

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и фундаментальной информатики

Базовая кафедра вычислительных и информационных технологий

**УТВЕРЖДАЮ**

/ Заведующий кафедрой

Раст В.В. Шайдуров

«21» июня 2016 г.

## БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Направление 02.03.01 Математика и компьютерные науки

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ НА ОСНОВЕ ВЕКТОРНЫХ КАРТ В ПОЛЬСКОМ ФОРМАТЕ

Научный руководитель

кандидат физико-математических наук

21.06.2016 Е.В. Кучунова Е.В. Кучунова

Выпускник

21.06.2016 А.В. Рулёв А.В. Рулёв

Красноярск 2016

## РЕФЕРАТ

Выпускная бакалаврская работа по теме «Вычислительный алгоритм построения поверхности рельефа местности на основе векторных карт в польском формате» содержит 38 страниц текстового документа, 21 рисунок, 0 таблиц, 2 приложения, 5 использованных источников литературы.

ВЕКТОРНЫЕ КАРТЫ, ПОЛЬСКИЙ ФОРМАТ, ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ СПЛАЙНЫ, ЦИФРОВЫЕ МОДЕЛИ МЕСТНОСТИ.

Целью бакалаврской работы является построение цифровой модели местности по векторным картам в польском формате; разработка вычислительного алгоритма построения цифровой модели рельефа на основе изолиний; реализация вычислительного алгоритма в виде программного комплекса на языке C++ и тестирование вычислительного алгоритма на серии тестовых задач.

В работе представлен алгоритм построения цифровой модели рельефа, который восстанавливает матрицу высот по заданному набору изолиний, представлены результаты вычислительных экспериментов.

Данная программа может быть использована при проведении исследований.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1 Обзор цифровых моделей рельефа.....	5
1.1 Определение модели TIN.....	5
1.2 Растровое представление поверхности.....	6
2 Построение поверхности рельефа местности.....	8
2.1 Постановка задачи.....	8
2.2 Вычислительный алгоритм.....	9
3 Результаты численных экспериментов.....	12
3.1 Описание численных экспериментов.....	12
3.2 Тестовая задача №1.....	12
3.3 Тестовая задача №2.....	15
3.4 Тестовая задача №3.....	20
3.5 Поверхность рельефа горного хребта борус.....	24
Заключение.....	26
Список использованных источников.....	27
Приложение А.....	28
Приложение Б.....	39

## ВВЕДЕНИЕ

С появлением первых компьютеров возможности хранения информации многократно возросли и практически сразу же были сделаны попытки реализовать на компьютере карту и связать с каждым объектом карты его описание, внесенное в базу данных.

Цифровая модель очень удобна при использовании, поскольку ее можно вращать, посмотреть на нее с любой точки и получить более полное представление о рельефе. С помощью цифровых моделей можно быстро получить информацию о высоте, угле наклона, экспозиции склона в любой точке модели. При использовании цифровых моделей значительно увеличивается возможность обычного пользователя проложить более удобный маршрут для подъема в гору или найти более подходящий рельеф.

В начале 2000 годов появился формат представления геоданных имеющий простую и хорошо документированную структуру. Этот формат получил название «польский формат» или формат MP. Польский формат (формат для векторных карт) — это текстовый формат хранения данных, используемый как в качестве промежуточного формата при конвертировании между различными промышленными форматами электронных карт, так и для их редактирования. Название свое получил потому, что изначально был разработан польскими программистами.

Польский формат можно легко расширять и дополнять своими объектами или полями объектов, что делает его удобным при разработке картографического ПО со специфическими требованиями. Расширенные данные польского формата сохраняют совместимость с программами, работающими со стандартной структурой польского формата.

*Изолиния (линия уровня)* - условное обозначение на карте, чертеже, схеме или графике, представляющее собой линию, в каждой точке которой измеряемая величина сохраняет одинаковое значение.

*Полилиния* - это замкнутая или незамкнутая последовательность соединенных между собой отрезков или дуговых сегментов, которые рассматриваются как цельный объект.

**Цель работы:** построить цифровую модель местности по векторным картам в польском формате. В качестве исходных данных выступают наборы изолиний. Каждая из изолиний представляет собой набор точек местности, имеющих одинаковую высоту.

Строится цифровая модель с помощью прямоугольной сетки, в узлах которой заданы значения  $z$  (высоты). Прямоугольная сетка обладает преимуществом простой и удобной структуры, требующей хранения только значений высот и позволяющей упростить алгоритмы анализа и обработки поверхности.

Для достижения поставленной цели в бакалаврской работе требовалось решить следующие задачи.

1. Разработать вычислительный алгоритм построения поверхности рельефа.
2. Реализовать разработанный алгоритм на языке C++ в виде прикладной программы.
3. Проверить разработанный алгоритм на тестовых задачах.

# 1 Обзор цифровых моделей рельефа

## 1.1 Определение модели TIN

Модель TIN (*Triangulation Irregular Network* – триангуляционная нерегулярная сеть) географических объектов – модель поверхности в виде сети смежных не пересекающихся треугольных граней, определенная по узлам и ребрам, которые покрывают поверхность.

Геометрия модели TIN образуется гранями, узлами и ребрами в трехмерном пространстве. Каждая грань TIN является частью поверхности в 3D-пространстве.

Модель TIN обладает следующими свойствами.

- 1 Модель TIN позволяет получить точное представление о локальной части поверхности, используя переменную плотность узлов со значением  $Z$  и линии перегиба поверхности;
- 2 Модель TIN является основой 3D-визуализации поверхности;
- 3 Модель TIN позволяет выполнить сложный анализ поверхности (вычисление высот, уклонов, экспозиций склонов, получение изолиний поверхности, расчеты объемов, вертикальные профили по трассе линии, анализ видимости).

На рис. 1 продемонстрирован пример модели TIN.

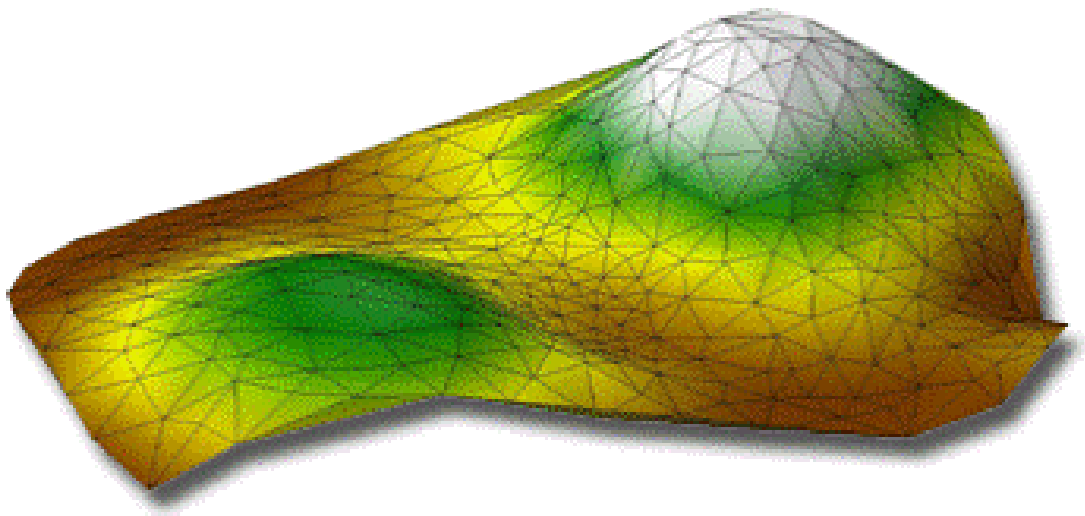


Рисунок 1- Модель TIN

## 1.2 Растровое представление поверхности

Это формат представления поверхности в виде матрицы равномерно распределенных точек, каждая из которых характеризуется своим параметром  $Z$ . Параметром  $Z$  может являться высота местности, количество особей на данной территории и т.д.

Существует две основные модели – «решеточная» и «ячеистая» (рис. 2). Первая модель представлена в виде значений интерполируемых по значениям  $Z$  в нескольких соседних точках. Во второй модели используется коллекция центральных точек ячеек со значениями  $Z$ , расположенных регулярно через горизонтальные интервалы.

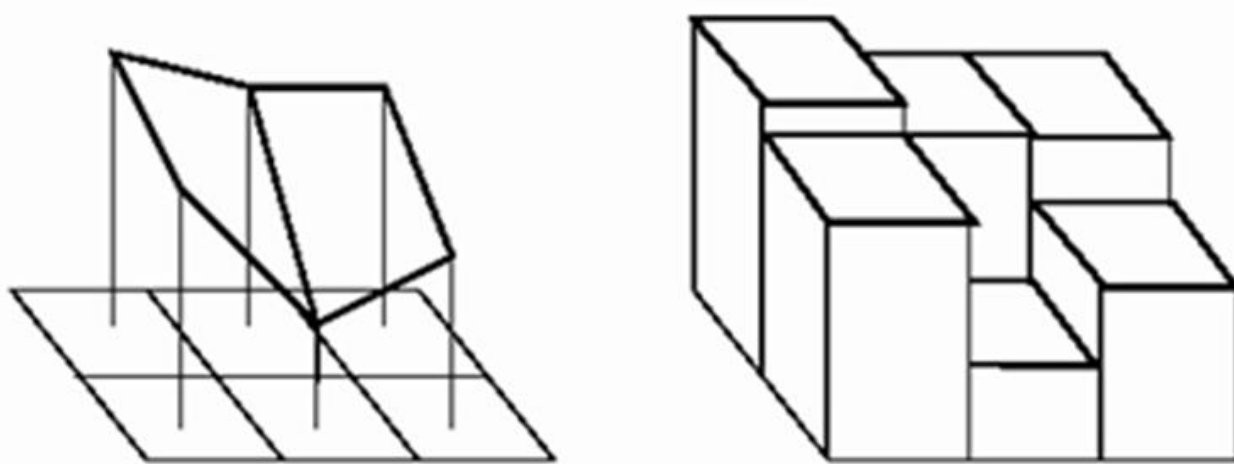


Рисунок 2- Растровые модели

Преимущества растрового представления поверхности:

- 1) простота модель;
- 2) применение в приложениях, где точность местоположений не имеет преимущественного значения и не требуется точного представления пространственных объектов поверхности.

Недостатки растрового представления поверхности:

- 1) регулярная структура не приспособлена к изменениям сложного рельефа;
- 2) разрывы непрерывности передаются недостаточно хорошо;
- 3) точные местоположения точек вершин, дна теряются.

По сравнению с векторными моделями растровые модели обладают следующими недостатками:

- географические объекты характеризуются менее точной информацией о местоположении и размерах;
- растры требуют больших объемов памяти.

Представление географических объектов растровыми моделями имеет следующие преимущества:

- растр отображает непрерывно охватываемую территорию;
- растровые данные проще для обработки и обеспечивают более высокое быстродействие;
- ввод растровых данных менее трудоемкий.

В растровых моделях выборочные точки расположены в узлах регулярной растровой решетки, а в триангуляционных сетях располагаются нерегулярно так, чтобы наилучшим образом обогнуть поверхность.



## 2 Построение поверхности рельефа местности

### 2.1 Постановка задачи

Пусть имеется некоторая исходная прямоугольная область  $\Omega = [x_{min}, x_{max}] \times [y_{min}, y_{max}]$ , в которой задан набор изолиний  $L = \{l_0, l_1, \dots, l_{m-1}\}$ . Каждая изолиния представляет собой пару  $l_k = \langle h_k, V_k \rangle$ , где  $h_k$  - высота набора вершин  $V_k = \{(x_i^k, y_i^k), i = 0, \dots, n_k\}$ . Предположим набор вершин  $V_k$  является упорядоченным вдоль изолинии  $l_k$  (в противном случае, вершины легко переупорядочить). Каждая изолиния может быть как замкнутой, так и не замкнутой.

Построим в  $\bar{\Omega}$  равномерную прямоугольную сетку  $\Omega_h$ :

$$\Omega_h = \{(x_i, y_j); x_i = x_{min} + i * h_x, y_j = y_{min} + j * h_y; i = 0, \dots, N; j = 0, \dots, M\},$$

где  $N, M$  - количество узлов сетки вдоль осей  $OX$  и  $OY$  соответственно,

$$h_x = \frac{x_{max} - x_{min}}{N}, h_y = \frac{y_{max} - y_{min}}{M}.$$

Требуется вычислить значение высоты  $z_{ij}$  в каждой точке  $\Omega_h$  таким образом, чтобы полученная поверхность интерполировала бы весь заданный набор изолиний  $L$ .

Пример исходного набора изолиний изображен на рис. 3.

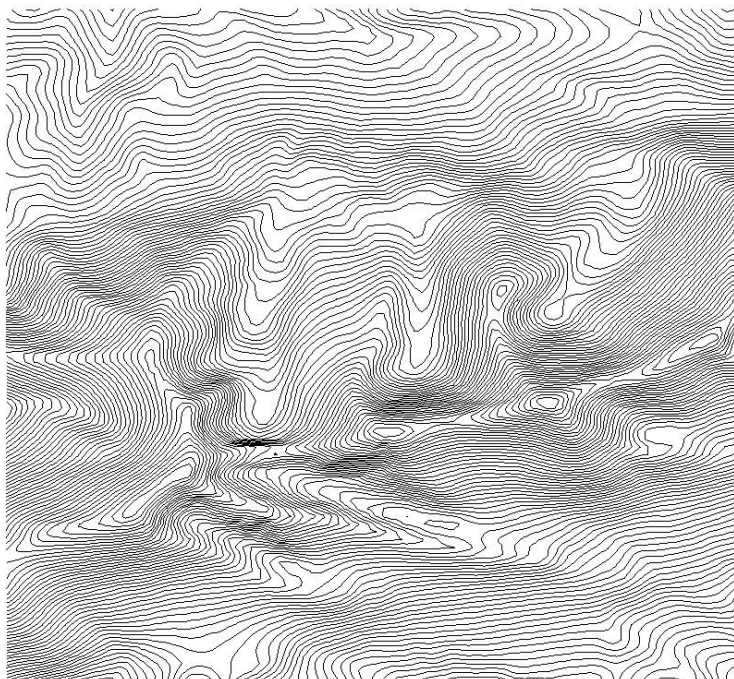


Рисунок 3- Пример исходного набора изолиний

## 2.2 Вычислительный алгоритм

Представляемый вычислительный алгоритм разбивается на три этапа.

1. Получение данных об исходном наборе изолиний.
2. Перенос данных о высотах изолиний в узлы сетки.
3. Получение поверхности с помощью сплайн-интерполяции.

### *Этап №1. Получение данных об исходном наборе изолиний*

Данные об исходном наборе изолиний хранятся в текстовом файле с расширением .mr. В этом файле хранится информация о всех объектах местности (озера, реки и ручьи, тропы, изолинии, участки леса, здания и сооружения). Все объекты задаются при помощи полилиний и полигонов (замкнутых полилиний), содержащих физические координаты (широта и долгота) набора точек. Из всего набора данных нам необходимо выделить только изолинии и считать координаты их вершин.

### *Этап №2. Перенос данных о высотах изолиний в узлы сетки*

Рассмотрим отдельно некую изолинию  $l = \langle h, V \rangle$  множества  $L$ . Для простоты изложения опустим индекс, означающий ее номер. Предположим, что множество  $V$  этой изолинии содержит  $n$  вершин  $V = \{V_0, V_1, \dots, V_{n-1}\}$ . Необходимо перенести информацию о этой изолинии во все узлы сетки  $\Omega_h$  располагающиеся вдоль изолинии  $l$ . Для этого дополняем изолинию точками при помощи линейной интерполяции.

Рассмотрим две соседних точки  $V_j$  и  $V_{j+1}$  изолинии  $l$ . Необходимо найти пересечение прямой линии  $V_j V_{j+1}$  со всеми линиями сетки  $\Omega_h$ . Для этого разбиваем отрезок  $V_j V_{j+1}$  на систему подотрезков  $\{v_0, v_1, \dots, v_k\}$  так, чтобы  $v_0 = V_j$ ,  $v_k = V_{j+1}$  и расстояние между соседними точками не превосходило шаг сетки:  $|v_j - v_{j-1}| < \frac{h_x + h_y}{2}$ .

Далее для каждой точки  $v_j$  отрезка  $V_j V_{j+1}$  вычисляется ближайший узел  $(x_i^k, y_i^k)$  сетки  $\Omega_h$ , которому приписывается высота  $h$  изолинии  $l$ .

Результат переноса отрезка на сетку изображен на рис. 4.

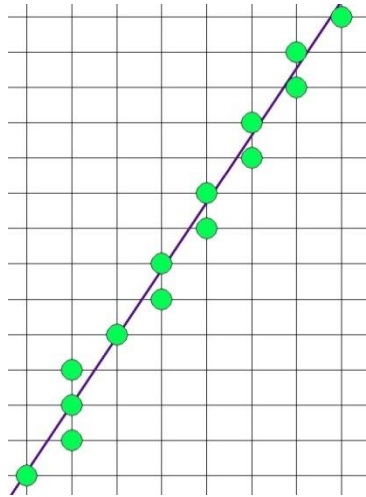


Рисунок 4- Перенос отрезка изолинии на сетку

Таким образом, изолиния  $l$  аппроксимируется набором узлов сетки  $\Omega_h$  для которых высота является постоянной и равна  $h$ . Применяя данный алгоритм ко всем изолиниям набора  $L$  получаем множество узлов сетки  $\Omega_h$  с известными высотами. Пример такого множества вершин изображен на рис.5.

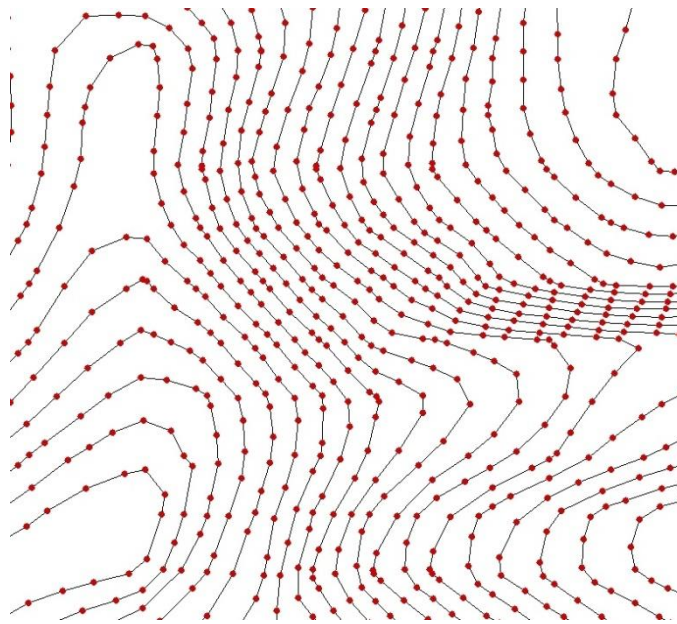


Рисунок 5- Перенос изолиний набора на сетку

**Этап №3. Получение поверхности с помощью сплайн-интерполяции**

Следующей задачей является вычисление высот во всех узлах сетки  $\Omega_h$ .

Рассмотрим некоторый разрез области  $\Omega$  вдоль оси  $OX$  (зафиксируем значение  $y = const$ ). Вдоль этого разреза в некотором наборе узлов известны высоты, полученные после переноса изолиний. Во всех остальных узлах построим интерполяционный сплайн первого порядка. Переберем по очереди

все разрезы сетки  $\Omega_h$  при каждом значении  $y = y_j, j = 0, 1, \dots, M$  и вдоль каждого разреза построим интерполяционные сплайны. Аналогично поступаем и вдоль оси  $OY$  фиксируя по очереди значения  $x = x_i$ , для каждого значения  $i = 0, 1, \dots, N$  строим интерполяционный сплайн. Таким образом, в каждом узле  $(x_i, y_j)$  сетки  $\Omega_h$  получаем вычисленное значение высоты  $z_{ij}, i = 0, 1, \dots, N, j = 0, 1, \dots, M$ .

## 3 Результаты численных экспериментов

### 3.1 Описание численных экспериментов

Целью проведения вычислительных экспериментов является проверка разработанного вычислительного алгоритма. В тестовых задачах берутся различные поверхности с известным аналитическим представлением, для которых вычисляются наборы изолиний. Эти наборы изолиний в дальнейшем используются в качестве исходных данных для построения рельефа местности. Далее вычисляются нормы погрешности в дискретном аналоге пространства  $L_1$ :

$$\varepsilon = \int_{\Omega} |z^h(x, y) - z(x, y)| d\Omega,$$

где  $z(x, y)$  – точное значение высоты в точке,  $z^h(x, y)$  – вычисленное значение высоты. Интеграл по  $\Omega$  вычисляется численно с использованием кубатурных формул трапеций.

Анализируется сходимость вычисленного решения к точному при помощи серии расчетов на сгущающихся сетках и при увеличении количества изолиний.

### 3.2 Тестовая задача №1

В качестве точного решения возьмем поверхность эллиптического параболоида  $z = 100 - \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}\right)$  на области  $\Omega = (0,10) \times (0,10)$ .

Для начала необходимо вычислить набор  $I$  изолиний  $\{l_0, l_1 \dots l_{I-1}\}$ . Для этого нужно определить шаг по высоте  $dz$ . На области  $\Omega$  вычисляем  $z_{min}$  и  $z_{max}$ , следовательно шаг равен  $dz = (z_{max} - z_{min})/I$ . Получены функции, описывающие изолинии:  $dz * i = 100 - \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}\right)$ , где  $i=0,1,\dots,I-1$ .

В данном примере изолинии представляют собой окружности с радиусами  $r = 2 * \sqrt{(100 - dz * i)}$ :

$$x^2 + y^2 = 4 * (100 - dz * i).$$

Перейдем в полярные координаты:  $x = r * \cos \varphi$ ,  $y = r * \sin \varphi$ , где  $\varphi \in [0, 2\pi]$ . Пусть расстояние между точками равно  $r$ , тогда  $d\varphi = L/r$  и координаты точек изолинии  $l_i$  вычисляются по формулам:

$$x_j = r * \cos(d\varphi * j), y_j = r * \sin(d\varphi * j) \text{ где } j = 0, 1, \dots, M - 1.$$

$M = 2\pi/d\varphi$  – количество точек в данной изолинии.

На рис.6 показаны построенные поверхности по вычисленному набору изолиний на серии сгущающихся сеток ( $N=50, 100, 200, 400$ ).

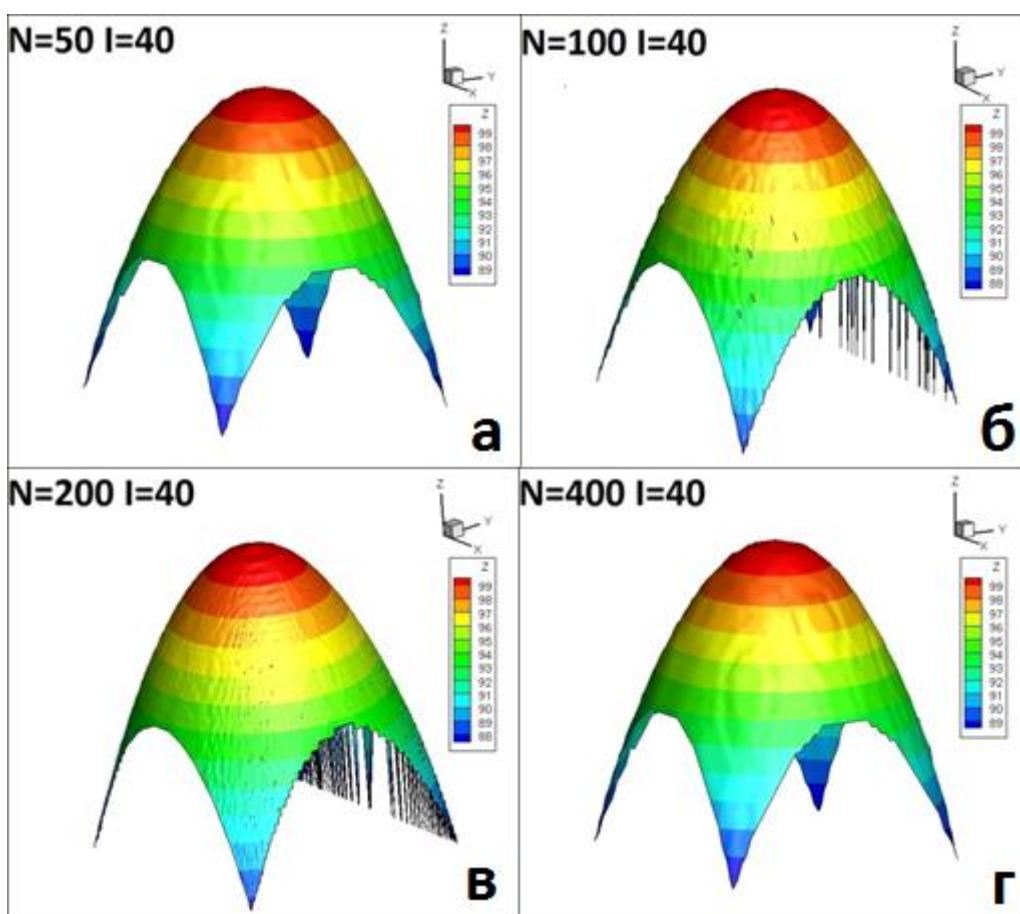


Рисунок 6-Построенные поверхности на серии сгущающихся сеток (а-50 узлов, б-100 узлов, в- 200 узлов г-400 узлов)

На рис.7 представлен график зависимости величины погрешности  $\epsilon$  от количества узлов в сетке. Из графика видно, что погрешность стремится к константе.

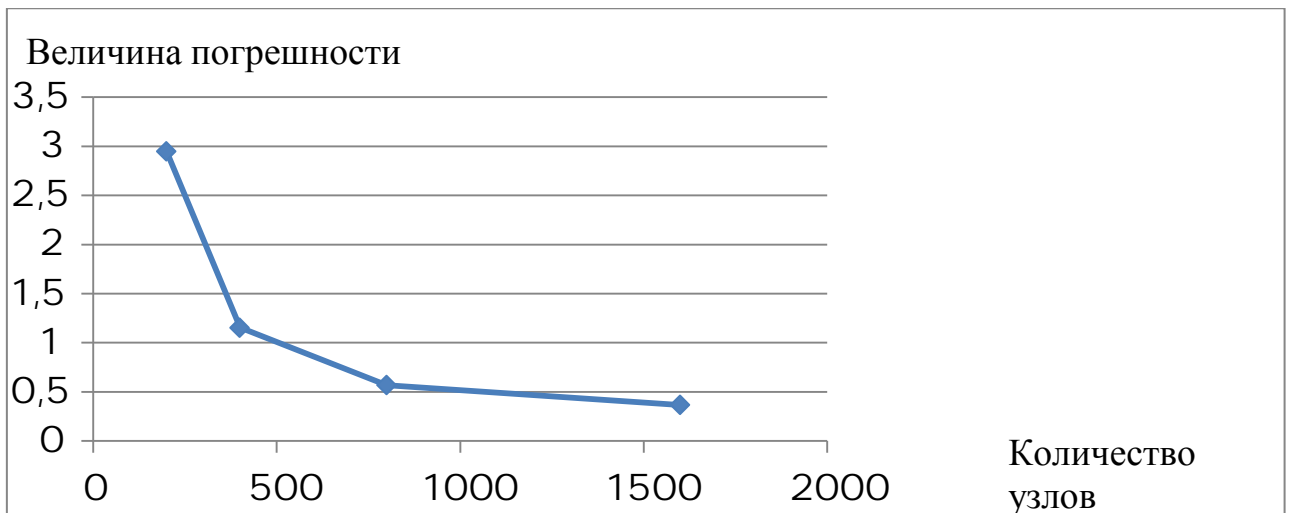


Рисунок 7- График зависимости величины погрешности от количества узлов

На рис.8 показаны построенные поверхности при разном количестве исходных изолиний ( $I=40, 80, 160, 320, 640$  и  $1280$ ) и при фиксированном количестве узлов сетки ( $N = 200$ ).

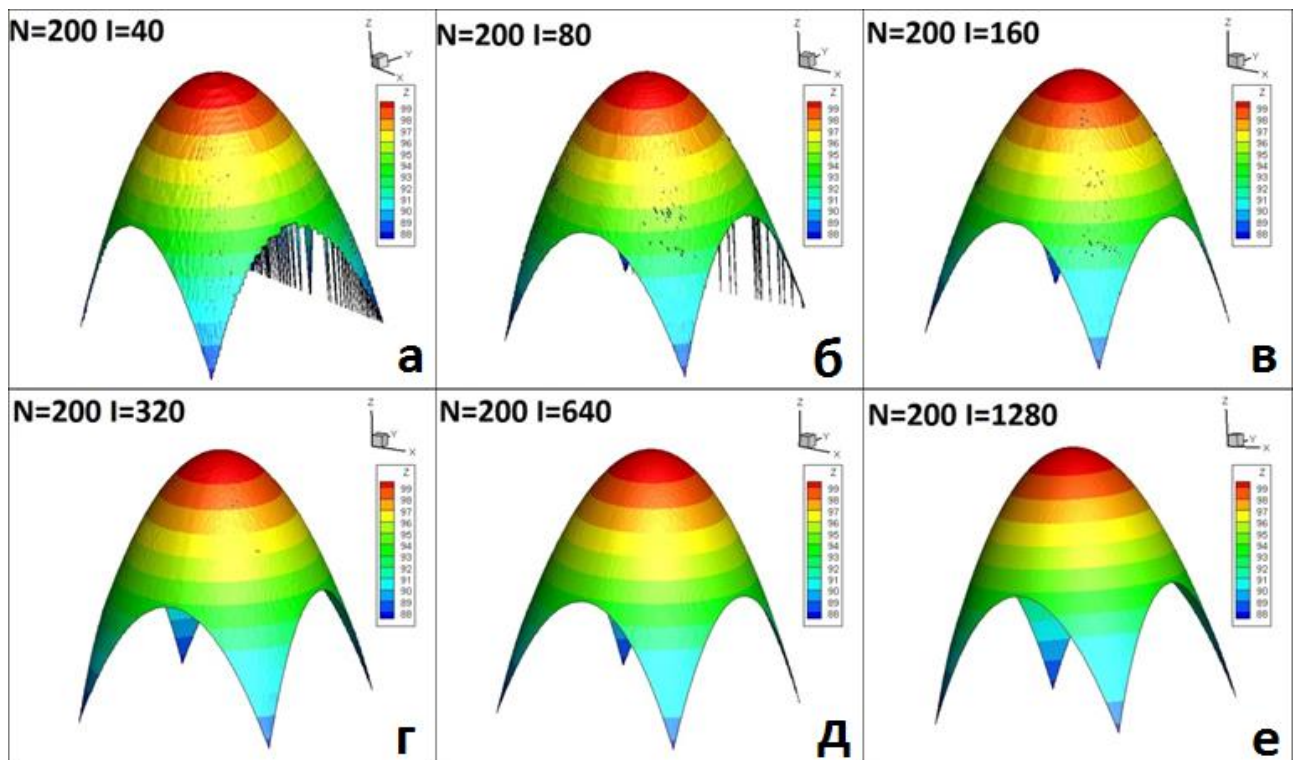


Рисунок 8-Построенные поверхности при различном числе исходных изолиний (а-40 изолиний, б-80 изолиний, в-160 изолиний, г-320 изолиний, д-640 изолиний, е-1280 изолиний)

По графику зависимости величины погрешности  $\epsilon$  от количества изолиний (рис. 9) видно, что эта погрешность стремится к нулю.

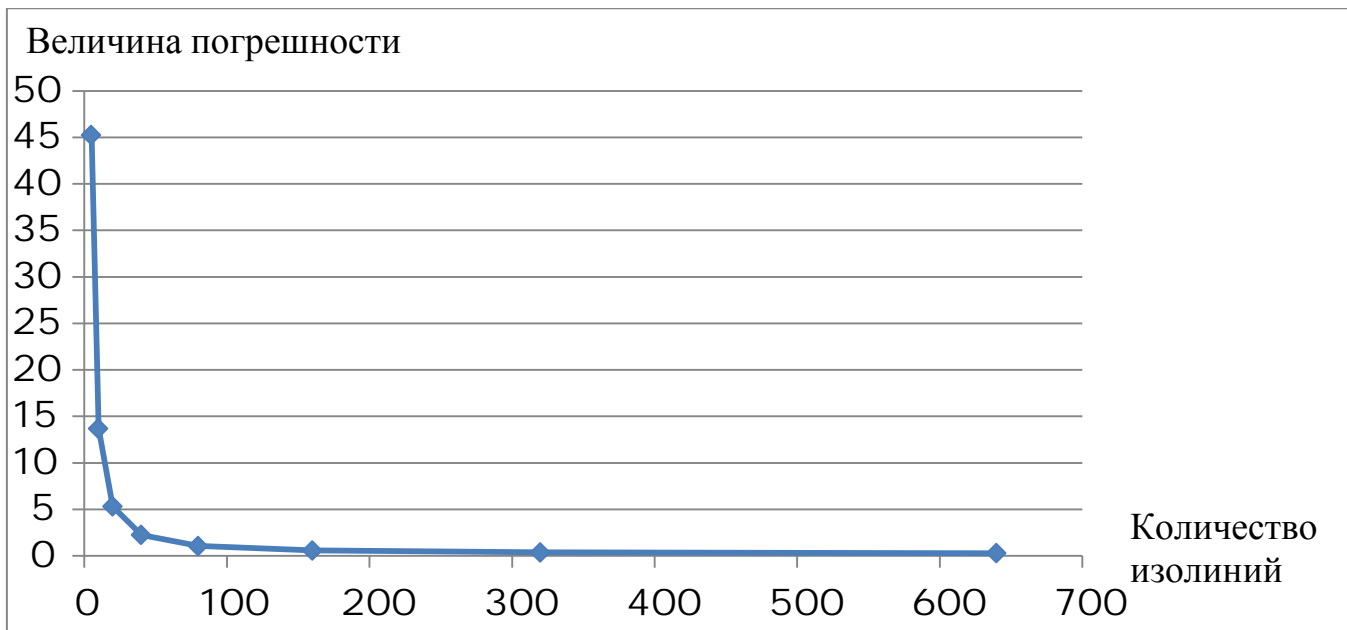


Рисунок 9- График зависимости величины погрешности от количества изолиний

Таким образом, чем больше наборов изолиний и чем больше узлов в сетке, тем больше величина погрешности стремится к нулю.

### 3.3 Тестовая задача №2

В качестве точного решения возьмем поверхность гиперболического параболоида  $z = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}$  на области  $\Omega = (0,10) \times (0,10)$ .

Как и в предыдущей тестовой задаче, необходимо по аналитической поверхности вычислить координаты набора изолиний.

Шаг изолиний равен

$$dz = (z_{max} - z_{min})/I,$$

где  $z_{min} = \min_{\Omega} z(x, y), z_{max} = \max_{\Omega} z(x, y)$ .

Аналитическое представление  $i$ -ой изолинии:

$$dz * i = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} \text{ где } i=0,1,\dots,I-1.$$



В данном примере если  $dz * i \leq 0$ , то изолинии вычисляются по формулам  $y = \sqrt{x^2 - 4 * dz * i}$  и  $y = -\sqrt{x^2 - 4 * dz * i}$ . В этом случае на каждой высоте будет две изолинии. Расстояния между точками равна  $dx$  и первая изолиния равна  $l_i = \{x_0, y_0, x_1, y_1, \dots, x_{M-1}, y_{M-1}\}$ , а вторая изолиния равна  $l_{i+1} = \{x'_0, y'_0, x'_1, y'_1, \dots, x'_{M-1}, y'_{M-1}\}$  и  $M = (10 - 0)/dx$  — это количество точек в данной изолинии.

И второй случай, когда  $dz * i > 0$ , то изолинии вычисляются по формулам  $x = \sqrt{y^2 + 4 * dz * i}$  и  $x = -\sqrt{y^2 + 4 * dz * i}$ . В этом случае тоже на каждой высоте будет две изолинии. Расстояния между точками равна  $dy$  и первая изолиния равна  $l_i = \{x_0, y_0, x_1, y_1, \dots, x_{M-1}, y_{M-1}\}$ , а вторая изолиния равна  $l_{i+1} = \{x'_0, y'_0, x'_1, y'_1, \dots, x'_{M-1}, y'_{M-1}\}$  и  $M = (10 - 0)/dy$  — это количество точек в данной изолинии.

На рис. 10 показаны построенные поверхности по фиксированному количеству изолиний на серии сгущающихся сеток.

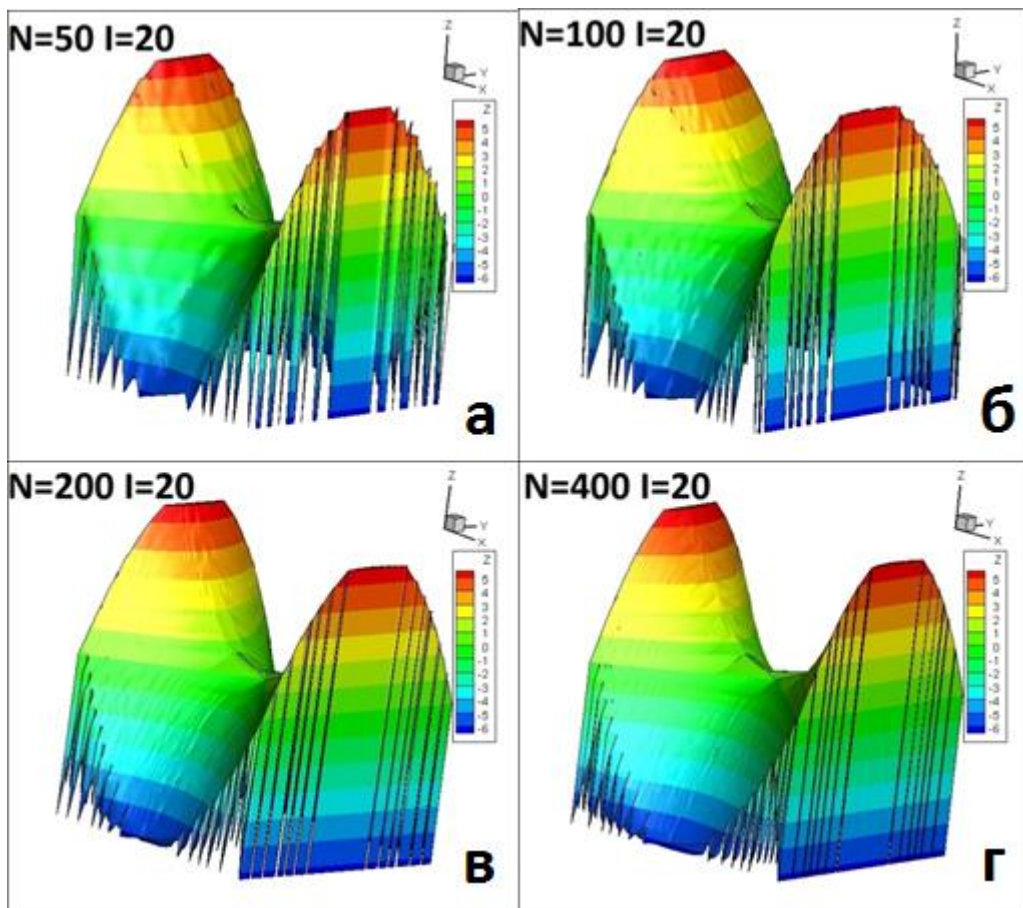


Рисунок 10-Вычисленные поверхности на серии сгущающихся сеток (а-50 узлов, б-100 узлов, в- 200 узлов г-400 узлов)

По графику зависимости погрешности  $\epsilon$  от количества узлов сетки (рис. 11) видно, что эта погрешность стремится к константе.

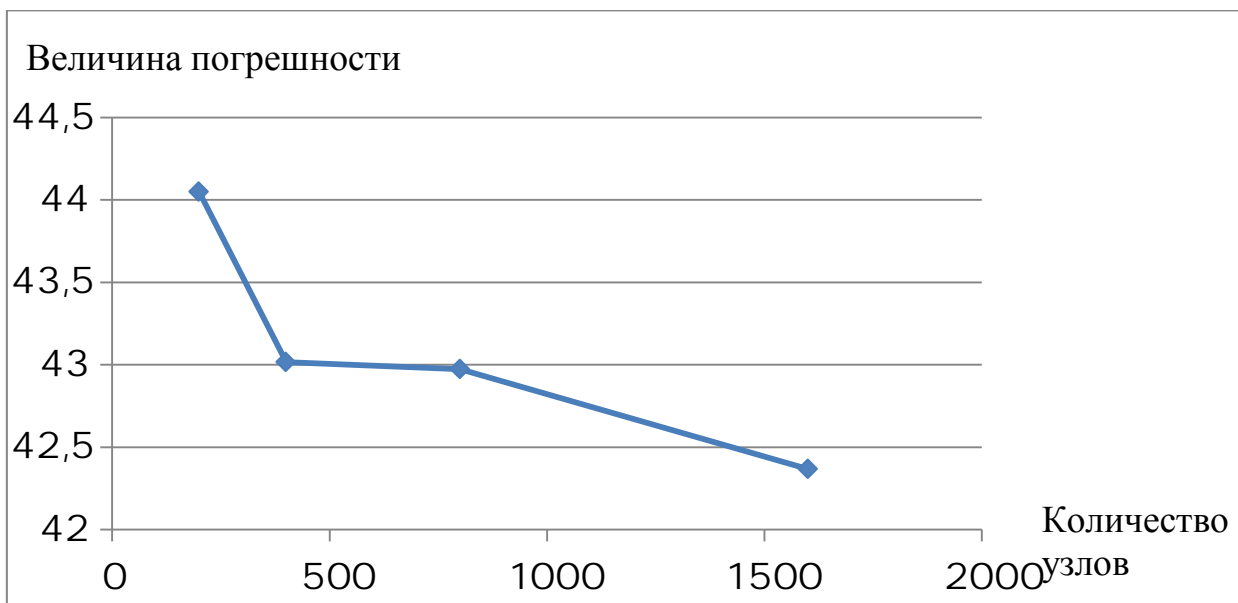


Рисунок 11- График зависимости величины погрешности от количества узлов

На рис. 12 продемонстрированы вычисленные поверхности при фиксированном количестве узлов сетки ( $N = 1600$ ) и различном количестве изолиний (5, 10, 20, 640, 1280, 2560).

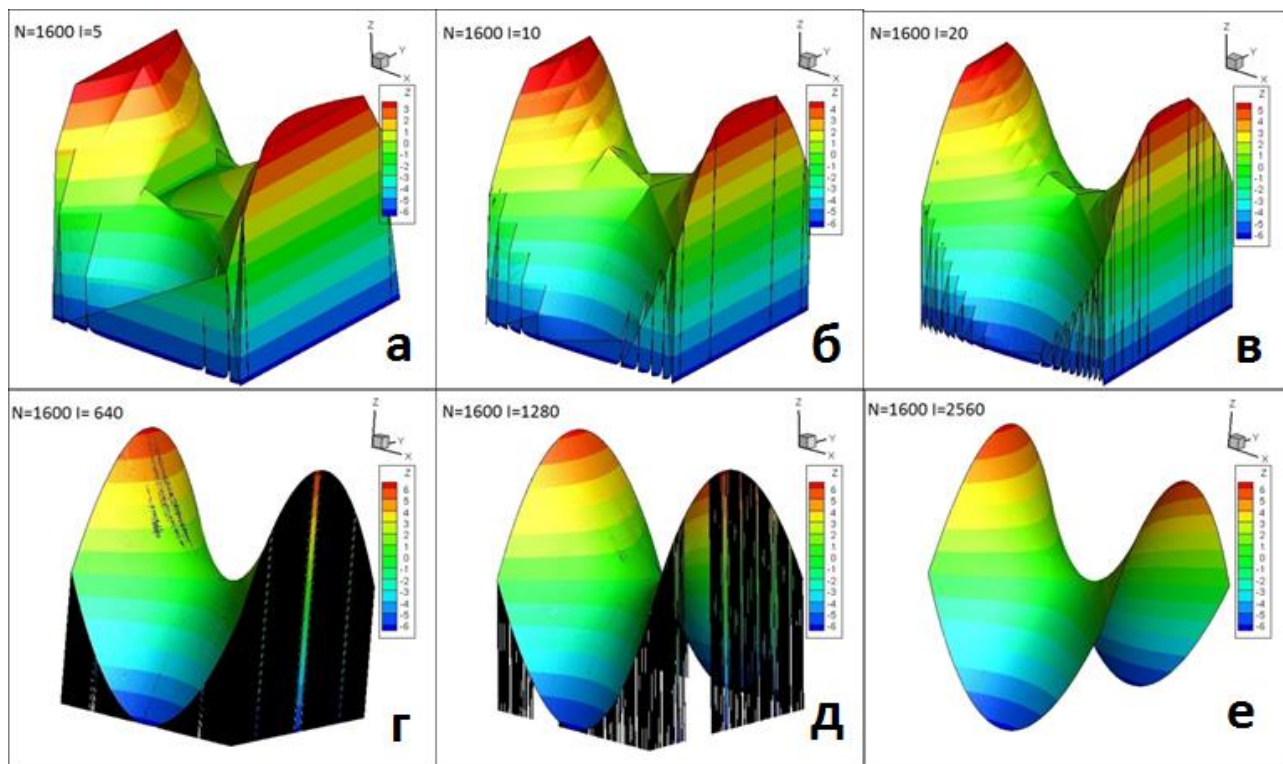


Рисунок 12-Вычисленные погрешности при фиксированном количестве узлов сетки и различным количестве изолиний (а-40 изолиний, б-80 изолиний, в-160 изолиний, г-320 изолиний, д-640 изолиний, е-1280 изолиний)

По графику зависимости погрешности  $\epsilon_{OT}$  количества изолиний (рис. 13) видно, что эта погрешность стремится к нулю.

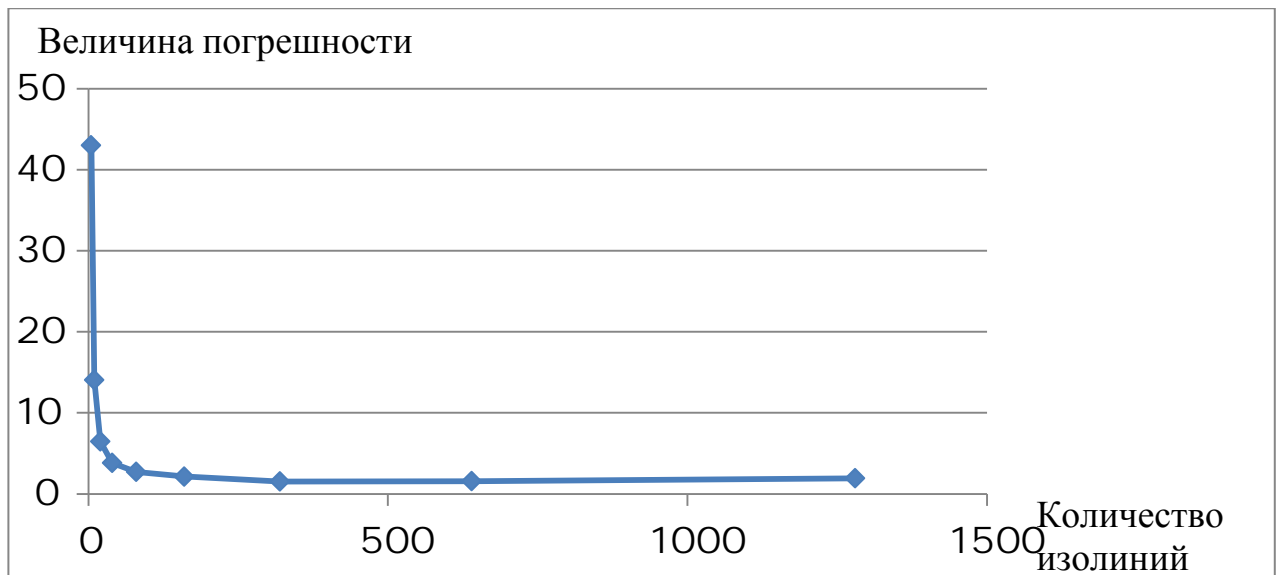


Рисунок 13- График зависимости величины погрешности от количества изолиний

Таким образом, чем больше наборов изолиний и чем больше узлов в сетке, тем больше величина погрешности стремится к нулю.

### 3.4 Тестовая задача №3

В качестве точного решения возьмем поверхность, заданную аналитически  $z = (\sin x)^2 + (\sin y)^2$  на области  $\Omega = (0,10) \times (0,10)$ . Она изображена на рис. 14.

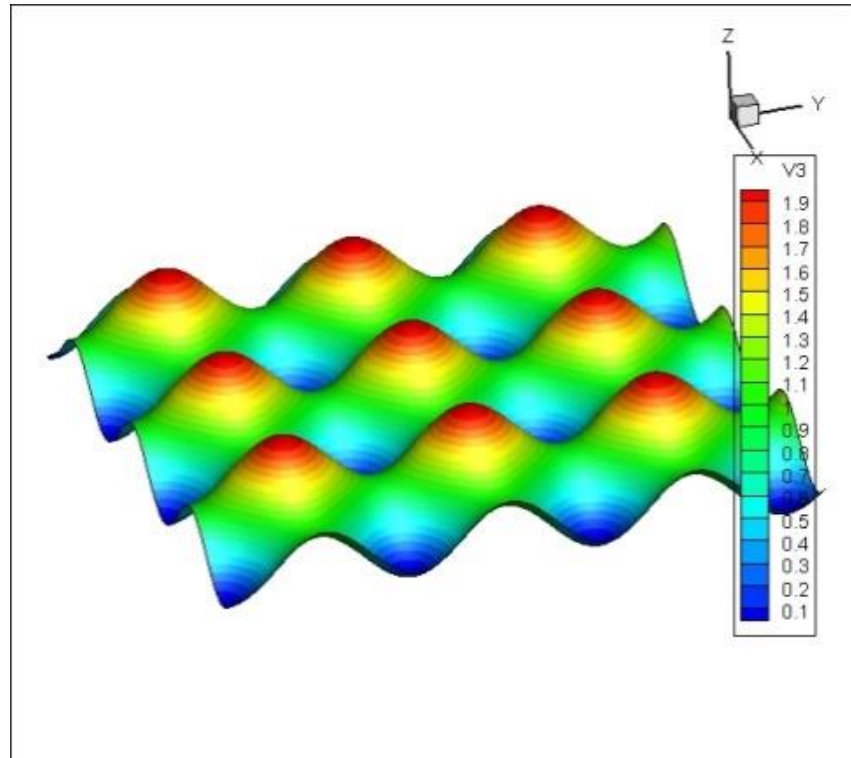


Рисунок 14- Поверхность из синусов

Как и в предыдущей тестовой задаче, необходимо по аналитической поверхности вычислить координаты набора изолиний.

Шаг изолиний равен

$$dz = (z_{max} - z_{min})/I,$$

где  $z_{min} = \min_{\Omega} z(x, y)$ ,  $z_{max} = \max_{\Omega} z(x, y)$ .

Аналитическое представление  $i$ -ой изолинии:

$$dz * i = (\sin x)^2 + (\sin y)^2,$$

где  $i=0,1,\dots,I-1$ .

Перейдем в полярные координаты:  $\sin x' = r * \cos \varphi$ ,  $\sin y' = r * \sin \varphi$ , где  $\varphi \in [0, 2\pi]$ , то есть  $x = x' + a * 2\pi$ ,  $y = y' + b * 2\pi$ . Тогда  $\sin(x - a * 2\pi) = r * \cos \varphi$ ,  $\sin(y - b * 2\pi) = r * \sin \varphi$ , следовательно,  $x = \arcsin(r * \cos \varphi) + a * 2\pi$ ,  $y = \arcsin(r * \sin \varphi) + b * 2\pi$ , где  $A = (10 - 0)/2\pi$ ,  $a \in [0, A]$ ,  $B = (10 - 0)/2\pi$ ,  $b \in [0, B]$ . На рис. 15 показан график изменения  $z$ .

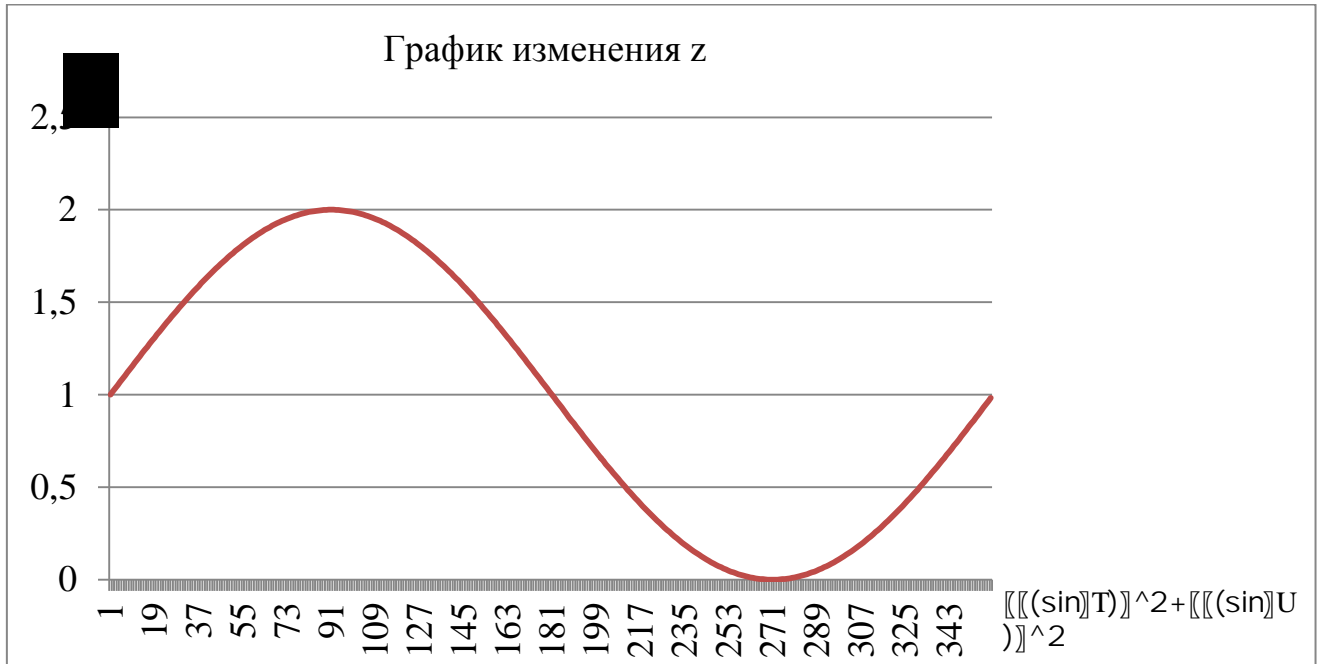


Рисунок 15- График изменения  $z$

В данном примере изолинии представляют собой окружности. При  $dz * i < 0$ , то радиус окружности равен  $r = \sqrt{dz * i}$ , а если  $dz * i > 0$ , то  $r = \sqrt{dz * i - 1}$ . Пусть в каждой окружности расстояние между точками равно  $L$  и  $d\varphi = L/r$ . Получаем формулы, если  $dz * i < 0$ , тогда изолинии вычисляются по формулам  $r = \sqrt{dz * i}$ ,  $x_j = \arcsin(r * \cos(d\varphi * j)) + a * 2\pi$ ,  $y_j = \arcsin(r * \sin(d\varphi * j)) + b * 2\pi$ , где  $a \in [0, A]$ ,  $b \in [0, B]$  и  $j = 0, 1, \dots, M - 1$ . То изолиния  $l_i = \{x_0, y_0, x_1, y_1, \dots, x_{M-1}, y_{M-1}\}$  и  $M = 2\pi/d\varphi$ , где это количество точек в данной изолинии.

И второй случай, когда  $dz * i > 0$ , тогда изолинии вычисляются по формулам  $r = \sqrt{dz * i - 1}$ ,  $x_j = \arcsin(r * \cos(d\varphi * j)) + a * 2\pi$ ,  $y_j = \arcsin(r * \sin(d\varphi * j)) + b * 2\pi$ , где  $a \in [0, A]$ ,  $b \in [0, B]$ , где  $j = 0, 1, \dots, M - 1$ .

$l_i = \{x_0, y_0, x_1, y_1, \dots, x_{M-1}, y_{M-1}\}$  и  $M = 2\pi/d\varphi$ —это количество точек в данной изолинии.

На рис. 16 приведены изображения вычисленных поверхностей при фиксированном количестве изолиний на серии сгущающихся сеток ( $N = 50, 100, 200, 400$ ).

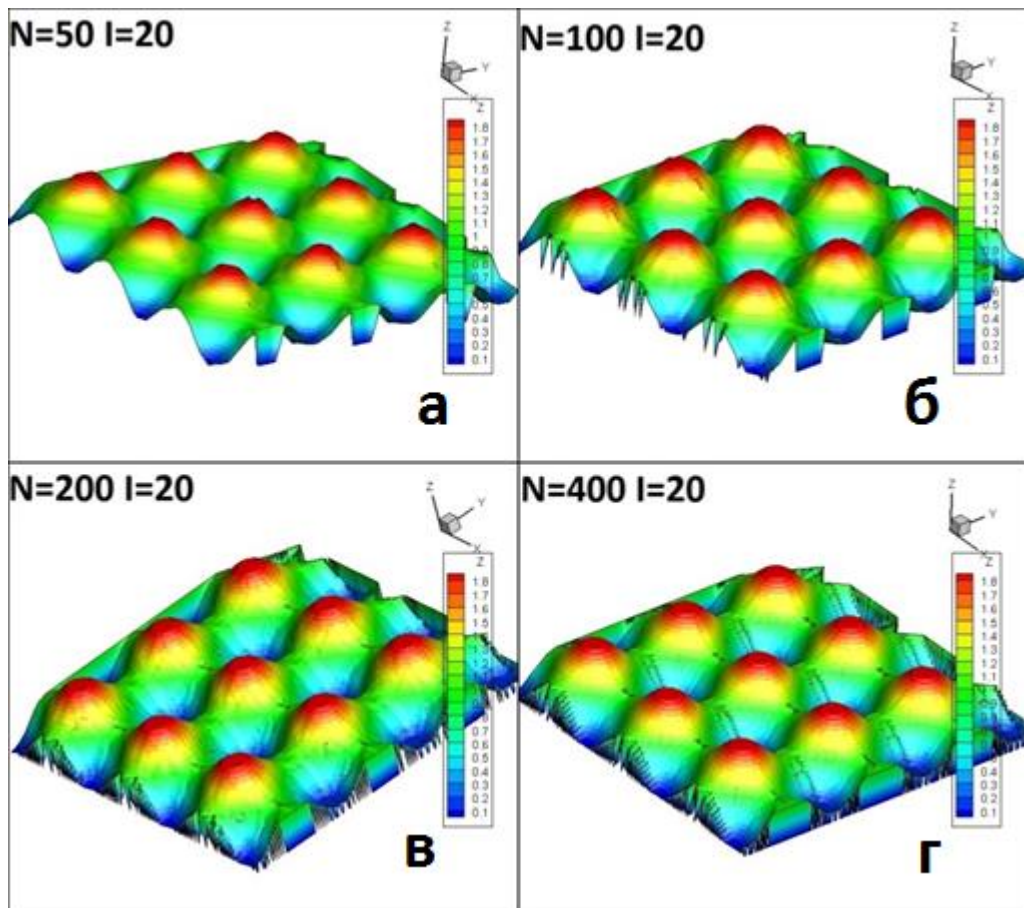


Рисунок 16- Вычисленная поверхность при фиксированном количестве изолиний на серии сгущающихся сеток (а-50 узлов, б-100 узлов, в- 200 узлов,г-400 узлов)

По графику зависимости величины погрешности  $\epsilon$  от количества узлов (рис. 17) видно, что эта погрешность стремится к константе.

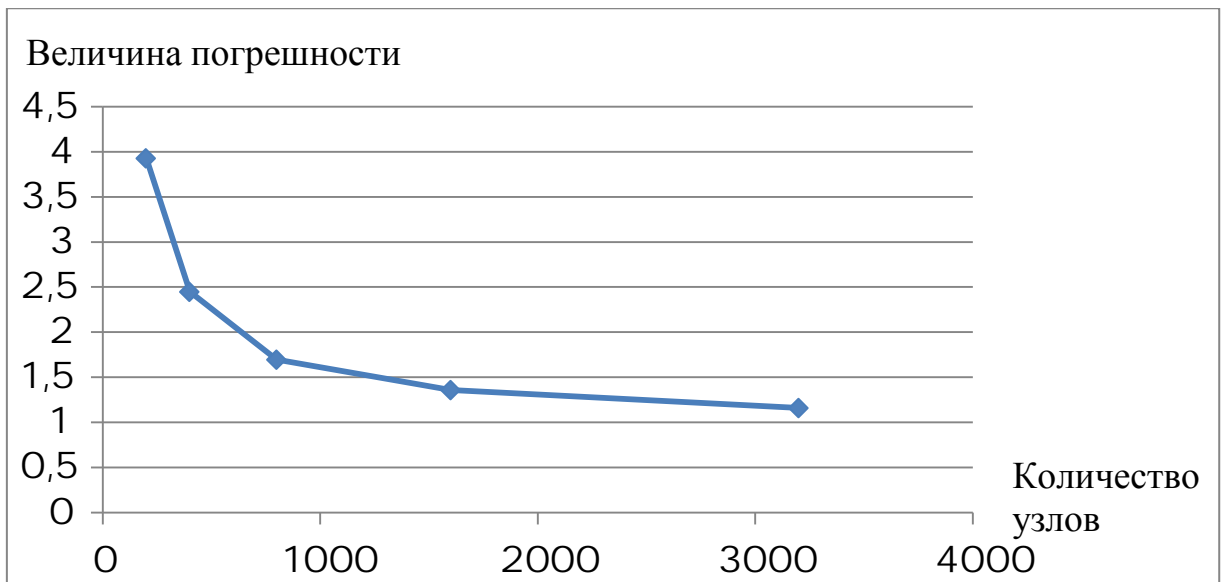


Рисунок 17- График зависимости величины погрешности от количества узлов

На рис.13 показаны вычисленные поверхности при фиксированном количестве узлов сетки и различном количестве изолиний ( $I = 40, 80, 160, 320, 640$  и  $1280$ ).

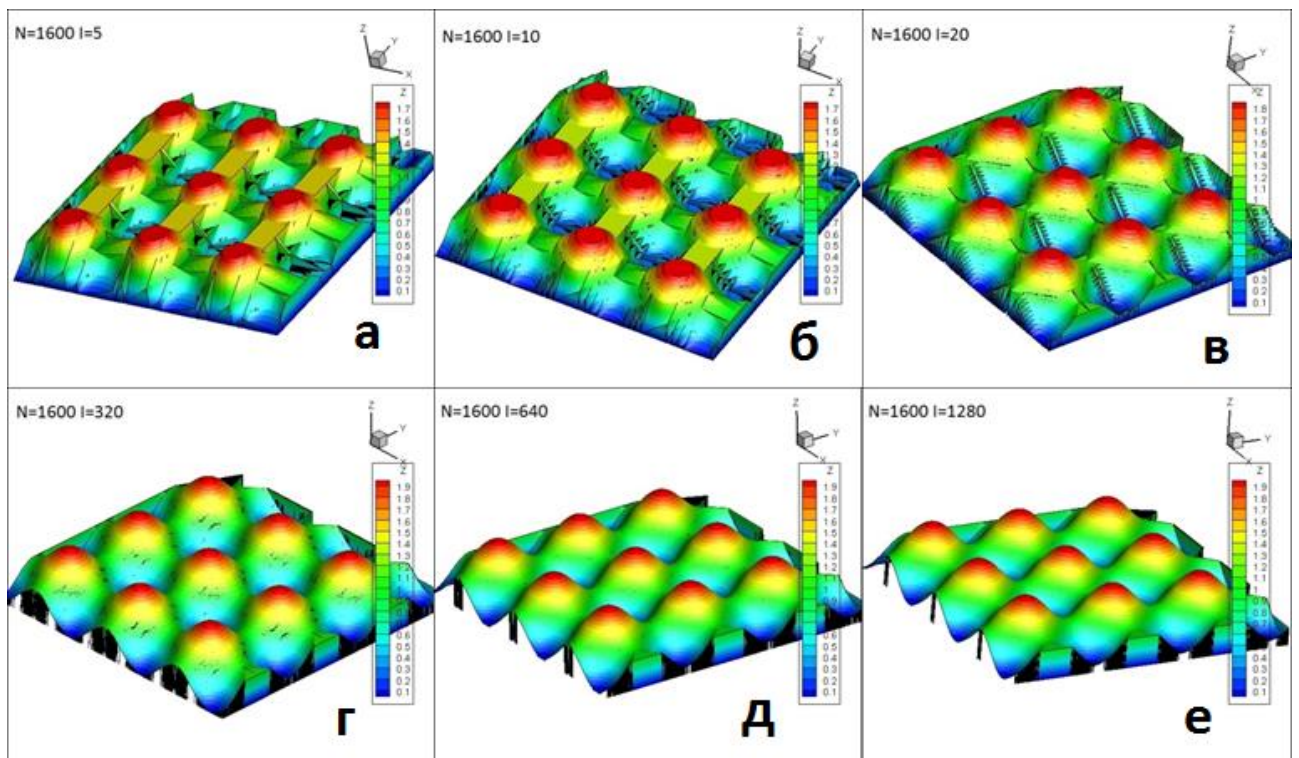


Рисунок 18-Вычисленные поверхности при фиксированном количестве узлов сетки и различном количестве изолиний (а-40 изолиний, б-80 изолиний, в-160 изолиний, г-320 изолиний, д-640 изолиний, е-1280 изолиний)



По графику зависимости величины погрешности от количества изолиний (рис. 19) видно, что эта погрешность стремится к константе.

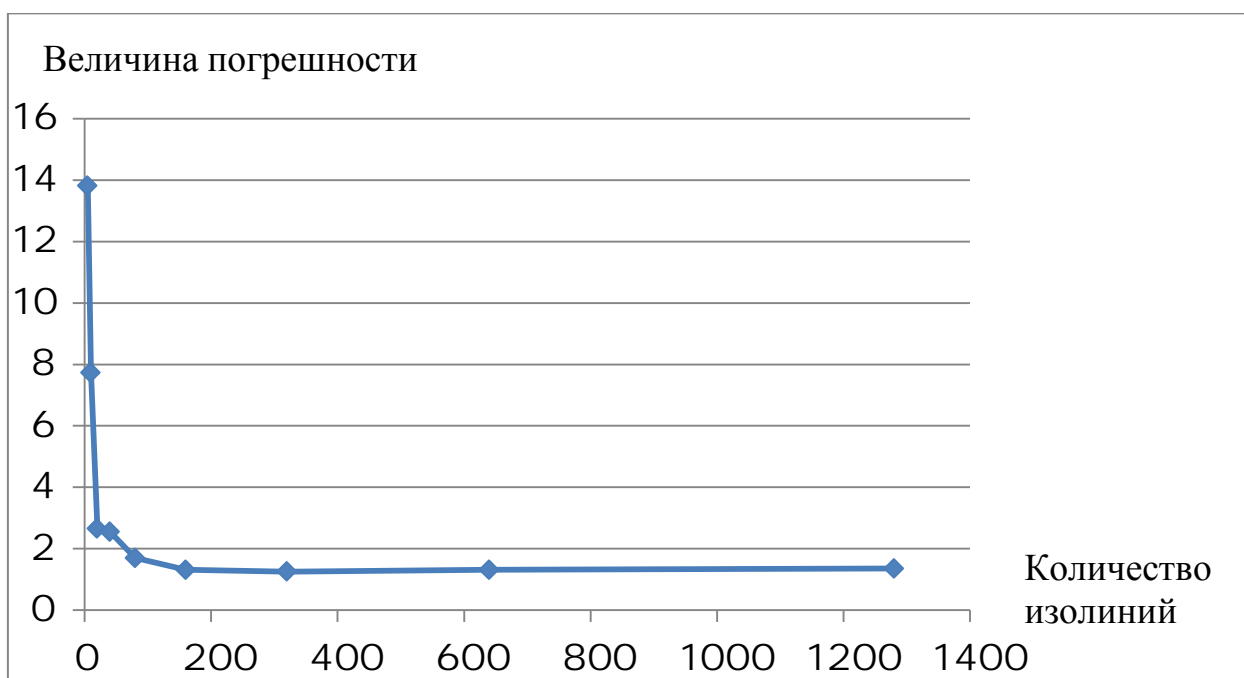


Рисунок 19- График зависимости величины погрешности от количества изолиний

Таким образом, чем больше наборов изолиний и чем больше узлов в сетке, тем больше величина погрешности стремиться к нулю.

### 3.5 Поверхность рельефа горного хребта Борус

В работе была рассмотрена векторная карта горного хребта Борус (рис.20), расположенного в системе Западного Саяна. Протяженность карты составляет от 91.20° до 91.40° восточной долготы и от 52.42° до 52.54° северной широты. Карта содержит более 500 изолиний, которые в совокупности содержат около  $3 \cdot 10^5$  вершин. Перепад высот составляет от 320 до 2260 метров над уровнем моря.

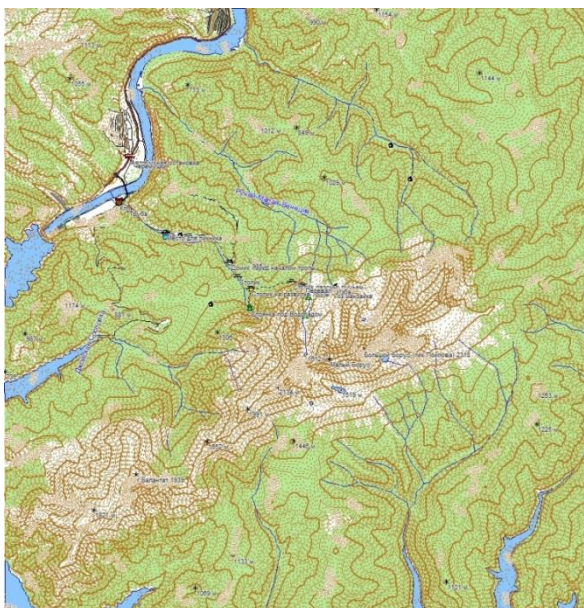


Рисунок 20- Исходная карта горного хребта Борус

Вычисления производились при количестве узлов сетки 1000 по каждому из направлений. Полученная цифровая модель изображена на рис. 21.

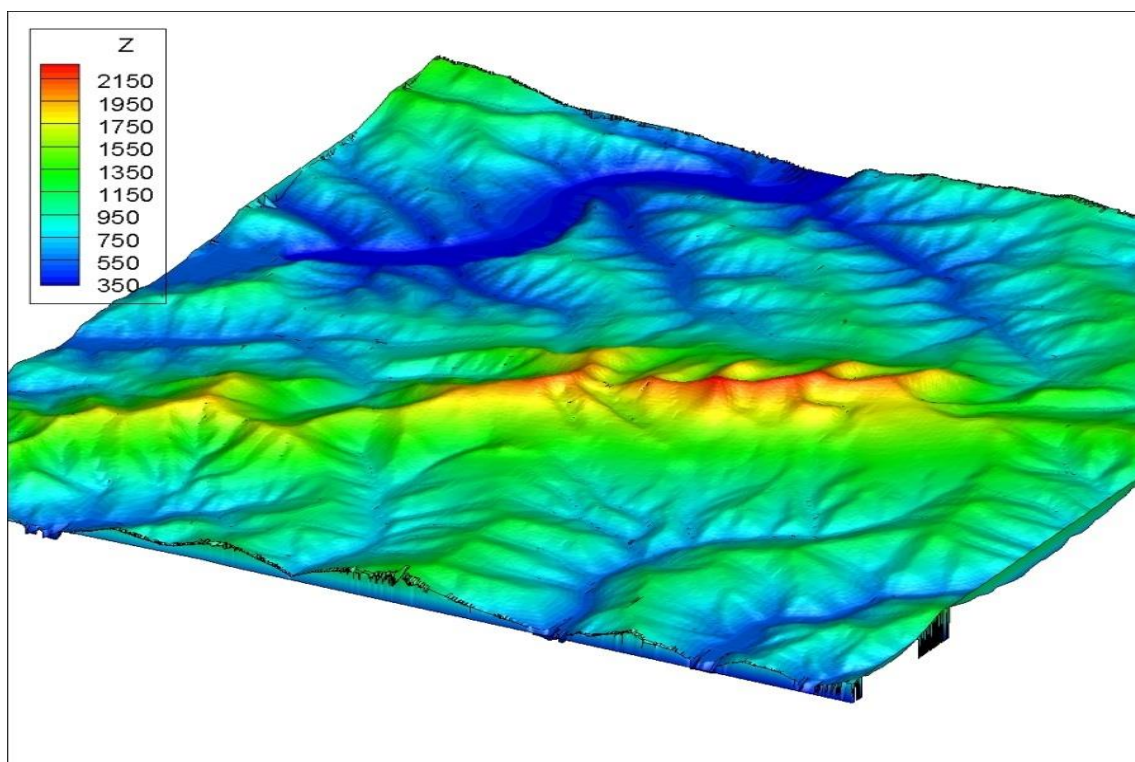


Рисунок 21- Цифровая модель хребта Борус

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе получены следующие результаты.

1. Разработан вычислительный алгоритм построения цифровой модели рельефа на основе изолиний, данные о которых извлекаются из векторных карт в польском формате. Данные в этом формате отличаются хорошей структурой, их удобно считывать с помощью программы из файла.
2. Вычислительный алгоритм реализован в виде программного комплекса на языке C++.
3. Вычислительный алгоритм протестирован на серии тестовых задач.

Результаты данной работы были представлены на следующих конференциях и опубликованы в трудах этих конференций.

1. Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспектив Свободный-2016», секция «Вычислительная математика и математическое моделирование», устный доклад.
2. Международная конференция «IX Сибирский конгресс женщин-математиков», постерный доклад.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Шнитко С.Г. Конспект лекций по предмету «ГИС в геодезии»  
[Электронный ресурс] - Режим доступа:  
[http://www.psu.by/images/stories/gf/kaf\\_prikl\\_geod/gis-v-geodezii-lektsii.pdf](http://www.psu.by/images/stories/gf/kaf_prikl_geod/gis-v-geodezii-lektsii.pdf)
- 2 Варфоломеев, И.В. Алгоритмы и структуры данных геоинформационных систем: Методические указания /И.В.Варфоломеев, И.Г.Ермакова, А.С.Савельев - Красноярск: КГТУ, 2003. -34 с.
- 3 Тикунов, В.С. Моделирование в картографии: Книга / В.С. Тикунов — Москва: Изд-во МГУ, 1997.-405 с.
- 4 Костюк Ю.Л. Предварительная обработка исходных данных для построения цифровой модели рельефа местности / Ю.Л.Костюк, А.Л.Фукс [Электронный ресурс] - Режим доступа:  
[http://rus.neicon.ru:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/2586/110\\_280-281.pdf?sequence=1](http://rus.neicon.ru:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/2586/110_280-281.pdf?sequence=1)
- 5 Хромых В.В. Цифровые модели рельефа: Учебное пособие / В.В.Хромых, О.В.Хромых - Томск: Изд-во «ТМЛ-Пресс», 2007. - 178 с.

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

## Текст программы

Файл "point.h".

```
#pragmaonce;
#include<iostream>
usingnamespacestd;

structCPoint
{
    double x, y, z;
    CPoint(double_x=0, double_y=0, double_z=0): x(_x), y(_y),z(_z) { };
    doubledistance(constCPoint&P) const;
    double dx(constCPoint&P) const {returnfabs(x-P.x);}
    doubledy(constCPoint&P) const {returnfabs(y-P.y);}
};

CPoint operator - (constCPoint&C1, constCPoint&C2);
CPoint operator + (constCPoint&C1, constCPoint&C2);
CPoint operator / (constCPoint&C1, constdouble& d);
ostream& operator << (ostream& out, constCPoint&P);
```

Файл "main.cpp"

```
#include<iostream>
#include<list>
#include<vector>
#include<set>
#include<fstream>
#include<string>
#include"point.h"
#defineM_PI 3.14159265358979323846
usingnamespacestd;
```

```
boolTestTask = 1; // 1 - тестоваязадача, 0 - карта
```

```

int N=100, M=100; // разбиение исходной области Omega - Квадрат [0, Lx]x[0, Ly]
double x_min(0), x_max(0), y_min(0), y_max(0), z_min(0), z_max(0);
double leaps = 0.0001;

typedef list<pair<list<CPoint>, double>> IsoLines;
typedef list<CPoint> ListPoints;
typedef vector<vector<double>> Matrix;
typedef vector<CPoint> Points;

void LoadIsoLineFromFile(char *filename, IsoLines&lines);
void TecPlotV(char *filename, const IsoLines&lines);
void TecPlotU(char *filename, const Matrix&U);
CPoint SearchPointInGrid(const CPoint&P, int&ii, int&jj);
void ApproximateIsoLineInGrid(IsoLines&lines, Matrix&U);
Matrix Init(int n, int m);
void SegmentDecomposition(const CPoint&V1, const CPoint&V2, ListPoints&points);
void Load(string filename, IsoLines&lines); //Загрузка
void Search_min_max(const IsoLines&lines);
void LineSplineX(Matrix&U);
void LineSplineY(Matrix&U);

int main()
{
    setlocale(0, "");
    IsoLines lines;
    if (TestTask) LoadIsoLineFromFile("Example.txt", lines);
    else Load("Borus_full.txt", lines);
    cout<<"Изолинии загружены!\n";

    Search_min_max(lines);
    TecPlotV("Isolines.dat", lines);
    Matrix U=Init(N, M);

    ApproximateIsoLineInGrid(lines, U);

```

```

LineSplineY(U);
LineSplineX(U);

x_max = 1.01*(x_max - x_min)*64000; x_min = -0.01*x_max;
y_max = 1.01*(y_max - y_min)*111000; y_min = -0.01*y_max;
cout<<"Загрузка данных для TecPlot...\n";
TecPlotU("Surface.dat", U);

system("pause");
}

// Инициализация двумерного массива
MatrixInit(intn, intm)
{
    Matrix M;
    M.resize(n+1);
    for(inti=0;i<n+1;i++)
    {
        M[i].resize(m+1);
        for(int j=0; j<m+1; j++) M[i][j]=z_min;
    }
    return M;
}

void Load(stringfilename, IsoLines&lines)//Загрузка
{
    ifstream Loading(filename.c_str());
    string str,str2;
    char symbol;
    double h, x,y, z;
    while(!Loading.eof())
    {
        do
        {
            getline(Loading,str,'\n');

```

```

    }
    while(str!="[POLYLINE]");

    getline>Loading, str, '\n'); // Type
    getline>Loading, str, '='); // Label
    Loading >> h;
    getline>Loading, str, '='); // Data0
    Loading.get();
    lines.push_back(make_pair(list<CPoint>(), h));
    while(1)
    {
        Loading>>y>>symbol>>x;
        do
        {
            Loading >> symbol;
        }
        while (!isdigit(Loading.peek()) && symbol!='[');
        lines.back().first.push_back(CPoint(x, y));
        if (symbol=='[' || symbol=='E') break;
    }
    getline>Loading, str, '\n');
    Loading.get();
}
}

```

```

void LoadIsoLineFromFile(char *filename, IsoLines&lines)
{
    ifstream fin(filename);
    double h, x, y;
    int count;
    while(!fin.eof())
    {
        fin>> h; // высота изолинии
        fin>>count; // количество вершин изолинии
        // вставляем в список новую изолинию
    }
}

```



```

        lines.push_back(make_pair(list<CPoint>(), h));
        for(int i=0; i<count; i++)
        {
            fin >> x >> y;
            lines.back().first.push_back(CPoint(x, y));
        }
    }
}

void Search_min_max(const IsoLines& lines)
{
    IsoLines::const_iterator iter_lines = lines.begin();
    list<CPoint>::const_iterator p = iter_lines->first.begin();
    x_min = x_max = p->x;
    y_min = y_max = p->y;
    z_min = z_max = iter_lines->second;
    double h;

    for(iter_lines = lines.begin(); iter_lines != lines.end(); ++iter_lines)
    {
        // Цикл по точкам изолиней
        h = iter_lines->second;
        if (h < z_min) z_min = h;
        if (h > z_max) z_max = h;
        for(p = iter_lines->first.begin(); p != iter_lines->first.end(); ++p)
        {
            if (p->x < x_min) x_min = p->x;
            if (p->x > x_max) x_max = p->x;
            if (p->y < y_min) y_min = p->y;
            if (p->y > y_max) y_max = p->y;
        }
    }
}

void TecPlotV(char *filename, const IsoLines& lines)

```

```

{
    ofstream out(filename);
    out <<"VARIABLES = \"X\" \"Y\" \"Z\""<<endl;
    // Циклпоизолиниям
    IsoLines::const_iterator iter_lines;
    int line=1;
    for(iter_lines=lines.begin(); iter_lines!=lines.end(); ++iter_lines)
    {
        out <<"ZONE T=\"Polygon_\"<< line++ <<"\"<<endl;
        out <<"I="<<iter_lines->first.size() <<" , J="<< 1 <<" , K=1
ZONETYPE=Ordered"<<endl;
        out<<"DATAPACKING=POINT"<<endl;
        out<<"DT=(DOUBLE DOUBLE )"<<endl;
        out.setf(ios::scientific, ios::floatfield);

        // Циклпоточкамизолиней
        list<CPoint>::const_iterator p;
        for(p=iter_lines->first.begin(); p!=iter_lines->first.end(); ++p)
        {
            out<< *p <<endl;
        }
        out.setf(ios::fixed, ios::floatfield);
    }
    out.close();
}

void TecPlotU(char *filename, const Matrix&U)
{
    ofstream out(filename);
    // Построение сетки
    double hx=1.0*(x_max-x_min)/N, hy=1.0*(y_max-y_min)/M, x, y;
    out <<"VARIABLES = \"X\" \"Y\" \"Z\""<<endl;
    out <<"ZONE T=\"Surface\""<<endl;
    out <<"I="<< M+1 <<" , J="<< N+1 <<" , K=1 ZONETYPE=Ordered"<<endl;
    out<<"DATAPACKING=POINT"<<endl;

```

```

out<<"DT=(DOUBLE DOUBLE )" <<endl;
out.setf(ios::scientific, ios::floatfield);
for (inti = 0; i<= N; i++)
{
    x = x_min+i*hx;
    for (int j = 0; j <= M; j++)
    {
        y = y_min+j*hy;
        out<< x <<" " << y <<" " <<U[i][j] <<endl;
    }
}
out.close();
}

```

```

void ApproximateIsoLineInGrid(IsoLines&lines, Matrix&U)

```

```

{
    int i, j;
    // Цикл по изолиниям
    IsoLines::iterator iter_lines;
    ListPoints points;
    ListPoints::iterator it;
    for(iter_lines=lines.begin(); iter_lines!=lines.end(); ++iter_lines)
    {
        // Цикл по точкам изолиней
        list<CPoint>::iterator p=iter_lines->first.begin()++;
        list<CPoint>::iterator q = ++p;
        for(p=iter_lines->first.begin(); p!--iter_lines->first.end(); )
        {
            points.push_back(*p);
            points.push_back(*q);
            SegmentDecomposition(*p, *q, points);
            // Отобразить множество точек на сетку

            for(it=points.begin(); it!=points.end(); it++)
            {

```

```

        SearchPointInGrid(*it, i, j);
        U[i][j]=iter_lines->second;
    }
    points.clear();
    // Передвижение итераторов
    p=q;
    if (q!=iter_lines->first.end()) ++q;
}
}
}

```

```

CPointSearchPointInGrid(constCPoint&P, int&ii, int&jj)

```

```

{
    // i, j - номер ячейки, куда попадает точка P
    doublehx=1.0*(x_max-x_min)/N, hy=1.0*(y_max-y_min)/M;
    double r1, r2, r3, r4, rr1, rr2;
    inti=(P.x-x_min)/hx, j=(P.y-y_min)/hy;
    if (i>=N) i=N-1; if (i<0) i=0;
    if (j>=M) j=M-1; if (j<0) j=0;
    r1 = P.distance(CPoint(x_min+i*hx, y_min+j*hy));
    r2 = P.distance(CPoint(x_min+(i+1)*hx, y_min+j*hy));
    r3 = P.distance(CPoint(x_min+i*hx, y_min+(j+1)*hy));
    r4 = P.distance(CPoint(x_min+(i+1)*hx, y_min+(j+1)*hy));

    if (r1<r2)    {rr1=r1; ii=i;}
    else {rr1=r2; ii=i+1;}
    if (r3<r4)    {rr2=r3; ii=i;}
    else {rr2=r4; ii=i+1;}

    if (rr1<rr2) jj=j; elsejj=j+1;
    returnCPoint(ii*hx, jj*hy);
}

```

```

voidSegmentDecomposition(constCPoint&V1, constCPoint&V2, ListPoints&points)

```

```

{

```

```

doublehx=1.0*(x_max-x_min)/N, hy=1.0*(y_max-y_min)/M;
if (V1.dx(V2)<=hx&&V1.dy(V2)<=hy) return;
CPoint Center=(V1+V2)/2;
points.push_back(Center);
SegmentDecomposition(V1, Center, points);
SegmentDecomposition(V2, Center, points);
}

voidLineSplineY(Matrix&U)
{
doublehx=1.0*(x_max-x_min)/N, hy=1.0*(y_max-y_min)/M, x, y;
for(inti=0; i<N; i++)
    {
        intjp=0; doublezp = U[i][jp];
        for(int j=jp+1; j<M; j++)
            {
                if (fabs(U[i][j]-z_min) <eps) continue;
                //if (fabs(map[i].z[j]-zp)<eps) continue;
                doublehz = (U[i][j] - zp) / (j - jp);
                for(intjj=jp; jj<=j; jj++) U[i][jj] = zp + (jj-jp)*hz;
                zp = U[i][j]; jp = j;
            }
    }
}

voidLineSplineX(Matrix&U)
{
for(int j=0; j<M; j++)
    {
        intip=0; doublezp=U[0][j];
        for(inti=ip+1; i< N; i++)
            {
                if (fabs(U[i][j] - zp)<eps) continue;
                doublehz = (U[i][j] - zp) / (i - ip);
                if (i-ip>1 &&hz>0) {

```

```

        for(int ii=ip; ii<=i; ii++) U[ii][j] = zp + (ii-ip)*hz;
    }
    zp = U[i][j]; ip = i;
}
ip=N-1;
for(inti=ip; i>=0; i--)
{
    if (fabs(U[i][j] - zp) <eps) continue;
    doublehz = (U[i][j] - zp) / (ip - i);
    if (ip-i>1 &&hz>0) {
        for(int ii=ip; ii>=i; ii--) U[ii][j] = zp + (ip-ii)*hz;
    }
    zp = U[i][j]; ip = i;
}
}
}

```

Файл “point.cpp”

```
#include"point.h"
```

```
doubleCPoint::distance(constCPoint&P) const
```

```
{
    returnsqrt((x-P.x)*(x-P.x) + (y - P.y)*(y - P.y));
}
```

```
CPoint operator - (constCPoint&C1, constCPoint&C2)
```

```
{
    CPointR(C1.x-C2.x, C1.y-C2.y);
    return R;
}
```

```
CPoint operator + (constCPoint&C1, constCPoint&C2)
```

```
{
    CPointR(C1.x+C2.x, C1.y+C2.y);
    return R;
}
```

```
}
```

```
CPoint operator / (constCPoint&C1, constdouble&d)
```

```
{
```

```
    CPointR(C1.x/d, C1.y/d);
```

```
    return R;
```

```
}
```

```
ostream& operator << (ostream&out, constCPoint&P)
```

```
{
```

```
    out<<P.x<<" "<<P.y<<" "<<P.z;
```

```
    return out;
```

```
}
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Пример польского формата

[POLYLINE]

Type=0x20

Label=340

Data=(52.84780,91.41503),(52.84752,91.41494),(52.84765,91.41484),(52.84778,91.41487),(52.84786,91.41494),(52.84786,91.41501),(52.84780,91.41503)

[END]

[POLYLINE]

Type=0x20

Label=340

Data=(52.84862,91.42260),(52.84872,91.42254),(52.84872,91.42240),(52.84862,91.42221),(52.84846,91.42228),(52.84829,91.42243),(52.84862,91.42260)

[END]