

УДК 550.383

Моделирование питч-углового распределения на дневной стороне магнитосферы Земли

Сергей В. Смолин*

Институт инженерной физики и радиоэлектроники,
Сибирский федеральный университет,
Свободный 79, Красноярск, 660041,
Россия

Получена 18.09.2011, окончательный вариант 25.12.2011, принята к печати 10.01.2012

Предложена математическая модель питч-угловой диффузии в магнитосфере, которая позволяет теоретически рассчитывать плотность фазового пространства или питч-угловое распределение заряженных частиц. На конкретных примерах эволюции питч-угловых распределений во время магнитной бури 1–7 мая 1998 года в течение ее последних 68 часов продемонстрированы потенциальные возможности предлагаемой модели питч-угловой диффузии на дневной стороне магнитосферы Земли.

Ключевые слова: протоны, питч-угловая диффузия, магнитосфера Земли.

Введение

Экспериментально определено, что в магнитосфере Земли наблюдаются четыре основных типа питч-угловых распределений заряженных частиц вместе с их вариациями. В частности, питч-угловые распределения типа "бабочка" (англ. "butterfly"). Это такие распределения, у которых для питч-угла 90° наблюдается локальный минимум, а симметрично от него слева и справа — два одинаковых по величине максимума. Значительно чаще встречаются нормальные (англ. "normal or pancake") питч-угловые распределения, так называемые потому, что максимальные потоки для питч-угла 90° . Другие типичные питч-угловые распределения по данным, например [1], следующие: изотропные (англ. "isotropic or flattop") и типа "голова и плечи" (англ. "head and shoulders or cap"). Отсюда следует, что предлагаемая математическая модель питч-угловой диффузии должна описывать все четыре типа питч-угловых распределений вместе с их вариациями.

Для объяснения питч-угловых распределений типа "бабочка" в [1] описаны следующие возможные физические механизмы: 1) взаимодействие волна–частица, 2) инжекция и дрейф частиц, 3) расщепление дрейфовых оболочек электрического поля, 4) экранирование магнитопаузы и 5) расщепление дрейфовых оболочек магнитного поля. Эти же физические механизмы в разной степени оказывают влияние и на другие типы питч-угловых распределений. Поэтому желательно в модели питч-угловой диффузии сразу учесть влияние хотя бы нескольких физических механизмов.

Таким образом, цель работы — продемонстрировать потенциальные возможности предлагаемой математической модели питч-угловой диффузии в магнитосфере Земли, которая одновременно учитывает влияние первых трех физических механизмов, на примере конкретной магнитной бури.

*smolin@krasu.ru

1. Математическая модель

После предварительного теоретического анализа и дополняя результаты, представленные в [2], предлагается следующее нестационарное дифференциальное уравнение в частных производных для математического описания питч-угловой диффузии в магнитосфере Земли для диапазона питч-углов от 0 до 180°:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\sin \alpha D_{\alpha\alpha} \frac{\partial f}{\partial \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha \cos \alpha}{2L} \frac{dL}{dt} f \right) - \frac{f}{T_{wp}} + S_{\perp} \sin^2 \alpha f, \quad (1)$$

где f — плотность фазового пространства (или функция распределения), t — время, L — параметр Мак-Илвейна (величина безразмерная), α — питч-угол, $D_{\alpha\alpha}$ — коэффициент питч-угловой диффузии, T_{wp} — время взаимодействия волна–частица, S_{\perp} — перпендикулярный коэффициент функции источника частиц.

Коэффициент питч-угловой диффузии определяется так

$$D_{\alpha\alpha} = D_{\perp} \sin^2 \alpha = \frac{1}{\gamma_{\perp 0} (\gamma_{\perp 0} + 2) T_{wp}} \sin^2 \alpha, \quad (2)$$

а S_{\perp} — следующим образом:

$$S_{\perp} = \frac{(\gamma_{\perp 0} + 3)}{(\gamma_{\perp 0} + 2) T_{wp}}. \quad (3)$$

В формулах (2) и (3) $\gamma_{\perp 0}$ — это хорошо известный (когда $f \sim \sin^{\gamma} \alpha$) показатель питч-углового распределения заряженных частиц (или индекс анизотропии питч-углового распределения), но взятый для питч-угла 90° и в начальный момент времени. Если же в начальный момент хотя бы приближенно для всего диапазона питч-углов $\gamma = \text{const}$, то берем $\gamma_{\perp 0} = \gamma$. Из формул (2) и (3) также видно, что начальный перпендикулярный показатель питч-углового распределения частиц должен быть больше нуля ($\gamma_{\perp 0} > 0$), чтобы не было деления на ноль и чтобы коэффициент питч-угловой диффузии был больше нуля. Другим необходимым условием для модели является следующее — дифференциальный поток частиц вдоль магнитных силовых линий должен быть много меньше дифференциального потока частиц перпендикулярного к магнитным силовым линиям ($j_{\parallel} \ll j_{\perp}$).

Время взаимодействия волна – частица в зависимости от индекса геомагнитной активности $Kp \leq 6$ будем определять согласно работе [3]:

$$T_{wp}(Kp) = T_{wp}(Kp = 0) \times (1 - 0,15Kp), \quad (4)$$

где величины T_{wp} для $Kp = 6$ используются для более высоких Kp .

Так как $T_{wp}(Kp = 0)$ не было определено, предлагается следующая формула для вычисления:

$$T_{wp}(Kp = 0) = kT_{\min} = k \frac{2T_B}{\alpha_c^2} = k \frac{2R_E L^4 \sqrt{4L - 3} \sqrt{m}}{\sqrt{2EL}}, \quad (5)$$

где k — переменный параметр, T_{\min} — минимальное время жизни заряженной частицы [4], T_B — четверть баунс-периода [4], α_c — питч-угол конуса потерь [5], R_E — средний радиус Земли, E — энергия частицы, а m — ее масса.

Несмотря на то, что время взаимодействия волна — частица точно неизвестно, формулы (4), (5) позволяют оценивать это время от параметра k и в зависимости от энергии заряженной частицы, ее массы, параметра Мак-Илвейна и Kp — индекса геомагнитной активности, давая возможность таким образом моделировать влияние времени взаимодействия волна — частица на процесс питч-угловой диффузии в магнитосфере Земли.

Уравнение (1) содержит dL/dt , так как это уравнение не усреднялось по баунс-периоду. Но для проведения численных расчетов будем полагать, что $dL/dt \approx \langle dL/dt \rangle$. Тогда баунс-усредненная радиальная дрейфовая скорость движения заряженных частиц в магнитосфере Земли будет определена так [2, 6]:

$$\left\langle \frac{dL}{dt} \right\rangle = -\Omega \frac{\varphi_2}{\varphi_0} L^4 \cos \phi, \quad (6)$$

где ϕ — азимутальный угол (местное время LT = 0 часов в полночь) или геомагнитная восточная долгота в плоскости магнитного экватора, Ω — угловая скорость вращения Земли, $\varphi_0 = 92$ кВ, а зависимость φ_2 в кВ от геомагнитной активности, т.е. от Kp -индекса, определяется по формуле [7]

$$\varphi_2 = \frac{0,045}{(1 - 0,16Kp + 0,01Kp^2)^3}. \quad (7)$$

Предлагаемое уравнение (1) совместно с (2)–(7) для описания питч-угловой диффузии в магнитосфере отличается от других математических моделей питч-угловой диффузии, например, следующим: 1) конкретным аналитическим приближенным определением коэффициента питч-угловой диффузии $D_{\alpha\alpha}(\alpha)$, 2) конкретным аналитическим определением функции источника заряженных частиц $S(\alpha)$ и 3) определением коэффициента конвекции консервативного потока $\left(\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2L} \frac{dL}{dt} \right)$. Поэтому уравнение (1)–(7) содержит некоторые математические модели питч-угловой диффузии как частные случаи (см. [8, 9]).

Предлагаемая математическая модель питч-угловой диффузии заряженных частиц в магнитосфере Земли (1)–(7) учитывает три физических механизма. Во-первых, взаимодействие волна–частица учитывается за счет влияния времени T_{wp} . Причем оно как бы "интегральное" или "усредненное" из-за того, что предполагается взаимодействие частиц со всем спектром волн в магнитосфере Земли, а не с одним каким-то конкретным видом (как это обычно принято). Отсюда следует, что к коэффициенту питч-угловой диффузии $D_{\alpha\alpha}(\alpha)$ и к функции источника частиц $S(\alpha)$ надо относиться точно так же. Во-вторых, учитывается физический механизм инжекции и дрейфа частиц наличием в уравнении (1) скорости радиального дрейфа dL/dt . И, в-третьих, принимая во внимание зависимость потенциала электрического поля от индекса геомагнитной активности Kp (7), учитываем влияние расщепления дрейфовых оболочек электрического поля на распределение заряженных частиц по питч-углам.

Уравнение (1) совместно с (2)–(7) представляет собой нестационарное одномерное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, решение которого следует искать в виде функции от α и t . Используем его для определения эволюции питч-углового распределения протонов радиационных поясов Земли во время конкретной магнитной бури.

Для примера взята магнитная буря 1–7 мая 1998 года, которая была описана в [10]. Полная продолжительность бури была 168 часов. Часы отсчитывали после 0000 UT 1 мая. При проведении расчетов взят промежуток времени от 100 часов (0 часов при моделировании) до 168 часов (68 часов для модели). Потому что в момент времени 100 часов (0 часов) Kp -индекс геомагнитной активности равнялся 6 и далее в течение 68 часов соответствующим образом снижался.

В дальнейшем будет использоваться следующая взаимосвязь между дифференциальным потоком частиц j и плотностью фазового пространства f (или функцией распределения) $j = 2mEf$, где m — масса заряженной частицы, в данной работе протона. Поэтому введем следующие граничные условия: $j = 0$ для $\alpha = 0^\circ$ и для $\alpha = 180^\circ$. Самым важным является начальное условие в момент времени $t = 0$ часов. Его возьмем из работы [11], где

представлены питч-угловые распределения, измеренные АМРТЕ/СНЕМ для L величин 3–4 и $MLT = 1902$ – 2001 в течение главной фазы бури 10 июня 1985 года. Данные были собраны от $UT = 0314$ – 0346 , когда Dst было 79. Например, для диапазона энергий (15,0– 8,2) кэВ для протонов предлагалась следующая зависимость:

$$j(\alpha) = j_{\perp} \sin^{\gamma} \alpha, \quad (8)$$

где $j_{\perp} \approx 6 \cdot 10^5$ (см² с ср кэВ)⁻¹, а $\gamma = 1,0331$.

Такое представление начального питч-углового распределения подобрано для того, чтобы в дальнейшем результаты расчетов можно было сравнить еще и с модельными питч-угловыми распределениями протонов работы [10].

Далее, нестационарное уравнение (1) совместно с (2)–(7) для указанных граничных условий и начального питч-углового распределения (8) решается численно с использованием проекционного метода конечных элементов.

2. Результаты расчетов

На рис. 1 представлены результаты расчетов. В частности, показана эволюция питч-угловых распределений протонов с энергией $E = 10,82$ кэВ на $L = 4$ и $MLT = 1500$ (величины E , L , MLT с рис. 10 из [10] для сравнения в дальнейшем) во время бури 1–7 мая 1998 года в течение ее последних 68 часов. Переменный параметр k в формуле (5) принимал три значения: 100, 1000, 10000. В результате были получены три варианта эволюции питч-углового распределения протонов во время бури на дневной стороне магнитосферы (в примере $MLT = 1500$). Видно, что никаких питч-угловых распределений типа "бабочка" нет, как это и должно быть [12–14]. А есть только нормальные распределения, питч-угловые распределения типа "голова и плечи" и их вариации. Причем эволюция модельных питч-угловых распределений протонов во время бури существенно отличается на ночной стороне магнитосферы от эволюции на ее дневной стороне. Сравним это с модельными расчетами авторов статьи [10]. Используя значительно более сложную самосогласованную модель магнитосферного кольцевого тока и электромагнитных ионно-циклотронных волн, они получили модельные питч-угловые распределения протонов кольцевого тока с энергией $E = 10,82$ кэВ для разных времен магнитной бури 1–7 мая 1998 года для $L = 4$ и $MLT = 1500$ (часы отсчитывались после 0000 UT 1 мая) и представили результаты с учетом и без учета взаимодействия волна – частица. Сравнение с этой работой показывает совпадение модельных питч-угловых распределений протонов на хорошем качественном уровне, а ближе всего, когда, вероятно, $k = 100$. И у них также нет питч-угловых распределений типа «бабочка».

Более того, экспериментальные данные и другие расчеты, например из [15–18], тоже подтверждают проведенные модельные расчеты, представленные на рис. 1.

Таким образом, на конкретных примерах эволюции питч-угловых распределений во время магнитной бури, продемонстрированы потенциальные возможности предлагаемой модели питч-угловой диффузии в магнитосфере Земли. Модель питч-угловой диффузии (1)–(7) позволяет моделировать и прогнозировать питч-угловые распределения для разных заряженных частиц (протонов, электронов, положительно заряженных ионов и так далее) в зависимости от массы заряженной частицы, ее энергии, параметра Мак-Илвейна, величины магнитного местного времени MLT , начального перпендикулярного значения показателя питч-углового распределения частиц, переменного параметра k , определяющего время взаимодействия волна–частица, и Kp -индекса геомагнитной активности. При этом в модели одновременно учитываются такие возможные физические механизмы образования питч-угловых распределений, как взаимодействие волна–частица, инжекция и дрейф частиц, расщепление дрейфовых оболочек электрического поля.

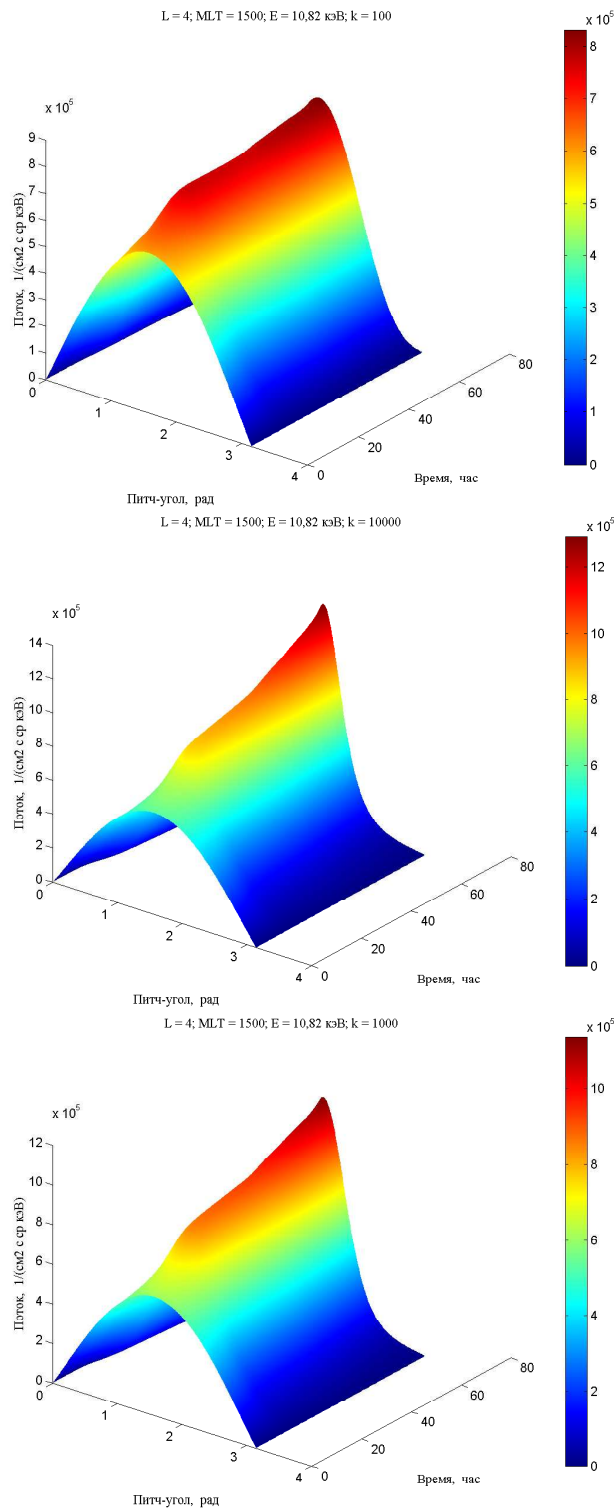


Рис. 1. Эволюция пичч-угловых распределений протонов с энергией $E = 10,82 \text{ кэВ}$ на $L = 4$ и $MLT = 1500$ во время бури 1–7 мая 1998 года в течение последних 68 часов для разных коэффициентов k , определяющих (по формуле (5)) различное время взаимодействия волна – частица

Также возможно использование предлагаемой модели питч-угловой диффузии при соответствующем уточнении и для модельных расчетов, например в магнитосферах Сатурна и Юпитера. В итоге, предлагаемая довольно простая модель питч-угловой диффузии заряженных частиц в магнитосфере, вероятно, будет полезна как теоретикам, так и экспериментаторам для уточнения, сравнения и сопоставления с экспериментальными данными.

Выводы

1. Предложенная математическая модель питч-угловой диффузии в магнитосфере позволяет теоретически рассчитывать плотность фазового пространства или питч-угловое распределение заряженных частиц в зависимости от массы частицы, ее энергии, параметра Мак-Илвейна, величины магнитного местного времени, начального перпендикулярного значения показателя питч-углового распределения частиц, переменного параметра k , определяющего время взаимодействия волна-частица, и Kp -индекса геомагнитной активности.
2. Необходимые условия для модели: начальный перпендикулярный показатель питч-углового распределения частиц должен быть больше нуля ($\gamma_{\perp 0} > 0$), а дифференциальный поток частиц вдоль магнитных силовых линий должен быть много меньше дифференциального потока частиц, перпендикулярного к магнитным силовым линиям ($j_{\parallel} \ll j_{\perp}$).
3. Данные для модели дают только экспериментально определенные питч-угловые распределения. Как начальное распределение можно брать реальное (без подгонки) нормальное распределение или питч-угловое распределение типа «голова и плечи» с любыми их вариациями.
4. Модель (1)–(7) описывает все четыре основных типа питч-угловых распределений вместе с их вариациями и одновременно учитывает такие возможные физические механизмы образования питч-угловых распределений, как взаимодействие волна-частица, инжекция и дрейф частиц, расщепление дрейфовых оболочек электрического поля.
5. Возможно использование предлагаемой модели питч-угловой диффузии при соответствующем уточнении для модельных расчетов, например в магнитосферах Сатурна и Юпитера.
6. Предлагаемая модель питч-угловой диффузии заряженных частиц в магнитосфере довольно проста и поэтому, вероятно, будет полезна как теоретикам, так и экспериментаторам для уточнения, сравнения и сопоставления с экспериментальными данными.

Список литературы

- [1] D.G.Sibeck, R.W.McEntire, A.T.Y.Lui, R.E.Lopez, S.M.Krimigis, Magnetic field drift shell splitting: cause of unusual dayside particle pitch angle distributions during storms and substorms, *J. Geophys. Res.*, **92**(1987), № A12, 13,485–13,497.
- [2] С.В.Смолин, Моделирование питч-угловой диффузии в магнитосфере Земли, М., СКП, 1996.
- [3] Y.S.Miyoshi, V.K.Jordanova, A.Morioka, M.F.Thomsen, G.D.Reeves, D.S.Evans, J.C.Green, Observations and modeling of energetic electron dynamics during the October 2001 storm, *J. Geophys. Res.*, **111**(2006), № A11, 502–513.

- [4] М.И.Пудовкин, О.М.Распопов, Н.Г.Клейменова, Возмущения электромагнитного поля Земли. Ч. 1, Полярные магнитные возмущения, Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1975.
- [5] D.Summers, R.M.Thorne, Relativistic electron pitch-angle scattering by electromagnetic ion cyclotron waves during geomagnetic storms, *J. Geophys. Res.*, **108**(2003), № A4, 1143–1154.
- [6] С.В.Смолин, Влияние питч-углового распределения на плазменные процессы в ночной магнитосфере, *Геомагнетизм и аэрономия*, **33**(1993), № 5, 17–25.
- [7] A.Nishida, Geomagnetic diagnosis of the magnetosphere, New York, Springer-Verlag, 1978.
- [8] C.F.Kennel, H.E.Petschek, Limit on stably trapped particle fluxes, *J. Geophys. Res.*, **71**(1966), № 1, 1–14.
- [9] Л.Лайонс, Д.Уильямс, Физика магнитосферы, М., Мир, 1987.
- [10] G.V.Khazanov, K.V.Gamayunov, V.K.Jordanova, Self-consistent model of magnetospheric ring current and electromagnetic ion cyclotron waves: The 2-7 May 1998 storm, *J. Geophys. Res.*, **108**(2003), № A12, 1419–1436.
- [11] V.K.Jordanova, L.M.Kistler, J.U.Kozyra, G.V.Khazanov, A.F.Nagy, Collisional losses of ring current ions, *J. Geophys. Res.*, **101**(1996), № A1, 111–126.
- [12] H.I.West,Jr., R.M.Buck, J.R.Walton, Electron pitch angle distributions throughout the magnetosphere as observed on Ogo 5, *J. Geophys. Res.*, **78**(1973), № 7, 1064–1081.
- [13] H.A.Garcia, W.N.Spjeldvik, Anisotropy characteristics of geomagnetically trapped ions, *J. Geophys. Res.*, **90**(1985), № A1, 347–358.
- [14] H.A.Garcia, Energetic electron pitch angle distribution parameters at 6.6 Re, as deduced from GOES X-ray observations, *Planet. Space Sci.*, **44**(1996), № 5, 473–484.
- [15] R.S.Selesnick, J.B.Blake, Relativistic electron drift shell splitting, *J. Geophys. Res.*, **107**(2002), № A9, 1265–1274.
- [16] F.Xiao, Q.-G.Zong, L.Chen, Pitch-angle distribution evolution of energetic electrons in the inner radiation belt and slot region during the 2003 Halloween storm, *J. Geophys. Res.*, **114**(2009), A01215.
- [17] Q.-G.Zong, X.-Z.Zhou, Y.F.Wang, X.Li, P.Song, D.N.Baker, T.A.Fritz, P.W.Daly, M.Dunlop, A.Pedersen, Energetic electron response to ULF waves induced by interplanetary shocks in the outer radiation belt, *J. Geophys. Res.*, **114**(2009), A10204.
- [18] F.Xiao, L.Chen, Y.He, Z.Su, H.Zheng, Modeling for precipitation loss of ring current protons by electromagnetic ion cyclotron waves, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, **73**(2011), № 1, 106–111.

Modeling of Pitch Angle Distribution on the Dayside of the Earth's Magnetosphere

Sergey V. Smolin

The mathematical model of pitch-angle diffusion in the magnetosphere which allows to compute theoretically density of phase space or pitch angle distribution of the charged particles is offered. On concrete examples of pitch angle distribution evolution during the 1–7 May 1998 geomagnetic storm within its last 68 hours potential opportunities of offered model of pitch-angle diffusion on the dayside of the Earth's magnetosphere are shown.

Keywords: protons, pitch-angle diffusion, magnetosphere of the Earth.