

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт математики и фундаментальной информатики
Кафедра теории функций

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

А.К. Цих / А.К. Цих

« 13 » 06 2016 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 01.03.01 Математика

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО
ВОЗМУЩЕНИЯ
ОПЕРАТОРА КОШИ-РИМАНА

Научный руководитель

доктор физико-математических наук,

профессор

Шлапунов / А.А. Шлапунов
13.06.2016

Выпускник

Парфенов / А.А. Парфенов
13.06.2016

Красноярск 2016

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная дипломная работа по теме «О Задаче Коши для одного нелинейного возмущения оператора Коши-Римана» содержит 41 страницы текста, 26 использованных источников.

НЕКОРРЕКТНЫЕ ЗАДАЧИ, ОПЕРАТОР КОШИ-РИМАНА, НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ, ФОРМУЛЫ КАРЛЕМАНА.

Цель работы – исследовать разрешимость, единственность и корректность одного нелинейного возмущения оператора Коши-Римана.

В результате исследований получена информация о локальной структуре решения возмущенного уравнения Коши-Римана, описаны условия, при которых решения возмущенного уравнения Коши-Римана вещественно-аналитичны, доказана теорема единственности для задачи Коши рассмотренного нелинейного возмущения уравнения Коши-Римана и показана некорректности нелинейной задачи Коши. Кроме того, получены формулы Карлемана для решения задачи в областях специального вида (лунка, угол и т.д.)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Предварительные сведения	5
2. Постановка (линейной) задачи Коши	23
3. Нелинейное возмущение задачи Коши для голоморфных функций	28
4. Вещественная аналитичность решения	32
5. Примеры	36
Заключение	38
Список использованных источников	39

ВВЕДЕНИЕ

Линейные некорректные задачи изучаются уже в течение почти 100 лет. Несмотря на мнение Адамара, теория таких задач получила существенное развитие в середине XX-го столетия в связи с потребностями геологоразведки, томографии и других областях естествознания (см., например, [6]). Типичной такой задачей является задача Коши для голоморфных функций (см., например, пионерскую работу [19] или монографию [1]) или более общо, задача Коши для эллиптических уравнений и систем линейных дифференциальных уравнений, см., например, фундаментальный труд [26] по этой тематике. Различные обобщения задачи Коши для голоморфных функций (многомерные обобщения, неоднородная задача Коши, задача Коши для комплекса Дольбо и т.д.) систематически рассматривались на протяжении последних десятилетий, см. [2], [3], [25], [20].

В настоящей работе рассмотрена задача Коши для одного нелинейного возмущения оператора Коши-Римана. Среди основных подходов к решению нелинейных уравнений уместно отметить теоремы о неподвижных точках (теорема Банаха о сжимающих отображениях, теоремы типа Лерэ-Шаудера, теория степени отображения), и вариационный поход (уравнения Эйлера-Лагранжа), см., например, [23], [22], [5], [17]. Кроме того, при построении частных решений оказались эффективными методы группового анализа (см., например, [10]). Однако, несмотря на существенные успехи нелинейного анализа, до сих пор не существует решения многих важных для приложений нелинейных задач физики и механики (см., например, [8], [7]).

Настоящие исследования направлены в первую очередь на получение такой информации о решении задачи, которая позволяет построить формулы для точного и приближенных решений задачи.

В результате исследований получена информация о локальной структуре решения возмущенного уравнения Коши-Римана, описаны условия, при которых решения возмущенного уравнения Коши-Римана вещественно-аналитичны, доказана теорема единственности для задачи Коши рассмотренного нелинейного возмущения уравнения Коши-Римана и показана некорректности нелинейной задачи Коши. Кроме того, получены формулы Карлемана для решения задачи в областях специального вида (лунка, угол и т.д.)

В работе использовались метод интегральных представлений и общие методы комплексного анализа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

1. получена информация о локальной структуре решения возмущенного уравнения Коши-Римана;
2. описаны условия, при которых решения возмущенного уравнения Коши-Римана вещественно-аналитичны;
3. доказана теорема единственности для задачи Коши рассмотренного нелинейного возмущения уравнения Коши-Римана;
4. показана некорректности нелинейной задачи Коши.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Айзенберг, Л. А. Формулы Карлемана в комплексном анализе. Первые приложения / Л. А. Айзенберг. – Новосибирск: Наука, 1990. – 248 с.
2. Айзенберг, Л. А. О возможности голоморфного продолжения в область функций, заданных на связном куске ее границы / Л. А. Айзенберг, А. М. Кытманов // Мат. сб., 1991. – Т. 182, N. 5. – с. 490–597.
3. Айзенберг, Л. А. О возможности голоморфного продолжения в область функций, заданных на связном куске ее границы, 2 / Л. А. Айзенберг, А. М. Кытманов // Мат. сб., 1993. – Т. 184, N. 1. – с. 1–14.
4. Гюнтер, Н. М. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики / Н. М. Гюнтер – Москва, Гос. издательство технико-технической литературы, 1953. – 415 с.
5. Красносельский, М. А. Геометрические методы нелинейного анализа / М. А. Красносельский, П. П. Забрейко – М.: Наука, 1975. – 511 с.
6. Лаврентьев, М. М. Некорректные задачи математической физики и анализа. / М. М. Лаврентьев, В. Г. Романов, С. П. Шишатский – М.: Наука, 1980. – 286 с.
7. Ладыженская, О. А. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа, / О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, Н. Н. Уральцева – Москва, Наука, 1967. – 736 с.
8. Ладыженская, О. А. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа / О. А. Ладыженская. Н. Н. Уральцева – Москва, Наука, 1973. – 576 с.

9. Михайлов, В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов – Москва, Наука, 1975. – 391 с.
10. Овсянников, Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений / Л. В. Овсянников – М: Наука, 1978. – 339 с.
11. Тарханов, Н. Н. О задаче Коши для голоморфных функций класса Лебега L^2 в области / Н. Н. Тарханов,, А. А. Шлапунов // Сиб. Матем. журн., 1992. – Т.33, N. 5. – С. 914–922.
12. Федченко, Д. П. О задаче Коши для многомерного оператора Коши-Римана в пространстве Лебега L^2 в области / Д. П. Федченко, А. А. Шлапунов // Математический сборник, 2008. – Т. 199, № 11. – С. 141–160. 20 с./ 10 с.
13. Шабат, Б. В. Введение в комплексный анализ, в двух томах / Б. В. Шабат – Москва, Наука, 1976. – 800 с.
14. Шлапунов, А. А. О задаче Коши для голоморфных функций класса Лебега L^2 в области / А. А. Шлапунов, Н. Н. Тарханов // Сиб. матем. журн., 1992. – Т. 33, N. 5. – С. 914–922.
15. Шлапунов, А. А. О задаче Коши для уравнения Лапласа / А. А. Шлапунов // Сиб. Матем. журн., 1992. – Т.33, N. 3. – С. 205–215.
16. Шлапунов, А. А. On the Cauchy problem for the Cauchy-Riemann operator in Sobolev spaces / А. А. Шлапунов // Contemporary Math, 2008. – V. 445. – P. 333–347
17. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц – М.: Наука, 1969. – 425 с.

18. Янушаускас, А. И. Двойные ряды / А. И. Янушаускас – Новосибирск, Наука, 1980. – 224 с.
19. Carleman T. Les fonctions quasianalytiques / T. Carleman – Paris: Gauthier-Villars, 1926. – 156 p.
20. Fedchenko, D. P. On the Cauchy problem for the Dolbeault complex in spaces of distributions / D. P. Fedchenko, A. A. Shlapunov // Complex Variables and Elliptic Equations, 2013. – V. 58, N. 11. – P. 1591–1614.
21. Krantz, S. A primer of real analytic functions / S. Krantz, H. Parks – Berlin, Birkhauser-Verlag, 1992. – 209 p.
22. Leray J. Topologie et équations fonctionelles / J. Lerray, J. Schauder // Annales Scientifiques de l' École Normale Supérieure, 1934. – V. 51. – pp. 45–78.
23. Schauder, J. Der Fixpunktsatz in Funktionalräumen / J. Schauder // Studia Mathm, 1930. – № 2 – P. 171–180.
24. Shlapunov, A. A., Bases with double orthogonality in the Cauchy problem for systems with injective symbols / A. A. Shlapunov, N. N. Tarkhanov // Proc. London Math. Soc., 1995. – V. 71, N. 3. – P. 1–52.
25. Shlapunov A. A. On the Cauchy problem for the Cauchy-Riemann operator in Sobolev spaces. / A. A. Shlapunov // Contemporary Math, 2008. – V. 445.
26. Tarkhanov, N. N. The Cauchy Problem for Solutions of Elliptic Equations / N. N. Tarkhanov // – Berlin: Akademie-Verlag, 1995. – 478 pp.