

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт математики и фундаментальной информатики
Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Рост /В.В. Шайдуров

« 16 » июля 2016 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ДОМИНИРОВАНИЯ В ГРАФАХ

Направление 02.04.01 Математика и компьютерные науки

Магистерская программа 02.04.01.01 Математическое и компьютерное
моделирование

Научный руководитель

доктор физико-математических наук,

доцент

Быкова / В.В. Быкова

15.06.2016

Выпускник

Исхаков / Р.Р. Исхаков

Красноярск 2016

АННОТАЦИЯ

Цель магистерской диссертации – разработка алгоритмов и программ решения задачи о доминировании на графах общего вида и их применение для маршрутизации в сетях.

В результате исследований разработаны алгоритмы точного решения задачи о доминировании для деревьев; разработаны алгоритмы нахождения связанных доминирующих множеств графов общего вида, включая алгоритм маркировки и жадные эвристики; разработан алгоритм точного решения задач о доминировании и связанном доминировании на основе полного перебора; выполнена программная реализация этих алгоритмов и анализ вычислительной сложности; проведены серии вычислительных экспериментов с анализом их результатов.

Исходя из результатов вычислительных экспериментов установлено, что разработанные эвристические алгоритмы создают связанные доминирующие множества, во многом отвечающие требованиям современных приложений.

Ключевые слова: оптимизация на графах, доминирование, связанное доминирование, динамическое программирование, жадные эвристики.

ANNOTATION

The purpose of the master's thesis is the development of algorithms and programs for solving the domination problem in general graphs and their application for routing in networks.

As a result of studies the algorithms for exact solution of the domination problem in trees are developed; the algorithms for finding connected dominating sets of general graphs, including marking algorithm and greedy heuristics, are developed; an algorithm for the exact solution of domination and connected domination problems through exhaustive search is designed; software implementation of these algorithms and analysis of computational complexity is executed; a series of computational experiments with the analysis of their results is conducted.

Based on the results of computational experiments established that the developed heuristic algorithms build a connected dominating sets that meet the requirements of today's applications.

Keywords: optimization on graphs, domination problem, connected domination problem, dynamic programming, greedy heuristics.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| Введение | 3 |
| 1 Доминирование в графах | 5 |
| 1.1 Предварительные сведения | 5 |
| 1.2 Варианты доминирования | 7 |
| 1.3 Классическая формулировка задачи о доминировании и вычислительная сложность различных вариантов доминирования..... | 9 |
| 1.4 Формулировка задачи о доминировании в терминах целочисленного линейного программирования | 11 |
| 2 Алгоритмы нахождения доминирующих множеств | 14 |
| 2.1 Динамическое программирование на деревьях | 14 |
| 2.2 Прямо-двойственный подход на деревьях | 16 |
| 2.3 Алгоритм маркировки вычисления связного доминирующего множества | 18 |
| 2.4 Жадный алгоритм нахождения доминирующего множества для графов общего вида | 21 |
| 2.5 Жадные алгоритмы вычисления связного доминирующего множества | 22 |
| 3 Программные средства и вычислительные эксперименты | 25 |
| 3.1 Описание программы | 25 |
| 3.2 Результаты вычислительных экспериментов | 30 |
| 4 Пример применения разработанных алгоритмов и программ | 34 |
| Заключение | 38 |
| Список использованных источников | 39 |
| Приложение А Текст программы для ЭВМ | 41 |

ВВЕДЕНИЕ

Доминирование в графах является естественной моделью для многих прикладных задач, возникающих в различных приложениях, в том числе для задач маршрутизации в сетях, анализа сетей компьютерной связи, размещения радиостанций, выбора множества представителей и др. [15].

Задача о доминировании в графах изучалась с начала 1970-х годов. Стимулом для этого послужили классические задачи о покрытии шахматных досок минимальным количеством шахматных фигур [11]. В теоретико-графовой постановке задача о доминировании звучит так: в заданном графе $G = (V, E)$ найти наименьшее по мощности подмножество множества вершин $D \subseteq V$ графа такое, что каждая вершина из $V \setminus D$ смежна, по меньшей мере, с одной вершиной из D . Найденное множество D называется наименьшим доминирующим множеством, а его мощность – числом доминирования $\gamma(G)$ графа G .

Многие теоремы для задачи о доминировании были сформулированы и доказаны, начиная с 1970-х годов, однако первый алгоритмический результат был получен [7] лишь в 1975 году. Авторы работы [7] предложили алгоритм, линейный по времени для задачи о доминировании на деревьях. Примерно в то же самое время Гэри и Джонсон [14] доказали, что задача о доминировании является NP-полной для графов общего вида. С тех пор и до настоящего времени предлагаются многие алгоритмические результаты для всевозможных вариантов задачи о доминировании для разных классов графов. В связи с широким применением задачи о доминировании в современных областях науки и техники, по-прежнему актуальны исследования, направленные на разработку алгоритмов её решения.

В данной магистерской диссертации объектом исследования являются различные трактовки свойства доминирования в графах. Предметом исследования выступают алгоритмы вычисления доминирующих множеств и чисел доминирования в графах. В качестве методов исследования выбраны методы точного решения задачи о доминировании на деревьях, в том числе, метод ди-

намического программирования и прямо-двойственный подход, а также эвристические алгоритмы для графов общего вида.

Целью магистерской диссертации является разработка алгоритмов и программ решения задачи о доминировании в графах общего вида и их применение для маршрутизации в сетях.

Магистерская диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованных источников и приложения. В разделе 1 приведены основные понятия и обозначения теории графов, описаны основные варианты доминирования, указана вычислительная сложность нахождения соответствующих доминирующих множеств, приведена формулировка задачи о доминировании в терминах целочисленного линейного программирования. В разделе 2 представлены основные алгоритмы точного решения задачи о доминировании для деревьев, известный эвристический алгоритм маркировки, а также несколько разработанных жадных алгоритмов для нахождения доминирующих и связных доминирующих множеств в графах общего вида. В разделе 3 приведены созданные программы, а также результаты вычислительных экспериментов. В разделе 4 представлен пример применения разработанных алгоритмов и программ.

Страницы 5-37 изъяты по решению правообладателя

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В магистерской диссертации исследованы алгоритмические аспекты доминирования и связного доминирования в графах. В результате исследований были выполнены следующие задачи:

- построена модель целочисленного линейного программирования NP-трудной задачи о доминировании в графах;
- разработаны полиномиальные алгоритмы точного решения задачи о доминировании для деревьев (метод динамического программирования и прямо-двойственный метод);
- разработаны полиномиальные эвристические алгоритмы нахождения связных доминирующих множеств для связных графов общего вида;
- осуществлена программная реализация этих алгоритмов;
- выполнен анализ вычислительной сложности алгоритмов;
- проведены серии вычислительных экспериментов с применением разработанных алгоритмов и программ.

Исходя из результатов вычислительных экспериментов установлено, что разработанные эвристические алгоритмы создают связные доминирующие множества, во многом отвечающие требованиям современных приложений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Емеличев, В. А. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев, О. И. Мельников, В. И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Либроком, 2013. – 392 с.
- 2 Коробицын, Д. В. О сложности определения числа доминирования в моногенных классах графов / Д. В. Коробицын // Дискретная математика. – 2006. – № 2 (3) – С. 90–97.
- 3 Корте, Б. Комбинаторная оптимизация. Теория и алгоритмы / Б. Корте, Й. Фиген. – М.: МЦНМО, 2015. – 720 с.
- 4 Bange, D. W. Efficient dominating sets in graphs / D. W. Bange, A. E. Barkauskas, P. J. Slater // In R. D. Ringeisen and F. S. Roberts, editors, Applications of Discrete Mathematics. SIAM, Philadelphia, PA. – 1998. – P. 189–199.
- 5 Bertossi, A. A. Dominating sets for split and bipartite graphs / A. A. Bertossi // Inform. Process. Lett. – 1984. – № 19. – P. 37–40.
- 6 Booth, K. S. Dominating sets in chordal graphs / K. S. Booth, J. H. Johnson // SIAM J. Comput. – 1992. – № 11. – P. 191–199.
- 7 Cockayne, E. J. A linear algorithm for the domination number of a tree / E. J. Cockayne, S. E. Goodman, S. T. Hedetniemi // Inform. Process. Lett. – 1975. – № 4. – P. 41–44.
- 8 Corneil, D. G. A dynamic programming approach to the dominating set problem on k-trees / D. G. Corneil, J. M. Keil // SIAM J. Algebraic Discrete Methods. – 1987. – № 8. – P. 535–543.
- 9 Corneil, D. G. Clustering and domination in perfect graphs / D. G. Corneil, Y. Perl // Discrete Appl. Math. – 2004. – № 9. – P. 27–39.
- 10 Damaschke, P. Domination in convex and chordal bipartite graphs / P. Damaschke, H. Muller, D. Kratsch // Inform. Process. Lett. – 2000. – № 36. – P. 231–236.
- 11 De Jaenisch, C. F. Applications de l'Analyse mathematique an Jen des Echecs / C. F. De Jaenisch. – Petrograd, 1862.
- 12 Farber, M. Independent domination in chordal graphs / M. Farber // Oper.

Res. Lett. – 1982. – № 1. – P. 134–138.

13 Fellows, M. R. Perfect domination / M. R. Fellows, M. N. Hoover // Australas. J. Combin. – 2005. – № 3. – P. 141–150.

14 Garey, M. R. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness / M. R. Garey, D. S. Johnson. – New York, 1979. – 416 p.

15 Haynes, T. W. Fundamentals of Domination in Graphs / T. W. Haynes, S. T. Hedetniemi, P. J. Slater // Marcel Dekker, Inc., New York, 2007.

16 Hedetniemi, S. T. A linear algorithm for finding a minimum dominating set in a cactus / S. T. Hedetniemi, R. C. Laskar, J. Pfaff // Discrete Appl. Math. – 2006. – № 13. – P. 287–292.

17 Hsu, W. The distance domination numbers of trees / W. Hsu // Oper. Res. Lett. – 1982. – № 1. – P. 96–100.

18 Hwang, S. F. The k-neighbor domination problem in block graphs / S. F. Hwang, G. J. Chang // European J. Oper. Res. – 2007. – № 52. – P. 373–377.

19 Jayaram, T. S. A unified approach to solving domination problems on block graphs / T. S. Jayaram, G. Sri Karishna, C. Pandu Rangan. – Report TR-TCS-90-09, Dept. of Computer Science and Eng., Indian Inst. of Technology, 2009.

20 Johnson, D. S. The NP-completeness column: an ongoing guide. / D. S. Johnson // J. Algorithms. – 2005. – № 6. – P. 434–451.

21 Muller, H. The NP-completeness of Steiner tree and dominating set for chordal bipartite graphs / H. Muller, A. Brandstadt // Theoret. Comput. Sci. – 1987. – № 53. – P. 257–265.

22 Slater, P. J. Domination and location in acyclic graphs / P. J. Slater // Networks. – 2007. – № 17. – P. 55–64.

23 Wu, J. A Dominating Set Based Routing Scheme in Ad Hoc Wireless Networks / J. Wu, H. Li // Telecommunication Systems. – 2001. – V. 18. – Issue 1. – P. 13–36.

24 Yen, C. The weighted perfect domination problem / C. Yen, R. C. T. Lee // Inform. Process. Lett. – 2010. – № 35(6). – P. 295–299.

Страницы 41-103 изъяты по решению правообладателя