абонентских линий, которые востребованы и развиваются из-за возрастающих требований к качеству услуг передачи данных. Приближённый анализ базируется на граничных условиях Леонтовича совместно с принципом пропорциональности электрических и магнитных составляющих квазистационарного поля. Приемлемость этого метода для анализа электродинамических изменений, обусловленных двухпроводной симметричной линией в искажениях спектра сигналов и в характеристических параметрах линии, составляет тему статьи. Некоторые численные результаты также представлены.

Ключевые слова: частотные полосы связи, пропускная способность, направляемые электромагнитные сигналы, полевой эффект близости, коэффициенты затухания и фазы.

Введение

Вопросы применимости различных приближённых методов анализа электромагнитных полей для модельной оценки интегральных параметров электро- и радиотехнических устройств всегда являлись и продолжают оставаться актуальными при совершенствовании их конструктивных исполнений и повышении требований к их эксплуатационным характеристикам.

Двухпроводные симметричные линии специальной конструкции часто используются в качестве соединителей между дистанционно-удалёнными высокочастотными блоками, в частности для различных технологических модификаций цифровых абонентских линий, которые ориентированы, прежде всего, на широкополосный доступ в Интернет при гарантированном качестве обслуживания с вероятностью возникновения ошибок в процессе передачи данных не более 10^{-7} . Для эффективного решения проблем «последней мили» обычно используют симметричные высокочастотные кабели и витые пары различных категорий. Близкое расположение проводников кругового сечения частично обеспечивает определённую помехозащищённость от внешних и взаимных влияний в линии связи. Вместе с тем именно эта особенность создаёт дополнительное перераспределение плотности тока по сечению пары проводников, обусловленное эффектом близости. В итоге вытеснение тока к поверхности проводников при повышенных частотах и его дополнительное перераспределение вследствие эффекта близости приводят к увеличению вносимого затухания, что ведёт к ограничению полосы частот пропускания и к снижению максимально допустимой при заданном качестве обслуживания длины линии связи даже при идеальных прочих условиях. Применительно к реализации VDSL¹-технологии, тоже относящейся к развивающимся цифровым технологиям информационного обмена (полоса частот от 1 МГц до 10 МГц, скорость передачи данных до 20 Мбит/с при длине линии от 1,2 до 1,4 км), влияние вышеуказанных следствий становится ещё более существенным. Обычные проектные оценки характеристик таких линий базируются или на аппроксимациях общетеоретических решений определённых модельных задач, или на методике эмпирически установленных соотношений и поправочных коэффициентов [1, 2].

В условиях сильно выраженного поверхностного эффекта и при достаточно малом расстоянии между проводящими поверхностями по сравнению с длиной электромагнитной волны становится возможным использовать промежуточный анализ распределения квазистационар-

¹ VDSL (Vicinity Digital Subscriber Line) – технология, обеспечивающая передачу данных для группы абонентов, размещающихся в пределах одного офиса либо коттеджного посёлка посредством единой цифровой линии связи ограниченной длины.

ного электрического поля, который в сочетании с принципом пропорциональности электрических и магнитных составляющих поля позволяет получать приближённые решения ряда электродинамических задач. Эти возможности исследовались ещё в 60-е годы прошлого века проф. К.М. Поливановым, но тогда ещё не могли быть распространены на более широкий класс прикладных задач. Более поздние результаты прикладных исследований [3] лишь частично использовали эту возможность путём обращения к методам зеркальных изображений в анализе электродинамических процессов СВЧ-диапазона. Применительно к приближённому анализу электродинамических процессов в двухпроводной симметричной линии и упрощённого определения её характеристических параметров за отправную точку исследования принимается промежуточное решение задачи о квазистационарном распределении электрического поля на проводящих поверхностях с последующим переходом к граничным условиям Леонтовича².

Анализ модели двухпроводной линии

Конструктивные особенности двухпроводных симметричных высокочастотных линий определены их функциональным назначением. Если для обеспечения широкополосного доступа к различным локальным и ведомственным телекоммуникационным сетям на основе DSL-технологий необходимо достаточно малое затухание цифровых сигналов, что достигается, например, применением однопарного кабеля КАЦП-2×0,9, схематически представленного в его сечении на рис. 1, то для межстоечного монтажного соединения стационарным кабелем КМС-1 допускается на порядок большее затухание вследствие ограниченной длины двухпроводной симметричной пары.

Конструктивные различия по диаметрам токопроводящих жил симметричных пар, используемых в телекоммуникационных сетях, заключаются в их значениях 0,9, 1,0, 1,1 и 1,2 мм, а для симметричной пары соединительной линии высокочастотных блоков это значение значительно меньше; например, для кабеля КМС-1 оно составляет только 0,6 мм. Наличие определённой экранирующей поверхности является общей характерной чертой двухпроводных высокочастотных симметричных линий, в качестве обобщённой модели которых принимается

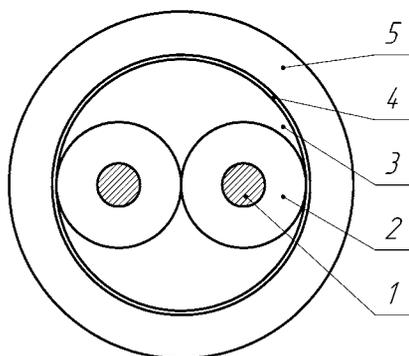


Рис. 1. Однопарный кабель в сечении: 1 – медная токопроводящая жила; 2 – изоляция жилы; 3 – сердечник из диэлектрического материала; 4 – экранирующая алюмополимерная лента; 5 – защитное покрытие

² Леонтович М. А. (1903–1981), советский физик-теоретик в области радиоэлектроники, академик АН СССР (1946).

геометрия системы проводящих поверхностей (рис. 1) при её различных конструктивных параметрах, что для незранированной симметричной пары может быть выражено отношением расстояния между центрами токопроводящих жил к их радиусу.

Согласно граничным условиям Леонтовича комплексное значение осевой составляющей $\dot{E}_z(r_1)$ электрического поля на поверхности проводника радиуса r_1 в условиях сильно выраженного поверхностного эффекта должно следовать приближённому соотношению

$$\dot{E}_z(r_1) \approx Z_c \dot{H}_t \times \bar{n}, \quad (1)$$

где Z_c – волновое сопротивление материала проводника; \dot{H}_t – комплексное значение тангенциальной составляющей магнитного поля на поверхности проводника; \bar{n} – внутренняя нормаль к проводящей поверхности; ($Z_c = \sqrt{j\omega\mu_0/\gamma}$, $j = \sqrt{-1}$, ω – угловая частота приложенного поля, γ – удельная электропроводность проводника, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

Электромагнитное состояние на поверхностях токопроводящих жил (рис. 1) в смежных точках M, M' , принадлежащих этим поверхностям, и соответствующее соотношению (1), показано на рис. 2.

При сильно выраженном поверхностном эффекте степень неравномерности распределения плотности тока $\dot{\delta}_z = (r, \alpha) = \gamma \dot{E}_z(r, \alpha)$, $0 \leq r \leq r_1$ характеризуют условной глубиной проникновения электромагнитного поля, интенсивность составляющих которого аппроксимируют экспоненциальным уменьшением от поверхности раздела сред «диэлектрик-проводник». Однако это приемлемо только в модели плоской электромагнитной волны, проникающей в проводящую поверхность при условии, что наименьший линейный размер условно плоского участка этой поверхности существенно превышает глубину проникновения поля. Для поверхности токопроводящих жил (рис. 2) аналогичная оценка степени неравномерности распределения плотности тока и применимости граничных условий Леонтовича требует дополнительного количественного уточнения, в частности, на основе уравнения электромагнитного состояния уединённого цилиндрического проводника, которое в комплексной форме представления имеет вид

$$\frac{d^2 \dot{\delta}_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d \dot{\delta}_z}{dr} - j\omega\gamma\mu_0 \dot{\delta}_z = 0. \quad (2)$$

Введением новой независимой переменной $\zeta = r\sqrt{\omega\gamma\mu_0} \cdot \sqrt{-j}$ ($\omega = 2\pi f$) уравнение (2) сводится к уравнению Бесселя

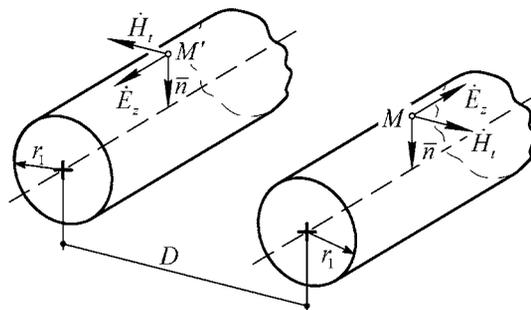


Рис. 2. Электромагнитное состояние на поверхностях токопроводящих жил

$$\frac{d^2 \dot{\delta}_z}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{d \dot{\delta}_z}{d\zeta} + \dot{\delta}_z = 0, \tag{3}$$

решением которого является

$$\dot{\delta}_z(\zeta) = \dot{\delta}_z(0) J_0(\zeta), \tag{4}$$

где $\dot{\delta}_z(0)$ – комплексное значение плотности тока на оси проводника ($r = 0$); $J_0(\zeta)$ – функция Бесселя нулевого порядка комплексного аргумента ζ .

Значение параметра $r_1 \sqrt{\omega \gamma \mu_0}$ для медного ($\gamma = 0,562 \cdot 10^8$ См/м) цилиндрического проводника диаметром 1 мм даже при частоте $f = 1$ МГц равно 10,5, что уже относится к большим значениям модуля аргумента в решении (4), и для вычисления комплекснозначной функции $J_0(\zeta)$ можно использовать асимптотику

$$J_0(\zeta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \zeta}} [P_0(\zeta) \cos \varphi_0(\zeta) - Q_0(\zeta) \sin \varphi_0(\zeta)], \tag{5}$$

где

$$P_0(\zeta) = 1 - \frac{9}{2!(8\zeta)^2} + \dots; \quad Q_0(\zeta) = -\frac{1}{8\zeta} + \frac{9 \cdot 25}{3!(8\zeta)^3} + \dots; \quad \varphi_0(\zeta) = \zeta + \frac{\pi}{4}.$$

Результаты расчёта изменения отношения модулей $|\dot{\delta}_z|/|\dot{\delta}_0|$ плотностей тока в приповерхностных слоях медного цилиндрического проводника диаметром 1 мм, выполненные по зависимостям (4), (5), представлены на рис. 3.

Выполняя экспоненциальную аппроксимацию начального участка зависимости $|\dot{\delta}_z|/|\dot{\delta}_0|$ находим значение эквивалентной глубины ($r_1 - r_e$) проникновения поля, равное 0,072 мм, которое в 7 раз меньше радиуса r_1 проводника. Таким образом, применимость граничных условий Леонтовича при вышеуказанных условиях обоснована.

Обращаясь к классической модельной системе с круговыми сечениями токопроводящих жил однопарного кабеля как открытой двухпроводной симметричной линии (влияние экра-

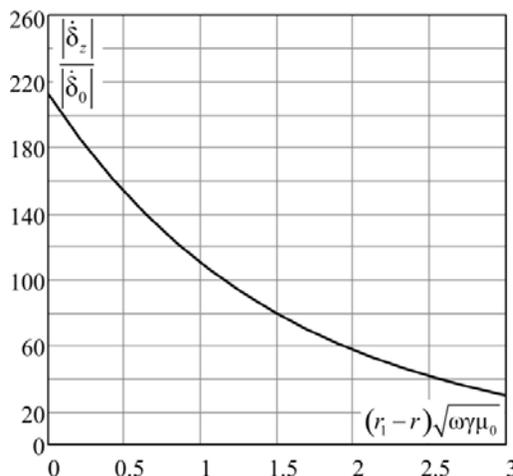


Рис. 3. Изменение отношения модулей плотностей тока в приповерхностных слоях медного цилиндрического проводника диаметром 1 мм при частоте 1 МГц

нирующей поверхности целесообразно учесть отдельно), заметим, что распределённая поверхностная плотность электрических зарядов может при этом эквивалентно заменяться фиктивными сосредоточенными линейными зарядами $\pm\tau$ так, что эквипотенциальность круговых контуров сечения проводников сохраняется, если расстояние a между указанными фиктивными линейными зарядами относительно центра модельной системы определяется из соотношения

$$a = \sqrt{D^2/4 - r_1^2}, \tag{6}$$

где D – расстояние между центрами токопроводящих жил; r_1 – радиусы контуров сечений.

Распределение напряжённости электрического поля на контуре сечения проводника вычислим как радиальную составляющую градиента потенциала φ_M произвольной точки M , принадлежащей вспомогательному круговому контуру радиуса $(r_1 + \Delta r)$, согласно расчётной схеме (рис. 4) по соотношению

$$E_r(r_1, \alpha) = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \cdot \frac{d\varphi_M}{d(\Delta r)} \Big|_{\Delta r \rightarrow 0}. \tag{7}$$

Функцию φ_M находим суперпозицией потенциалов, создаваемых фиктивными линейными зарядами $\pm\tau$, в виде

$$\varphi_M = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \left(\ln \frac{1}{R_2} - \ln \frac{1}{R_1} \right) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \ln \frac{R_1}{R_2}, \tag{8}$$

где ϵ_1 – относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между проводящими поверхностями; $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; а R_1 и R_2 – расстояния, определяемые, согласно геометрии расчётной схемы рис. 4, соотношениями

$$\begin{aligned} R_1 &= \left\{ \left[(D/2 + a) + (r_1 + \Delta r) \cos \alpha \right]^2 + (r_1 + \Delta r)^2 \sin^2 \alpha \right\}^{1/2} = \\ &= \left[(D/2 + a)^2 + (D + 2a)(r_1 + \Delta r) \cos \alpha + (r_1 + \Delta r)^2 \right]^{1/2}, \end{aligned} \tag{9}$$

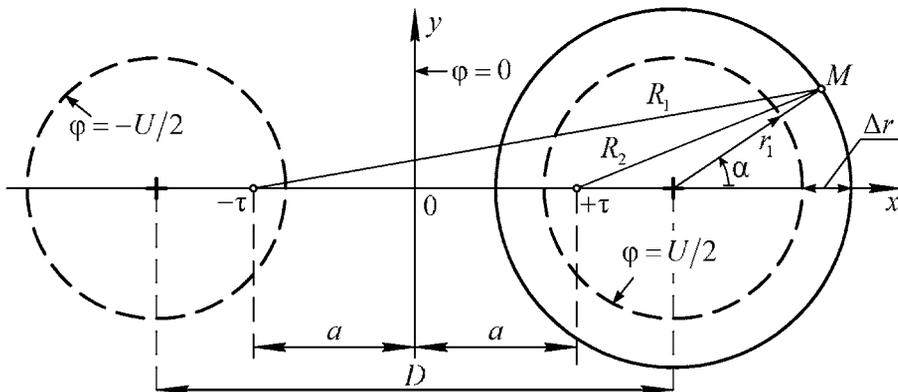


Рис. 4. Расчётная схема для вычисления распределения напряжённости электрического поля на поверхности проводника двухпроводной симметричной линии

$$R_2 = \left\{ \left[(D/2 - a) + (r_1 + \Delta r) \cos \alpha \right]^2 + (r_1 + \Delta r)^2 \sin^2 \alpha \right\}^{1/2} = \left[(D/2 - a)^2 + (D - 2a)(r_1 + \Delta r) \cos \alpha + (r_1 + \Delta r)^2 \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Выполняя дифференцирование по соотношению (7) с учётом зависимостей (8), (9), (10) и учитывая при преобразованиях, слагаемых соотношение (6), получим искомое распределение напряжённости электрического поля на поверхности проводника в виде

$$E_r(r_1, \alpha) = \frac{\tau}{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_1 r_1} \cdot \frac{a}{D + 2r_1 \cos \alpha}, \quad (11)$$

которое позволяет определить функциональные зависимости относительного перераспределения поверхностной плотности электрического заряда двухпроводной симметричной линии в виде

$$\frac{\sigma}{\sigma_U} = \frac{\sqrt{(D/2r_1)^2 - 1}}{D/2r_1 + \cos \alpha}, \quad (12)$$

где $\sigma = \sigma(r_1, \alpha) = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_r(r_1, \alpha)$, $\sigma_U = \tau / (2\pi r_1)$.

Некоторые числовые значения, определённые по соотношению (12), показаны на рис. 5.

В процессе распространения сигналов по двухпроводной линии мгновенное электромагнитное состояние для фиксированного момента времени в поперечном сечении линии характеризуется распределением мгновенных значений (\mathbf{E}, \mathbf{H}) -векторов соответственно напряжённости электрического и магнитного поля. Для произвольной точки M , принадлежащей плоскости сечения пространства между проводящими поверхностями, которая совмещена с комплексной (x, jy) -плоскостью, (\mathbf{E}, \mathbf{H}) -векторы показаны на рис. 6. Значение потока электрического поля через криволинейный параллелепипед единичной длины ($l = 1$) в направлении

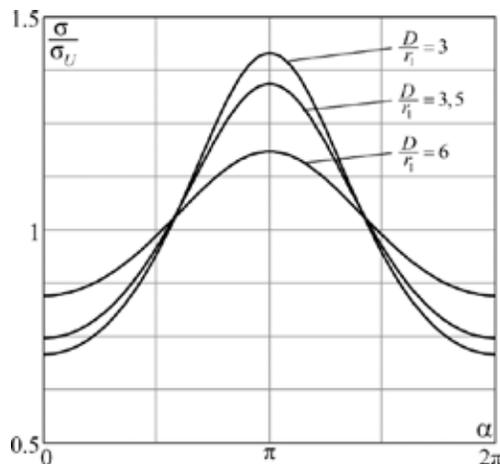


Рис. 5. Зависимости относительного перераспределения поверхностной плотности электрических зарядов на проводниках симметричной двухпроводной линии

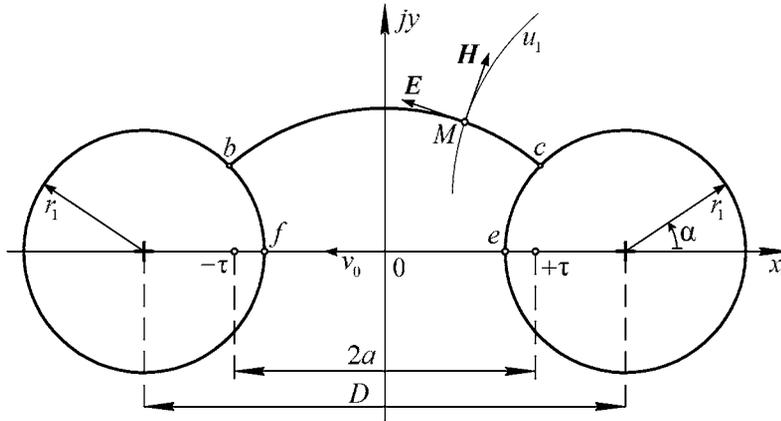


Рис. 6. Плоскость сечения двухпроводной симметричной линии, совмещённая с (x, jy) -плоскостью

осевой координаты, перпендикулярной сечению, ограниченного двумя линиями v_0, v_1 потока поля ($v = const$) и двумя эквипотенциалами ($u = const$), определено мгновенной поверхностной плотностью электрического заряда $\sigma(r_1, \alpha)$ соотношением

$$\int_{\alpha_c}^{\alpha_e} \sigma(r_1, \alpha) r_1 d\alpha = \varepsilon_0 \varepsilon_1 \int_{\alpha_c}^{\alpha_e} E_r(r_1, \alpha) r_1 d\alpha = (v_1 - v_0) \varepsilon_0 \varepsilon_1, \quad (13)$$

где $E_r(r_1, \alpha)$ – функциональная зависимость (11).

Значения (\mathbf{E}, \mathbf{H}) -векторов электромагнитного поля могут быть выражены через градиенты скалярных функций $u(x, y)$ и $v(x, y)$ по зависимостям

$$\mathbf{E} = -c_1 \nabla u(x, y); \quad \mathbf{H} = -c_2 \nabla v(x, y), \quad (14)$$

где ∇ – оператор набла ($\nabla = \mathbf{e}_x \partial/\partial x + \mathbf{e}_y \partial/\partial y$); (c_1, c_2) – размерные коэффициенты пропорциональности.

Модули градиентов в (14) зависят от (x, y) -координат точки M , но имеют равные значения, т.е. $|\nabla u(x, y)| = |\nabla v(x, y)|$, что следует из условий Коши-Римана конформных преобразований. Пусть точка M перемещена на поверхность проводника, тогда значение ∇v зависит только от одной угловой переменной, т.е.

$$\nabla v = \mathbf{e}_\alpha \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial v}{\partial \alpha} = \mathbf{e}_\alpha \left[\frac{1}{\pi r_1} \cdot \frac{a}{D + 2r_1 \cos \alpha} \right]. \quad (15)$$

Из соотношения (15) следует, что ∇v представляет собой нормированное распределение напряжённости магнитного поля на поверхности проводника. Действительно, выполняя интегрирование по контуру кругового сечения проводника, получаем

$$\int_0^{2\pi} |\nabla v| r_1 d\alpha = \frac{2a}{\pi} \cdot \int_0^\pi \frac{d\alpha}{D + 2r_1 \cos \alpha} = \frac{4a}{\pi \sqrt{D^2 - 4r_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{(D - 2r_1) \operatorname{tg} \alpha/2}{\sqrt{D^2 - 4r_1^2}} \Big|_0^\pi = 1, \quad (16)$$

т.е. получаем тождество, которое справедливо при любых $D > 2r_1$ и условии симметрии углового распределения мгновенного поверхностного электрического заряда.

Известно, что циркуляция напряжённости H_t магнитного поля на контуре, охватывающем токи, в данном контексте на контуре кругового сечения проводника с током i , численно равна его значению, т.е. имеет место соотношение

$$\int_0^{2\pi} H_t(r_1, \alpha) r_1 d\alpha = i, \quad (17)$$

из которого следует, что умножение тождества (16) на комплексное значение тока \dot{I} , при условии симметрии углового распределения плотностей тока в сечении проводника $\dot{\delta}_z(r_1, \alpha)$, ($0 \leq r \leq r_1$), позволяет найти угловое распределение тангенциальной напряжённости H_t магнитного поля на поверхности токопроводящей жилы двухпроводной симметричной линии в виде

$$\dot{H}_t = \frac{\dot{I}}{\pi r_1} \cdot \frac{a}{D + 2r_1 \cos \alpha}. \quad (18)$$

Возвращаясь к приближённым граничным условиям (1), определим часть электромагнитной энергии ΔP в единицу времени, проникающей через проводящую поверхность единичной длины жилы, с учётом зависимости (18):

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_s [\dot{E}_z \times H_t^*] ds = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{z_c I^2 a^2}{\pi^2 r_1^2} \cdot \int_0^{2\pi} \frac{r_1 d\alpha}{(D + 2r_1 \cos \alpha)^2} \right] = \\ &= \operatorname{Re} \left[\frac{z_c I^2 a^2}{\pi^2 r_1} \cdot \int_0^\pi \frac{d\alpha}{(D + 2r_1 \cos \alpha)^2} \right] = \frac{I^2 D}{8\pi r_1 a} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\gamma}}, \end{aligned} \quad (19)$$

где учтено, что $\operatorname{Re}[z_c] = \sqrt{\omega \mu_0 / (2\gamma)}$, а в результате интегрирования получено

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \frac{d\alpha}{(D + 2r_1 \cos \alpha)^2} &= \frac{2r_1 \sin \alpha}{(4r_1^2 - D^2)(\alpha + 2r_1 \cos \alpha)} \Big|_0^\pi + \frac{D}{D^2 - 4r_1^2} \int_0^\pi \frac{d\alpha}{D + 2r_1 \cos \alpha} = \\ &= \frac{D}{D^2 - 4r_1^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{D^2 - 4r_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{(D - 2r_1) \operatorname{tg} \alpha / 2}{\sqrt{D^2 - 4r_1^2}} \Big|_0^\pi = \frac{D}{D^2 - 4r_1^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{D^2 - 4r_1^2}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi D}{8a^3}. \end{aligned}$$

Поскольку суммарные электромагнитные потери мощности на единицу длины двухпроводной симметричной линии равны удвоенному значению, определённом зависимостью (19), то активное сопротивление $\Re_1(r_1)$ на единицу длины для рассматриваемой модельной системы равно

$$\Re_1(r_1) = \frac{D}{4\pi r_1 a} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\gamma}}. \quad (20)$$

По зависимости (19) находится и часть реактивной энергии ΔQ как мнимая часть потока электромагнитного поля, проникающая в токопроводящую жилу, равная

$$\Delta Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \int_s [\dot{E}_z \times H_t^*] ds = \frac{I^2 D}{8\pi r_1 a} \operatorname{Im}[z_c], \quad (21)$$

которая позволяет найти индуктивность $L_{1(int)}$ на единицу длины линии, обусловленную внутренним электромагнитным полем, равную

$$L_{(int)} = \frac{\Delta Q}{\omega I^2} = \frac{D}{4\pi r_1 a} \sqrt{\frac{\mu_0}{2\omega\gamma}}. \quad (22)$$

Приближённый расчёт влияния экранирующей поверхности однопарного кабеля на его первичные параметры тоже может основываться на предварительном анализе квазистационарного распределения поверхностной плотности $\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_n$ электрических зарядов, индуцируемой полем знакопеременных электрических зарядов жил кабеля, на цилиндрической поверхности экрана радиуса r_0 . На рис. 7 показана расчётная схема, в которой путём введения согласно методу зеркальных изображений [3], инверсных относительно цилиндрической поверхности экрана дополнительных линейных зарядов $\pm\tau$, но при этом эквипотенциальность контуров токопроводящих жил сохраняется здесь только в окрестностях точек 1, 2 неограниченной расчётной среды с относительной диэлектрической проницаемостью ε_1 .

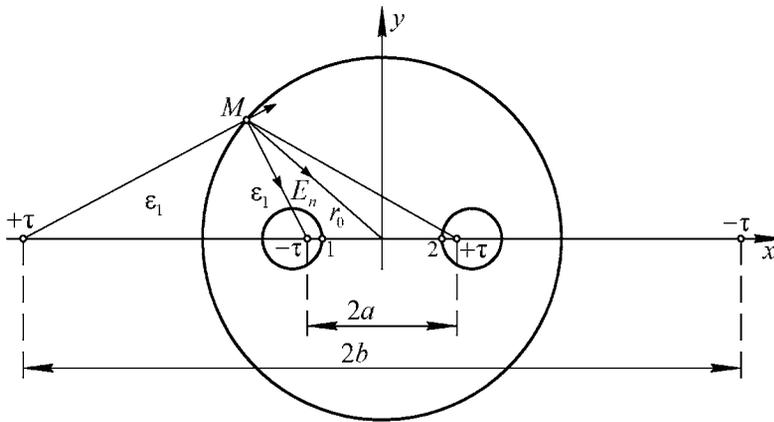


Рис. 7. Расчётная схема учёта влияния экрана однопарного кабеля на его первичные линейные параметры

Разность потенциалов между точками 1, 2, принадлежащими контурам радиуса r_1 , определим в системе четырёх линейных электрических зарядов суперпозицией функций логарифмического потенциала соотношением

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\tau}{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_1} \left[\ln \frac{(a + D/2 - r_1)}{(a - D/2 + r_1)} - \ln \frac{(b + D/2 - r_1)}{(b - D/2 + r_1)} \right]; \quad b = \frac{r_0^2}{a}; \quad \left[(D/2)^2 - r_1^2 \right]^{1/2} < a < a_0(r_0), \quad (23)$$

из которого следует, что ёмкость на единицу длины двухпроводной симметричной экранированной линии

$$C_1 = \frac{\tau}{\varphi_1 - \varphi_2} \approx \pi \varepsilon_0 \varepsilon_1 \left[\ln \frac{\left(\sqrt{(D/2r_1)^2 - 1} + D/2r_1 - 1 \right)}{\left(\sqrt{(D/2r_1)^2 - 1} - D/2r_1 - 1 \right)} - \ln \frac{\left(\chi \sqrt{(D/2r_1)^2 - 1} + D/2r_1 - 1 \right)}{\left(\chi \sqrt{(D/2r_1)^2 - 1} - D/2r_1 + 1 \right)} \right]^{-1}, \quad (24)$$

где $\chi = r_0^2/a^2$ (при $a = \left[(D/2)^2 - r_1^2 \right]^{1/2}$).

На рис. 8 показана зависимость ёмкости C_1 для некоторых значений переменной D/r_1 при $\epsilon_1 = 2$.

Как следует из выражения (24), с увеличением значений параметра экранирования χ более 8 ёмкость C_1 стремится к её значениям для неэкранированной симметричной пары, представленным на рис. 8а. При типичных конструктивных параметрах ($r_1 = 0,5$ мм; $r_0 = 3$ мм; $D/2 = 1,5$ мм) увеличение ёмкости C_1 , обусловленное круговой экранирующей поверхностью, не превосходит 15 % от соответствующего значения C_1 неэкранированной симметричной пары, что уже нужно учитывать при вычислении волнового сопротивления и характеристических параметров двухпроводной экранированной симметричной линии.

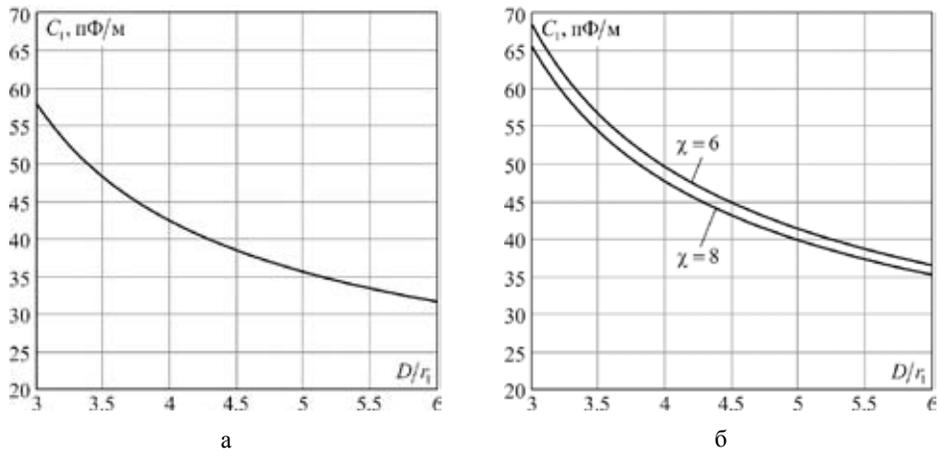


Рис. 8. Зависимость ёмкости C_1 симметричной пары на единицу длины для некоторых значений переменной D/r_1 : а – неэкранированная симметричная пара; б – экранированная симметричная пара

Таким образом, на основе приближённого анализа модельной системы двухпроводной высокочастотной симметричной линии могут быть приняты в качестве её продольных параметров

$$\Re_1 \approx \Re_1(D, r_1, \omega); \quad L_1(D, r_1) = L_{1(int)} + L_{1(ext)} \approx L_{1(ext)}, \quad (25)$$

где $L_{1(ext)}$ – внешняя индуктивность токопроводящих жил на единицу длины линии без учёта внутреннего магнитного поля в приповерхностном слое проводников –

$$L_{1(ext)} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D - r_1}{r_1}.$$

Соответственно, в качестве поперечных параметров примем линии

$$C_1 = C_1(D, r_1, \chi); \quad G_1 = G_1(D, r_1, \chi), \quad \chi = r_0^2 / a^2, \quad (26)$$

где активная составляющая G_1 поперечной комплексной проводимости линии на единицу длины определена двумя слагаемыми, первое из которых пропорционально угловой частоте ω и

тангенсу угла $\text{tg} \delta$ диэлектрических потерь в среде, прилегающей к токопроводящим жилам, а второе – электромагнитными потерями на проводящей поверхности экрана –

$$G_1 = \omega C_{1(1)} \text{tg} \delta = \omega \pi \varepsilon_0 \varepsilon_1 \left[\ln \frac{2a+D-2r_1}{2a-D+2r_1} \right]^{-1} \cdot \text{tg} \delta \Big|_{\chi=\infty}, \quad G_{1(2)} = \frac{\Delta P(r_0)}{U^2}.$$

Зависимости (25), (26) позволяют приближённо вычислять характеристические параметры линии как частотнозависимые составляющие комплексного коэффициента распространения

$$\eta(\omega) + j\beta(\omega) = \left[(\mathfrak{R}_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1) \right]^{1/2}, \quad (27)$$

где $\eta(\omega)$, $\beta(\omega)$ – коэффициент затухания и коэффициент фазы соответственно.

Преобразованием правой части соотношение (27) приводим к виду

$$\eta(\omega) + j\beta(\omega) = j\omega \sqrt{L_1 C_1} \left[1 + \mathfrak{R}_1 / (j\omega L_1) \right]^{1/2} \cdot \left[1 + G_1 / (j\omega C_1) \right]^{1/2}, \quad (28)$$

в котором при достаточно высокой частоте выполняются условия $\omega L_1 \gg \mathfrak{R}_1$, $\omega C_1 \gg G_1$ так, что функции-сомножители в скобках могут быть представлены их разложениями в ряды, т.е. приближённо получаем зависимости

$$\left[1 + \mathfrak{R}_1 / (j\omega L_1) \right]^{1/2} \approx 1 + \mathfrak{R}_1 / (2j\omega L_1); \quad \left[1 + G_1 / (j\omega C_1) \right]^{1/2} \approx 1 + G_1 / (2j\omega C_1), \quad (29)$$

которые в их произведении позволяют опустить слагаемое $\mathfrak{R}_1 / (2j\omega L_1) \cdot G_1 / (2j\omega C_1)$, как более высокого порядка малости и переписать (27) в виде

$$\eta(\omega) + j\beta(\omega) \approx \mathfrak{R}_1 / (2Z_w) + G_1 Z_w / 2 + j\omega \sqrt{L_1 C_1}, \quad (30)$$

где z_w – волновое сопротивление двухпроводной линии, которое при достаточно высоких частотах с учётом зависимости (24) и отсутствия экрана определено в виде

$$Z_w = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_1}} \cdot \left[\ln \frac{D-r_1}{r_1} \cdot \ln \frac{2a+D-2r_1}{2a-D+2r_1} \right]^{1/2}. \quad (31)$$

Приравнивая в соотношении (30) вещественные и мнимые части, получаем характеристические параметры двухпроводной симметричной линии

$$\eta(\omega) = \mathfrak{R}_1 / (2Z_w) + G_1 Z_w / 2; \quad (32)$$

$$\beta(\omega) = \omega \sqrt{L_1 C_1} \approx \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_1}}{c} \left\{ \ln \left[\frac{2a+D-2r_1}{2a-D+2r_1} \right]^{-1} \ln \frac{D-r_1}{r_1} \right\}^{1/2}, \quad (33)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 3 \cdot 10^8$ м/с.

На рис. 9 показаны численные значения составляющих затухания на единицу длины линии по зависимости (32) при некоторых значениях D/r_1 .

Первое слагаемое в (32) вычислялось для параметра $D/r_1 = 5,33$ при $D/2 = 1,6$ мм и $r_1 = 0,6$ мм, а для параметра $D/r_1 = 3,75$ при $D/2 = 1,5$ мм и $r_1 = 0,8$ мм. Изоляция токопроводящих жил принималась полиэтиленовой с $\text{tg} \delta = 2,2 \cdot 10^{-4}$ при $f = 1$ МГц и $\text{tg} \delta = 2,7 \cdot 10^{-4}$ при $f = 10$ МГц. Результаты (рис. 9б) получены без учёта слагаемого $G_{1(2)}$, дополнительное вычисление которого показывает, что для типовых конструктивных исполнений выполняется условие $G_{1(1)}/G_{1(2)} \gg 1$

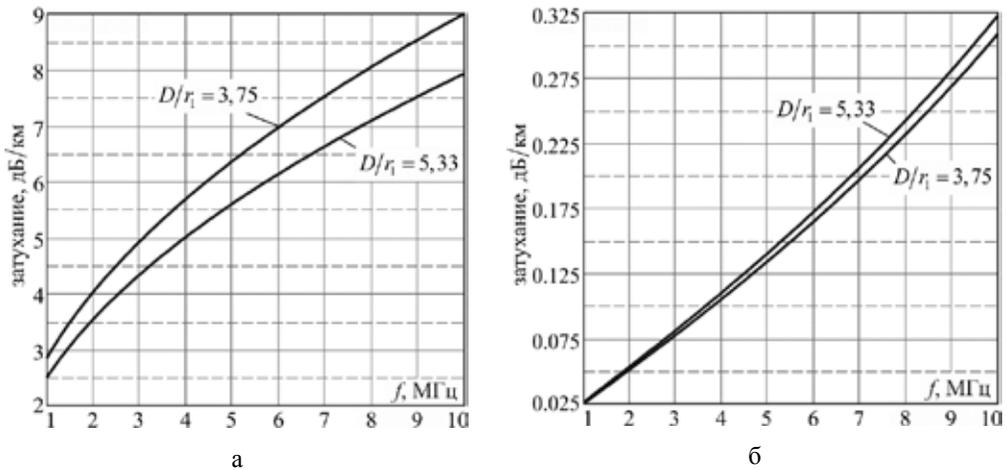


Рис. 9. Составляющие затухания на единицу длины двухпроводной симметричной линии: а – составляющая затухания, вносимая токопроводящими жилами; б – составляющая затухания, вносимая диэлектрической средой, прилегающей к поверхностям токопроводящих жил

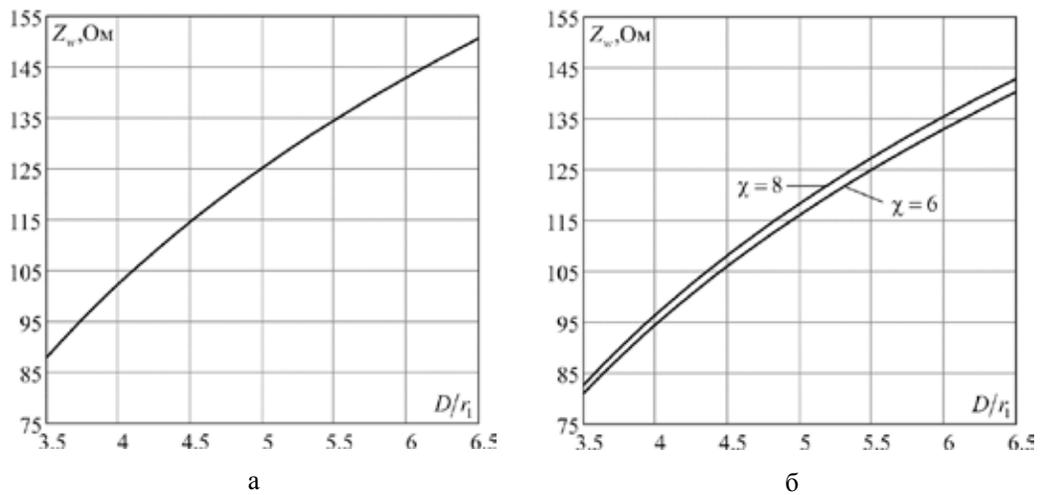


Рис. 10. Зависимости волнового сопротивления симметричной двухпроводной линии для некоторых значений D/r_1 : а – неэкранированная; б – экранированная

и учёт электромагнитных потерь на экранирующей оболочке двухпроводных симметричных линий может являться предметом теоретического анализа. Сравнение результатов на рис. 9 также демонстрирует, что вносимое затухание диэлектрической средой, прилегающей к поверхностям жил двухпроводной симметричной линии, составляет только несколько процентов от затухания, вносимого проводящими поверхностями, которое быстро возрастает при уменьшении значений D/r_1 .

На рис. 10 показаны расчётные зависимости волнового сопротивления z_w для некоторых значений D/r_1 при $\epsilon = 2$.

Значения волнового сопротивления Z_w (рис. 10) вычислялись без учёта внутреннего электромагнитного поля токопроводящих жил. Для уточнений значений L_1 используем соотношение (25) и зависимость (22) в виде

$$L_1 = L_{1(ext)} \left[1 + L_{1(int)} / L_{1(ext)} \right] = L_{1(ext)} K^2(D/r_1, \omega), \quad (34)$$

где $K^2(D/r_1, \omega) = 1 + D / (4r_1 a \mu_0) \cdot [\ln(D/r_1 - 1)]^{-1} \cdot \sqrt{\mu_0 / (2\omega\gamma)}$.

Уточнение значений Z_w в (31) может сводиться к их умножению на коэффициенты $K^2(D/r, \omega)$, которые при $f = 1$ МГц для $D/r_1 = 3,75$ и $D/r_1 = 6$ соответственно равны 1,012 и 1,011.

Заключение

На основе анализа модели двухпроводной симметричной высокочастотной линии получены приближённые аналитические зависимости, которые позволяют относительно просто учитывать эффекты электромагнитного влияния близкого расположения токопроводящих жил и вытеснения тока к их поверхности. Современное разнообразие конструктивных особенностей симметричных пар и электрофизических свойств используемых материалов в сочетании с тенденциями повышения скорости передачи цифровых сигналов и пропускной способности каналов передачи данных являются факторами, при которых необходимость в проектных оценках характеристических параметров двухпроводных симметричных высокочастотных соединительных линий возрастает. Ограничения области применимости полученных аналитических результатов могут уточняться вычислительным моделированием соответствующих электромагнитных полей, что потребует больших временных и материальных ресурсов.

Список литературы

- [1] Андреев В.А., Портнов Э.Л., Кочановский Л.Н. *Направляющие системы электросвязи. Т. 1. Теория передачи и влияния*; под ред. В.А. Андреева, М., Горячая линия-Телеком, 2011. 424 с. [Andreev V.A., Portnov E.L., Kochanowski L.N. *Guiding telecommunication systems. Volume 1. Transfer theory and the influence*, Ed. VA Andreev, M.: Hotline Telecom, 2011. 424 p. (in Russia)]
- [2] *Коаксиальные и высокочастотные симметричные кабели связи*: справочник. А.С. Воронцов, А.П. Воронцов и др. М., Радио и связь, 1994. 312 с. [Coaxial and high frequency symmetrical communication cable: Reference. A.S. Vorontsov, A.P. Vorontsov, etc. M.: Radio and Communications, 1994. 312 p. (in Russia)]
- [3] Anderson L.S., Gajda G.B., Stuchly S.S. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 1986, Vol. 35, N. 1, 18-35.
- [4] Бинс К., Лауренсон П. *Анализ и расчёт электрических и магнитных полей*. Пер. с англ. М.: Энергия, 1970. 376 с. [Beans K., Laurenson P. *Analysis and calculation of electric and magnetic fields*. Ed. from English. M.: Energy, 1970. 376 p. (in Russia)]