

УДК 512.54

О группах Шункова с одним условием насыщенности

Константин А. Филиппов*

Институт управления бизнес-процессами и экономики,
Сибирский федеральный университет,
Свободный, 79, Красноярск, 660041,
Россия

Получена 22.01.2012, окончательный вариант 23.02.2012, принята к печати 10.03.2012

Изучается периодическая группа Шункова, насыщенная некоторым множеством групп вида $M \times Q$, где M — конечная простая неабелева группа определённого вида, а Q является конечной 2-группой.

Ключевые слова: насыщенность, группа Шункова.

Введение

Группа G насыщена группами из множества групп \mathfrak{M} , если любая конечная подгруппа из G содержится в подгруппе, изоморфной некоторой группе из \mathfrak{M} . Множество \mathfrak{M} называется насыщающим множеством для G [1].

Решению вопросов, связанных с понятием насыщенности, посвящены уже многие работы [2–9]. В настоящей статье продолжены исследования в этом направлении.

Пусть p — фиксированное простое нечётное число. Множество X_p состоит из групп вида $L = M \times Q$, где Q — конечная 2-группа, а M — группа из множества Y_p , которое является объединением следующих трёх множеств: $A = \{Sz(2^{2k+1}) | k \in I \subset N\}$, $B = \{Re(3^{2m+1}) | m \in J \subset N\}$ и $C = \{L_2(p^s) | s \in K \subset N, p \in T \subset D\}$ — множество всех простых чисел, и при этом каждая группа $M \in Y_p$ содержит элемент a порядка p , для которого $C_M(a)$ не содержит инволюций.

Основным результатом работы является

Теорема. *Если периодическая группа Шункова G насыщена группами из множества X_p , то все её элементы конечных нечетных порядков порождают в G локально конечную подгруппу R , изоморфную одной из групп $L_2(F)$, $Re(P)$, $Sz(E)$ для подходящих локально конечных полей F , P , E и $G = R \times O_2(G)$.*

Частный случай этого утверждения доказан в работе [2], в которой предполагается, что множество Y_p конечно.

1. Известные факты

Предложение 1 ([10]). *Фактор-группа группы Шункова по периодической центральной подгруппе является группой Шункова.*

Предложение 2 ([10]). *В группе Шункова с бесконечным числом элементов конечного порядка существует бесконечная локально конечная подгруппа.*

Предложение 3 ([10]). *Подгруппа группы Шункова, порожденная любым элементом простого порядка и произвольной инволюцией, конечна.*

*filippov_kostya@mail.ru

© Siberian Federal University. All rights reserved

Из известных свойств групп $L_2(q)$, $Sz(q)$ и $Re(q)$ вытекают следующие два предложения:

Предложение 4 ([11]). Пусть $M \in Y_p$, j – инволюция и a – элемент порядка p из M . Тогда j^M – множество всех инволюций группы M , $a^k = a^{-1}$ для некоторой инволюции $k \in j^M$ и все подгруппы порядка p в M сопряжены.

Предложение 5 ([12]). Пусть M_1, M_2 и $M_3 \in Y_p$, тогда $(M_1 \times M_2) \not\cong X \subseteq M_3$.

Предложение 6 (теорема Судзуки [13]). Пусть $G = Sz(q)$, P – силовская 2-подгруппа группы G , $B = P \rtimes H$ – подгруппа Бореля, H – подгруппа Картана из B . Тогда

1. P – группа порядка q^2 , периода 4, $P' = Z(P) = \Phi(P) = \Omega_1(P)$.
2. Все инволюции группы G сопряжены и $C_G(a) = P$ для любой инволюции $a \in P$.
3. Любые две силовские 2-подгруппы в G имеют тривиальное пересечение.
4. H действует транзитивно на множестве инволюций из P .
5. G порождается любой парой своих силовских 2-подгрупп.
6. G не содержит элементов порядка 3.

Предложение 7 ([8]). Пусть G – бесконечная периодическая группа; S – силовская 2-подгруппа группы G со следующими свойствами:

1. $|S| = 8$.
2. S – элементарная абелева.
3. G – насыщена конечными простыми неабелевыми группами.

Тогда $G \simeq Re(Q)$, где Q – локально конечное поле характеристики 3 без подполей порядка 9.

Предложение 8 ([10]). Пусть бесконечная периодическая группа G насыщена конечными простыми неабелевыми подгруппами и некоторая силовская 2-подгруппа S из G является конечной группой диэдра. Тогда G изоморфна локально конечной простой группе $L_2(P)$, где P – локально конечное поле нечетной характеристики p .

Предложение 9 ([10]). Пусть $G = Re(q)$, где $q = 3^{2n+1} > 3$, a – инволюция из G , T – силовская 2-подгруппа в G . Тогда:

1. T – элементарная абелева группа порядка 8, $C_G(T) = T$ и $H = N_G(T) = T \rtimes (\langle b \rangle \rtimes \langle d \rangle)$, где $\langle b \rangle \rtimes \langle d \rangle$ – группа Фробениуса порядка 21.
2. $C_G(a) = \langle a \rangle \times L$, где $L \simeq L_2(q)$.
3. $G = \langle H, C_G(a) \rangle = \langle S, C_G(a) \rangle$, где S – произвольная силовская 2-подгруппа группы G , не содержащая инволюции a .
4. Все инволюции из G сопряжены в G .

Предложение 10 ([10]). Группа Шункова, насыщенная группами из $Sz(q)$, обладает периодической частью, которая изоморфна простой группе Судзуки $Sz(Q)$ над локально конечным полем Q характеристики 2.

Предложение 11 ([9]). Пусть G – бесконечная локально конечная группа, насыщенная группами диэдра. Тогда в G существует строго возрастающая цепочка конечных групп диэдра

$$D^{(1)} \subset D^{(2)} \subset \dots \subset D^{(n)} \subset \dots$$

такая, что

$$G = \bigcup_i D^{(i)} = L \rtimes \langle t \rangle,$$

где L – квазициклическая группа, t – инволюция и $l^t = l^{-1}$ для любого $l \in L$.

Предложение 12 (В.П. Шунков [14]). *Периодическая группа с почти регулярной инволюцией локально конечна и почти разрешима.*

Предложение 13 (теорема Санова [15, 16]). *Произвольная группа, порядки элементов которой не превосходят 4, локально конечна.*

Предложение 14 ([4]). *Периодическая группа G , насыщенная проективными специальными группами размерности 2 над конечными полями, изоморфна группе $L_2(P)$ над подходящим локально конечным полем P .*

Предложение 15 ([17]). *Периодическая группа, насыщенная некоторым множеством простых групп $L_2(p^n)$, $Sz(2^{2k+1})$, изоморфна одной из групп $L_2(Q)$, $Sz(Q)$ для подходящего локально конечного поля Q .*

Предложение 16 (В.П. Шунков). *Пусть S — конечная подгруппа бесконечной 2-группы T . Тогда $N_T(S) \neq S$.*

Доказательство. Индукция по $|S|$. При $|S| = 1$ предложение верно. Пусть $|S| \neq 1$ и t — инволюция из центра S . Если $C_T(t)$ конечен, то по теореме Шункова T локально конечна и S является собственной подгруппой некоторой конечной подгруппы H из T . Поскольку $N_H(S) \neq S$, то $N_T(S) \neq S$.

Если $C_T(t)$ бесконечен, $\bar{S} = S/\langle t \rangle$ — конечная подгруппа бесконечной подгруппы $\bar{C} = C_T(t)/\langle t \rangle$. По предположению индукции $N_{\bar{C}}(\bar{S}) \neq \bar{S}$, откуда $N_T(S) \geq N_C(S) \neq S$. \square

2. Доказательство теоремы

По условию теоремы в G есть элементы простого нечетного порядка p , пусть a — такой элемент. Обозначим через J множество всех инволюций группы G , через $Y_p(G)$ — множество всех подгрупп группы G , изоморфных группам из Y_p , а через $X_p(G)$ — множество всех подгрупп группы G , изоморфных группам из X_p .

Лемма 1. *Подгруппа $G_1 = \langle a^G \rangle$ насыщена группами из множества X_p .*

Доказательство. Пусть K — произвольная конечная подгруппа из G_1 . Она может содержать неединичный элемент нечетного порядка и может быть 2-группой. Рассмотрим эти случаи в отдельности.

1. K содержит элемент нечетного порядка. По условию теоремы $K \subseteq L_1 = M_1 \times Q_1$, где $M_1 \in Y_p(G)$, а $L_1 \in X_p(G)$. Тогда $K \subseteq L_2 = L_1 \cap G_1$ и L_2 содержит d — элемент нечетного порядка. Ясно, что $d \in M_1$, а так как $M_1 \cap G_1 \triangleleft M_1$ и M_1 — конечная простая неабелева группа, то $M_1 \cap G_1 = M_1$. Следовательно, $L_2 = M_1 \times Q_2$, где $L_2 \in X_p(G)$ и $Q_2 = (Q_1 \cap G_1)$. И в этом случае лемма доказана.

2. K — 2-группа. По условию теоремы $K \subseteq L_1 = M_1 \times Q_1$, где $M_1 \in Y_p(G)$, а $L_1 \in X_p(G)$.

Если $1 \neq (M_1 \cap G_1) \triangleleft M_1$, то $M_1 \cap G_1 = M_1$, поскольку M_1 — конечная простая неабелева группа, и $M_1 \cdot K \subseteq L_2 = (L_1 \cap G_1) = (M_1 \times Q_2)$, где $L_2 \in X_p(G)$, $Q_2 = G_1 \cap Q_1$, и в этом случае лемма также доказана.

Пусть $M_1 \cap G_1 = 1$. Возьмем в M_1 элемент d простого порядка, отличного от 2. Тогда $\langle d, d^y \rangle$, где $y \in \{a^G\}$, — конечная группа и $\langle d, d^y \rangle \subseteq M_2 \in Y_p(G)$. Но тогда $d^{-1}y^{-1}dy \in (G_1 \cap M_2) \triangleleft M_2$ и, значит, $d^{-1}y^{-1}dy = 1$. Действительно, $M_2 \cap G_1 = 1$, поскольку $1 \neq d \in (M_1 \cap M_2)$ и если $M_2 \cap G_1 \neq 1$, то в силу простоты M_2 , $M_2 \cap G_1 = M_2$, а значит, $d \in G_1$, что невозможно. Таким образом, $dy = yd$ для любых $y \in a^G$ и все элементы простых порядков, отличных от 2 из M_1 , перестановочны поэлементно с G_1 . Так как подгруппа, порожденная всеми элементами простых порядков, отличных от 2, из M_1 , нормальна в M_1 , то

в силу простоты M_1 получим, что M_1 порождается всеми элементами простых порядков, отличных от 2. Последнее означает, что M_1 и G_1 поэлементно перестановочны, т.е. в G можем рассмотреть подгруппу $G_1 \times M_1$. Возьмем в G_1 конечную простую неабелеву подгруппу M_3 такую, что $M_3 \in Y_p(G)$. Такая группа существует по условию теоремы. Рассмотрим конечную подгруппу $M_4 = M_3 \times M_1$. По условию теоремы $M_4 \subseteq M_5 \in Y_p(G)$. Но никакая группа из Y_p не содержит подгрупп, изоморфных M_4 (предложение 5). Следовательно, предположение о том, что $M_1 \cap G_1 = 1$, не верно. Значит, $M_1 \cap G_1 \neq 1$, и, как показано выше, в этом случае лемма доказана. \square

Лемма 2. *Не ограничивая общности, можно считать, что $G = G_1 = \langle a^G \rangle$.*

Доказательство. По лемме 1 $G_1 = \langle a^G \rangle$ удовлетворяет условиям теоремы.

Предположим, что для G_1 теорема верна, в частности, все элементы нечетного порядка в G_1 порождают локально конечную подгруппу R , изоморфную одной из групп в формулировке теоремы. Пусть x — элемент нечетного порядка из $G \setminus R$. Подгруппа $R \cdot \langle x \rangle$ локально конечна. Возьмем $1 \neq d \in R$ и рассмотрим конечную подгруппу $\langle x, d \rangle$. По условиям теоремы $\langle x, d \rangle$ содержится в конечной подгруппе L_1 группы G , при этом $L_1 = M_1 \times Q_1$, где $M_1 \in Y_p(G)$, а $L_1 \in X_p(G)$. Так как $R \cap M_1 \trianglelefteq M_1$, то $M_1 < R$, а поскольку x — элемент нечетного порядка, то $x \in M_1$. Получили противоречие с выбором x . Следовательно, все элементы нечетных порядков из G лежат в R , а потому R — нормальная подгруппа группы G . Так как подгруппа R проста, то $R \cap O_2(G) = \{1\}$ и мы можем образовать подгруппу $H = R \times O_2(G)$. Для доказательства леммы нам нужно установить равенство $H = G$. Предположим, что это не так, и пусть $g \in G \setminus H$. Обозначим через E некоторую конечную простую неабелеву подгруппу группы G . Если при этом G содержит подгруппу A , изоморфную $Re(Q)$, то считаем, что $E = A$. Из локальной конечности и нормальности подгруппы R выводим, что $\langle E, g \rangle$ — конечная подгруппа. По условию теоремы она содержится в подгруппе вида $L_2 = M_2 \times Q_2$, где $M_2 \in Y_p(G)$, $L_2 \in X_p(G)$. Ясно, что $E \leq M_2 \leq R$. Следовательно, $g = rd$, где $r \in R$, $d \in Q_2$, $d \notin H$ и d централизует M_2 . Обозначим через b элемент из R , для которого $bd \neq db$ (такой элемент существует, так как в противном случае $d \in C_G(R) = O_2(G)$ и $d \in H$).

Рассмотрим теперь конечную подгруппу $K = \langle L_2, b \rangle$. В силу условия теоремы $K \leq L_3 = M_3 \times Q_3$, где $M_3 \in Y_p(G)$, $L_3 \in X_p(G)$. Отсюда выводим, что $d = yz = zy$, где $y \in M_3$, $z \in Q_3$. Заметим, что $1 \neq y = dz^{-1}$, y является 2-элементом и $y \in C_G(M_2)$. Пусть i — инволюция из $\langle y \rangle$. Итак, мы получили следующую ситуацию: в группе M_3 имеется инволюция i , которая централизует её подгруппу M_2 . Это невозможно, если M_3 — одна из групп $L_2(2^n)$, $Sz(2^{2k+1})$, поскольку в этих подгруппах централизатор любой инволюции является 2-группой. Если $M_3 \simeq L_2(p^s)$, $p > 2$, то это невозможно т.к. централизатор любой инволюции в такой группе разрешим (является группой диэдра). Пусть, наконец, $M_3 \simeq Re(q)$. В силу выбора подгруппы E отсюда выводим, что $E \simeq Re(q)$ и инволюция i централизует эту подгруппу. Последнее невозможно ввиду предложения 9. Итак, мы получили противоречие. Значит, лемма верна. \square

Далее мы будем считать, что $G = G_1 = \langle a^G \rangle$.

Лемма 3. *Если N — собственная нормальная подгруппа группы G , то $N \leq Z(G)$ и N — 2-группа.*

Доказательство. Пусть $G = \langle a^G \rangle$, подгруппа N нормальна в G и $1 \neq N \triangleleft G$. Очевидно, $a \notin N$. Допустим, что $a \neq a^x$ для некоторого элемента x из N . Так как подгруппа $L_x = \langle a, a^x \rangle$ конечна, то по условиям теоремы $L_x \leq L \leq G$, $L = M \times Q$, $M \in Y_p(G)$, а $L \in X_p(G)$. Все элементы порядка p из L , очевидно, содержатся в M и ввиду простоты группы M из $1 \neq a^{-1}x^{-1}ax \in N \cap M$ заключаем, что $M \leq N$ и $N = G$. Полученное противоречие означает, что $a^{-1}x^{-1}ax = 1$ для любого элемента $x \in N$, $b^{-1}x^{-1}bx = 1$ для всех элементов $b \in a^G$. Следовательно, $N \leq Z(G)$. Пусть t — произвольный элемент из N . По условию

теоремы $t \in L_1 = (M_1 \times Q_1)$, где $M_1 \in Y_p(G)$, а $L_1 \in X_p(G)$. Как показано выше, $t \in Z(G)$, и значит, $t \in Q_1$, т.е. t — 2-й элемент. В силу произвольности выбора t из N получаем, что N — 2-группа. \square

Лемма 4. *Если теорема для группы G неверна, то можно считать, что G — бесконечная группа и $O_2(G) = 1$.*

Доказательство. Если G — конечная группа, то из условия теоремы непосредственно следует, что $G \in X_p(G)$ и теорема верна. Пусть группа G бесконечна. Докажем, что условия теоремы переносятся на фактор-группу $\bar{G} = G/O_2(G)$. По лемме 3 $O_2(G)$ содержится в $Z(G)$ и по предложению 1 \bar{G} является группой Шункова. Пусть \bar{L}_0 — произвольная конечная подгруппа в \bar{G} . Ввиду теоремы Шмидта полный прообраз L_0 подгруппы \bar{L}_0 в G локально конечен. Значит, $L_0 = KO_2(G)$ для некоторой конечной подгруппы K из L_0 . По условию насыщенности $K \leq L = M \times Q < G$, где $L \in X_p(G)$, а $M \in Y_p(G)$. Поскольку $O_2(G)$ — 2-группа, а M — простая конечная неабелева группа, то $M \cap O_2(G) = 1$ и $\bar{L}_0 \leq \bar{M} \times \bar{Q}$, где $\bar{M} \simeq M$, $\bar{Q} = Q \cdot O_2(G)/O_2(G)$ — единичная, или конечная, 2-группа. Следовательно, фактор-группа $G/O_2(G)$ наследует условие насыщенности группами из X_p . Если $G/O_2(G)$ конечна, то, полагая $\bar{L}_0 = \bar{G}$, получим $\bar{L}_0 = \bar{G} \simeq \bar{M}$ и, очевидно, $G = M \times O_2(G)$, что доказывает теорему. Таким образом, если G — контрпример к теореме, то \bar{G} — также контрпример к теореме и $O_2(\bar{G}) = 1$. Положим $G = \bar{G}$. \square

Пусть $k \in J$ и $L_0 = \langle a, k \rangle$. По предложению 3 подгруппа L_0 конечна и по условию насыщенности $L_0 \leq L < G$, где $L = M \times Q$, $M \in Y_p(G)$, $L \in X_p(G)$. Ввиду предложения 4 имеет место

Лемма 5. *Произвольная инволюция j из подгруппы L либо перестановочна со всеми элементами порядка p из L , либо не перестановочна ни с одним из них, при этом инвертирует некоторый элемент порядка p из a^L . В первом случае $j \in Q$, во втором — либо $j \in M$, либо $j = zt$, где z — инволюция из Q , t — инволюция из M .*

Лемма 6. *Если инволюция j перестановочна с некоторым элементом из a^G , то j перестановочна с каждым элементом из a^G , то есть $j \in C_G(a^G)$.*

Доказательство. Без ограничения общности можем считать, что $aj = ja$. Пусть $b \in a^G$, и допустим, что $jb \neq bj$ и $b^j = b^{-1}$. По предложению 4 подгруппа $\langle b, j \rangle$ конечна. Как и выше, $\langle b, j \rangle \leq L = M \times Q < G$, где $M \in Y_p(G)$, а $L \in X_p(G)$. Так как $jb \neq bj$, то ввиду леммы 5 j инвертирует некоторый элемент порядка p из M . Поскольку все подгруппы порядка p в M сопряжены (предложение 4), то j инвертирует некоторый элемент d из a^G . Рассмотрим $S = \langle d, a, j \rangle$. Тогда группа S конечна и по условию теоремы $S \leq L_1 = M_1 \times Q_1$, где $M_1 \in Y_p(G)$, $L_1 \in X_p(G)$, а $\langle a, d \rangle \subseteq M_1$. Но равенства $a^j = a$ и $b^j = b^{-1}$ противоречат лемме 5. Значит, $jb = bj$ для любого элемента $b \in a^G$. \square

Лемма 7. *G не содержит инволюций, перестановочных с элементом a .*

Доказательство. Предположим обратное, и пусть j — такая инволюция. По лемме 6 $j \in Z(G)$, что противоречит лемме 4. \square

Лемма 8. *G насыщена группами из множества Y_p .*

Доказательство. Пусть K — конечная группа из G . По условию насыщенности $K < M \times Q_2$, где M содержит элемент a из a^G . Тогда по лемме 7 $Q_2 = 1$ и, следовательно, $K \leq M \in Y_p$. \square

Лемма 9. *Пусть группа G содержит подгруппу L , изоморфную группе $Re(Q)$. Тогда G изоморфна группе $Re(Q)$ для подходящего локально конечного поля Q .*

Доказательство. В силу предложения 9 L содержит подгруппу $K = \langle x \rangle \times ((\langle y \rangle \times \langle z \rangle) \rtimes \langle d \rangle)$, где $|x| = |y| = |z| = 2$, $|d| = 3$; $(\langle y \rangle \times \langle z \rangle) \rtimes \langle d \rangle$ изоморфна знакопеременной группе A_4 . Предположим, что порядок силовской 2-подгруппы S группы G равен 8. Тогда $G \simeq Re(Q)$ по предложению 7. Покажем, что случай $|S| > 8$ невозможен.

Действительно, пусть $|S| > 8$. Рассмотрим 2-подгруппу $A = \langle x \rangle \times \langle y \rangle \times \langle z \rangle$. Она содержится в некоторой подгруппе S_1 порядка 16 (см. предложение 16). Так как $d \in N_G(A)$, $|S_1 : A| = 2$ и G – группа Шункова, то $B = \langle S_1, d \rangle$ – конечная группа со свойствами: порядок силовской 2-подгруппы из B больше 8; B содержит элементарную абелеву 2-подгруппу порядка 8; B содержит элемент порядка 6. Заметим теперь, что группы из насыщающего множества подгрупп с такими свойствами не содержат. Получили противоречие. Значит, $G \simeq Re(Q)$, и лемма доказана. \square

Завершим доказательство теоремы. Если G содержит подгруппу изоморфную $Re(q)$, то теорема верна согласно лемме 9. Если группа G не содержит такую подгруппу, то теорема справедлива в силу предложения 15.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 10-01-00509-а).

Список литературы

- [1] А.К.Шлёпкин, Сопряженно бипрimitивно конечные группы, содержащие конечные неразрешимые подгруппы, Сб. тез. III междунар. конф. по алгебре, Красноярск, 1993, 369.
- [2] А.А.Дуж, А.И.Созутов, К.А.Филипов, О группах Шункова с одним условием насыщенности, Алгебра, логика и методика обучения математике: материалы Всероссийской конф., посв. 100-летию со дня рождения С.Л.Эдельмана, Красноярск, 2010, 58–63.
- [3] Д.Н.Панюшкин, Л.Р.Тухватулина, К.А.Филипов, О группах Шункова, насыщенных прямыми произведениями циклических и проективных специальных линейных групп, Труды ИММ УрО РАН, **16**(2010), №2, 177–185.
- [4] К.А.Филипов, А.Г.Рубашкин, О периодических группах, насыщенных группами $L_2(p^n)$, Сиб. мат. журн., **46**(2005), №6, 1388–1392.
- [5] А.К.Шлёпкин, О сопряженно бипрimitивно конечных группах, насыщенных конечными простыми подгруппами $U_3(2^n)$, Алгебра и логика, **37**(1998), №5, 606–615.
- [6] А.К.Шлёпкин, О периодической части некоторых групп Шункова, Алгебра и логика, **38**(1999), №1, 96–125.
- [7] А.К.Шлёпкин, О некоторых периодических группах, насыщенных конечными простыми подгруппами, Матем. труды, **1**(1998), №1, 129–138.
- [8] А.К.Шлёпкин, О.В.Васильева, О периодических группах с абелевой силовской 2-подгруппой порядка 8, Мат. системы, **1**(2001), 54–60.
- [9] А.К.Шлёпкин, А.Г.Рубашкин, Об одном классе периодических групп, Алгебра и логика, **44**(2005), №1, 110–119.
- [10] А.К.Шлёпкин, Группы Шункова с дополнительными ограничениями, Дис. д-ра физ.-мат. наук, Красноярск, 1998.
- [11] Д.Горенштейн, Конечные простые группы, М., Мир, 1985.

- [12] М.И.Каргаполов, Ю.И.Мерзляков, Основы теории групп, М., Физматлит, 1996.
- [13] В.М.Бусаркин, Ю.М.Горчаков, Конечные расщепляемые группы, М., Наука, 1968.
- [14] В.П.Шунков, О периодических группах с почти регулярной инволюцией, *Алгебра и логика*, **11**(1972), №4, 470–494.
- [15] Д.В.Лыткина, Структура группы, порядки элементов которой не превосходят числа 4, *Сиб. мат. журн.*, **48**(2007), № 2, 353–358.
- [16] И.Н.Санов, Решения проблем Бернсайда для периода 4, *Учен. записки ЛГУ. Сер. матем.*, **10**(1940), 166–170.
- [17] К.А.Филиппов, Группы Цассенхауза с бесконечной силовой 2-подгруппой, **4**(2005), 109–110.

On Shunkov Groups with One Saturated Condition

Konstantin A. Philippov

It is study periodic group Shunkov, saturated some set of groups $M \times Q$, where M — finite simple nonabelian a certain kind group, Q — finite 2-group.

Keywords: saturated condition, Shunkov group.